



# HSB

Hochschule Bremen  
City University of Applied Sciences

HOCHSCHULE BREMEN  
FAKULTÄT 4: ELEKTROTECHNIK UND INFORMATIK

## Implementierung eines selbsteinstellenden Filters auf Basis eines spannungsgesteuerten Biquad-Filters

Nils Renner (5197659)

Prüfer

Prof. Dr.-Ing. Mirco Meiners  
Prof. Dr. Sören Peik



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Vorbetrachtung . . . . .	1
1.2	Beschreibung der Bachelorarbeit . . . . .	1
1.3	Aus dem Exposé . . . . .	2
1.3.1	Forschungsthema . . . . .	2
1.3.2	Zielsetzung . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Tools</b>	<b>5</b>
<b>3</b>	<b>Theoretische Grundlagen</b>	<b>7</b>
3.1	Grundlagen und mathematische Herleitung des Biquad-Filter . . . . .	8
3.2	Einfluss der Bauteilgrößen und Parameter auf das Filterverhalten . . . . .	10
3.3	Zusammenfassung des bisherigen Standes und offene Fragen . . . . .	11
<b>4</b>	<b>Weiterführende Theorie</b>	<b>13</b>
4.1	Phasenregelkreis . . . . .	13
4.2	Analoger Multiplizierer . . . . .	14
4.2.1	Simulation . . . . .	16
4.3	Multiplizierer als Phasendetektor . . . . .	16
4.3.1	$V_H$ . . . . .	20
4.3.2	Simulation . . . . .	20
4.4	Aufbau und Steuerung des Voltage Controlled Filters . . . . .	22
4.4.1	Abbinde zu PLLs . . . . .	22
4.4.2	Voltage Controlled Filter . . . . .	23
4.4.3	Grenzfrequenzbestimmung des VCF . . . . .	24
4.4.4	Ermittlung der Grenzfrequenz bei unbekannten Parametern . . . . .	26
4.5	Einfluss des VCF auf die Filterfrequenz und praktische Parametersteuerung	27
4.6	Sensitivitätsanalyse von Filter und Detektor . . . . .	27
4.6.1	Sensitivität des Phasendetektors . . . . .	27
4.6.2	Sensitivität des VCFs . . . . .	27
4.7	Theoretische Bestimmung über welche Bandbreite der Filter selfe-tuned bleibt, ohne die physischen Bauelemente zu verändern . . . . .	29
4.7.1	Bestimmung der Maximalen Grenzfrequenz eines aktiven Filters . . . . .	29
4.7.2	Bestimmung des maximalen Tune-Bereich des hier verwendeten Filter	29
4.8	Frequenzdetektion des Eingangssignals . . . . .	30
<b>5</b>	<b>Simulation</b>	<b>31</b>
5.1	Frequenzsweep . . . . .	31
5.2	Ermittlung der Grenzfrequenz . . . . .	31
5.3	Filterbereich des Filters . . . . .	31

<b>6</b>	<b>Schaltungsentwurf/ Design des Systems</b>	<b>33</b>
6.1	Design des Schaltplans . . . . .	33
6.2	Design der Platine . . . . .	33
6.3	Design des Codes . . . . .	33
6.3.1	Design der Website . . . . .	33
<b>7</b>	<b>Aufnahme der Messergebnisse</b>	<b>35</b>
<b>8</b>	<b>Auswertung</b>	<b>37</b>
<b>9</b>	<b>Fazit und Ausblick</b>	<b>39</b>

# Abbildungsverzeichnis

3.1	Multiple-Feedback-Biquad [2] . . . . .	8
3.2	Invertierender Integrator . . . . .	8
3.3	invertierender Addierer . . . . .	9
4.1	Einfacher Aufbau eines Phasenregelkreises [6] . . . . .	13
4.2	Blockschaltbild des analogen Multipliziers . . . . .	14
4.3	Funktionelle Realisierung eines Analogmultiplizierers <b>Quelle: Wikipedia</b>	14
4.4	Multiplikation von DC-Spannungen . . . . .	17
4.5	Multiplizierer... . . . .	17
4.6	Durchschnittliche Ausgangsspannung des Multiplizierers gegen den Phasenwinkel [8] . . . . .	18
4.7	Phasengänge der vier Ausgänge des Biquads . . . . .	19
4.8	Teilschaltung: Phasendetektor . . . . .	19
4.9	Singalverhalten bei unterschiedlichen Phasenverschiebungen zwischen den Eingangssignalen $X_1$ und $Y_1$ . . . . .	21
4.10	Singalverhalten bei unterschiedlicher Verschaltung des Integrators . . . . .	21
4.11	Teilschaltung: Spannungsgesteuerter Integrator . . . . .	23
4.12	Systemtheoretische Darstellung des VCF ohne Phasendetektor . . . . .	24
4.13	Vereinfachter Schaltplan zur Herleitung von $\omega_0$ . . . . .	25

# Kapitel 1

## Einleitung

### 1.1 Vorbetrachtung

Durch das Modul ANS im letzten Semester wurde das Arbeiten mit klassischen Analogen Filtern durch das Experiment 4 aus dem ASLK-Manual erlernt

Durch Berechnungen und Ausprobieren wurden analoge Filter entworfen und an die gewollten Werte angepasst.

So ergaben sich Filter mit fester Frequenz, da die Bauteilgrößen einmal angenommen wurden (mit Ausnahme der zwei Potis) und sich daraus die Frequenz ergab

In Experiment 5 des ASLK-Manuals soll es um selbsttuned Filter, also sich selbst automatisch anpassende/einstellende Filter gehen.

### 1.2 Beschreibung der Bachelorarbeit

In der Praxis schanken Bauteile (Temperatur, Alterung, Toleranzen).

Diese Probleme haben Filter, die sich selbst einstellen nicht, da sie nicht rein von den physikalischen Parametern der eingebauten Bauteile abhängen sondern einen gewissen Spielraum bieten, diese Imperfektionen auszugleichen.

Ziel ist es, dass der Filter selbstständig seine Mittenfrequenz nachstimmen kann. Dafür braucht er eine Referenzfrequenz und einen Mechanismus, der prüft, ob der Filter noch auf der richtigen Frequenz liegt, oder weggedriftet ist.

Vorgehen: lernen wie man einen geregelten Oszillator verwendet um Ref-Frequenz zu erzeugen. Ref-Frequenz wird verwendet um Filter automatisch auf die Sollfrequenz einzustellen. Experiment ist also eine Kombination aus Regelungstechnik und Exp 4 (klassische Filtertheorie)

Selbst anpassende Filter sind ein wichtiger Bestandteil der Filterungstechnik heutzutage, da da immer vorhandene Bauteiltoleranzen eine geringere Rolle spielen und aufgrund des Schaltungsdesigns weniger stark ins Gewicht fallen. Vieles innerhalb des Control Loop kann heutzutage durch einen digitalen Microcontroller durchgeführt werden, während der Filter immernoch analog bleibt. So kann die Frequenz sehr präzise auf den exakt eingestellten Wert abgestimmt werden (ohne auf Auswirkungen durch Bauteiltoleranzen zu achten). Wichtig: unsere Schaltung ist bisher nur zum Detektieren der Frequenz. Also wird einfach auf die einkommende Frequenz abgestimmt. Vielleicht kommt noch ein Modus für gezielte Frequenzen dazu? Ist das sinnvoll?

## 1.3 Aus dem Exposé

### 1.3.1 Forschungsthema

Frequenzadaptive Filter werden in der heutigen Zeit immer wichtiger, da sie durch ihr Design die Auswirkungen von Bauteiltoleranzen in der Praxis deutlich reduzieren. Das trägt dazu bei, den Einsatz von teuren Spezialkomponenten zu minimieren und zeitgleich die Flexibilität von Systemen erheblich zu erhöhen. Auch die Entwicklungen im Bereich 5G und Industrie 4.0 tragen zur Bedeutung dieser Technologie bei, da das Datenaufkommen und zugleich die Anforderungen an Verlässlichkeit stetig steigen. Noch nie war das Datenaufkommen höher, sodass nach günstigen, verlässlichen Lösungen gesucht wird. Self-Tuned Filter bieten hier eine vielversprechende Lösung, um kostengünstige und belastbare Systeme zu realisieren.

Auch im Kontext der geopolitischen und wirtschaftlichen Veränderungen spielt diese Arbeit eine Rolle. Lieferkettenprobleme und politische Unsicherheiten der letzten Jahre verdeutlichen, wie wichtig europäische Unabhängigkeit ist. Durch den Einsatz von Open-Source-Software und europäischer Hardware (wie dem RP2350) wird die Souveränität von Europa als Wirtschaftszentrum gestärkt.

Diese Bachelorarbeit untersucht die Entwicklung und Implementierung eines selbsttastellenden Filters auf Basis eines spannungsgesteuerten Biquad-Filters (VCF). Ziel ist es, die automatische Anpassung der Grenzfrequenz mithilfe eines Mikrocontrollers und digitaler Steuerung zu realisieren, um die praktischen Auswirkungen von Bauteiltoleranzen zu minimieren. Der Entwurf umfasst Schaltungsdesign, Hard- und Softwareentwicklung sowie Evaluierung mit Messungen. Das Projekt orientiert sich an Referenzdesigns aus dem ASLK PRO-Manual und setzt aktuelle Methoden der digitalen Signalverarbeitung zur Grenzfrequenzanalyse ein.

