KTH Teknik och hälsa

TENTAMEN I FYSIK

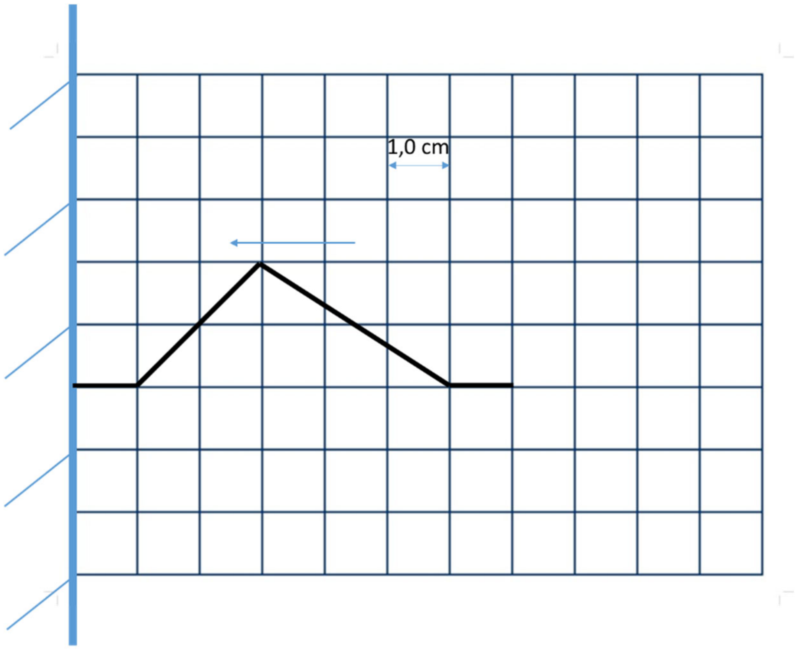
Kurs:	**HF0025 Fysik för basår II**
Moment:	**TENB 8 hp**
Program:	Tekniskt basår/Bastermin TBASA
Rättande lärare:	Stefan Erisson, Staffan Linnæus
Examinator:	Staffan Linnæus
Datum: Tid:	2020-01-09 8.00-12.00
Jourhavande lärare:	Stefan Eriksson, tel 08 790 4809
Hjälpmedel:	Miniräknare Godkänd formelsamling ISBN978-91-27-72279-8 eller ISBN978-91-27-42245-2, passare, gradskiva och linjal

Omfattning och betygsgränser:	0-10p	11p	12-14	15-17	18-20	21-23	24-26
	F	**Fx**	**E**	**D**	**C**	**B**	**A**

Övrig information:	**Till samtliga uppgifter krävs fullständiga lösningar. Lösningarna skall vara tydliga och lätta att följa. Skriv helst med blyertspenna. Införda beteckningar skall definieras. Uppställda samband skall motiveras. Till uppgifter innehållande kraftsituationer (eller andra vektorsituationer) skall vektorfigurer ritas med linjal. Uppgifter med elektriska kretsar skall redovisas med kopplingsscheman som definierar använda storheter.** Lycka till!

1. När ljus infaller från luft med brytningsindex 1,00 till glas med brytningsindexet 1,51 blir brytningsvinkeln mindre än infallsvinkeln. Mellan vilka vinklar kan brytningsvinkeln variera? (2p)

2. En puls färdas längs ett tunt snöre med hastigheten 1,0 cm/s åt vänster. Snöret är fäst i en vägg enligt bild (en ruta motsvarar 1,0 cm). Rita pulsen så som den ser ut 2,0 sekunder senare. *Visa tydligt hur du har konstruerat denna.* (2p)



