Übungsaufgaben zur Klausur

Die Aufgaben folgen keiner speziellen Anordnung, weder was die Schwierigkeit, noch was das Thema betrifft. Außerdem sind auch einige Aufgaben nicht im Stil typischer „Klausuraufgaben“, und dienen eher dazu ausgewählte Themen zu vertiefen.

Aufgabe 0 (Kurzfragen). a) Warum sind Turing-Maschinen im Zusammenhang mit dem Begriff der Berechenbarkeit so interessant? Was ist die Church-Turing-These?

b) Was ist das Halteproblem? Zu welcher “Klasse” von Problemen gehört es?

c) Programmiersprachen, in denen man (wenn unendlich viel Speicher zur Verfügung stünde) eine Turingmaschine emulieren kann, nennt man Turing-vollständig. Warum ist diese Eigenschaft interessant, bzw. was sagt das über die Programmiersprache aus?

d) Was ist eine Referenz, wie wird sie deklariert und wozu benutzt man sie? Warum würde man Referenzen an Stelle von Zeigern benutzen? Wann können Referenzen Zeiger nicht ersetzen?

e) Welche verschiedenen Anwendungsfälle haben Zeiger?

f) Was versteht man unter einem Seiteneffekt einer Funktion oder Methode?

g) Wann spricht man von Funktionen, wann von Methoden?

h) Welchen Vorteil hat es, Speicher dynamisch zu allokieren? Und wie geht das überhaupt?

i) Was heißt es, dass C++ streng typgebunden ist? Und was versteht man unter statischer Typisierung?

j) Was sind typische Eigenschaften funktionaler Programmierung? Welche Vor- und Nachteile hat funktionale Programmierung?

k) Was ist ein Konstruktor? Was ist der Default-Konstruktor? Was ist der Copy-Konstruktor?

l) Was ist der Destruktor?

m) Was bedeutet Sichtbarkeit im Zusammenhang mit Klassen in C++? Welche verschiedenen “Sichtbarkeiten” gibt es in C++? Wofür werden sie jeweils verwendet?

n) Was ist Vererbung? Gebe ein Minimalbeispiel an.

o) Erläutere grob die einzelnen Schritte die durchgeführt werden, um vom Quellcode zum fertigen Programm zu kommen.

p) Was ist Moore's law? Ist es immer noch gültig? Welche Auswirkungen hat das auf die Softwareentwicklung?

q) Was versteht man unter Overloading (deutsch: Überladen) von Funktionen?

r) Was versteht man unter *Call by Value* und *Call by Reference*?

s) Was versteht man unter der Signatur einer Funktion/ Methode?

t) Was ist die Rule of Three?

u) Was sind die Unterschiede zwischen einer *shallow copy* und einer *deep copy*?

v) Mittels `using namespace std;` kann man alles aus dem Namensraum `std` "bekannt" machen. Welche Nachteile könnte das haben (bspw. in größeren Projekten)?

w) Was ist eine `friend`-Class?

x) Was macht das Schlüsselwort `inline` vor einer Funktionendeklaration?

y) Was ist eine abstrakte Klasse?

z) Was ist der Unterschied zwischen öffentlicher und privater Vererbung?

aa) Was sind (rein) virtuelle Methoden?

bb) Was ist der Unterschied zwischen Overloading (Überladen) und Overriding (Überschreiben)?

cc) Wozu verwendet man das Schlüsselwort `template`?

dd) Was ist der Unterschied zwischen `template <class T>` und `template <typename T>`?

ee) Was ist `RISC`, was ist `CISC`?

ff) Was ist dynamischer Polymorphismus?

gg) Was ist statischer Polymorphismus?

hh) Was ist ein vollständiger binärer Baum? Was ist der Unterschied zu einem Heap?

ii) Wann ist ein Sortierverfahren stabil?