### 1.3.2 Zielsetzung

Die zentrale Fragestellung dieser Arbeit lautet: „Wie kann ein spannungsgesteuerter Biquad-Filter selbstständig und robust an wechselnde Eingangssignal-Frequenzen angepasst werden?“ Im Rahmen dieser Bachelorarbeit soll durch simulationstechnische und messtechnische Untersuchungen aufgezeigt werden, welche Funktionen und Bausteine im System dafür verantwortlich sind. Dadurch wird ein vertieftes Verständnis für Phasenschleifen (PLLs) und Self-Tuned Filter geschaffen.

Die Aufgaben werden gemäß der MoSCoW-Methode priorisiert, um eine klare Strukturierung und Fokussierung zu gewährleisten:

**Must have:**

- Entwicklung einer funktionsfähigen Schaltung inklusive passendem PCB auf Basis des im ASLK-PRO Manual beschriebenen Self-Tuned Biquad
- Programmierung des Mikrocontrollers zur Steuerung der bauteilbedingten Grenzfrequenz, der Güte und der Verstärkung des Filters

**Should have:**

- Entwicklung einer App oder webbasierten Oberfläche zur Visualisierung und komfortablen Steuerung des Filters

**Could have:**

- Einfache Frequenzbestimmung des Eingangssignals über einen Nulldurchgangszähler zur schnellen Übersicht über die getunte Frequenz
- Erweiterte Frequenzanalyse mittels FFT, voraussichtlich mit Einsatz eines vorprogrammierten FFT-Moduls
- Design und Konstruktion eines Gehäuses für das Gesamtsystem





# Kapitel 2

## Tools

Im Rahmen dieser Bachelorarbeit kommen viele verschiedene Softwarewerkzeuge für Simulation, Messung, Schaltungsdesign und Darstellung von Messergebnissen zum Einsatz.

Zu den wichtigsten Tools zählt die ECAD-Software KiCad 9. Dieses Open-Source-Programm wird unter anderem vom CERN und einer internationalen Entwicklergemeinschaft weiterentwickelt. Es umfasst eine umfangreiche Komponentenbibliothek, einen integrierten Schaltplan- und PCB-Editor, 3D-Visualisierung, zahlreiche Exportformate sowie einen eingebetteten SPICE-Simulator für die Analyse analoger Schaltungen.

KiCad wird in dieser Thesis hauptsächlich für den Schaltplanentwurf, den Platinenentwurf sowie für die Simulation der Gesamt- und Teilsysteme verwendet. (Da im SPICE-Simulator von KiCad nicht alle Analysetypen zur Verfügung stehen, kann es erforderlich sein, für die Gesamtsimulation auf LTspice auszuweichen.)

!!!ACHTUNG!!! Das stimmt nicht; ngspice, der SPICE-Kern in KiCAD hat alles, was LTspice auch hat. Schauen Sie im Handbuch von ngspice nach.

Die Datenaufnahme der realen Messwerte erfolgt mithilfe eines RedPitaya STEMLab. Dies ist ein (in Europa entwickeltes,) vielseitiges Messgerät, das unter anderem die Funktion eines Oszilloskops, Signalgenerators und Spektrumanalysators in sich vereint. Es basiert auf einer (Open-Source - ich denke nicht) FPGA Entwicklungsplattform. Nach Abschluss einer Messung exportiert der RedPitaya (nein, der Benutzer kann die Messdaten exportieren, nicht das STEMLab) die Messdaten als CSV-Datei, welche anschließend zur weiteren Auswertung genutzt wird.

Zur visuellen Aufbereitung und Analyse der Messergebnisse wird Python 3.12 in der Open-Source Entwicklungsumgebung Spyder eingesetzt. Darüber hinaus wird Python zur systemtheoretischen Analyse des Gesamtsystems verwendet. (Sollte sich dabei eine unzureichende Funktionalität ergeben, kann alternativ auf MATLAB/Simulink zurückgegriffen werden.)

Die Programmierung des Mikrocontrollers erfolgt im Editor Thonny, einer kostenlosen Open-Source Plattform für Python. (Alternativ kann auch die Arduino IDE in der Programmiersprache C verwendet werden.)

Die Dokumentation der Thesis erfolgt in  $\text{\LaTeX}$ Die enthaltenen Schaubilder und elektronischen Schaltpläne werden ebenfalls in  $\text{\LaTeX}$  TikZ/PGF realisiert.

Zur Versionsverwaltung und Datensicherung werden Git und GitHub eingesetzt.



# Kapitel 3

## Theoretische Grundlagen

In diesem Teil werden die bislang im Studium erlangten Kenntnisse noch einmal aufgegriffen. Bei der Dokumentation dieser wurden allerdings auch immer wieder neue Erkenntnisse gewonnen.

Konventionelle Filterschaltungen basieren meist auf Kondensatoren und Induktivitäten. Während Kondensatoren sehr kompakt aufgebaut und problemlos in integrierten Schaltungen realisiert werden können, stellen Induktivitäten in dieser Hinsicht eine Herausforderung dar. Induktivitäten sind groß und lassen sich nur schwer miniaturisieren, was den Einsatz in modernen elektronischen Systemen erschwert. (Zudem weisen Induktivitäten parasitäre Eigenschaften auf, die das Filterverhalten negativ beeinflussen können.)

Eine gute Lösung für diese Problematik sind Operationsverstärker (OpAmps), die durch die externe Verschaltung von Kondensatoren und Widerständen die Funktion von Induktivitäten übernehmen können. Durch die geschickte Kombination dieser drei Bauelemente lassen sich vielfältige Filterstrukturen auf kleinem Raum realisieren. Filter auf Basis von Operationsverstärkern werden als aktive Filter bezeichnet, da sie im Gegensatz zu passiven Filtern eingehende Signale verstärken können und deshalb eine externe Spannungsversorgung benötigen, um den Operationsverstärker mit Energie zu versorgen.[1]

Eine dieser aktiven Filterstrukturen ist der sogenannte Biquad-Filter, der in der Lage ist, verschiedene Filtertypen wie Tiefpass, Hochpass, Bandpass und Bandsperre innerhalb einer Schaltung bereitzustellen.

Der Biquad-Filter ist wie der Name schon andeutet ein Filter zweiter Ordnung, der aus zwei Integratoren und zwei Addierern besteht. Durch die Verschaltung dieser OpAmps wie in Abbildung 3.1 zu erkennen, liegt am Ausgang jedes OpAmps ein Signal vor, was eine andere Filtercharakteristik aufweist. Durch die Wahl des Ausgangs kann somit die gewünschte Filterung ausgegeben werden.

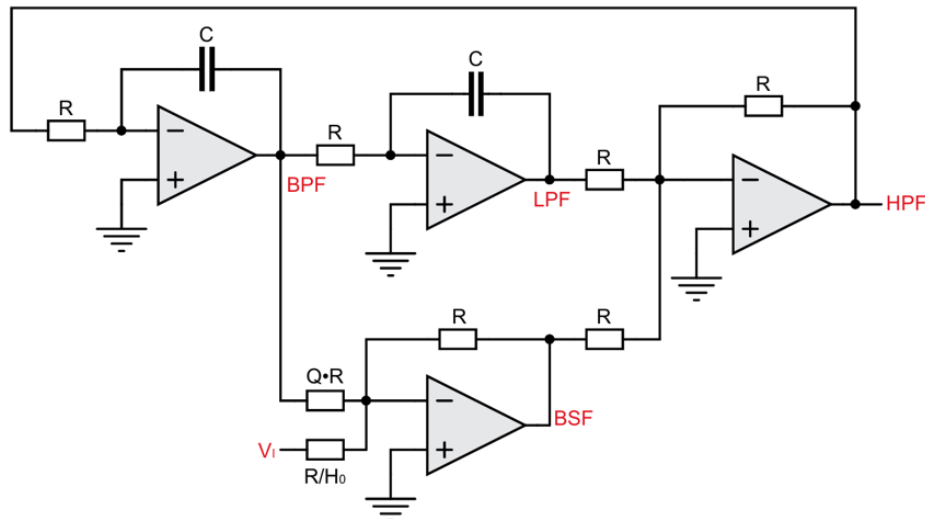


Abbildung 3.1: Multiple-Feedback-Biquad [2]

### 3.1 Grundlagen und mathematische Herleitung des Biquad-Filter

Zur mathematischen Beschreibung des Systems werden die Übertragungsfunktionen der einzelnen Filtertypen mittels der Laplace-Transformation, unter Verwendung des idealisierten OpAmp-Modells, hergeleitet. Damit gilt für den Integrierer:

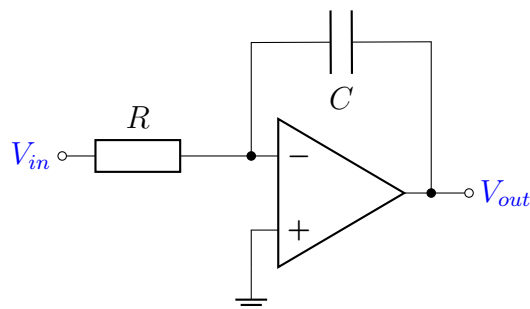


Abbildung 3.2: Invertierender Integrator

$$V_{out}(s) = -\frac{V_{in}(s)}{sRC} \quad (3.1)$$

Und für den invertierenden Addierer:(erst noch den inv. Verstärker?)