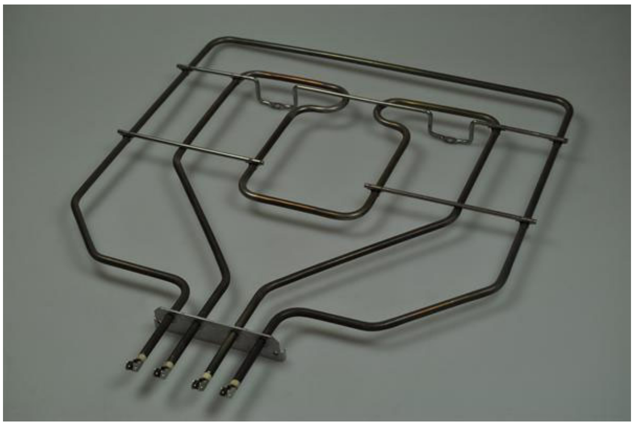
3. En metall belyses med ljus av våglängden 381,0 nm så att fotoelektrisk effekt erhålls.

Utträdesarbetet för metallen är 2,100 eV. Vilken maximal fart får elektronerna som lämnar metallen?

(2p)

4. Ljus med våglängden 532 nm passerar under rät vinkel ett gitter med gitterkonstanten $5{,}00\ \mu\text{m}$. En bit bort från gittret finns en vägg där ljusfläckar kan observeras. Avståndet på väggen mellan centralmaximum och andra ordningens maximum är 27,0 cm. Hur långt bort från väggen befinner sig gittret? (2p)

5. Ett grillelement i en ugn har effekten 2,8 kW. Grillelementen består av cylinderformade rör med radien 12 mm och den totala längden 1,3 m. Rören strålar med en effekt, som är 90 % av vad en absolut svart kropp med samma temperatur skulle ge upphov till.
Vilken temperatur har grillelementen? Bortse från infallande strålning. (2p)



6. Isotopen Fosfor-30 är radioaktiv och genomgår sönderfall.
a) Skriv reaktionsformeln för detta sönderfall. (1p)
b) Beräkna reaktionsenergin i MeV. (2p)

7. År 1986 inträffade en kärnkraftsolycka i Tjernobyl. Då spreds det radioaktiva ämnet ^{137}Cs över bland annat Sverige. Vilket år har aktiviteten från detta Cesium minskat till 1,5 % av det ursprungliga värdet? (2p)

8. I ett experiment vill man accelerera elektroner för att sedan låta elektronerna passera en tunn folie. Man använder en accelerationsspänning på 0,98 kV där man accelererar elektroner från vila. Vilken de Broglievåglängd har dessa elektroner efter accelerationen? Relativistisk beräkning krävs inte. (2p)

9. En elektron har rörelsemängden $3{,}27 \cdot 10^{-22}$ kgm/s. Beräkna elektronens fart. (2p)

10. I ett emissionsspektrum från väte kan man hitta en linje med våglängden 1817 nm. Linjen uppkommer vid övergångar från en högre liggande nivå till n=4. Från vilken nivå har denna övergång skett? (2p)

