SF1625 Envariabelanalys
Tentamen
Måndagen 12 mars 2018

Skrivtid: 08.00-11.00
Tillåtna hjälpmedel: inga
Examinator: Roy Skjelnes

Tentamen består av tre delar; A, B och C, som vardera ger maximalt 12 poäng. Till antalet erhållna poäng från del A adderas dina bonuspoäng, upp till som mest 12 poäng. Poängsumman på del A kan alltså bli högst 12 poäng, bonuspoäng medräknade. Bonuspoängen beräknas automatiskt och antalet bonuspoäng framgår av din resultatsida.

Betygsgränserna vid tentamen kommer att ges av

Betyg	A	B	C	D	E	Fx
Total poäng	27	24	21	18	16	15
varav från del C	6	3	–	–	–	–

För full poäng på en uppgift krävs att lösningen är väl presenterad och lätt att följa. Det innebär speciellt att införda beteckningar ska definieras, att den logiska strukturen tydligt beskrivs i ord eller symboler och att resonemangen är väl motiverade och tydligt förklarade. Lösningar som allvarligt brister i dessa avseenden bedöms med högst två poäng.

Var god vänd!

DEL A

1. Bestäm alla primitiva funktioner till $f(x) = \dfrac{(\ln(x))^3}{x}$. **(4 p)**

2. Bestäm Taylorpolynomet av grad 2, omkring $x = 1$, till $g(x) = e^{-x^2}$. **(4 p)**

3. Ge definitionen av derivatan till en funktion φ i en punkt x. **(4 p)**

DEL B

4. Visa att ekvationen $x^7 + 3x^5 - \frac{3}{2x} + 2 = 0$ har en unik lösning i det öppna intervallet $(0, 1)$. **(4 p)**

5. Bestäm integralen $\displaystyle\int_0^1 x\sqrt{1+x}\,dx$. **(4 p)**

6. Funktionen $f(x) = \dfrac{x^3}{x^2 - 4}$ är definierad på det öppna intervallet $(-2, 2)$. Visa att $f(x)$ har en invers. **(4 p)**

DEL C

7. För varje heltal $N > 0$ låter vi $S_N = \sum_{n=1}^{N} \frac{1}{n\sqrt{n}}$. Serien konvergerar mot ett tal S. Vi vill approximera talet S med S_N. Bestäm något tal N sådan att att felet i approximationen är mindre än $1/100$. **(6 p)**

8. För varje heltal $n > 0$ definierar vi intervallet $I_n = [-\frac{1}{n}, \frac{1}{n}]$. Låt φ vara en kontinuerlig funktion, definierad för alla tal x. Vi låter φ_n vara det största värdet funktionen φ har på intervallet I_n. Visa att gränsen
$$\lim_{n\to\infty} \varphi_n$$
existerar, och bestäm detta värdet. **(6 p)**