$$V_{out} = -R_2 \left( \frac{V_1}{R_{11}} + \frac{V_2}{R_{12}} + \frac{V_3}{R_{13}} \right) \quad (3.2)$$

Durch die Kombination dieser beschriebenen Teilschaltungen lassen sich die Übertragungsfunktionen der einzelnen OpAmp-Ausgänge herleiten:

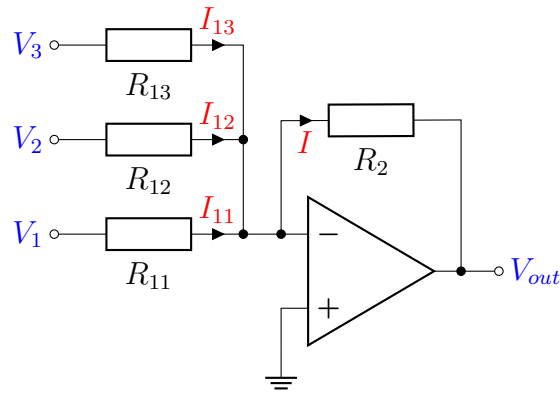


Abbildung 3.3: invertierender Addierer

$$V_1 = -(V_3 + V_4) \quad (3.3)$$

$$V_2 = -\left(\frac{1}{s}\omega_0 \cdot V_1\right) \quad (3.4)$$

$$V_3 = -\left(\frac{1}{s}\omega_0 \cdot V_2\right) \quad (3.5)$$

$$V_4 = -\left(\frac{V_2}{Q} + H_0 \cdot V_i\right) \quad (3.6)$$

Werden diese Gleichungen nun so ineinander eingesetzt, dass sie dem Schaltbild des Biquad-Filters entsprechen, lassen sich die Übertragungsfunktionen der vier Filtertypen herleiten. Die einzelnen Schritte der Herleitung werden im Abschlussbericht des Moduls ANS [3] ausführlicher besprochen.

- Tiefpass:

$$\frac{V_3}{V_i} = \frac{H_0}{1 + \frac{s}{\omega_0 Q} + \frac{s^2}{\omega_0^2}} \quad (3.7)$$

- Hochpass:

$$\frac{V_1}{V_i} = \frac{H_0 \frac{s^2}{\omega_0^2}}{1 + \frac{s}{\omega_0 Q} + \frac{s^2}{\omega_0^2}} \quad (3.8)$$

- Bandpass:

$$\frac{V_2}{V_i} = \frac{-H_0 \frac{s}{\omega_0}}{1 + \frac{s}{\omega_0 Q} + \frac{s^2}{\omega_0^2}} \quad (3.9)$$

- Bandsperre:

$$\frac{V_4}{V_i} = \frac{-H_0 \left(1 + \frac{s^2}{\omega_0^2}\right)}{1 + \frac{s}{\omega_0 Q} + \frac{s^2}{\omega_0^2}} \quad (3.10)$$

Gut zu erkennen ist hierbei, dass alle Übertragungsfunktionen den gleichen Nenner besitzen. Der Zähler unterscheidet sich je nach Filterart.

## 3.2 Einfluss der Bauteilgrößen und Parameter auf das Filterverhalten

Die Werte der im Biquad eingesetzten Widerstände und Kondensatoren bestimmen die charakteristischen Größen des Filters. Insbesondere beeinflussen sie die Grenzfrequenz  $\omega_0$ , die Filtergüte  $Q$  und die maximale Verstärkung  $H_0$ . Durch die gezielte Auswahl der Bauteilwerte lässt sich das Filterverhalten auf die spezifischen Anforderungen einer Anwendung abstimmen.

Die Grenzfrequenz  $\omega_0$  ergibt sich bei idealisierten Schaltungen nach folgender Formel:

$$\omega_0 = \frac{1}{RC} \quad (3.11)$$

Durch genauere Betrachtung in der Vorbereitungsphase auf diese Thesis viel auf, dass  $R$  sich nur durch den Wert der beiden Vorwiderstände der Integratoren ergibt, nicht aber durch die Widerstände der Addierer. Dieser Zusammenhang war vorher nicht klar, wesswegen im damaligen Schaltungsdesign die Kondensatoren geändert wurden (Anstatt 8 Widerstände) um die Grenzfrequenz zu verschieben.  $C$  beschreibt die Kapazität der beiden Kondensatoren in den Integratoren. Der durch die Gleichung 3.11 gezeigte Zusammenhang kann nun dafür verwendet werden, die Grenzfrequenz auf den gewünschten Wert einzustellen.

Der Gütefaktor beeinflusst im Zeitbereich die Resonanz und Dämpfung des Filters. Je nach Wert von  $Q$  lassen sich drei unterschiedliche Dämpfungsfälle anhand der Impulsantwort unterscheiden:

- **Schwingfall** ( $Q > \frac{1}{2}$ ): Komplex-konjugierte Pole, gedämpftes Schwingungsverhalten:

$$s_{1,2} = -\frac{\omega_0}{2Q} \pm j\omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}$$

- **Aperiodischer Grenzfall** ( $Q = \frac{1}{2}$ ): Doppelter reeller Pol, kritische Dämpfung:

$$s_{1,2} = -\omega_0$$

- **Kriechfall** ( $Q < \frac{1}{2}$ ): Zwei reelle Pole, träges (überdämpftes) Verhalten:

$$s_{1,2} = -\frac{\omega_0}{2Q} \pm \omega_0 \sqrt{\frac{1}{4Q^2} - 1}$$

Die Filtergüte  $Q$  beeinflusst ebenfalls das Frequenzverhalten des Filters. Für die Güte unterscheidet sich der Zusammenhang zwischen Güte und Bandbreite je nach Filtertyp. Bei Hoch- und Tiefpassfiltern charakterisiert  $Q$  die Flankensteilheit im Übergangsbereich um die Grenzfrequenz. Eine Erhöhung des Gütefaktors führt zu einer steileren Filterflanke und zu einer stärkeren Dämpfung außerhalb des Durchlassbereichs. Zudem ergibt sich ab einer Güte von  $Q > 0,707$  eine Resonanzüberhöhung (Überschwinger) nahe der Grenzfrequenz.

Im Gegensatz dazu verfügen Bandpass- und Bandsperfilter über eine deutlich ausgeprägte Mittenfrequenz  $\omega_0$ , welche das Zentrum des Durchlass- bzw. Sperrbereichs markiert. Die

Bandbreite  $\Delta\omega$  beschreibt den Abstand zwischen den beiden -3 dB-Grenzfrequenzen. Die folgende Gleichung beschreibt den Zusammenhang zwischen Güte, Bandbreite und Mittenfrequenz.[4]

$$\Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q} \quad (3.12)$$

Eine größere Güte  $Q$  führt also zu einer schmaleren Bandbreite und zu einer stärker ausgeprägten Verstärkung bzw. Dämpfung um die Mittenfrequenz.

**hier könnte noch eine schöne überleitung zur NS und PS in der s-Ebene hinein.  
-> gehe ich darauf später noch mal ein?**

Der Verstärkungsfaktor  $H_0$  wirkt sich hingegen nur auf die Amplitudenhöhe des Filters aus, ohne die Frequenzcharakteristik zu verändern. Ein höherer Verstärkungsfaktor führt zu einer stärkeren Signalverstärkung im Durchlassbereich des Filters.

**sollte hier die bestimmung der Grenzfrequenz hin? => habe das allerdings zur vorbereitung gemacht und nicht im 6. Semester**

### 3.3 Zusammenfassung des bisherigen Standes und offene Fragen





# Kapitel 4

## Weiterführende Theorie

In der Überprüfung des Biquad-Filters spielte die Phase nur eine untergeordnete Rolle. Im Folgenden wird durch Detektierung der Phase ein selbsteinstellenden Filter zu designen.

Anfangs wird dabei die Funktionsweise der einzelnen Bausteine des selfe Tuned Filters besprochen. Dabei werden die theoretisch abgeleiteten Eigenschaften der einzelnen Bauteile mittels Simualtion verifiziert und visuell durch Plots unterstützt. Zur Veranschaulichung wird anfangs auch auf den sehr ähnlich funktionierenden Phasenregelkreis (PLL) eingegangen, um später über den Voltage Controlled Filter zueinem gesamtverständnis des Systems zu gelangen.

### 4.1 Phasenregelkreis

Bei einen Phasenregelkreis, im englischen auch PLL (Phase Locked Loop) genannt, handelt es sich um eine geschlossene Rückkopplungsschleife. In dieser wird die Phase eines internen Signals wie dem Ausgang eines Voltage-Controlled Oscillators (VCO) an die Phase eines stabielen, externen Referenzsignals angepasst. Sobald die Signale synchon (locked) zu einander verlaufen besitzen internes und Referenzsignal die gleiche Frequenz. Sobald die Frequenz des Referenzsignals verändert wird, versucht die elektronische Schaltung die Synchronisation aufrecht zu erhalten. Das Ausgangssignal des VCO kann dem eingehenden Steuersignal also über einen gewissen Frequenzbereich folgen.[5]

Der einfache Aufbau eines Phasenregelkreis besteht aus einem Phasen Detektor, einem Loopfilter und einem VCO. Diese werden wie in der folgenden Abbildung dargestellt angeordnet.

