SF1625 Envariabelanalys
Tentamen
Torsdagen den 11 mars 2021

Skrivtid: 8.00-11.00
Tillåtna hjälpmedel: inga
Examinator: Kristian Bjerklöv

Tentamen består av sex uppgifter, som vardera ger maximalt 6 poäng. Till antalet erhållna poäng från Uppgift 1 adderas dina bonuspoäng, upp till som mest 6 poäng. Poängsumman på Uppgift 1 kan alltså bli högst 6 poäng, bonuspoäng medräknade. Bonuspoängen beräknas automatiskt och antalet bonuspoäng framgår av din resultatsida.

Betygsgränserna vid tentamen kommer att ges av

Betyg	A	B	C	D	E	Fx
Total poäng	27	24	21	18	16	15
varav från del C	6	3	–	–	–	–

För full poäng på en uppgift krävs att lösningen är väl presenterad och lätt att följa. Det innebär speciellt att införda beteckningar ska definieras, att den logiska strukturen tydligt beskrivs i ord eller symboler och att resonemangen är väl motiverade och tydligt förklarade.

Var god vänd!

DEL A

1. Beräkna följande integraler: **(3+3 p)**

$$\int_e^{e^2} \frac{dx}{x \ln x} \quad \text{och} \quad \int \frac{dx}{x^2-4}.$$

2. Låt $f(x) = \sqrt{1-x}$, $0 \leq x \leq 1$. Bestäm den punkt (x_0, y_0) på grafen $y = f(x)$ som gör rektangeln med hörn i punkterna $(0,0)$, $(x_0, 0)$, (x_0, y_0) och $(0, y_0)$ maximal. Glöm inte att föklara varför arean blir maximal i punkten. **(6 p)**

DEL B

3. Avgör om det finns någon lösning $y(t)$ till differentialekvationen $y''(t)+2y'(t)+5y(t) = 0$ som uppfyller att

$$\lim_{t \to 0} \frac{y(t)}{t} = 1.$$

Bestäm en sådan lösning om en sådan lösning finns, annars förklara varför det inte finns någon. **(6 p)**

4. Bestäm de punkter på kurvan $y = e^{x^2+2x}$ i vilka tangenten till kurvan går genom punkten $(1,0)$. (Notera att punkten $(1,0)$ inte ligger på kurvan.) **(6 p)**

DEL C

5. Betrakta integralen $\displaystyle\int_1^{\infty} \frac{2}{2x^2 + \sin x + 1}\, dx$
   (a) Visa att integralen är konvergent. **(2 p)**
   (b) Bestäm ett närmevärde till integralen där felet inte är större än $\frac{1}{8}$. **(4 p)**

6. För varje heltal $n \geq 1$, låt

$$A_n = \left(\frac{1}{n}\right)^{\left(\frac{1}{n^2}\right)} \cdot \left(\frac{2}{n}\right)^{\left(\frac{2}{n^2}\right)} \cdot \left(\frac{3}{n}\right)^{\left(\frac{3}{n^2}\right)} \cdots \left(\frac{n}{n}\right)^{\left(\frac{n}{n^2}\right)}.$$

Bestäm $\lim_{n \to \infty} A_n$. **(6 p)**