Projektseminar

Nils Generlich, Tillmann Krebs

18.11.2024

1 Benchmark-Konzept

1.1 Annahmen/Vorraussetzungen

Folgendes wird für die Anwendung des Benchmarks vorrausgesetzt/angenommen:

- quantitatives Risiko wird berechnet mit: $R_{quant} = Haeufigkeit \cdot Ausmass$
- zu bewertende Risikomatrix muss folgende Axiome erfüllen:
  - **schwache Konsistenz:** Risikomatrix kann zuverlässig zwischen sehr hohen und sehr niedrigen Risiken unterscheiden
    - Lemma 1: keine angrenzenden roten und grünen Zellen in Matrix
    - Lemma 2: keine roten Zellen in linker Spalte oder unterer Reihe der Matrix
  - **Axiom der Zwischenstufen:** Abbildung von kontinuierlichen Risiko-Erhöhungen in Matrix, d.h. bei kontinuierlicher Erhöhung von quantitativem Risiko sollte auch qualtiative Kategorisierung der Matrix ansteigen
  - **Axiom der konsistenten Färbung:**
    - Zelle ist rot, wenn sie Punkte mit quantitativen Risiken enthält, die mindestens so hoch sind, wie anderen roten Zellen und keine Punkte mit so niedrigen Risiken wie in grünen Zellen
    - Zelle ist grün, wenn sie Punkte enthält, deren Risiken mindestens so niedrig sind, wie andere grüne Zellen und keine Punkte darin so hohe Risiken wie in roten Zellen vorweisen
    - Zelle ist in Zwischenfarbe(n), wenn sie zwischen roter und grüner Zelle liegt oder sie sowohl Punkte mit höheren Risiken als einige rote Zellen, als auch Punkte mit niedrigeren Risiken als einige grüne Zelle enthält

1.2 Kriterien

1.2.1 Range Compression-Prüfung

Wie groß ist das abgedeckte quantitative Risiko je Klasse?

Vorgehensweise

- für jede qualitative Klasse C_j (mit j ϵ 1,...,k, wobei k=Anzahl qualitativer Risikostufen/-klassen) werden minimale und maximale quantitative Risikowerte, die in dieser Klasse liegen, bestimmt $Range_j = max(R_{quant}|C_{quant} = j) - min(R_{quant}|C_{qual} = j)$
- Durchschnittliche Range der qualitativen Klassen einer Risikomatrix berechnen: $AvgRange = \frac{1}{k} \cdot \sum_{j=1}^{n} Range_j$
- **Score für Range Compression:** $Score_{Range} = 1 - \frac{AvgRange}{max(R_{quant}) - min(R_{quant})}$, d.h. bei Normierung der Werte auf 0..1: $Score_{Range} = 1 - AvgRange$
  - $Score_{Range} = 0$... maximaler Informationsverlust (d.h. nur eine Klasse)
  - $Score_{Range} = 1$... kein Informationsverlust (Klassenbreite $\rightarrow 0$)

1.2.2 Risikowertüberschneidungen zwischen Klassen

Wie groß sind die Überschneidungen der Klassen bezüglich quantitativen Risikowerten, in welchen Rangreihenfolgefehler passieren können?

Vorgehensweise

- Klassen nach ihrer Risikohöhe aufsteigend ordnen
- für jede qualitative Klasse C_j das Intervall $I_j = [min(R_{quant}|C = j), max(R_{quant}, C = j)]$ bestimmen
- für j=1 bis j=k-1, wobei k=Anzahl qualitativer Risikostufen/-klassen
  für x=1 bis x=k-j
  -> Berechne $Overlap_{j,j+x} = max(0, |min(R_{quant}|C = j + x) - max(R_{quant}|C = j)|)$

