Universidade Federal de Alagoas

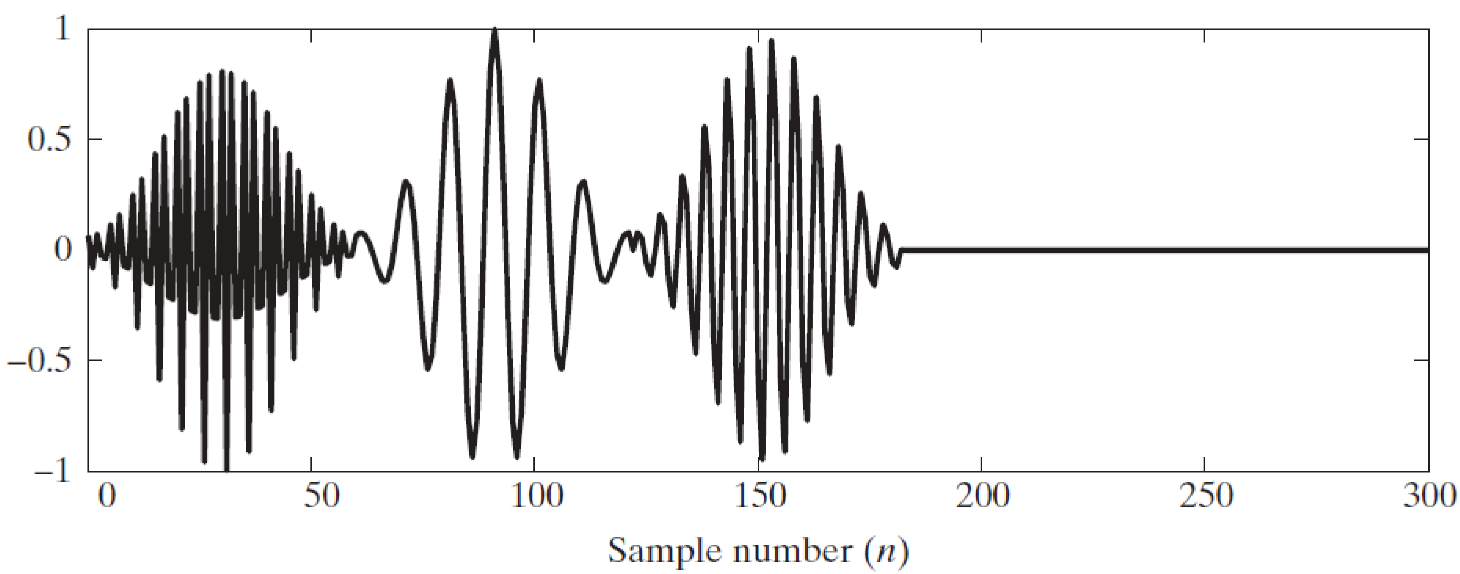
Processamento Digital de Sinais

Nilson Sales de Carvalho

Exemplo Seção 5.1.2

Ilustração dos Efeitos de Atraso e Atenuação de Grupo

Iremos implementar o sinal mostrado abaixo, no domínio do tempo, que será usado como entrada do nosso sistema:



(a) Waveform of signal $x[n]$

Este sinal, *x[n]*, é constituido da soma de três senoides:

$$x_1[n] = w[n]\cos(0.2\pi n),$$

$$x_2[n] = w[n]\cos(0.4\pi n - \pi/2),$$

$$x_3[n] = w[n]\cos(0.8\pi n + \pi/5).$$

Onde a função *w[n],* que envolve cada senoide, é definida como sendo um pulso finito, de 61 pontos, da seguinte forma:

$$w[n] = \begin{cases} 0.54 - 0.46\cos(2\pi n/M), & 0 \leq n \leq M, \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

Com M = 60. A entrada total é, então, definida como:

$$x[n] = x_3[n] + x_1[n - M - 1] + x_2[n - 2M - 2],$$

A implementação do sinal em MATLAB ficou da seguinte forma:

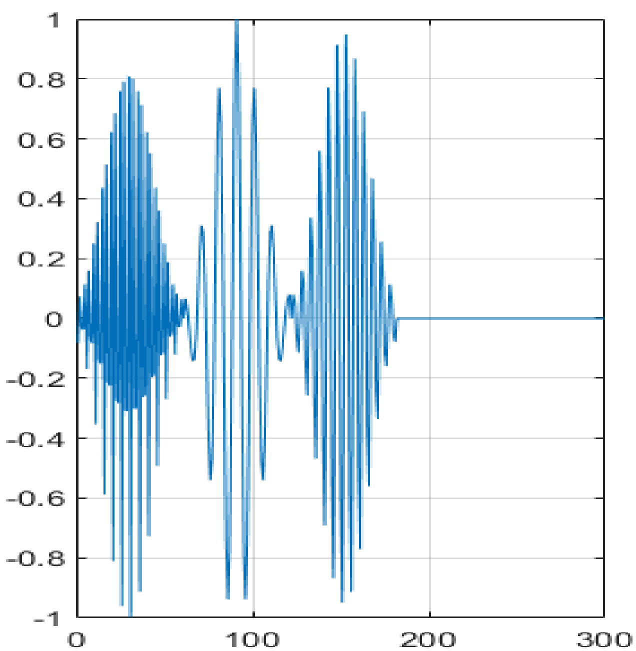
```
M = 60;
n_samples = 300;
n = 1:n_samples;
w = zeros(1, n_samples); % envoltória

for N = 1:M
    w(N) = 0.54 - (0.46 .* cos(2*pi*N/M));
end

x1 = w .* cos(0.2*pi*n);
x2 = w .* cos(0.4*pi*n - pi/2);
x3 = w .* cos(0.8*pi*n + pi/5);

x = zeros(1, n_samples);

for N = 1:n_samples  % new_signal
    if (N-M-1 > 0) && (N-2*M-2 > 0)
        x(N) = x3(N) + x1(N - M - 1) + x2(N - 2*M - 2);
    elseif (N-M-1 > 0)
        x(N) = x3(N) + x1(N - M - 1);
    elseif (N-2*M-2 > 0)
        x(N) = x3(N) + x2(N - 2*M - 2);
    else
        x(N) = x3(N);
    end
end
```

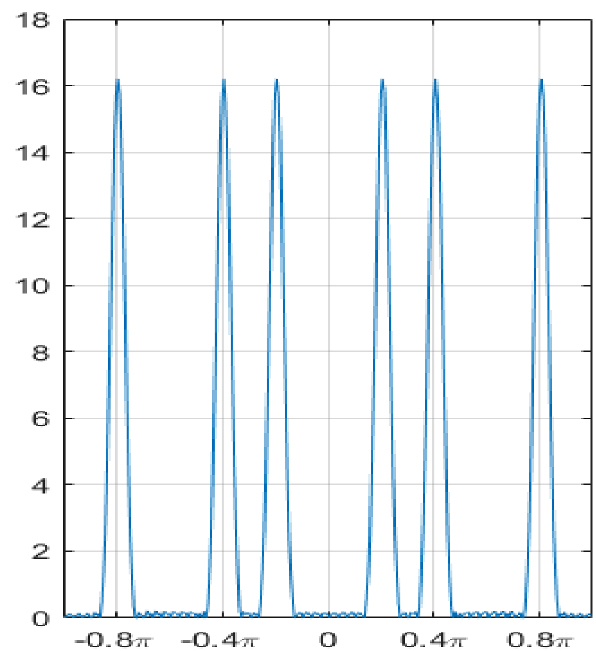
Obtendo ainda a Tranformada de Fourier do sinal, temos:

```
X = fft(x);
Y = fftshift(X);

figure(1), clf
subplot(1,2,1)
plot(x)
grid

subplot(1,2,2)
```

```
plot(abs(Y))
xticks([30, 90, 150, 210, 270])
xticklabels({'-0.8\pi','-0.4\pi','0','0.4\pi','0.8\pi'})
grid
```

O que nos dá o sinal no tempo e na frequência que queríamos:



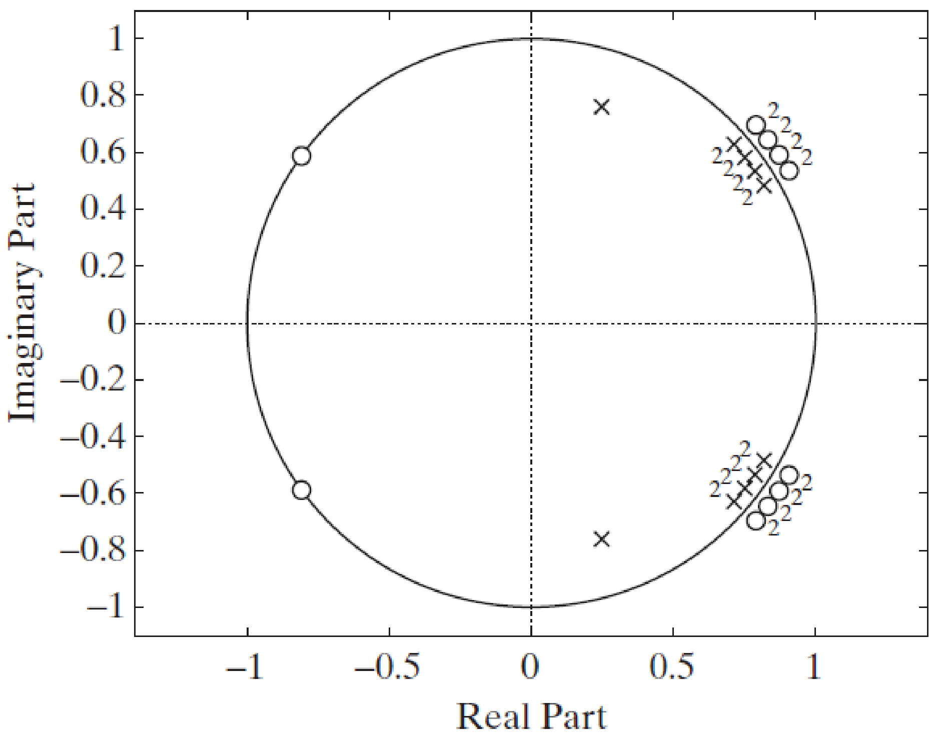


Precisamos agora implementar nosso sistema, que é definido da seguinte forma:

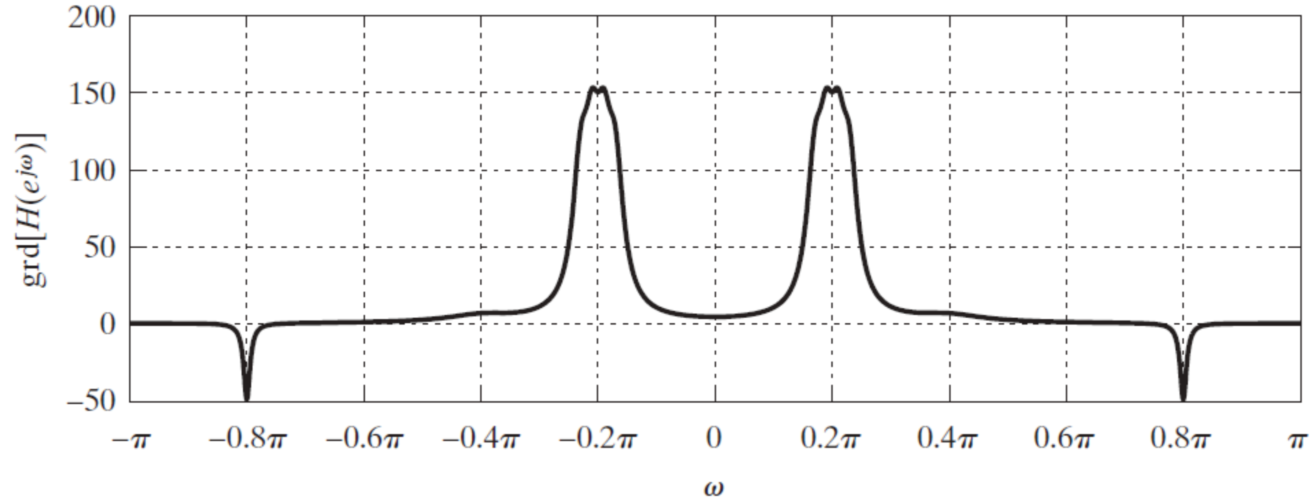
$$H(z) = \underbrace{\left(\frac{(1 - .98e^{j.8\pi} z^{-1})(1 - .98e^{-j.8\pi} z^{-1})}{(1 - .8e^{j.4\pi} z^{-1})(1 - .8e^{-j.4\pi} z^{-1})} \right)}_{H_1(z)} \underbrace{\prod_{k=1}^{4} \left(\frac{(c_k^* - z^{-1})(c_k - z^{-1})}{(1 - c_k z^{-1})(1 - c_k^* z^{-1})} \right)^2}_{H_2(z)} \quad (5.15)$$

Com *ck = 0.95*e^j(.15π+.02πk)* e *k = 1, 2, 3, 4*.