Aufgabe 1. Ist ein Polynom in der Form $p(x) = a_0 + a_1 x + \cdots + a_n x^n$ gegeben, so können einzelne Werte $p(\xi)$ mit Hilfe des *Horner-Schemas* berechnet werden:

$$\begin{aligned} b_n &= a_n, \\ b_k &= a_k + \xi b_{k+1} \text{ für } k = n-1, \ldots, 0, \\ p(\xi) &= b_0 \end{aligned}$$

a) Schreibe eine rekursive Funktion `double horner(double coeffs[], int deg, double x)`, die für ein Polynom vom Grad `deg`, dessen Koeffizienten im Array `coeffs` stehen, das Polynom an der Stelle `x` auswertet.
Die Koeffizienten sollen dabei folgendermaßen in einem Array gespeichert werden:
Für $p(x) = 3 - 2x + 3x^2 - 4x^4$ ist `coeffs = { -4, 0, 3, -2, 3 }` (d.h. der höchste Koeffizient kommt zuerst). Außerdem ist `deg = 4` und bspw. p(2) würde ausgewertet durch den Aufruf `horner(coeffs, 4, 2) = -981`.

b) Schreibe nun die Funktion aus a) iterativ. Was ist die Zeitkomplexität in Abhängigkeit von `n` der iterativen Variante?

c)* Was könnten Vorteile des Horner-Schemas sein? Warum wertet man das Polynom nicht einfach "normal" aus, indem man einfach ξ einsetzt?

Aufgabe 2. Schreibe eine Funktion, die ein Polynom der Form $p(x) = a_0 + a_1 x + \cdots + a_n x^n$ von der Standardeingabe liest und die Koeffizienten $a_0, \ldots, a_n$ extrahiert.
Bsp.: Eingabe: `2 + 2x - 3x^2 + 4x^3`, Ausgabe: `{ 2, 2, -3, 4 }`
Hinweise:

- Der Einfachheit halber, kann davon ausgegangen werden, dass alle Koeffizienten einstellig sind, also dass $|a_i| \leq 9$, für alle $i = 0, \ldots, n$
- Ersetze zunächst alle '-' durch '+-' mit der Methode `std::string::replace` (um bspw. im String `s` alle 'a' durch 'b' zu ersetzen: `replace(s.begin(), s.end(), 'a', 'b')`)
- "Splitte" nun den String jeweils an den '+'. Du kannst annehmen, dass eine Funktion `std::vector<std::string> split(const std::string &s, char delimiter)` gegeben ist, die einen String `s` bei jedem Vorkommen von `delimiter` aufsplittet und die einzelnen Teile in einen `std::vector` schreibt (also bspw.: `split("abc+def+ghi+jkl", '+') == { "abc", "def", "ghi", "jkl" }`
- Nun kannst du den im vorherigen Schritt erstellten Vektor durchlaufen und die Koeffizienten extrahieren. Hier musst du nur aufpassen, falls ein Koeffizient 0 ist und das dazugehörige Monom gar nicht in der Eingabe vorkam (also bspw. $3 - 4x^2$, hier fehlt der Term $0x$, d.h. der

Koeffizientenvektor ist hier { 3, 0, -4 })

Aufgabe 3. Schreibe eine Funktion std::vector<std::string> split(const std::string &s, char delimiter), die einen String s bei jedem Vorkommen von delimiter aufsplittet und die einzelnen Teile in einen std::vector schreibt (also bspw. sollte das Ergebnis von split("abc+def+ghi+jkl", '+') das hier sein: {"abc", "def", "ghi", "jkl" })

- Einen neuen std::vector, der std::strings enthält, legt man so an:
  std::vector<std::string> res;
- Um res ein neues Element hinzuzufügen, verwende res.push_back("test")
- Die Funktion (siehe auch Übungsblatt 10)
  std::istream& getline(std::istream& is, std::string &s)
  akzeptiert auch noch einen dritten Parameter char delimiter und kann auch auf std::stringstreams operieren (um einen std::stringstream aus einem String zu erstellen, übergibt man einfach den jeweiligen String dem Konstruktor).

Aufgabe 4. Implementiere die Funktion void reverse(std::string& s), die den String s "umdreht", also bspw. aus `Hallowelt tlewollaH` macht, auf die folgenden Arten:

a) Implementiere die Funktion mit einer `for`-Schleife und der Funktion std::swap(char &a, char &b), die den Wert von `a` und `b` tauscht. Die `for`-Schleife soll dabei *nicht* den ganzen String durchlaufen, sondern (falls `n` die Länge des Strings ist) nur von `i = 0` bis `i < n / 2`.

b) Implementiere die Funktion rekursiv, die Signatur der Funktion ändert sich dabei zu: std::string reverse(const std::string &s) und die Funktion ändert nicht den ursprünglichen String sondern gibt das Ergebnis zurück.