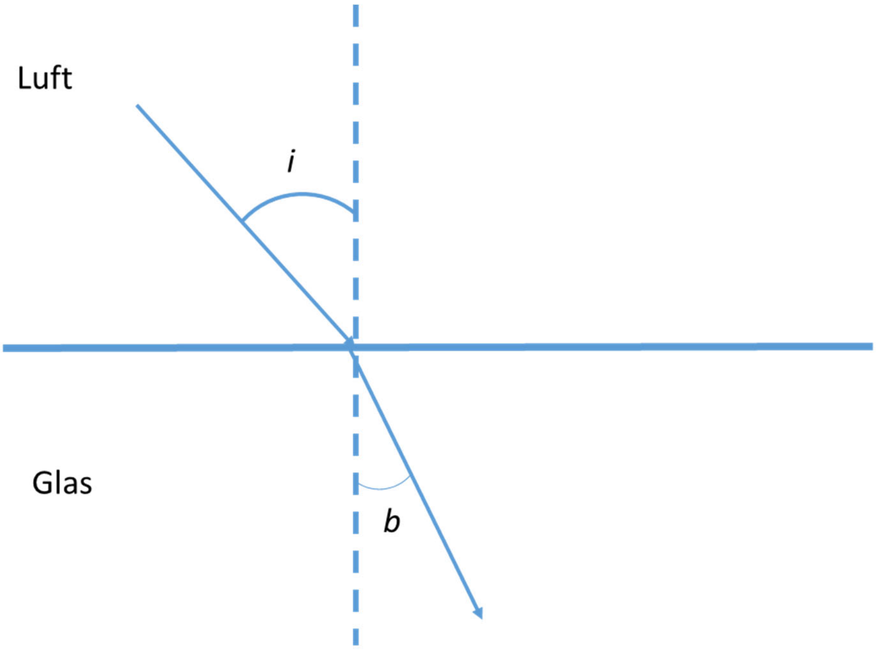
11. Ett föremål med okänd massa hänger i en fjäder och genomgår en harmonisk svängningsrörelse med perioden 1,27 s. När ytterligare 100,0 gram tillförs ökar perioden till 1,67 s. Beräkna föremålets massa. (2p)

12. I en stor vattentank vill man skapa ett interferensmönster med sammanlagt 8 nodlinjer. Detta görs med två små vågkällor som svänger i fas. Vattenvågornas utbredningshastighet är 19,8 cm/s. Vågkällorna är placerade mitt i tanken på ett avstånd av 5,20 cm från varandra. Mellan vilka värden kan man variera frekvensen så att detta interferensmönster syns?

(3p)

Förslag till lösningar:

1.



Infallsvinkeln finns i intervallet

$0° \leq i < 90°$

Brytningslagen

$n_1 \sin i = n_2 \sin b$

används för att beräkna inom vilka intervall som brytningsvinkeln finns. Omskrivning av brytningslagen ger