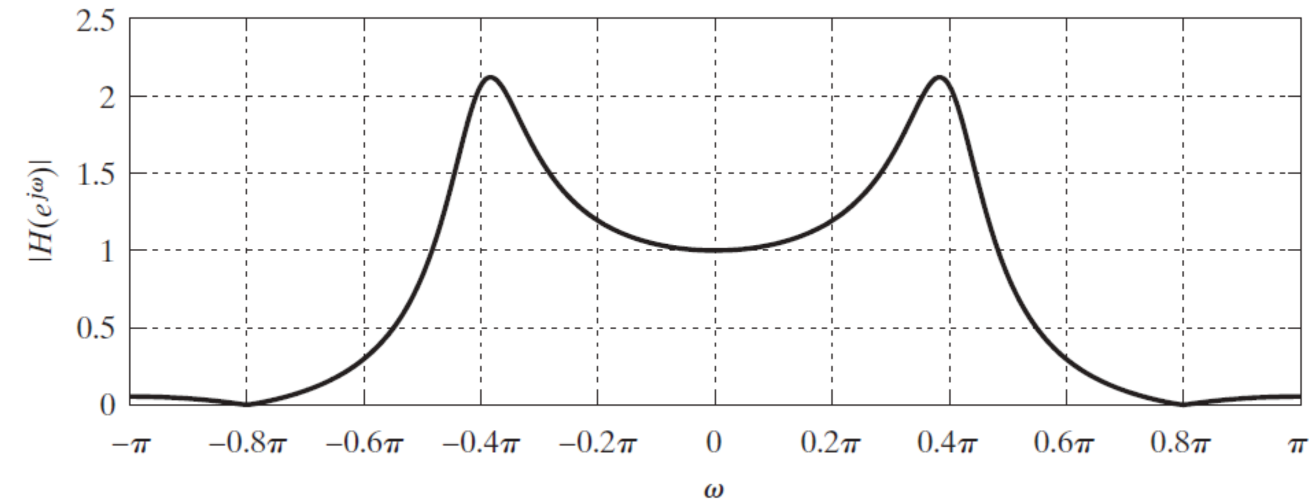
O sistema tem os seguintes polos e zeros:



Observando o diagrama de Bode desse sistema, vemos algumas propriedades que serão aplicadas quando passarmos o nosso sinal por ele. Por exemplo, nas frequências 0.2π e 0.4π, haverá um ganho de amplitude, enquanto em 0.8π, o sinal será quase totalmente atenuado. Haverá ainda um grande atraso na frequência de 0.2π, e um pequeno atraso em 0.4π.



