SF1625 Envariabelanalys
Tentamen
Fredagen den 11 mars 2022

Skrivtid: 8.00-11.00
Tillåtna hjälpmedel: inga
Examinator: Kristian Bjerklöv

Tentamen består av sex uppgifter, som vardera ger maximalt 6 poäng. Till antalet erhållna poäng från Uppgift 1 adderas dina bonuspoäng, upp till som mest 6 poäng. Poängsumman på Uppgift 1 kan alltså bli högst 6 poäng, bonuspoäng medräknade. Bonuspoängen beräknas automatiskt och antalet bonuspoäng framgår av din resultatsida.

Betygsgränserna vid tentamen kommer att ges av

Betyg	A	B	C	D	E	Fx
Total poäng	27	24	21	18	16	15
varav från del C	6	3	–	–	–	–

För full poäng på en uppgift krävs att lösningen är väl presenterad och lätt att följa. Det innebär speciellt att införda beteckningar ska definieras, att den logiska strukturen tydligt beskrivs i ord eller symboler och att resonemangen är väl motiverade och tydligt förklarade.

Var god vänd!

DEL A

1. Bestäm primitiva funktioner till $f(x) = x^{2022} \ln x$ och $g(x) = \dfrac{(\ln x)^{2022}}{x}$. **(3+3 p)**

2. Låt $f(x) = \arctan(x^2)$.
   (a) Bestäm Taylorpolynomet av grad 2 till f kring $x = 0$. **(3 p)**
   (b) Beräkna gränsvärdet $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\arctan(x^2)}{x^2 + x^3}$. **(3 p)**

DEL B

3. Vi betraktar funktionen $f(x) = \dfrac{1}{x \ln(x)}$. **(6 p)**
   - Lös olikheten $f(x) < 0$.
   - Bestäm de intervall där f är växande respektive avtagande och bestäm alla lokala extrempunkter.
   - Finn alla asymptoter till kurvan $y = f(x)$.

   Använd informationen ovan för att skissa kurvan $y = f(x)$.

4. (a) Avgör om serien $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k}{e^k}$ är konvergent eller divergent. **(3 p)**
   (b) Avgör om den generaliserade integralen $\displaystyle\int_0^1 \frac{dx}{x + \sqrt{x}}$ är konvergent eller divergent. **(3 p)**

DEL C

5. (a) Antag att funktionen f är deriverbar i punkten x_0. Visa att funktionen f är kontinuerlig i punkten x_0. **(3 p)**
   (b) Antag att funktionen f är deriverbar i punkten x_0 och att $f(x_0) \neq 0$. Visa att funktionen $1/f$ är deriverbar i punkten x_0. **(3 p)**

6. Bestäm en tangent till kurvan $y = e^{2x} - 2e^{-x} + x$ som inte är parallell med någon annan tangent till kurvan. **(6 p)**