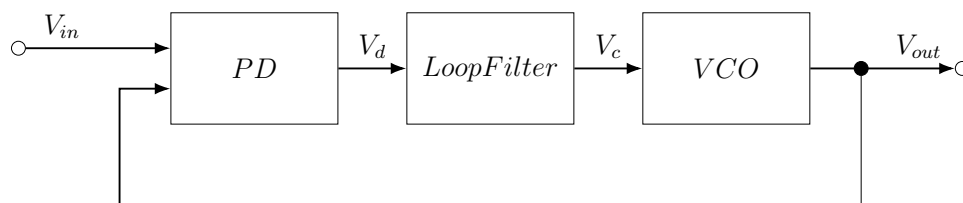


Abbildung 4.1: Einfacher Aufbau eines Phasenregelkreises [6]

Dabei bestimmt der Phasendetektor die Phasendifferenz zwischen dem Referenzsignal und dem Ausgangssignal des VCOs. Dieses Signal wird im darauffolgenden Loopfilter geglättet, sodass die bei der Phasendetektion entstehenden Hochfrequenzanteile unterdrückt werden.

Der anschließende VCO gibt anhand seiner Eingangsspannung eine Frequenz aus, die proportional zu seiner Eingangsspannung ist. Stimmt diese Ausgangsfrequenz nun mit der Frequenz des Referenzsignals überein ist der PLL locked.[5]

Im folgenden werden die ersten beiden Bausteine des PLLs genauer betrachtet. Um jedoch den Phasendetektor zu verstehen muss zuerst die Funktionsweise des analogen Multiplizierers erläutert werden.

## 4.2 Analoger Multiplizierer

Der wichtigste Baustein innerhalb des Phasendetektors ist der analoge Multiplizierer. Wie der Name schon verrät bildet ein Analogmultiplizierer das Produkt aus zwei anliegenden Signalen nach dem Schema:  $x = a \cdot b$ .

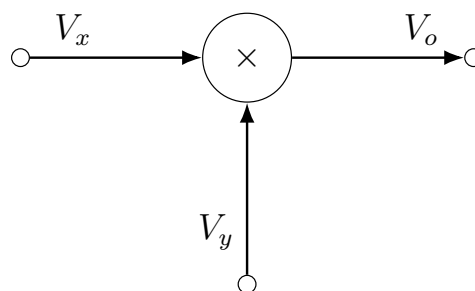


Abbildung 4.2: Blockschaltbild des analogen Multiplizierers

Wie bereits durch das bisherige Studium bekannt ist, können arithmetische Operationen wie Addition, Subtraktion und Integration mittels Operationsverstärkern mit entsprechender Verschaltung durchgeführt werden. Die Multiplikation zweier Signale lässt sich hingegen nicht so einfach über eine einfache analoge Schaltung realisieren. Eine mögliche Lösung dieses Problems ist der Umweg über den natürlichen Logarithmus und die Exponentialfunktion  $e^x$ . Über diesen Umweg kann die Multiplikation als einfache Addition durchgeführt werden.

$$x = a \cdot b = e^{\ln(a \cdot b)} = e^{\ln(a) + \ln(b)}$$

Dieser Zusammenhang wird durch folgendes Blockschaltbild verdeutlicht:

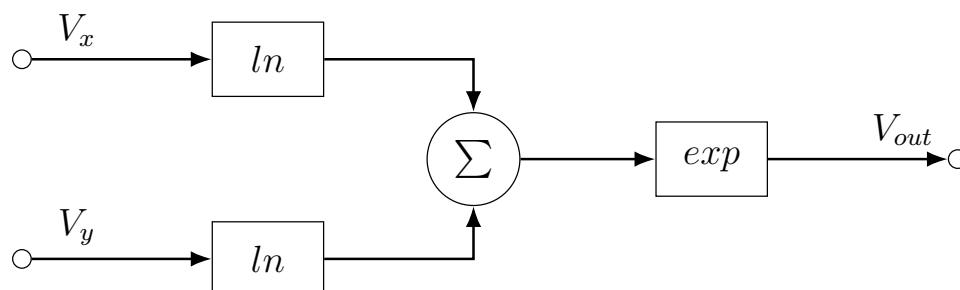


Abbildung 4.3: Funktionelle Realisierung eines Analogmultiplizierers **Quelle: Wikipedia**

Da der Logarithmus nicht für negative Zahlen definiert ist, können nur positive Eingangssignale multipliziert werden. Aus diesem Grund werden Multiplizierer dieses Typs auch

Ein-Quadranten-Multiplizierer genannt. In vielen Anwendungen sollen allerdings auch negative Eingangsspannungen zu einem korrekten Ergebnis führen.

Eine Methode um dies zu erreichen ist, dass wenn ein negatives Vorzeichen auftritt, das Vorzeichen am Ein- und Ausgang des Multiplizierers umzukehren. Leider ist diese Methode als Schaltung sehr umständlich umzusetzen und eher langsam, was für höherfrequente Anwendungen unpraktisch ist. Eine weitere Methode besteht darin, zu den Eingangsspannungen konstante Gleichspannungen zu addieren, sodass die tatsächlichen Eingangsspannungen immer im positiven Bereich bleiben. Die Gleichung für die Ausgangsspannung lautet dann

$$V_{out} = \frac{(V_x + V_{xk})(V_y + V_{yk})}{E} \quad (4.1)$$

wobei

- $V_x$  und  $V_y$  die Eingangssignale darstellen,
- $V_{xk}$  und  $V_{yk}$  die konstanten Gleichspannungen sind,
- $E$  die Proportionalitätskonstante beschreibt, in der Praxis häufig als 10V angewendet.

Die Proportionalitätskonstante  $E$  findet sich in den meisten Gleichungen zur Beschreibung des Ausgangs eines Multiplizierers. Sie sorgt dafür, dass das Ausgangssignal innerhalb des gewünschten Spannungsbereich bleibt und auch starke Verstärkungen korrekt im Pegel der Ausgangsspannung zu sehen sind. Das gewünschte Ausgangssignal  $\frac{V_x V_y}{E}$  ergibt sich also aus

$$\frac{V_x V_y}{E} = V_{out} - V_x \frac{V_{yk}}{E} - V_y \frac{V_{xk}}{E} - \frac{V_{xk} V_{yk}}{E} \quad (4.2)$$

Liegt die Eingangsspannung  $V_x$  im Bereich  $-E \leq V_x \leq +E$  kann keine negative Spannung am Eingang des Multiplizierers anliegen, wenn die konstante Spannung  $V_{xk} = E$  gesetzt wird. Gleiches gilt auch für den zweiten Eingang. Bei Anwendung dieses Zusammenhangs auf die bekannten Gleichungen ergibt sich für den Ausgang eines Vier-Quadranten-Multiplizierers folgende Gleichung

$$V_{out} = \frac{V_x V_y}{E} = \frac{(V_x + E)(V_y + E)}{E} - V_x - V_y - E \quad (4.3)$$

Wobei sie sich für die Umsetzung als Blockschaltbild so erweitert

$$V_{out} = \frac{V_x V_y}{E} = 4 \cdot \frac{\frac{1}{2}(V_x + E) \cdot \frac{1}{2}(V_y + E)}{E} - V_x - V_y - E \quad (4.4)$$

### BSB Seite 359 in Halbleiter Schaltungstechnik [7]

Formel für den Multiplizierer in der Praxis, weiß noch nicht ob ich das brauche, kommt darauf an, ob ich hinterher erklären muss wieso die Multiplikation nicht 100% korrekt funktioniert.

In dieser Bachelorarbeit wird ein MPY634 von Texas Instruments verwendet. Die allgemeine Übertragungsfunktion des MPY634 ist im Lauter wie folgt

$$V_{out} = A \left[ \frac{(X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2)}{SF} - (Z_1 - Z_2) \right], \quad (4.5)$$

wobei

- $A$  die offene Verstärkung (open-loop gain) des internen Verstärkers darstellt (typisch 85 dB),
- $SF$  der Skalierungsfaktor (scale factor) ist, der ab Werk auf 10 V lasergetrimmt ist, aber durch Anschluss eines Potentiometers zwischen Pin  $SF$  und  $-V_S$  im Bereich von 3 V bis 10 V einstellbar bleibt,
- $X$ ,  $Y$  und  $Z$  jeweils differenzielle Eingangsspannungen sind.

Die maximale Eingangsspannung sollte das 1,25-fache des eingestellten Skalierungsfaktors nicht überschreiten.