$$\sin b = \frac{n_1}{n_2} \sin i$$

$$b = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \sin i\right)$$

Insättning av $n_1 = 1{,}00$, $n_2 = 1{,}51$ ger

$$b = \arcsin\left(\frac{1{,}00}{1{,}51} \sin i\right)$$

Infallsvinkeln $i = 0°$ ger

$$b = \arcsin\left(\frac{1,0}{1,51}\sin 0°\right) = 0°$$

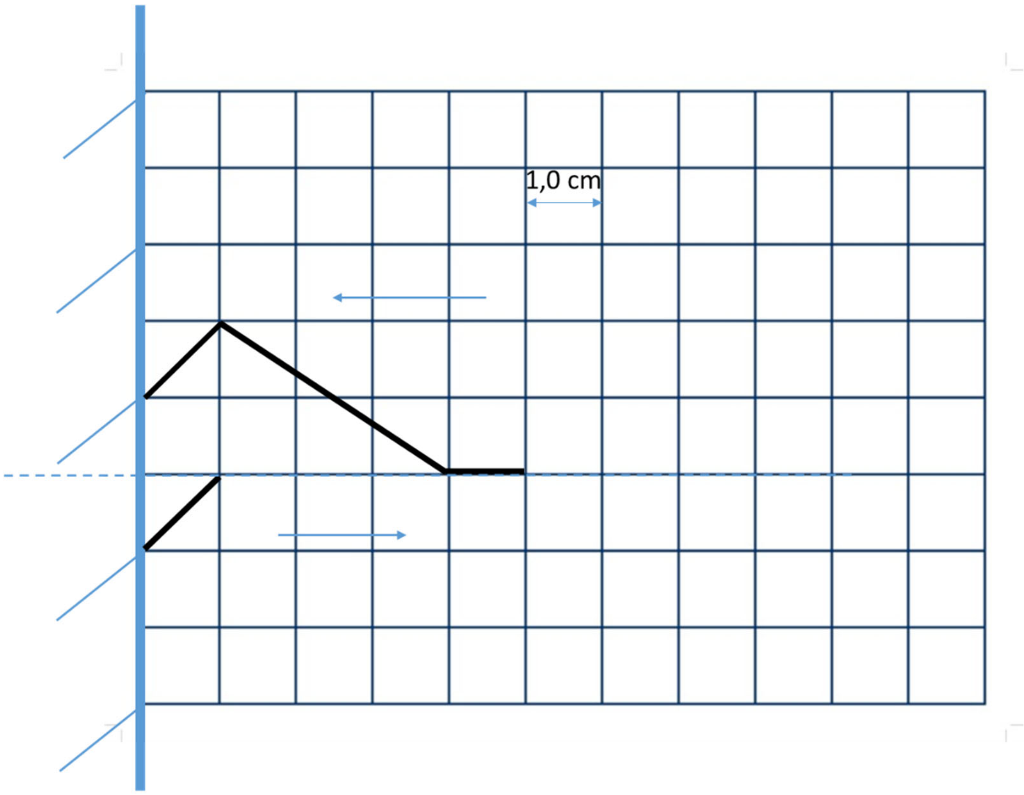
Infallsvinkeln $i = 90°$ ger

$$b = \arcsin\left(\frac{1,00}{1,51}\sin 90°\right) \approx 41,5°$$

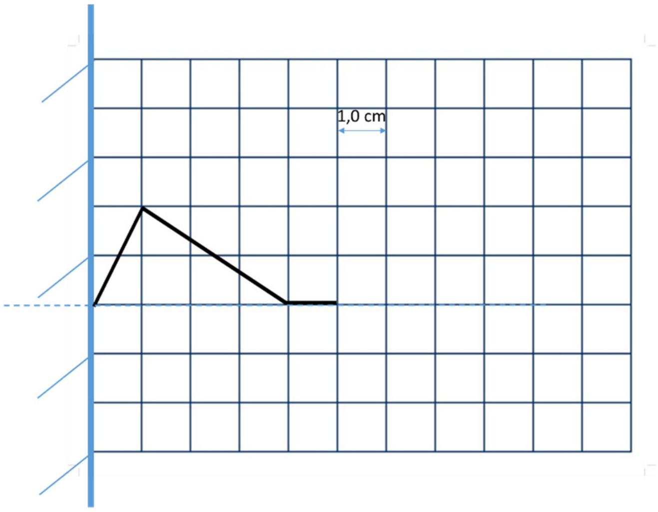
Brytningsvinkeln ligger således i intervallet: $0° \le b < 41,5°$.

Svar: Brytningsvinkeln ligger i intervallet $0° \le b < 41,5°$.

2. Pulsen rör sig med hastigheten 1,0 cm/s. På tiden 2,0 s rör den sig 2,0 cm, dvs motsvarande 2 rutor (varje ruta är 1,0 cm). Den del som då hamnat till vänster om väggen har då reflekterats inverterad eftersom reflektionen sker mot ett fast föremål. Vi får då följande bild:



De två delarna adderas enligt superpositionsprincipen:



Svar: Se bild för lösning.

3. Formeln för fotoelektrisk effekt:

$$hf = \frac{hc}{\lambda} = E_u + E_k \qquad (1)$$

där $E_k = \dfrac{mv^2}{2}$ (2)

Insättning av (2) i (1) ger:

$$\frac{hc}{\lambda} - E_u = \frac{mv^2}{2}$$

$$v = \pm\sqrt{\frac{2}{m}\left(\frac{hc}{\lambda} - E_u\right)}$$

(Vi söker farten dvs. beloppet, det negativa värdet förkastas därför)

