

TP1 - Algèbre Linéaire et Plan Complexe

Groupe 2

Colin, Henri, Leïla, Loïs

5 mai 2025

Exercice 1 – Algèbre Linéaire

1. Résolvez le système linéaire suivant :

$$\begin{cases} 2x + 2y = 4, \\ 3x - 8y = -1 \end{cases}$$

Réponse :

$$\begin{cases} 2x + 2y = 4, \\ 3x - 8y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2y = 4, \\ 3x - 8y = -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2y = 4, \\ 3x - 8y = -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - y, \\ -11y = -7 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\begin{cases} x = \frac{15}{11}, \\ y = \frac{7}{11} \end{cases}}$$

2. Dans \mathbb{R}^2 , considérez la base canonique $\{e_1, e_2\}$ et une nouvelle base $\{v_1, v_2\}$ définie par

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Exprimez le vecteur

$$w = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

dans la nouvelle base. Réponse :

$$\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} \lambda_1 + \lambda_2 = 3, \\ \lambda_1 - \lambda_2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\lambda_1 = 5, \\ \lambda_1 - \lambda_2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 5/2, \\ \lambda_2 = -1/2 \end{cases}$$

$$\boxed{w = (5/2)v_1 + (-1/2)v_1}$$

3. Calculer le produit scalaire des vecteurs v_1 et v_2 définis ci-dessus.

Réponse :

$$v_1.v_2 = 1.1 + 1.(-1) \Rightarrow \boxed{v_1.v_2 = 0}$$

4. Calculer le déterminant de la matrice :

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Réponse :

$$\det(v_1) = 3 - (2 * 2) \Rightarrow \boxed{\det(v_1) = -1}$$