Um eine stabile, geschlossene Übertragungsfunktion zu erhalten, ist eine negative Rückkopplung erforderlich. Ohne diese würde die große Verstärkung  $A$  schon bei kleinsten Abweichungen innerhalb der Klammer den Ausgang bis zum Maximalwert treiben. Wird nun  $Z_1$  mit  $V_{out}$  verbunden und  $Z_2$  auf Masse gelegt, so ergibt sich durch Einsetzen in (4.5) die Näherung

$$\frac{(X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2)}{SF} - (V_{out} - 0) \approx 0.$$

Daraus folgt die geschlossene Übertragungsfunktion

$$V_{out} = \frac{(X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2)}{SF}. \quad (4.6)$$

Da in der Analyse im ASLK manual immer von der Spannung  $V_r$  geredet wird, wird im Folgenden nur noch  $V_r$  anstatt  $SF$  verwendet. Beide beschreiben das Selbe und sind somit werkseitig auf 10V eingestellt, können aber extern verändert werden.

### 4.2.1 Simulation

Um ein besseres Verständnis für den Multiplizierer zu gewinnen, wird dieser in KiCad mit Spice simuliert. Als erster Test für den Multiplizierer werden als Input-Quellen zwei Gleichspannungen verwendet. Diese werden mit den Pins  $X_1$  und  $Y_1$  verbunden. Für die spätere Funktion des Phasendetektors werden die Pins  $X_2$  und  $Y_2$  an Ground angeschlossen. In KiCad können die Simulationsdaten in eine .raw-Datei exportiert werden, die es möglich macht die Ergebnisse in Python zu plotten.

Die Grafik 4.4 zeigt, dass die oben beschriebene Gleichung 4.6 mit der Simulation übereinstimmt. Es können zudem nicht nur positive, sondern auch negative Spannungen korrekt multipliziert werden.

## 4.3 Multiplizierer als Phasendetektor

Nach der Analyse des analogen Multiplizierer kann nun der erste Baustein des PLLs untersucht werden. Der Phasendetektor baut auf einem Multiplizierer auf, der die Phasendifferenz zwischen zwei Signalen detektieren soll.

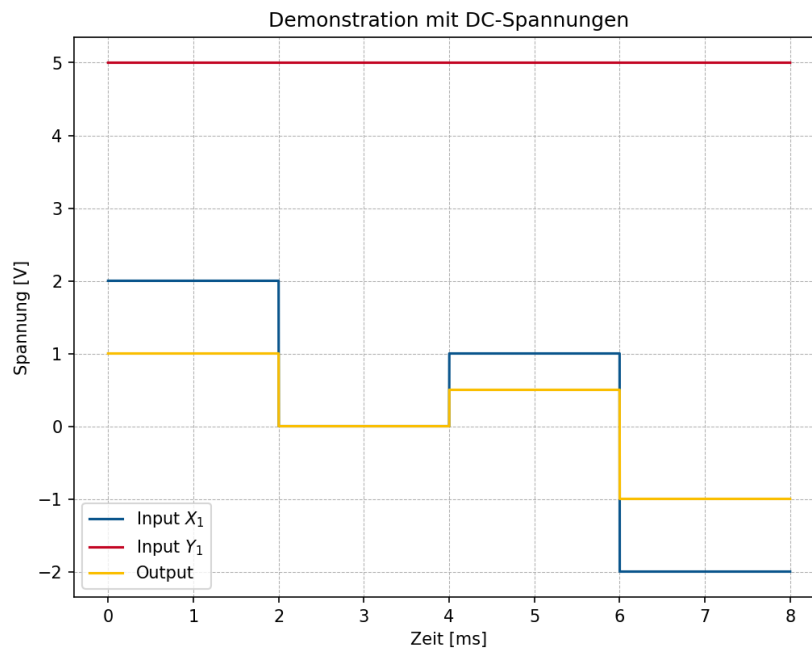


Abbildung 4.4: Multiplikation von DC-Spannungen

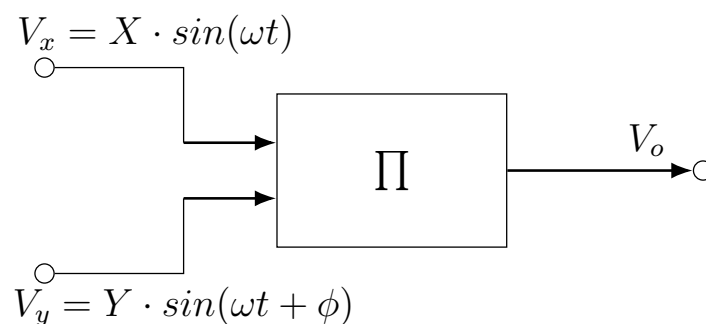


Abbildung 4.5: Multiplizierer...

In Abbildung 4.5 ist zu erkennen, wie zwei um den Phasenwinkel  $\phi$  versetzte Signale auf die Eingänge des Multiplizierers gelegt werden. Dadurch lässt sich der Ausgang des Multiplizierers  $V_o$  durch folgende Gleichung beschreiben

$$V_o = \frac{XY}{2V_r} \cdot [\cos(\phi) - \cos(2\omega t + \phi)]$$

wobei

- $X$  und  $Y$  die Amplituden der Eingangssignale sind,
- $V_r$  der Referenzwert des Multiplizierers ist (laut Datenblatt:  $V_r = 10V$ ),
- $\phi$  die Phasendifferenz zwischen den beiden Eingangssignalen beschreibt.

**Hinweis:** Im ASLK Manual steht hier  $V_o = \frac{XY}{2V_r} \cdot [\cos(\phi) - \cos(\omega t + \phi)]$  was nicht korrekt ist.

Die Multiplikation zweier sinusförmiger Signale ergibt demnach ein Signal mit zwei Frequenzkomponenten. Eine Frequenz ist hierbei eine Gleichspannungskomponente  $\cos(\phi)$ , die sich proportional zur Phasendifferenz verhält. Zusätzlich gibt es noch eine hochfrequente Mischkomponente, die mit der doppelten Frequenz des Eingangssignals schwingt. Wenn der Multiplizierer nicht komplett linearen Bereich operiert werden zudem noch weitere Hochfrequenzkomponenten als vielfaches der Ausgangsfrequenz generiert. [5]

Der zweite Block innerhalb des PLLs ist der Loopfilter. Dieser hat die Aufgabe, diese hochfrequenten Anteile der Multiplikation zu unterdrücken. So kann für den Loopfilter ein einfacher RC-Tiefpass verwendet werden. Nach der idealen Tiefpass-Filterung des Ausgangssignals reduziert sich der Ausdruck auf

$$V_o = \frac{XY}{2V_r} \cdot \cos(\phi) \quad (4.7)$$

Diese Gleichung zeigt die direkte Abhängigkeit von Ausgangsspannung des Multiplizierers und der Phasendifferenz der beiden Eingangssignale. Durch diese Verschaltung wird aus dem Multiplizierer ein Phasendetektor, der bei einer Phasendifferenz von  $90^\circ$  eine Durchschnittsspannung von  $0V$  ausgibt. Die Abbildung 4.6 veranschaulicht die Phasencharakteristik des Multiplizierers.

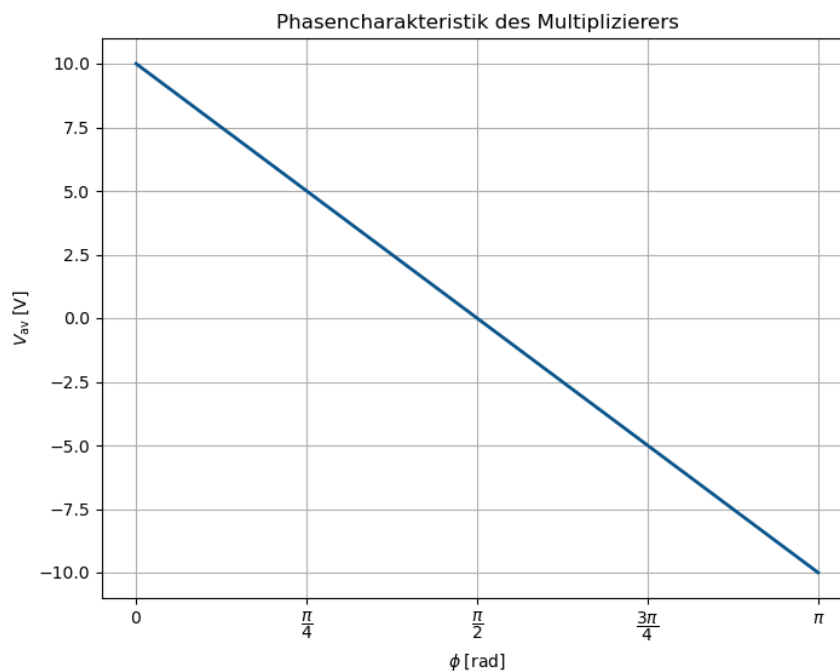


Abbildung 4.6: Durchschnittliche Ausgangsspannung des Multiplizierers gegen den Phasenwinkel [8]

Damit bleibt das Problem, dass der Detektor nur eine Phasendifferenz von genau  $90^\circ$  erkennen kann. Liegt eine andere konstante Phasenverschiebung zwischen den Signalen an, kann diese zwar detektiert werden, aber nur, ob die Phasendifferenz höher oder niedriger ist als  $90^\circ$ . Die allgemeine Phasenverschiebung zwischen dem Referenzsignal (Eingangssignal) und internem Signal muss also zwangsläufig  $90^\circ$  betragen. Dafür wird nun innerhalb des Voltage Controlled Filters (Biquad, VCF schon eingeführt?) nach einem solchen Signal gesucht.