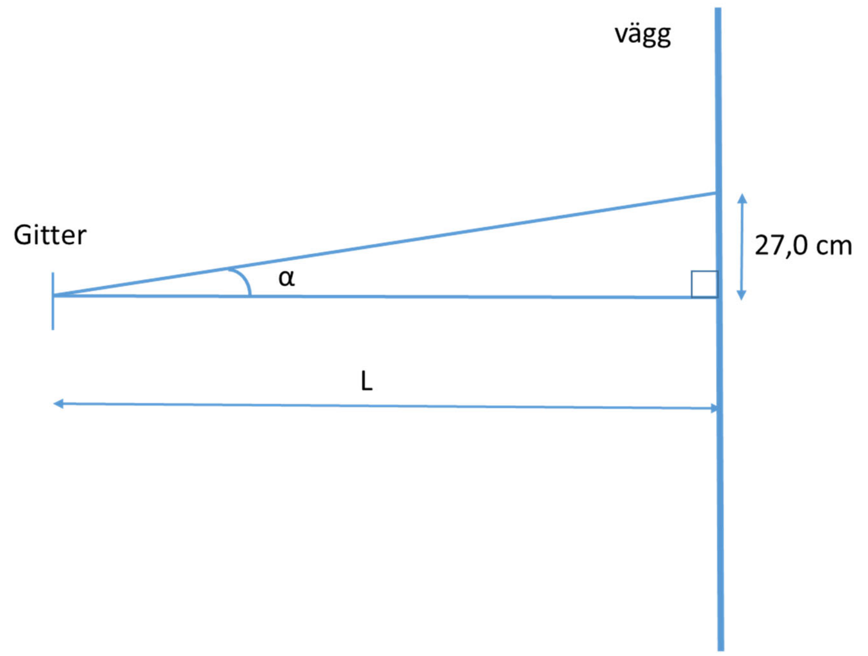
Insättning av värden från uppgiften samt tabellvärden ger:

$$v = \sqrt{\frac{2}{9{,}1094\cdot 10^{-31}}\left(\frac{6{,}6261\cdot 10^{-34}\cdot 299792458}{381{,}0\cdot 10^{-9}} - 2{,}100\cdot 1.60218\cdot 10^{-19}\right)} \approx 637182\ \text{m/s}$$

(Här krävs ingen relativistisk beräkning eftersom $v < 0{,}10c$)

Svar: Elektronernas fart är 0,6372 Mm/s.

4.



Vi använder gitterformeln för att beräkna vinkeln mellan centralmaximum andra ordningens maximum:

$$d \sin \alpha = n\lambda$$

$$\sin \alpha = \frac{n\lambda}{d}$$

$$\alpha = \arcsin(\frac{n\lambda}{d})$$

Insättning av våglängd, gitterkonstant samt ordningstal (n=2) ger:

$$\alpha = \arcsin(\frac{n\lambda}{d}) = \arcsin\left(\frac{2 \cdot 532 \cdot 10^{-9}}{5,00 \cdot 10^{-6}}\right) \approx 12,286...^\circ$$

Vidare gäller att det sökta avståndet kan beräknas genom

$\tan \alpha = \frac{x}{L}$ där x=27,0 cm är givet i uppgiften.

Vi får avståndet, L, till

$$L = \frac{x}{\tan \alpha} = \frac{27,0 \cdot 10^{-2}}{\tan 12,286...^\circ} \approx 1,24\,\text{m}.$$

Svar: Gittret befinner sig 1,24 m från väggen.

5. Stefan-Boltzmanns strålningslag

$M = \sigma T^4$ samt $M = \dfrac{P}{A}$ ger

ger effekten

$P = \sigma \cdot T^4 \cdot A$. Eftersom elementen vi vårt fall strålade med en effekt som är 90% av en svart kropp skrivs formeln istället som

$P = 0,9 \cdot \sigma \cdot T^4 \cdot A$

Där $A = 2\pi rl$ (mantelarean av en cylinder med längden *l* och radien *r*).

