SF1625 Envariabelanalys
Tentamen
Fredagen 7 juni, 2019

Skrivtid: 14.00-17.00
Tillåtna hjälpmedel: inga
Examinator: Roy Skjelnes

Tentamen består av tre delar; A, B och C, som vardera ger maximalt 12 poäng. Till antalet erhållna poäng från del A adderas dina bonuspoäng, upp till som mest 12 poäng. Poängsumman på del A kan alltså bli högst 12 poäng, bonuspoäng medräknade. Bonuspoängen beräknas automatiskt och antalet bonuspoäng framgår av din resultatsida.

Betygsgränserna vid tentamen kommer att ges av

Betyg	A	B	C	D	E	Fx
Total poäng	27	24	21	18	16	15
varav från del C	6	3	–	–	–	–

För full poäng på en uppgift krävs att lösningen är väl presenterad och lätt att följa. Det innebär speciellt att införda beteckningar ska definieras, att den logiska strukturen tydligt beskrivs i ord eller symboler och att resonemangen är väl motiverade och tydligt förklarade. Lösningar som allvarligt brister i dessa avseenden bedöms med högst två poäng.

Var god vänd!

DEL A

1. Bestäm Taylorpolynomet av grad 3 till $f(x) = \arctan(2x)$ kring $x = 0$. **(4 p)**

2. Bestäm en primitiv funktion till $g(x) = x\cos^3(2x^2)$. **(3 p)**

3. Kurvan $y = \sin x$, med $0 \leq x \leq \pi/2$ roteras omkring y-axeln, och bildar en vas V. Bestäm volymen som ryms i vasen V. **(5 p)**

DEL B

4. Vi har funktionen $f(x) = \begin{cases} x^2\cos(1/x) & \text{när} \quad x \neq 0 \\ 2 & \text{när} \quad x = 0. \end{cases}$
   (a) Vad menas med att en funktion är kontinuerlig i en given punkt? **(2 p)**
   (b) Visa att $\lim_{x\to 0}(x^2\cos(1/x)) = 0$. **(3 p)**
   (c) Existerar det en kontinuerlig funktion F definierad på hela tallinjen, som sammanfaller med f när $x \neq 0$? **(2 p)**

5. Vi har funktionen $g(x) = \displaystyle\int_0^x \frac{1-t}{1+t^{7/2}}\,dt$, definierad för alla positiva $x \geq 0$.
   (a) Bestäm talet x där funktionen g uppnår sitt största värde. **(2 p)**
   (b) Avgör om gränsvärdet $\displaystyle\lim_{x\to\infty} g(x)$ existerar. **(3 p)**

DEL C

6. Det existerar ett heltal n sådan att $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^3 = 90000$.
   (a) Visa att $n > 23$. **(4 p)**
   (b) Bestäm talet n. **(4 p)**

7. En funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ kallas *likformigt kontinuerlig* om det till varje $\epsilon > 0$ finns $\delta > 0$ sådant att för alla x och y gäller att
$$|x-y| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(y)| < \epsilon.$$
   Visa att funktionen $f(x) = x^2$ inte är likformigt kontinuerlig. **(4 p)**