Gesucht wird nun also ein Signal innerhalb des Biquads, das sich um die Mittenfrequenz von  $\omega = \omega_0$  um  $90^\circ$  vom Eingangssignal unterscheidet.

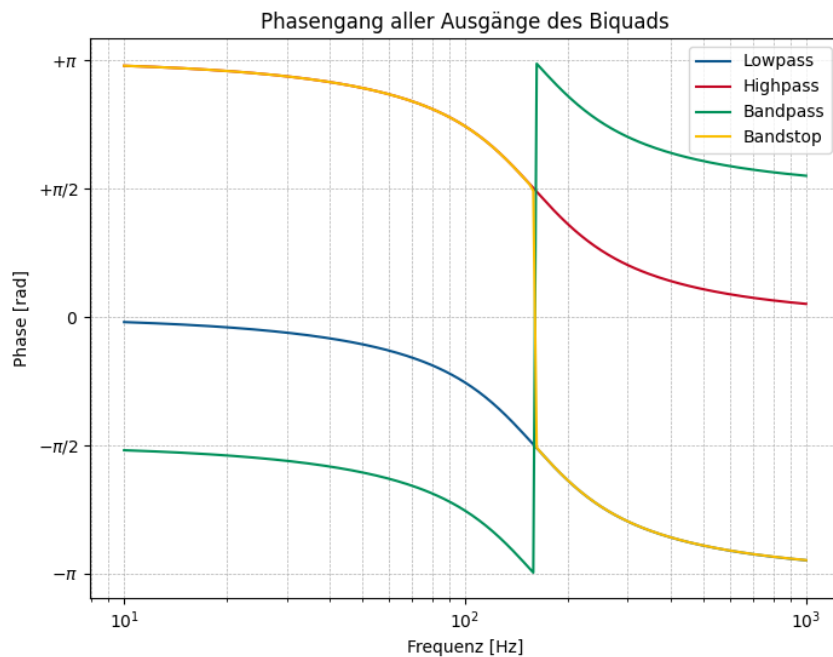


Abbildung 4.7: Phasengänge der vier Ausgänge des Biquads

Der Biquad besitzt vier unterschiedliche Filtertypen, deren Phasengänge sich deutlich voneinander unterscheiden. Bei genauerer Betrachtung der Phasenverläufe 4.7 der Filtertypen fällt auf, dass Hoch- und Tiefpass um  $\omega_0$  eine Phasenverschiebung von  $90^\circ$  bzw.  $-90^\circ$  gegenüber dem Eingangssignal aufweisen. Der Bandpassfilter hat in dieser Umgebung eine Phasenverschiebung von  $\pm 180^\circ$  und die Bandsperre hat bei  $\omega_0$  einen Phasensprung. Damit erfüllt sowohl der Tiefpass- als auch der Hochpassausgang die Bedingung einer konstanten  $90^\circ$ -Phasendifferenz, sodass in beiden Fällen der Phasendetektor bei richtiger Abstimmung einen Mittelwert von  $0V$  am Ausgang liefern sollte.

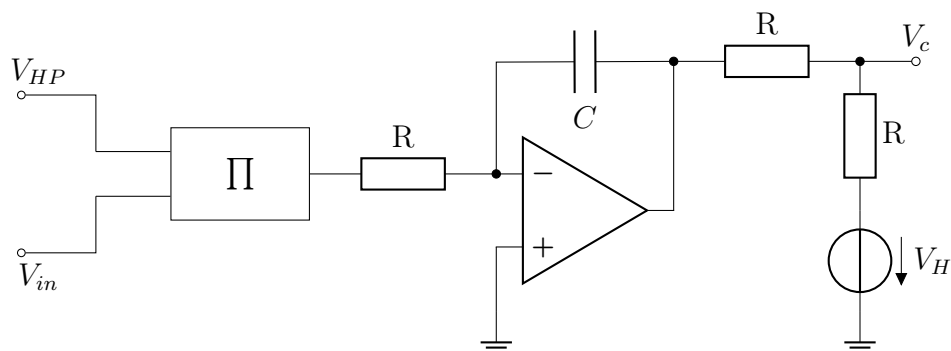


Abbildung 4.8: Teilschaltung: Phasendetektor

Hier die sache mit VCO/VCF! im schaubild war ein VCO zusehen. wir haben allerdings einen VCF. wie kann dies miteinander verknüpft werden? Hinter

dem Multiplizierer befindet sich ein Integrator. Dieser soll die verbleibende hochfrequente Sinuskomponente herausfiltern, sodass eine reine DC-Spannung als Indikator für die Phasendifferenz verbleibt. Dadurch kann diese Ausgangsspannung als DC-Steuerspannung  $V_c$  für die internen Multiplikatoren im VCF verwendet werden.

Im Schaltplan des ASLK-PRO Manuals unter Experiment 5 befindet sich am Ausgang des Integrators noch eine zusätzliche Hilfsspannungsquelle  $V_H$ . Diese hat die Aufgabe, die Steuerspannung auf ein geeignetes Potential anzuheben. **Die Bedeutung dieser wird genauer im Kapitel des VCFs untersucht, ein wichtiger Bestandteil hierbei ist die Vereinfachte Darstellung des Multiplizierers wie in Gleichung 4.7 gezeigt. vielleicht sollte darauf doch besser hier eingegangen werden!**

### 4.3.1 $V_H$

entweder zur Stromverstärkung oder um das den Signalfluss bei korrekter Phasendifferenz gleich aufrecht zu erhalten.

### 4.3.2 Simulation

Im folgenden Abschnitt werden die zuvor beschriebenen Zusammenhänge durch eine Simulation überprüft. Hierfür werden dem System Wechselspannungen unterschiedlicher Phasenlage zugeführt.

Am Eingang  $Y_1$  liegt immer ein Sinussignal an. Am Eingang  $X_1$  wird das gleiche Signal mit einer veränderten Phase eingespeißt. Im ersten Fall bleibt die Phase unverändert ( $\phi = 0^\circ$ ), im zweiten Fall wird sie um  $90^\circ$  und im dritten Fall um  $180^\circ$  verschoben. Da der Arbeitsbereich der Schaltung bei einem Phasenversatz von  $90^\circ$  liegt und das Sinussignal periodisch ist, stellen Verschiebungen um  $0^\circ$  und  $180^\circ$  die maximal möglichen Abweichungen der Phase dar, während bei  $\phi = 90^\circ$  der Idealwert erreicht wird. Die real auftretenden Werte sollten daher zwischen oder auf diesen Extrempunkten liegen.

Im linken Teil der Abbildung 4.9 sind die drei untersuchten Eingangssignale als Zeitverläufe dargestellt. Der rechte Teil zeigt die dazugehörigen Ausgangssignale des Multiplizierers. Wie erwartet besitzt das Signal mit der Phasenverschiebung von  $90^\circ$  nach der Multiplikation einen Mittelwert von  $0V$ . Das unverschobene Signal besitzt einen Offset von etwa  $0,2V$ , während das um  $180^\circ$  verschobene Signal einen Offset von  $-0,2V$  zeigt. Bei allen drei Signalen enthält das Ausgangssignal einen hochfrequenten Anteil mit der doppelten Frequenz des Eingangssignals.

Laut Datenblatt des MPY634 ergibt sich eine Phasendetektorschaltung, wenn am Ausgang des Multiplizierers ein einfacher RC-Tiefpass nachgeschaltet wird. In anderen Aufbauten wird am Multipliziererausgang ein Tiefpass mit anschließendem OP in Komparator-schaltung verwendet. **(bewirkt das das gleiche? LAUT VID JA => simulation!)**

Der Schaltungsaufbau im ASLK-Manual sieht hingegen vor, dass am Ausgang des Multiplizierers ein Integrator nachgeschaltet wird, der die PLL-Funktion vervollständigt. Dieser verhält sich ebenfalls wie ein Tiefpass. So entstehen aus den in Abbildung 4.9 sichtbaren Signalen nach der Integration die in Abbildung 4.10 dargestellten Signalverläufe.