Omskrivning av formeln ger

$$T^4 = \frac{P}{0,9 \cdot \sigma \cdot A} = \frac{P}{0,9 \cdot \sigma \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot l}$$

$$T = \left(\frac{P}{0,9 \cdot \sigma \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot l} \right)^{1/4}$$

Insättning av givna värden från uppgiften samt tabellvärde ger:

$$T = \left(\frac{2,8 \cdot 10^3}{0,9 \cdot 5,6705 \cdot 10^{-8} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 12 \cdot 10^{-3} \cdot 1,3} \right)^{1/4} \approx 864,96... \text{K}$$

Detta motsvarar $864,96... - 273,15 \approx 592°C$.

Svar: Ugnens grillelement har temperaturen 865 K eller 592° C.

6. a) Isotopen genomgår β^+ -sönderfall enligt formelsamlingen. Reaktionsformeln kan då tecknas

$${}^{30}_{15}P \rightarrow {}^{30}_{14}Si + e^+ + \nu$$

b) Vid reaktionen frigörs bindningsenergi som motsvarar massminskningen enligt $\Delta E = \Delta mc^2$. Från formelsamlingen fås massorna för motsvarande neutrala atomer (dvs atomkärnor och elektroner) Atommassorna enligt tabell är:

$$m({}^{30}_{15}P) = 29,9783\, u$$

$$m({}^{30}_{14}Si) = 29,9738\, u$$

$m(e^+) = m(e^-) = 0,00054858\,u$

Med hjälp av reaktionsformeln kan vi då skriva ett uttryck för masskillnaden för atomkärnorna:

$$(m({}^{30}_{15}P) - 15m(e^-)) \rightarrow (m({}^{30}_{14}Si) - 14m(e^-)) + m(e^-) + \Delta m$$
$$\Delta m = m({}^{30}_{15}P) - (m({}^{30}_{14}Si) - 2m(e^-)$$

(Observera att elektronmassorna inte tar ut varandra).

Insättning av tabellvärden ger

$$\Delta m = 29,9783\,u - 29,9738\,u - 2 \cdot 0,00054858\,u = 0,00340284\,u$$

1u motsv. 931,494 MeV vilket ger reaktionsenergin

$\Delta E = 931,494 \cdot 0,00340284 \approx 3,17$ MeV.

Svar: Reaktionsenergin är 3,17 MeV.

7. Vi använder formlerna för radioaktivt sönderfall:

$N = N_0 e^{-\lambda t}$ och $A = \lambda N$. Dessa formler tillsammans ger aktiviteten

$$A = A_0 e^{-\lambda t} \qquad (1)$$

Där vi söker tiden då aktiviteten har minskat till 1,5 %, dvs då $A = 0,015 \cdot A_0$.

Enligt formelsamlingen är halveringstiden för ^{137}Cs

$T_{1/2} = 30$ år. Vi kan då teckna ett uttryck för sönderfallskonstanten:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{30}\ \text{år}^{-1}$$

Insättning i(1) ger:

$$A = A_0 e^{-\lambda t}$$
$$0,015 A_0 = A_0 e^{-\frac{\ln 2}{30} t}$$
$$0,015 = e^{-\frac{\ln 2}{30} t}$$

Logaritmering av båda leden samt tillämpning av logaritmlagar ger

$$\ln 0{,}015 = -t\left(\frac{\ln 2}{30}\right)$$

$$t = -\frac{\ln 0{,}015}{\left(\frac{\ln 2}{30}\right)} \approx 182 \text{ år}$$

Det innebär att aktiviteten har minskat till 1,5 % av det ursprungliga värdet år 1986+182=2168.

Svar: Aktiviteten har minskat till 1,5 % av det ursprungliga värdet år ca 2170.

