SF1625 Envariabelanalys
Tentamen
Måndagen 7 januari 2019

Skrivtid: 8.00-11.00
Tillåtna hjälpmedel: inga
Examinator: Roy Skjelnes

Tentamen består av tre delar; A, B och C, som vardera ger maximalt 12 poäng. Till antalet erhållna poäng från del A adderas dina bonuspoäng, upp till som mest 12 poäng. Poängsumman på del A kan alltså bli högst 12 poäng, bonuspoäng medräknade. Bonuspoängen beräknas automatiskt och antalet bonuspoäng framgår av din resultatsida.

Betygsgränserna vid tentamen kommer att ges av

Betyg	A	B	C	D	E	Fx
Total poäng	27	24	21	18	16	15
varav från del C	6	3	–	–	–	–

För full poäng på en uppgift krävs att lösningen är väl presenterad och lätt att följa. Det innebär speciellt att införda beteckningar ska definieras, att den logiska strukturen tydligt beskrivs i ord eller symboler och att resonemangen är väl motiverade och tydligt förklarade. Lösningar som allvarligt brister i dessa avseenden bedöms med högst två poäng.

Var god vänd!

DEL A

1. Bestäm alla primitiva funktioner till
   (a) $f(x) = x^2 e^{1-x^3}$, **(3 p)**
   (b) $g(x) = \arctan(x)$. **(3 p)**

2. Bestäm punkterna på kurvan $y = x^2$ som ligger närmast punkten $(0, 3)$. **(6 p)**

DEL B

3. Funktionen f ges av
$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 14.$$
För vilka reella värden y har ekvationen $f(x) = y$ precis två olika lösningar? **(4 p)**

4. Avgör om serien
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 + \sin(n)}{n^2 + \sqrt{n}}$$
är konvergent eller divergent. **(3 p)**

5. Avgör om $|\ln(3/2) - \frac{3}{8}|$ är större eller mindre än 0.05. **(5 p)**

DEL C

6. Vi har funktionen
$$F(x) = \begin{cases} x^2 \cos(1/x) & \text{när} \quad x \neq 0, \\ 0 & \text{när} \quad x = 0. \end{cases}$$
Visa att $F''(0)$ inte existerar. **(5 p)**

7. Kurvan C parametriseras av
$$r(t) = \left(\frac{\cos t}{t^2}, \frac{\sin t}{t^2} \right) \quad \text{där} \quad \frac{\pi}{2} \leq t < \infty.$$
Visa att kurvan C har ändlig längd. **(7 p)**