Die Abbildung 4.10 zeigt den zeitlichen Verlauf des Integratorausgangs für die verschiedenen Phasenverschiebungen. Zu beachten ist hierbei, dass die Phasenlage der Eingangssignale



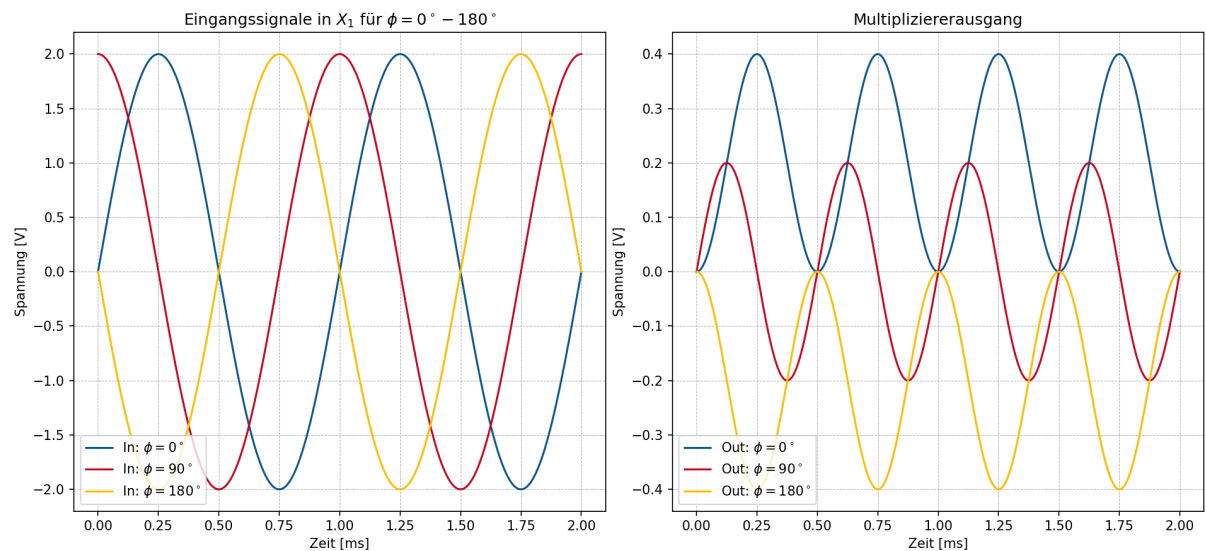


Abbildung 4.9: Singalverhalten bei unterschiedlichen Phasenverschiebungen zwischen den Eingangssignalen  $X_1$  und  $Y_1$

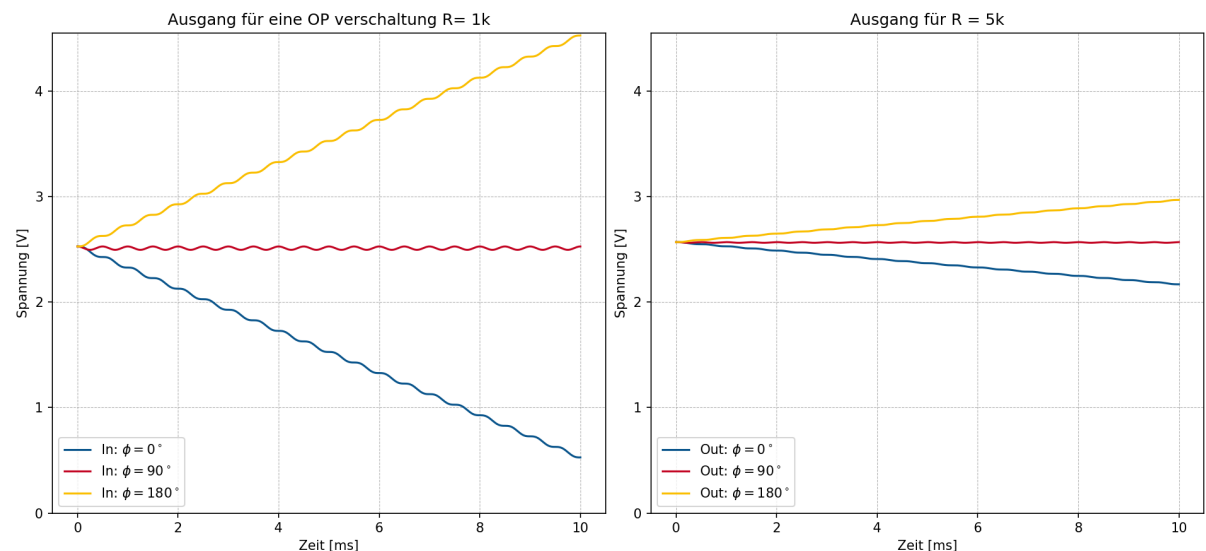


Abbildung 4.10: Singalverhalten bei unterschiedlicher Verschaltung des Integrators

unter realen Bedingungen nicht über längere Zeit auf den Maximalwerten  $\phi = 0^\circ$  bzw.  $\phi = 180^\circ$  bleibt, sondern sich dynamisch verändert. Für  $\phi = 90^\circ$  wird die Amplitude der hochfrequenten Komponente nach der Integration deutlich gedämpft, dennoch bleibt eine Restschwingung sichtbar. Die Mittelwertspannung bleibt in diesem Fall über die Zeit gleich, da die Summation der positiven und negativen Halbwellen des Eingangssignals zu 0 verläuft. Auffällig ist, dass dem Signal eine Gleichspannungskomponente von etwa 2,511V hinzugefügt wurde. Dies ist auf das Integrationsverhalten und die Verschaltung des Integrators zurückzuführen.

Diese Gleichspannungskomponente kann auf verschiedene Sachen zurückgeführt werden. Beispielsweise enthält das Simulationsmodell des TL082 Starbedingungen (Initial Bias), die an internen Transistorknoten VC und VE ein Potential von 2,2V als Startwert definiert. So könnte schon ein großer Teil dieses Offsets erklärt werden. Die restlichen 0,3V könnten

von einer Standard-Eingangsoffsetspannung kommen. Diese wird sofort in der Integration berücksichtigt und führt zu einer Gleichspannung am Ausgang, obwohl rein mathematisch kein Offset vorhanden sein sollte. **Eine Simulation mit einem idealen OPV würde diese zusätzliche Verstärkung nicht zeigen.**

Bei den Extremwerten der Phasenverschiebung  $\phi = 0^\circ$  und  $\phi = 180^\circ$  zeigt sich ebenfalls eine Erhöhung des DC-Anteils und eine gedämpfte Amplitude der AC-Komponente. Da das Sinussignal für beide Fälle nicht mehr um 0V zentriert ist, summieren sich die Schwingungen beim integrieren immer weiter auf. Für  $\phi = 0^\circ$  steigt das Ausgangssignal linear mit einer Steigung von 0,2V pro ms an, für  $\phi = 180^\circ$  fällt die Spannung mit gleicher negativer Steigung ab.

Ausgehend davon, dass die AC-Komponente noch deutlich sichtbar ist, kann durch Reduzierung der Filter-Grenzfrequenz mittels Vorwiderstand die Amplitude weiter verringert werden. Dies führt, wie im rechten Bild zusehen, zu einer weiteren Reduktion der Restwelligkeit. Bei genauer Betrachtung ist jedoch zu erkennen, dass immernoch eine gewisse Restwelligkeit vorhanden ist. Außerdem fällt auf, dass die Steigung bei niedriger Grenzfrequenz des Filters deutlich geringer ausfällt als bei hoher Grenzfrequenz. Diese liegt mit  $0,04 \frac{V}{ms}$  genau um den Faktor 5 geringer als die vorherige Ausgangsspannung. **(R um 5 vergrößert, Steigung um 5 verkleinert, Was passiert mit der welligkeit des signals? auf irgendwas um 5?)** Damit bestimmt die Grenzfrequenz des Integrators maßgeblich die Genauigkeit (Sensitivität) des Phasendetektors mit. **Auf diesen Zusammenhang wird später in Kapitel Sensitivität noch einmal genauer eingegangen**

Zusätzlich lässt sich beobachten, dass sich bei sinkender Grenzfrequenz des Tiefpassfilters auch die zuvor erwähnte Gleichspannungs-Komponente ändert. In den vorliegenden Messungen steigt dieser Wert leicht auf 2,565V. **Dieser Effekt ist so zu beschreiben. Der Spannungsabfall über den Vorwiderstand ist mit  $V = I_{Bias} \cdot R$  zu beschreiben. Dabei ist der Eingangsbiasstrom vom OPV abhängig und immer gleich groß. Je größer also der Vorwiderstand R wird, desto größer ist der Spannungsabfall über diesen, was ebenfalls zu einem höheren Offset am ausgang führt. Zudem ist die Gesamtverstärkung des OPVs  $\frac{1}{RC}$ , wenn R nun größer wird, wird der Offset größer???**

<https://www.ti.com/content/dam/videos/external-videos/zh-tw/1/3816841626001/4082104055001.mp4/offset-voltage-input-bias-specifications-presentation-quiz.pdf>

## 4.4 Aufbau und Steuerung des Voltage Controlled Filters

### 4.4.1 Abbinder zu PLLs

**weiß noch nicht wo das hinsoll** Wie zuvor in Abbildung 4.1 zusehen besteht der klassische PLL aus einem Phasendetektor, einem Loopfilter und einem VCO. Durch das Schaltbild in Abbildung 4.8 zweigten sich die ersten zwei Teilmodule. Die Phasendifferenz wurde durch den analogen Multiplizierer detektiert und der anschließende Integrator filterte die hochfrequente Komponente heraus. Als nächstes würde der VCO folgen. In dieser Thesis wird allerdings kein VCO an die Kontrollspannung  $V_c$  angeschlossen, sondern ein Voltage Controlled Filter (VCF). Also wird im Experiment 5 des ASLK-PRO Manuals kein klassischer PLL aufgebaut, sondern eine selbstabstimmende Filterstruktur, bei der

die Mittenfrequenz des Filters dynamisch an die Frequenz des Eingangssignals angepasst wird.