Aufgabe 5. Rechne die folgenden Zahlen um:

a) 11011101_2 ins Dezimalsystem

b) 116_{10} ins Dualsystem

Aufgabe 6. Gegeben seien zwei Rechtecke in einem 2D-Koordinatensystem (jeweils parallel zu den Koordinatenachsen). Diese können eindeutig durch Angabe der Koordinaten der linken oberen Ecke und der rechten unteren Ecke bestimmt werden:

```
class Rectangle {
  public:
```

```
  double x1, y1; // linke obere Ecke
  double x2, y2; // rechte untere Ecke
}
```

Schreibe eine Methode bool Rectangle::doesOverlap(const Rectangle other), die für ein Rechteckt prüft, ob sich seine Fläche und die Fläche eines anderen Rechtecks überschneiden.

Aufgabe 7. a) Implementiere eine Klasse, die eine doppelt verkettete Liste repräsentiert und zumindest folgendes Interface erfüllt:

```
class DLL {
  public:
  void addFirst(int value);
  int removeFirst();

  void print() const;
  void printReverse() const;

  ~DLL();

  private:
  struct IntListItem {
    int value = 0;
    IntListItem *next = nullptr;
    IntListItem *prev = nullptr;
  };

  IntListItem *first = nullptr;
  IntListItem *last = nullptr;
  int count = 0;
};
```

Untenstehende main-Funktion soll folgenden Output erzeugen:

```
List: 4 -> 3 -> 2 -> 1
List (reversed): 1 -> 2 -> 3 -> 4
```

```
int main() {
  DLL list;
  list.addFirst(1);
  list.addFirst(2);
  list.addFirst(3);
  list.addFirst(4);

  list.print();
  list.printReverse();

  return 0;
}
```

b) Welche Vorteile hat diese Variante gegenüber einfach verketteten Listen? Und gegenüber einem normalen Array? Welche Nachteile gibt es?

Aufgabe 8. Gegeben sei die Turingmaschine M mit den Endzuständen z_3 und z_5, dem Startzustand z_0 und untenstehendem Programm.

Zustand	Eingabe	Ausgabe	Richtung	Folgez.
z_0	b	b	R	z_1
z_1	b	0	L	z_3
z_1	0	b	R	z_2
z_2	b	0	L	z_4
z_2	0	b	R	z_1
z_4	b	0	L	z_5

Die Turingmaschine berechnet die charakteristische Funktion $\chi_M : \mathbb{N} \to \{0, 1\}$ einer unbekannten Menge $M \subseteq \mathbb{N}$, d.h.

$$\chi_M(n) = \begin{cases} 1 & n \in M \\ 0 & n \notin M \end{cases}$$

a) Ziel ist es, herauszufinden, um welche Menge M es sich handelt. Eingabe und Ausgabe werden dabei durch eine Unärdarstellung codiert: $n \in \mathbb{N}$ entspricht 0^{n+1}, d.h. 0 = 0, 1 = 00, 2 = 000 etc. Die Ausgabe der Turingmaschine ist am Ende die Zahl, die rechts vom Schreib-Lese-Kopf steht.

b) Entwerfe nun eine Turingmaschine, welche die charakteristische Funktion χ_{M^c} des Komplements $M^c = \mathbb{N} \setminus M$ berechnet, d.h. $\chi_{M^c}(n) = 1 - \chi_M(n)$.

Aufgabe 9. Du stößt in einem Programm auf folgenden Ausschnitt:

```
// Pruefe, ob der Eintrag an der Stelle i, j Null ist
if (std::abs(matrix[i][j]) < 1e-12) {
  ...
}
```

Erkläre, warum der Code und das Kommentar darüber (auch wenn nicht ideal formuliert) trotzdem Sinn ergeben.

Aufgabe 10. Formalisiere den Begriff Algorithmus. Welche speziellen Typen von Algorithmen gibt es und was zeichnet sie aus? Nenne jeweils ein Beispiel.