(a) Group delay of $H(z)$

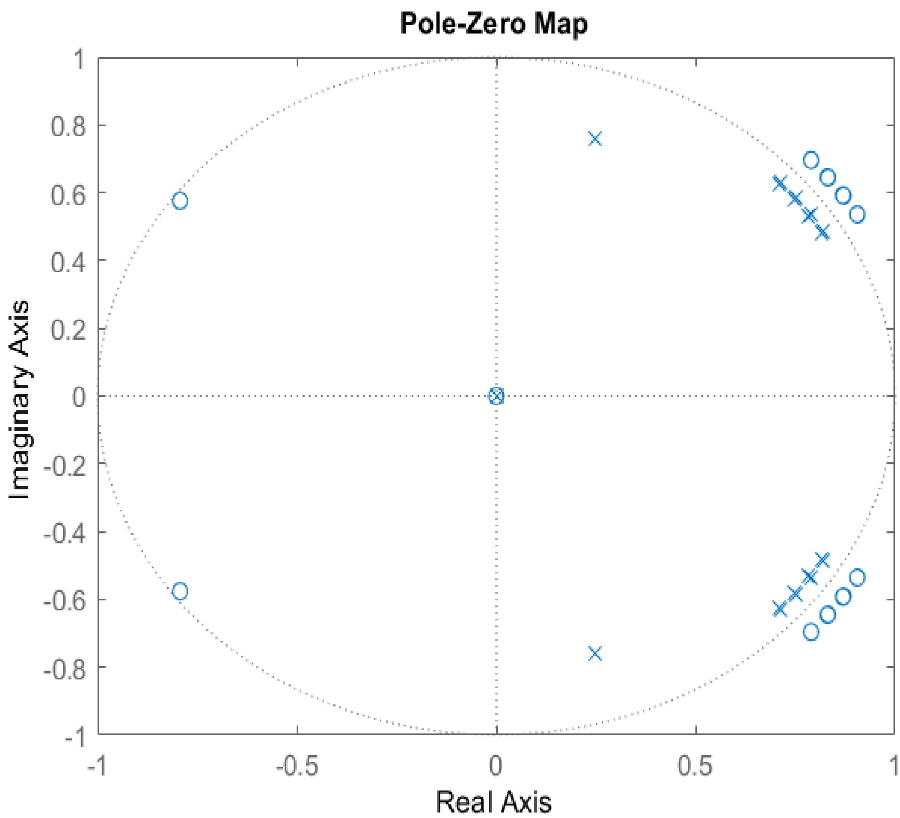


(b) Magnitude of Frequency Response

Para implementar o sistema desejado devemos criar uma função de transferência. Faremos isso atribuindo a **z** a nossa função de transferência e depois utulizando essa variável na nossa equação:

```
z = tf('z', -1);

H1 = ((1 - 0.98*exp(1j*0.8*pi)*z^(-1))*(1 - 0.98*exp(-1j*0.8*pi)*z^(-1))) / ((1 - 0.8*exp(1j*0

H2 = 1;
for k = 1:4
    ck = 0.95*exp(1j*(0.15*pi+.02*pi*k));

    H2 = H2 * ( ((conj(ck) - z^(-1))*(ck - z^(-1))) / ((1 - ck*z^(-1))*(1 - conj(ck)*z^(-1))) 
end

H = H1 * H2;

figure(2)
pzmap(H)
```

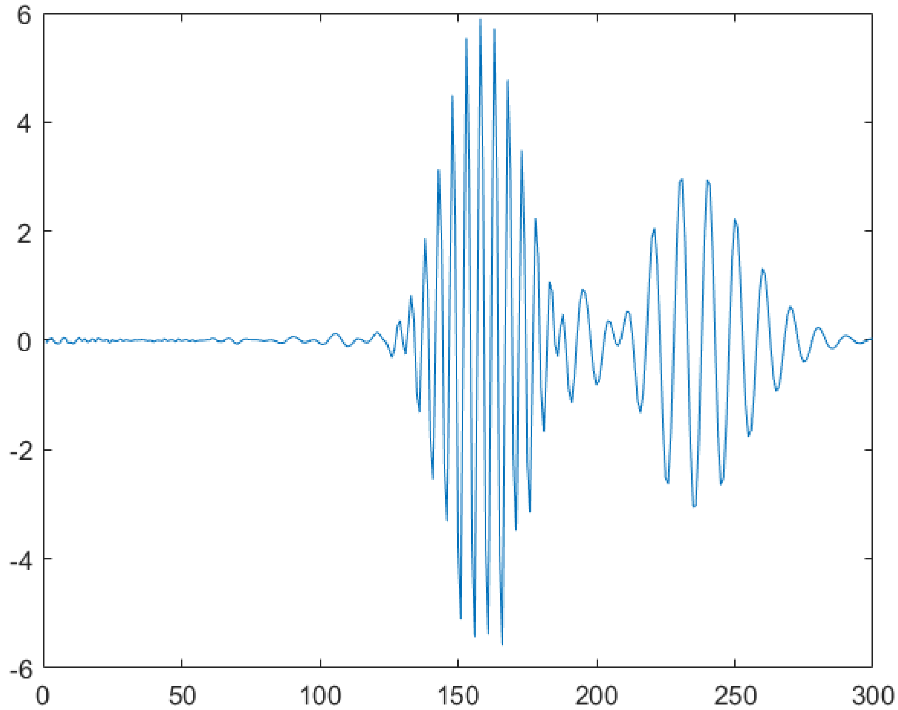
Ao observar o plano-Z do nosso sistema, vemos que está de acordo com o sistema pretendido:



Agora que temos nosso filtro, vamos extrair seus coeficientes para utulizá-lo com a função filter() do Matlab.
Em seguida utilizaremos os coeficientes para filtrar nosso sinal de entrada e plotar o resultado obtido:

```
[num,den] = tfdata(H,'v')
lot(filter(num, den, x))
```

O resultado obtido é exatamente o que esperávamos:



O pulso na frequência $\omega = 0.8\pi$ foi eliminado. Os outros dois pulsos tiveram sua amplitude incrementada e foram atrasados; o pulso em $\omega = 0.2\pi$ está ligeiramente mais largo e atrasado em 150 amostras, e o pulso em $\omega = 0.4\pi$ tem o dobro de amplitude e está atrasado em cerca de 10 amostras.