- Gesamtüberschneidung:
$TotalOverlap = \sum_{j=1}^{k-1}(\sum_{x=1}^{k-j} x \cdot Overlap_{j,j+x})$
$MaxOverlap = (1+...+k-1)+(1+...+k-2)+...+(1) = (k-1)\cdot(1)+(k-2)\cdot(2)+...+(1)\cdot(k-1) = \sum_{x=1}^{k-1}(k-x)\cdot x$
Auf die Formel für MaxOverlap kommt man, indem man ein maximales Überlappen vom gesamten quantitativen Risiko-Wertebereich für jedes Overlap einsetzt.
- **Score für Risikowerte-Überschneidung:** $Score_{Overlap} = 1 - \frac{TotalOverlap}{MaxOverlap}$
  - $Score_{Overlap} = 0$... Es existieren maximale Überschneidungen, d.h. alle Klassen überlappen sich vollständig $\rightarrow$ schlechtester Fall
  - $Score_{Overlap} = 1$... Es existieren keine Überschneidungen der quantitativen Risikowerte zwischen qualitativen Klassen $\rightarrow$ idealer Fall

1.2.3 Weitere bewertbare Probleme von Risikomatrizen

- **Negleting Uncertainly** (Vernachlässigung der Unsicherheit): Wie sehr erhöht sich Unsicherheit/-Varianz des Häufigkeit-Schwere-Punktes bei Zuordnung zu einer Risikoklasse (durch den Informationsverlust)?
  - Simulieren einiger Punkte und für jeden dieser Punkte die Erhöhung/Veränderung der Unsicherheit nach qualitativer Einordnung errechnen
  - z.B. Veränderung der statistisch festgelegten Unsicherheit (Varianz) von z.B. 1% (was bei einem Intervall [0,1] 0.01 entspricht) zur Unsicherheit über die Intervalle der Klassen z.B. "vernachlässigbar" und "tolerabel" (wenn Simulation des Punktes ähnlich viele Werte beiden Klassen zuordnete)
  - **!Problem:** Wie kann die zahlentechnische Bewertung der qualitativen, wörtlich formulierten Klassen erfolgen?
- **Quantifying Errors** (Quantitative Fehler):
  - an jedem "Kreuz" der Matrix" (wo 4 Zellen der Risikomatrix aufeinander treffen) wird ein Punkt simuliert/betrachtet
  - *Simulationsgestützer Ansatz:* Je "Kreuz"punkt wird eine Simulation von $\geq$ 10.000 normalverteilt generierten Zufallspunkten mit Erwartungswert$\widehat{=}$Punkt und Varianz$\widehat{=}$1% Fehlertoleranz
    Pro Punkt i ist $QuantError_i$ = Anz. Klassen mit zugewiesenen Punkten $>$ 0-0.1%
    $\rightarrow$ Verbesserung: mehrere Durchläufe mit variabler Fehlertoleranz von z.B.: 1%, 5%, 10% und Mittelwert aus diesen
  - *theoretischer Ansatz:* pro Eckpunkt i ist $QuantError_i$= unterschiedliche Anzahl der Klassen, die dieser Eckpunkt direkt "erreicht"
  - $Score_{quantError} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{k} QuantError_i}{\sum_{i=1}^{k} max(QuantError_i)} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{k} QuantError_i}{k \cdot 4}$ mit k=Anzahl Kreuze der Matrix
- Translationsinvarianz:
  - (1) zufällige Punkte als Erwartungswert für eine Simulation nehmen und ein Wert des Punktes zufällig verringern
  - (2) anschließend für jeden Punkt schauen, ob eine qualitative Verringerung eintrat
  - wiederholen von (1) und (2) für jeweils anderen Wert des Punktes

1.3 Gesamt-Benchmark-Score

- $BenchmarkScore = \frac{Score_{Range}+Score_{Overlap}+...}{n}$ mit n...Gesamtzahl Scores
- bei Bedarf mit einfügen einer Gewichtung (gewichteter Mittelwert):
$BenchmarkScore = \alpha \cdot Score_{Range} + \beta \cdot Score_{Overlap} + ...$ mit $\alpha + \beta + ... = 1$

1.4 Beispiel: optimale 5x5-Matrizen

1.5 Beispiel 2: DIN EN 50126