SF1625 Envariabelanalys
Tentamen
Fredagen 8 juni 2018

Skrivtid: 08.00-11.00
Tillåtna hjälpmedel: inga
Examinator: Roy Skjelnes

Tentamen består av tre delar; A, B och C, som vardera ger maximalt 12 poäng. Till antalet erhållna poäng från del A adderas dina bonuspoäng, upp till som mest 12 poäng. Poängsumman på del A kan alltså bli högst 12 poäng, bonuspoäng medräknade. Bonuspoängen beräknas automatiskt och antalet bonuspoäng framgår av din resultatsida.

Betygsgränserna vid tentamen kommer att ges av

Betyg	A	B	C	D	E	Fx
Total poäng	27	24	21	18	16	15
varav från del C	6	3	–	–	–	–

För full poäng på en uppgift krävs att lösningen är väl presenterad och lätt att följa. Det innebär speciellt att införda beteckningar ska definieras, att den logiska strukturen tydligt beskrivs i ord eller symboler och att resonemangen är väl motiverade och tydligt förklarade. Lösningar som allvarligt brister i dessa avseenden bedöms med högst två poäng.

Var god vänd!

DEL A

1. Beräkna gränsvärdet **(3 p)**

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{\sin(x)} - 1 - x}{\ln(1+x^2)}.$$

2. Vad menas med att en funktion φ är kontinuerlig i en punkt x? **(4 p)**

3. Kurvan $y = \sqrt{1+|x|^3}$ samt linjerna $x = -3, x = 3$ och $y = 0$ innesluter ett begränsat område i planet. Detta område roteras kring x-axeln och genererar en rotationskropp. Bestäm volymen av denna rotationskropp. **(5 p)**

DEL B

4. Vi har funktionen $F(x) = 4\arctan(x) - 4x + x^2$ definierad för alla reella tal x.
   (a) Lös ekvationen $F'(x) = 0$. **(2 p)**
   (b) Visa att $F'(x) > 0$ för alla $x > 1$. **(2 p)**
   (c) Visa att $4\arctan(x) > \pi - 3 + 4x - x^2$ för alla $x > 1$. **(2 p)**

5. Låt $f(x) = \ln(1+x)$.
   (a) Bestäm Taylorpolynomet av grad n till $f(x)$, omkring $x = 0$. **(2 p)**
   (b) Ge ett närmevärde till $\ln(6/5)$ som inte avviker mer än $1/300$. **(4 p)**

DEL C

6. Använd substitutionen $x = 2\sin(t)$ för att bestämma en primitiv funktion till **(6 p)**

$$f(x) = \sqrt{1 - \frac{x^2}{4}}.$$

7. Avgör frågan om konvergens eller divergens av serien **(6 p)**

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n\sqrt{n} - 1}{n^3 - n + 1}.$$