Aufgabe 11. Ersetze im folgenden Programmausschnitt die if–else-Konstruktion durch eine einzige möglichst vereinfachte if-Anweisung:

```
if (true) {
  if (x > 0) {
    if (x%2 == 0)
```

```
      std::cout << x;
    } else {
      if ((-x)%3 == 0)
      std::cout << x;
    }
  }
```

Aufgabe 12. a) Was macht der folgende Algorithmus?

```
void func(int a[], int b) {
  for (int j = 1; j < b; j++)
  for (int i = j; i > 0 && a[i-1] > a[i]; i--) {
    int c = a[i];
    a[i] = a[i-1];
    a[i-1] = c;
  }
}
```

b) Welche Laufzeit hat der Algorithmus im schlechtesten Fall?

Aufgabe 13. a) Berechne die Zweierkomplementdarstellung der folgenden Zahlen:

i) -30

ii) 25

iii) 123

b) Rechne die folgenden Zahlen, die in Zweierkomplementdarstellung vorliegen, ins Dezimalsystem um:

i) 11111111

ii) 11100000

iii) 00000001

c) Welche Vorteile hat die Zweierkomplementdarstellung?

Aufgabe 14. Implementiere eine Klasse, die einen Stack modelliert. Der Typ der Werte auf dem Stack, soll durch templates allgemein gehalten werden, d.h. die Klassendefinition sieht folgendermaßen aus:

```
template <class T>
class Stack {
  public:
  Stack(int capacity);
  ~Stack();
```

```
    bool push(T);
    T pop();

    private:
    ...
};
```

Aufgabe 15. a) Erstelle eine Funktion `double mean(const std::vector<double>& v)`, die den Mittelwert $\mathbb{E}[v]$ aller Einträge in dem Vektor v zurückliefert:

$$\mathbb{E}[v] = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} v_i,$$

wobei N die Anzahl der Einträge im Vektor angibt.

b) Erstelle eine Funktion `double median(const std::vector<double>& v)`, die den Median aller Einträge in dem Vektor v zurückliefert. Um den Median zu berechnen, erstelle eine sortierte Kopie $\tilde{v}$ von v und bestimme $M(v)$ als

$$M(v) = \begin{cases} \tilde{v}_{\frac{N+1}{2}} & N \text{ ungerade} \\ \frac{1}{2}(\tilde{v}_{\frac{N}{2}} + \tilde{v}_{\frac{N}{2}+1}) & N \text{ gerade} \end{cases}$$

wobei N die Anzahl der Einträge im Vektor angibt. Beachte die unterschiedlichen Indizierungsstrategien (1-basiert in der Formel oben, 0-basiert in C++), sowie den Spezialfall, dass der Vektor leer ist. Benutze zum Sortieren `std::sort(v.begin(), v.end())`.

Aufgabe 16. a) Schreibe eine Funktion `bool check_parentheses(std::string symbols)`, die für eine Zeichenkette `symbols` überprüft, ob diese genau so viele öffnende Klammern `'('` wie schließende `')'` enthält. Die Funktion soll auch `false` zurückgeben, wenn eine schließende Klammer vor einer öffnenden Klammer auftritt.

i) Verwende zunächst einfach eine `int`-Variable um mitzuzählen.

ii) Verwende `std::stack<char>`.

b) Kann man einen endlichen Automaten definieren, der dieselbe Aufgabe löst?

Aufgabe 17. Gegeben seien folgende Zahlen:

$$\{5, 8, 2, 10, 1, 3, 2, 6\}$$

- Baue aus diesen Zahlen einen Max-Heap (d.h. das größte Element steht in der Wurzel). Zeichne den vollständigen Baum nach jedem Schritt und erläutere kurz, wie das Element eingefügt wurde.

- Lösche nun die Wurzel aus dem Baum und erläutere die dabei auftretende Schritte.

- Wieviele "Ebenen" hat ein Heap (in Abhängigkeit der Anzahl der Elemente n)? Wie kann man daraus die Komplexität der Operation "Einfügen" ableiten?

- Erläutere kurz die Funktionsweise von Heapsort.

Aufgabe 18. Schreibe eine templatisierte Funktion `quicksort`, die einen std :: vector<T> mittels dem Quicksort-Algorithmus sortiert. Das Pivot-Element soll dabei immer das "mittlere" Element der jeweiligen Liste sein (bei einer geraden Anzahl an Elemente soll das letzte Element der ersten Hälfte ausgewählt werden).

Aufgabe 19. Es seien zwei Algorithmen f, g gegeben, die beide die selbe Aufgabe lösen. Es ist bekannt, dass

$$f(n) = \mathcal{O}(n) \quad \text{und} \quad g(n) = \mathcal{O}(n^2)$$

a) Diskutiere die folgende Aussage:

Der Algorithmus f ist schneller als g.

b) Es wurde nun die Zeit in ms gemessen, die die beiden Algorithmen für verschiedene Eingabelängen n brauchten:

Eingabelänge	Laufzeit von f	Laufzeit von g
10	1000000	100
100	10000000	10000
1000	100000000	1000000
10000	1000000000	100000000

Offenbar ist g für all diese Eingabelängen schneller als f. Steht das im Widerspruch zu deiner Erklärung zur Aussage von a)?

c) Nenne die (asymptotischen) Laufzeiten der in der Vorlesung besprochenen Sortieralgorithmen und sortiere diese.

Aufgabe 20. Ziel dieser Aufgabe ist es, in mehreren Schritten eine Funktion zu schreiben, die zwei std :: strings darauf überprüft, ob eines ein Anagramm des anderen ist. Wir benutzen dazu die Eindeutigkeit der Primfaktorzerlegung, was auf einen cleveren – wenn auch ineffizienten – Trick führt. Angenommen wir haben jedem Buchstaben des Alphabets eindeutig eine Primzahl zugeordnet. Wir können dann jedem Buchstaben eines Wortes eine Primzahl zuordnen und anschließend das Produkt dieser Primzahlen bilden.

Dann gilt: Ein Wort ist genau dann Anagramm eines anderen Wortes, wenn dieses Produkt für beide Wörter übereinstimmt. Gehe nun folgendermaßen vor:

a) Schreibe eine Funktion `bool isPrime(unsigned int n)` die für die Zahl `n` prüft, ob diese eine Primzahl ist (bspw. durch einfaches Ausprobieren mithilfe des Modulo-Operators `%`).

b) Schreibe eine Funktion `unsigned int findNextPrime(unsigned int n)`, die die kleinste Primzahl zurückgibt, die größer als `n` ist. Benutze die Funktion aus a).

c) Schreibe eine Funktion `unsigned int getPrime(const char c)` die für einen Buchstaben mithilfe der Funktion aus b) eine Primzahl zurückgibt. Diese Primzahl soll eindeutig für diesen Buchstaben sein (Hinweis: `char`s sind eigentlich auch nur Zahlen, können also direkt nach `int` gecastet werden).

Diese Vorarbeit erlaubt es uns nun, eine Funktion `bool anagram(const std::string first, const std::string second)` zu schreiben, die die eingangs gestellte Aufgabe löst. Um die beiden `std::string`s Buchstabe für Buchstabe zu durchlaufen können *range-based* For-Schleifen verwendet werden: `for (auto c: string)`

Aufgabe 21. Alle Teilaufgaben dieser Aufgabe sind von der selben Art und können unabhängig voneinander gelöst werden. Ziel ist es jeweils, den Code auf Fehler zu überprüfen und die Fehler zu korrigieren. Dabei sind neben *syntaktischen* Fehlern (also solche, die zur Compilezeit vom Compiler erkannt werden) auch *semantische* Fehler gesucht. Letztere sind u.a. solche Fehler, die erst zur Laufzeit zu Problemen führen (könnten). Aber auch Fehler, die man als „schlechten Stil“ bezeichnen könnte, sind gesucht. Am rechten Rand steht jeweils die Anzahl der Fehler.

Es wird unterschieden zwischen Programmen (der vollständige Code ist gegeben und muss so ausführbar sein) und Ausschnitten (nur Teile sind gegeben; fehlende Deklarationen von Variablen oder Funktionen sind *keine* Fehler).

a) Betrachte das folgende Programm: 5 Fehler

```
int main() {
  array<int,10> zahlen = {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10};
  for (const int i = 0; i <= 10; i++) {
    zahlen[i] = i * 2;
  }
}
```

b) Betrachte den folgenden Ausschnitt: 6 Fehler

```
...
```

```
void summe(int m) {
  return n * summe(n-1);
}

...

// Berechne die Summe der Zahlen bis 10 und gebe sie aus
std::cout >> "Summe = " summe(10);

...
```