8. Elektronernas de Broglievåglängd ges av

$\lambda = \frac{h}{p}$ där $p = mv$. Vi får då

$$\lambda = \frac{h}{mv}. \qquad (1)$$

För att kunna bestämma våglängden behöver vi veta vilken hastighet som elektronen har efter accelerationen. Vi vet att elektronerna från början hade hastigheten noll och de efter accelerationen har rörelseenergin

$E = \frac{mv^2}{2}$ där v är den sökta hastigheten. Genom definitionen av spänning får vi att

$U = \frac{\Delta E}{q}$. Energiskillnaden är ökningen av elektronernas rörelseenergi. Vi får

$$U = \frac{\frac{mv^2}{2}}{q}$$

$$qU = \frac{mv^2}{2}$$

$$2qU = mv^2$$

$$v = \pm\sqrt{\frac{2qU}{m}}$$

(den negativa lösningen förkastas eftersom vi enbart är intresserade av farten)

Vi sätter in värden för att se om relativistisk beräkning behövs:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}60218 \cdot 10^{-19} \cdot 0{,}98 \cdot 10^{3}}{9{,}1094 \cdot 10^{-31}}} = 1{,}856... \cdot 10^{7} \text{ m/s.}$$

(Vi behöver inte räkna relativistiskt här eftersom hastigheten är mindre än 10 % av ljushastigheten).

Insättning i (1) ger:

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6,6261 \cdot 10^{-34}}{9,1094 \cdot 10^{-31} \cdot 1,8564... \cdot 10^{7}} \approx 3,92 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m}$$

Svar: Elektronernas de Broglievåglängd är 39 pm.

9. . En beräkning med formeln *p=mv* ger en hastighet som är över ljusets hastighet och därför krävs en relativistisk beräkning.

Vi använder formeln:

$$p = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$p^2 = \frac{m^2 v^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$p^2 - \frac{p^2 v^2}{c^2} = m^2 v^2$$

$$m^2 v^2 + \frac{p^2 v^2}{c^2} = p^2$$

$$v^2 (m^2 + \frac{p^2}{c^2}) = p^2$$

$$v^2 = \frac{p^2}{(m^2 + \frac{p^2}{c^2})}$$

$$v = \pm \frac{p}{\sqrt{(m^2 + \frac{p^2}{c^2})}}$$

(det negativa värdet förkastas eftersom vi söker farten)

Insättning av värden ger:

$$v = \frac{3,27\cdot10^{-22}}{\sqrt{((9,1094\cdot10^{-31})^2+\frac{(3,27\cdot10^{-22})^2}{(299792458)^2})}} \approx 2,30\cdot10^8 \text{ m/s}$$

Svar: Elektronens fart är $2,30\cdot10^8$ **m/s.**

10. För att kunna beräkna från vilken nivå övergången har skett används Rydbergs formel

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{n_1^2}-\frac{1}{n_2^2}\right)$$

I vårt fall är . Vi söker värdet på n_2.

Formeln skrivs om

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{n_1^2}-\frac{1}{n_2^2}\right)$$

$$\frac{1}{\lambda R_H} = \frac{1}{n_1^2}-\frac{1}{n_2^2}$$

$$\frac{1}{n_2^2} = \frac{1}{n_1^2}-\frac{1}{\lambda R_H}$$

$$n_2^2 = \frac{1}{\frac{1}{n_1^2}-\frac{1}{\lambda R_H}}$$

$$n_2 = \pm\sqrt{\frac{1}{\frac{1}{n_1^2}-\frac{1}{\lambda R_H}}}$$

(Den negativ lösningen förkastas eftersom vi söker ett positivt heltal). Insättning av givna värden ger

$$n_2 = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{4^2}-\frac{1}{1817\cdot10^{-9}\cdot1,09737\cdot10^7}}} \approx 9,0$$

Svar: Övergången har skett från $n = 9$**.**

11. Föremålets massa är *m* och fjäderkonstanten är *k.* Vi använder formeln för harmonisk svängning

$T = 2\pi\cdot\sqrt{\frac{m}{k}}$.

Massan *m* ger perioden 1,27 s och massan (*m* + 0,100) ger perioden 1,67 s.

