SF1625 Envariabelanalys
Tentamen
Torsdagen den 21 oktober 2021

Skrivtid: 8.00-11.00
Tillåtna hjälpmedel: inga
Examinator: Kristian Bjerklöv

Tentamen består av sex uppgifter, som vardera ger maximalt 6 poäng. Till antalet erhållna poäng från Uppgift 1 adderas dina bonuspoäng, upp till som mest 6 poäng. Poängsumman på Uppgift 1 kan alltså bli högst 6 poäng, bonuspoäng medräknade. Bonuspoängen beräknas automatiskt och antalet bonuspoäng framgår av din resultatsida.

Betygsgränserna vid tentamen kommer att ges av

Betyg	A	B	C	D	E	Fx
Total poäng	27	24	21	18	16	15
varav från del C	6	3	–	–	–	–

För full poäng på en uppgift krävs att lösningen är väl presenterad och lätt att följa. Det innebär speciellt att införda beteckningar ska definieras, att den logiska strukturen tydligt beskrivs i ord eller symboler och att resonemangen är väl motiverade och tydligt förklarade.

Var god vänd!

DEL A

1. (a) Bestäm alla funktioner $f(x)$ sådana att $f'(x) = e^x\sqrt{1+e^x}$. **(3 p)**

   (b) Beräkna $\displaystyle\int_1^2 x^2 \ln x \, dx$. **(3 p)**

2. (a) Låt $f(x) = \sqrt{1+x}$. Bestäm Taylorpolynomet av grad 1 till f kring $x = 0$, och använd detta polynom för att approximera talet $\sqrt{\dfrac{3}{2}}$. **(3 p)**

   (b) Avgör om felet i approximationen i del (a) är mindre än $1/20$. **(3 p)**

DEL B

3. Bestäm värdemängden till funktionen f som ges av **(6 p)**

$$f(x) = \frac{\ln(1+x^2)}{1+x^2}.$$

   Svara också på frågan: hur många lösningar har ekvationen $f(x) = 1$?

4. Betrakta differentialekvationen $y''(x) - y(x) = 2e^{-x}$.

   (a) Visa att det finns en lösning y_p till ekvationen på formen $y_p(x) = axe^{-x}$, där a är någon konstant. **(2 p)**

   (b) Avgör om det finns en lösning y till ekvationen sådan att $\displaystyle\int_0^\infty y(x)\,dx = 1$. Bestäm en sådan lösning om en sådan lösning finns, annars förklara varför det inte finns någon. **(4 p)**

DEL C

5. Visa olikheten **(6 p)**

$$\int_{-1}^{x} e^{t^2}\,dt > \frac{e^{x^2}}{2x} \text{ för alla } x \geq 1.$$

6. (a) Avgör om det finns någon funktion f, som är kontinuerlig i hela $\mathbb{R}$, sådan att **(3 p)**

$$f(x) = \arctan\frac{1}{x^2} \quad \text{för } x \neq 0.$$

   (b) Avgör om det finns någon funktion f, som är deriverbar i hela $\mathbb{R}$, sådan att **(3 p)**

$$f(x) = \arctan\frac{1}{x^2} \quad \text{för } x \neq 0.$$