Lema de Bombament
Donat un llenguatge regular L, per tot mot $w \in L$ amb $|w| \geq N$, w es pot descompondre com $w = xyz$ on:

1. $|xy| \leq N$
2. $|y| \geq 1$
3. $\forall i \geq 0, xy^i z \in L$

5.3.b) Podem assegurar que $A \cup B$ és no-regular sabent que A i B són no-regulars?

No. Es pot comprovar amb el següent contraexemple:

- $A = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ és no-regular

Demostrem-ho per reducció a l'absurd, suposem A regular, A ha de complir el lema de bombament:

Donat $N \geq 1$, prenem $w = a^N b^N \in L$, $|w| \geq N$, si descomponem $a^N b^N$ en xyz:

Cal que:

$$|xy| \leq N$$
$$|y| \geq 1$$

Tenim:

$$x = a^j$$
$$y = a^k$$
$$z = a^{N-j-k} b^N$$

Amb:

$$k \geq 1$$
$$1 < j + k \leq N$$

Si bombejem w:

- $i = 1$

  $w = xy^1 z = a^j a^k a^{N-j-k} b^N = a^N b^N \in A$, evidentment.
- $i = 2$

  $w = xy^2 z = a^j a^k a^k a^{N-j-k} b^N = a^{N+k} b^N \notin A \rightarrow$ contradicció amb el lema de bombament

- $B = \overline{A} = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \neq a^n b^n, \forall n \geq 0\}$ és no-regular

Reducció a l'absurd, suposem B regular:

B és regular $\implies \overline{B} = A$ és regular $\rightarrow$ contradicció amb la demostració anterior

- $A \cup B = A \cup \overline{A} = \Sigma^*$ és regular, ja que es pot representar amb un DFA d'un únic estat acceptador: