

גלים ואופטיקה תרגיל נומרי

ניל דותן 209398916

6 בפברואר 2023

1 חלק 1

1,1

מקדם השבירה מוגדר על ידי

$$n(r) = 1 + \frac{2Gm}{c^2 r} = 1 + \frac{1}{r}$$

כאשר הגדרנו $\frac{2Gm}{c^2} = 1$

נמצא את המשוואות הדרושות לאינטגרציה נומרית על משוואת הקרניים

נבחר להשתמש בפרמטר אורך המסילה. ונקבל 3 משוואות על r, \dot{r}, ds כאשר r הוא המסלול, $\dot{r} = \frac{d\vec{r}}{ds}$ ו s היא מסילה כך ש ds הוא פרמטר אורך המסילה. המשוואות המתקבלות

$$\frac{d}{ds} [n(\vec{r}(s)) \dot{\vec{r}}] = \vec{\nabla} n(\vec{r}(s)) \quad (1)$$

$$\dot{\vec{r}} = \frac{d\vec{r}}{ds} \quad (2)$$

$$\left| \dot{\vec{r}} \right| = \left| \frac{d\vec{r}}{ds} \right| = 1 \quad (3)$$

נכתוב את המשוואות בצורה דיסקרטית - לנוחות נכתוב כעת את $n(\vec{r}(s))$ כ n ממשוואה 1 נקבל

$$\frac{[n\dot{\vec{r}}]_{i+1} - [n\dot{\vec{r}}]_i}{s_i} = \vec{\nabla} n_i \Rightarrow \frac{n_{i+1}\dot{\vec{r}}_{i+1} - n_i\dot{\vec{r}}_i}{s_i} = \vec{\nabla} n_i \Rightarrow \dot{\vec{r}}_{i+1} = \frac{\vec{\nabla} n_i s_i + n_i \dot{\vec{r}}_i}{n_{i+1}}$$

ובנוסף מתקיים ש

$$\vec{\nabla} n_i = \vec{\nabla} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x^2 + z^2}} \right) = \begin{bmatrix} \frac{-2x}{(x^2 + z^2)^{3/2}} \\ \frac{-2z}{(x^2 + z^2)^{3/2}} \end{bmatrix} = \frac{-2}{|r|^{3/2}} \vec{r}$$

ממשוואה 2

$$\dot{\vec{r}}_i = \frac{\vec{r}_{i+1} - \vec{r}_i}{s_i} \Rightarrow \vec{r}_{i+1} = \vec{r}_i + \dot{\vec{r}}_i s_i$$

וממשוואה 3

$$\left| \frac{\vec{r}_{i+1} - \vec{r}_i}{s_i} \right| = 1 \Rightarrow s_i = |\vec{r}_{i+1} - \vec{r}_i|$$

1.2 חישוב הסטייה מהפתרון האנליטי

הסטייה לפי הפתרון האנליטי (תרגול 10) היא

$$\alpha = \frac{4Gm}{c^2 b} = \frac{2}{b}$$

כאשר b הוא פרמטר הפגיעה ונתון על ידי ערך ה- x שאליו האור היה מגיע אילו היה נע בקו ישר משוואת הישר שהקרה מקיימת ללא השפעת המסה היא

$$z - z_0 = \frac{v_z}{v_x} (x - x_0) \Rightarrow 0 - z_0 = \frac{v_z}{v_x} (b - 0) \Rightarrow b = -\frac{v_x z_0}{v_z}$$

2 חישובי עזר

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = r_0 + \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} t + tv_x + tv_y$$

3 רמז לתרגיל 12

רמז לשאלה 4

להסתכל על הזמנים

אפשר גם לראות בסיכומים של ירון,

$$t_1 = \frac{L}{c}$$

שאלה 3 - לא להתייחס לתיקונים יחסותיים