

```

1 #include "../bits/stdc++.h"
2 /**
3  * DFT(Discrete Fourier Transform, 離散フーリエ変換)
4  * 関数 f の離散フーリエ変換は以下であらわされる (i : 虚数単位)
5  *  $F(k) = \sum_{j=0}^{N-1} \{f(j) \cdot \exp(-2\pi i \cdot j \cdot k / N)\}$  ( $k = 0, 1, \dots, N-1$ )
6  *
7  * IDFT(Inverse Discrete Fourier Transform, 逆離散フーリエ変換)
8  * F に対する逆離散フーリエ変換は以下であらわされる
9  *  $f(j) = \sum_{k=0}^{N-1} \{F(k) \cdot \exp(2\pi i \cdot j \cdot k / N)\}$  ( $j = 0, 1, \dots, N-1$ )
10 *
11 * 畳み込み演算
12 *  $(f * g)(k) = \sum_j \{f(j)g(k-j)\}$  ( $k = 0, 1, \dots, N-1$ )
13 *
14 * DFT の畳み込み定理
15 * N点のfのDFTを F_N[f] とする.
16 *  $F_N[f * g] = F_N[f] \times F_N[g]$  (x: ベクトルごとの積)
17 *
18 * 以下では Cooley-Tukey のアルゴリズムを用いる
19 */
20 // https://github.com/Suikaba/procon-lib/blob/master/math/FFT.hpp
21 // verified: https://atc001.contest.atcoder.jp/submissions/4269359
22 const double pi = std::acos(-1.0);
23
24 using type = std::complex<double>;
25
26 std::vector<type> fft(std::vector<type> v, bool inv = false)
27 {
28     int const n = v.size();
29     double theta = 2 * pi / n * (inv ? -1 : 1);
30     for (int m = n; m >= 2; m >= 1)
31     {
32         int mh = m >> 1;
33         type theta_i(0, theta);
34         for (int i = 0; i < mh; i++)
35         {
36             type w = std::exp((type)i * theta_i);
37             for (int j = i; j < n; j += m)
38             {
39                 type x = v[j] - v[j + mh];
40                 v[j] = v[j] + v[j + mh];
41                 v[j + mh] = w * x;
42             }
43         }
44         theta *= 2;
45     }
46     int i = 0;
47     for (int j = 1; j < n - 1; j++)
48     {
49         for (int k = n >> 1; k > (i ^ k); k >= 1)
50             ;
51         if (j < i)
52             std::swap(v[i], v[j]);
53     }
54     if (inv)
55     {
56         for (auto &x : v)
57             x /= n;
58     }
59     return v;
60 }
61
62 std::vector<type> convolution(std::vector<type> x, std::vector<type> y)
63 {
64     int sz = 1;
65     int t = x.size() + y.size() - 1;
66     while (sz < t)
67     {
68         sz <= 1;
69     }
70     x.resize(sz);
71     y.resize(sz);
72     x = fft(std::move(x));
73     y = fft(std::move(y));
74     for (int i = 0; i < sz; i++)
75     {
76         x[i] *= y[i];
77     }
78     x = fft(std::move(x), true);
79     return x;
80 }
81

```