



**Министерство науки и высшего образования Российской
Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет имени
Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)**

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

Лабораторная работа № 2

Тема Построение и программная реализация алгоритма полиномиальной интерполяции
табличных функций.

Студент Никуленко И.В.

Группа ИУ7-42Б

Оценка (баллы) _____

Преподаватель Градов В.М.

Москва.
2021 г

Цель работы. Получение навыков построения алгоритма интерполяции таблично заданных функций двух переменных.

1 Исходные данные

1. Таблица функции с количеством узлов 5x5.

$\begin{matrix} x \\ y \end{matrix}$	0	1	2	3	4
0	0	1	4	9	16
1	1	2	5	10	17
2	4	5	8	13	20
3	9	10	13	18	25
4	16	17	20	25	32

2. Степень аппроксимирующих полиномов – n_x и n_y .

3. Значение аргументов x, y , для которых выполняется интерполяция.

2 Код программы

Код программы представлен на листингах 1-2.

Листинг1. cogs.py

```
from math import fabs, ceil

def point_selection(table, n, x, flag_tab=True):
    table_size = len(table)
    if flag_tab:
        closest_point_indx = min(range(table_size), key=lambda i:
                                   abs(table[i][0] - x))
    else:
        closest_point_indx = min(range(table_size), key=lambda i:
                                   abs(table[i] - x))
```

```

req_space = ceil(n/2)
if closest_point_indx + req_space + 1 > table_size:
    start = table_size - n
    end = table_size
elif closest_point_indx < req_space:
    start = 0
    end = n
else:
    start = closest_point_indx - req_space + 1
    end = start + n
return start, end

```

```

def multivariate_interpolation(x_list, y_list, values_list, x, y,
                               nx, ny):
    y_start, y_end = point_selection(y_list, ny, y, False)
    y_list = y_list[y_start:y_end]
    values_list = values_list[y_start:y_end]
    y_tab = []
    for i in range(ny):
        x_tab = []
        for j in range(1, len(x_list)):
            x_tab.append([x_list[j], values_list[i][j]])
        y_tab.append([x_list[y_start + i], newton(x_tab, nx, x)])
    return newton(y_tab, ny, y)

```

```

def newton(orig_table, n, x):
    table = []
    for i in orig_table:
        table.append(i[:])
    start, end = point_selection(table, n, x)
    table = table[start:end]
    for i in range(1, n):
        for j in range(n - 1, i - 1, -1):
            table[j][1] = (table[j][1] - table[j - 1][1]) /
                (table[j][0] - table[j - i][0])
    result = 0
    for i in range(n):
        temp = table[i][1]
        for j in range(i):
            temp *= (x - table[j][0])
        result += temp
    return result

```

Листинг2. main.py

```

from cogs import *

def main():
    tab = [[0, 1, 4, 9, 16],
           [1, 2, 5, 10, 17],
           [4, 5, 8, 13, 20],
           [9, 10, 13, 18, 25],
           [16, 17, 20, 25, 32]]
    x_list = [0, 1, 2, 3, 4]
    y_list = [0, 1, 2, 3, 4]
    x, y = 1.5, 1.5
    print('\n\nz(1.5, 1.5):')
    print("+{:9s}|{:11s}|{:11s}|{:11s}+".format('-', '-', '-',
                                                '-').replace(' ', '-'))

    print('| ny \ nx |      1      |      2      |      3      |')
    print("|{:9s}|{:11s}|{:11s}|{:11s}|".format('-', '-', '-',
                                                '-').replace(' ', '-'))

    print('| z(x, y) |', end='')
    for i in range(1, 4):
        print('{:10.6f}|'.format(multivariate_interpolation(x_list,
                                                            y_list, tab, x, y, i + 1, i + 1)), end='')
    print("\n|{:9s}|{:11s}|{:11s}|{:11s}|".format('-', '-', '-',
                                                '-').replace(' ', '-'))

if __name__ == '__main__':
    main()

```

3 Результаты работы

1. Результат интерполяции $z(x, y)$ при степенях полиномов 1,2,3 для $x=1.5$, $y=1.5$

$z(1.5, 1.5)$:

+-----		-----		-----		-----	+
ny \ nx		1		2		3	
-----		-----		-----		-----	
z(x, y)		5.000000		4.500000		4.500000	
-----		-----		-----		-----	

4 Вопросы при защите лабораторной работы

1. Пусть производящая функция таблицы суть $z(x, y) = x^2 + y^2$. Область определения по x и y 0-5 и 0-5. Шаги по переменным равны 1. Степени $n_x = n_y = 1$, $x = y = 1.5$. Приведите по шагам те. значения функции, которые получаются в ходе последовательных интерполяций. по строкам и столбцу.

Определим узлы, наиболее близкие к значениям x, y : для x [1, 2]; для y [1, 2], тогда узлы таблицы: $z(1, 1) = 2$, $z(1, 2) = 5$, $z(2, 1) = 5$, $z(2, 2) = 8$

$$f(1, 2, 1) = (5 - 2) / (2 - 1) = 3$$

Интерполируем по строке: $f(1.5, 1) = 2 + 3 * (1.5 - 1) = 3.5$

$$f(1, 2, 2) = (5 - 8) / (1 - 2) = 3$$

Интерполируем по следующей строке: $f(1.5, 2) = 5 + 3 * (1.5 - 1) = 6.5$

$$f(1, 2, 1, 2) = (6.5 - 3.5) / (2 - 1) = 3$$

Интерполяция по столбцу: $z(1.5, 1.5) = 3.5 + 3 * (1.5 - 1) = 5$

2. Какова минимальная степень двумерного полинома, построенного на четырех узлах? На шести узлах?

На четырех узлах, как и на шести, минимальная степень полинома равна 0.

3. Предложите алгоритм двумерной интерполяции при хаотичном расположении узлов, т.е. когда таблицы функции на регулярной сетке нет, и

метод последовательной интерполяции не работает. Какие имеются ограничения на расположение узлов при разных степенях полинома?

Выбираем 3 узла, ближайшие к точке интерполяции, $z_i = a + b * x_i + c * y_i$.
Получаем значение $z = a + bx + cy$.

Ограничения на расположение узлов : при 1-ой степени полинома узлы не могут лежать на одной прямой, при 2-ой степени полинома узлы не могут лежать на одной плоскости.

4. Пусть на каком-либо языке программирования написана функция, выполняющая интерполяцию по двум переменным. Опишите алгоритм использования этой функции для интерполяции по трем переменным.

Задаются степени интерполяционных полиномов по трем координатам p_x , p_y , p_z и значения аргументов x , y , z . Выполняется $p_z + 1$ двумерных интерполяций по x и y при соответствующих значениях z_i , $i = 0, 1, \dots, p_z$.

5. Можно ли при последовательной интерполяции по разным направлениям использовать полиномы несовпадающих степеней или даже разные методы одномерной интерполяции, например, полином Ньютона и сплайн?

Степень полинома и метод могут быть различны для каждого направления, так как они не влияют на интерполяцию по другим направлениям.

6. Опишите алгоритм двумерной интерполяции на треугольной конфигурации узлов.

Находим коэффициенты полинома:

$$z(x_0, y_0, y_1) = (z(x_0, y_0) - z(x_0, y_1)) / (y_0 - y_1)$$

$$z(x_0, x_1, y_0) = (z(x_0, y_0) - z(x_1, y_0)) / (x_0 - x_1)$$

...

Полином вычисляется следующим образом:

$$P(x, y) = z(x_0, y_0) + z(x_0, y_0, y_1)(y - y_0) + \dots + z(x_0, x_1, y_0)(x - x_0) + \dots$$