$1{,}27 = 2\pi\cdot\sqrt{\frac{m}{k}}$

$1{,}67 = 2\pi\cdot\sqrt{\frac{(m+0{,}10)}{k}}$

Ledvis division ger $\frac{1{,}27}{1{,}67} = \dfrac{2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}{2\pi\sqrt{\frac{m+0{,}100}{k}}}$

Efter förenkling får vi

$$\frac{1{,}27}{1{,}67} = \sqrt{\frac{m}{m+0{,}100}} .$$

Kvadrering av båda leden ger

$$\left(\frac{1,27}{1,67}\right)^2 = \frac{m}{m+0,100}$$

$$\left(\frac{1,27}{1,67}\right)^2 \cdot (m+0,100) = m$$

$$\left(\frac{1,27}{1,67}\right)^2 \cdot m + \left(\frac{1,27}{1,67}\right)^2 \cdot 0,100 = m$$

$$m\left(1-\left(\frac{1,27}{1,67}\right)^2\right) = \left(\frac{1,27}{1,67}\right)^2 \cdot 0,100$$

$$m = \frac{\left(\frac{1,27}{1,67}\right)^2 \cdot 0,100}{\left(1-\left(\frac{1,27}{1,67}\right)^2\right)} \approx 0,137$$

Svar: Föremålets massa är 137 g.

12. Om det ska synas sammanlagt 8 st nodlinjer så finns det 4 st på varje sida om symmetrilinjen.
Inför en punkt P mellan vågkälla A och symmetrilinjen. Punkten P ligger på en nod om vägskillnaden, $\Delta s = BP - PA$, är $(p + \frac{1}{2})\lambda$ där p=0,1,2,3 …. och $\lambda = \frac{v}{f}$ enligt vågekvationen

Vi kan teckna följande generella samband på punkter där finns noder. Sambandet gäller för vardera sidan om centrallinjen:

$$BP - PA = (p + \frac{1}{2})\lambda$$

$$BP - PA = \frac{(p + \frac{1}{2})v}{f}$$

$$f = \frac{(p + \frac{1}{2})v}{\left(BP - PA\right)} \qquad (1)$$

I vårt fall så söker vi frekvenser där (nästan) den yttersta nodlinjen ligger på vågkällorna. Vi undersöker vilken frekvens som precis ger 5 nodlinjer. Avståndet $\Delta s = BP - PA$ blir då 5,20 cm.

$$f = \frac{(4 + \frac{1}{2})19,8}{5,20} = 17,1346... \text{ Hz}$$

Frekvenser som är lägre än detta kommer att ge 4 st noder (eller färre).

Vi undersöker också då precis 4 st noder får plats men inte färre. Vi sätter därför p=3:

$$f = \frac{(3 + \frac{1}{2})19,8}{5,2} = 13,327 \text{ Hz}$$

Om vi väljer frekvenser i intervallet

$13,3 \text{ Hz} \le f < 17,1 \text{ Hz}$ så kommer interferensmönstret att innehålla sammanlagt 8 nodlinjer.

Svar: Frekvensen kan varieras mellan $13,1 \text{ Hz} \le f < 17,1 \text{ Hz}$**.**

Rättningsmall:

1. Svarar inte med ett intervall utan med största möjliga brytningsvinkel	-1p
(Kommentar: Även svaret $0° \le b < 41,4°$ godkänns).	
2. Anger att pulsen reflekteras rättvänd	-2p
Fel superposition men korrekt i övrigt	-1p
3. Rätt rörelseenergi	+1p
4. Räknar med fel n	-1p
Trigonometriskt fel	-1p
5. Fel area	-1p
6. a) Rätt/fel	1p/0p
b) Antar att elektronernas massor tar ut varandra	-1p
7. Svarar med antal år istället för ett årtal	-1p
8. ---	
9. Använder inte relativistiska beräkningar	-2p
10. ----	
11. ----	
12. Rätt frekvenser men fel intervall	-1p