Zusammengefasst ist der Unterschied, dass das Filterverhalten und nicht die Frequenz des Oszillators geregelt wird. Trotzdem sind die Rückkopplungslogik und die Mathematische Grundstruktur dem PLL sehr ähnlich. Die Schaltung basiert also auf PLL-Prinzipien, regelt aber einen VCF anstatt eines VCOs.

#### 4.4.2 Voltage Controlled Filter

Der Voltage Controlled Filter basiert auf dem Biquad aus vergangendem Semester. Neben dem im vergangenen Kapitel besprochenen Phasendetektor wurde die Biquad-Schaltung noch so verändert, dass sich die Grenzfrequenz über die Steuerspannung  $V_c$  verändern lässt. Dazu wurde der Schaltplan um die Frequenzgebenden Integratoren verändert.

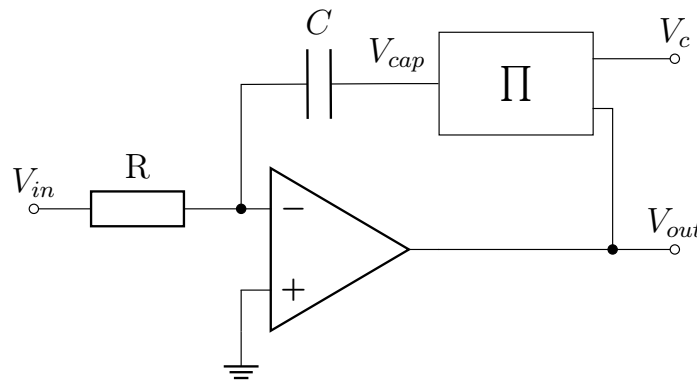


Abbildung 4.11: Teilschaltung: Spannungsgesteuerter Integrator

Wie schon in bei der Standard-Integratorschaltung wird auch für diese Schaltung die Übertragungsfunktion hergeleitet. Da der Strom durch den Widerstand vollständig durch den Kondensator in der Rückführungsschleife fließen muss, ergibt sich folgender Zusammenhang:

$$I_R = \frac{V_{in}}{R} = -I_C = -C \cdot \frac{dV_{cap}}{dt} \quad (4.8)$$

Daraus folgt:

$$\frac{V_{in}}{R} = -C \cdot \frac{dV_{cap}}{dt} \quad (4.9)$$

Mit  $V_{cap} = \frac{V_{out} \cdot V_c}{V_r}$  ergibt sich:

$$\frac{V_{in}}{R} = -C \cdot \frac{d}{dt} \left( \frac{V_{out} \cdot V_c}{V_r} \right) \quad (4.10)$$

Durch Integration erhält man den Zusammenhang im Zeitbereich:

$$V_{out}(t) = -\frac{V_r}{V_c} \cdot \frac{1}{RC} \int V_{in}(t) dt \quad (4.11)$$

Im Laplace-Bereich ergibt sich entsprechend:

$$V_{out}(s) = -\frac{V_r}{V_c RC s} V_{in}(s) \quad (4.12)$$

Somit zeigt die Schaltung das Verhalten eines invertierenden Integrators mit einem Verstärkungsfaktor von  $-\frac{V_r}{V_c RC}$ . Wegen des zusätzlichen Faktors  $V_r/V_c$  mit der variablen Spannung  $V_c$  wird ein Aufbau wie dieser auch Voltage Controlled Integrator (VCI) genannt.

was passiert bei hoher  $V_c$  und was bei geringer? kann man den mult als R oder spannungsquelle oder so auffassen?

Das ding alleine sollte alle Frequenzen gleich integrieren, da es parallel zum Kondensator keinen Widerstand hat.

#### 4.4.3 Grenzfrequenzbestimmung des VCF

Die Grenzfrequenz, auch Cutoff-Frequenz oder Mittenfrequenz genannt, ist einer der wichtigsten Parameter zur Bestimmung von Filtern. Sie zeigt an, wo sich im Spektrum der Übergangsbereich befindet, der den Durchlassbereich(Passband) von Sperrbereich(Stopband) trennt. So gibt dieser Parameter Auskunft darüber, welche Frequenzen verstärkt oder gedämpft werden, was die wichtigste Eigenschaft eines Filters ist.

Aus der im letzten Abschnitt hergeleiteten Übertragungsfunktion im Laplace-Bereich (4.12) kann nun über die systemtheoretische Betrachtung des Filters auf die Gesamtübertragungsfunktion geschlossen werden. Aus den Übertragungsfunktionen der einzelnen OpAmps lässt sich das in Abbildung 4.12 zusehende Blockschaltbild erschließen.

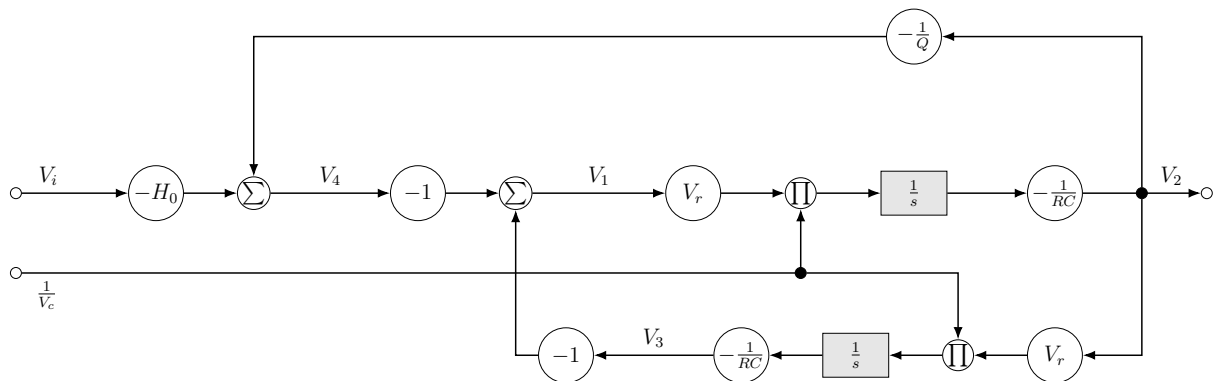


Abbildung 4.12: Systemtheoretische Darstellung des VCF ohne Phasendetektor

Die daraus hervorgehende Übertragungsfunktion lautet

$$\frac{V_2}{V_{in}} = \frac{-H_0 s RC \frac{V_c}{V_r}}{\left(s RC \frac{V_c}{V_r}\right)^2 + \frac{s RC}{Q} \frac{V_c}{V_r} + 1} \quad (4.13)$$

Die Übertragungsfunktion des einfachen Biquads in der Standardform lautet

$$\frac{V_2}{V_i} = -\frac{\frac{s}{\omega_0} H_0}{1 + \frac{s}{\omega_0 Q} + \frac{s^2}{\omega_0^2}}$$

mit  $\omega_0 = \frac{1}{RC}$

Um nun auf die Gleichung für die Grenzfrequenz zu kommen muss die Übertragungsfunktion so normiert werden, dass der Nenner dieser dem Nenner der Standardform entspricht. Bei Gleichsetzung der beiden höchsten Exponenten ergibt sich

$$\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2 = \left(sRC \frac{V_c}{V_r}\right)^2$$

Durch Herauskürzen von s, dem Exponenten und anschließender Termumformung nach  $\omega_0$  ergibt sich

$$\omega_0 = \frac{V_r}{V_c RC} \quad (4.14)$$

Laut ASLK-PRO Manual müssten  $V_c$  und  $V_r$  getauscht sein. Jedoch ist die Grenzfrequenz eine physikalische Größe, die nicht von der Normierung abhängig sein darf. So kann davon ausgegangen werden, dass die im Manual vorgeschlagene Lösung entweder nicht korrekt ist, oder anders Normiert bzw eine andere Konvention verwendet wurde. (zweiteres ist unwahrscheinlicher, da der rechenweg dadurch deutlich komplizierter zu sein scheint) YT vid [9] sagt aber auch was anderes!!!

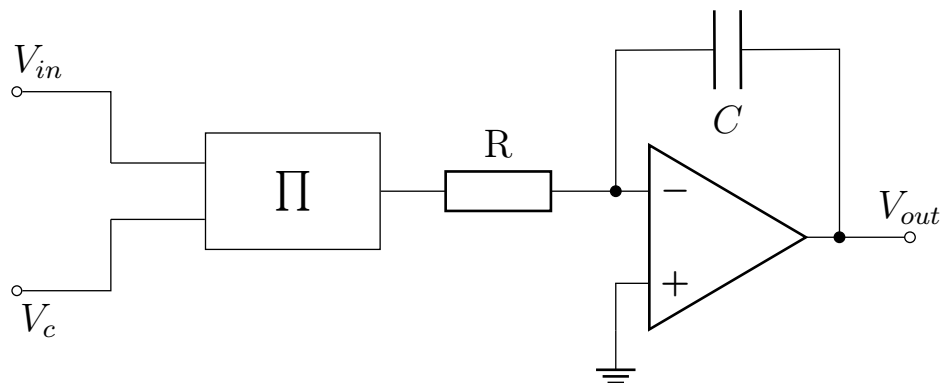


Abbildung 4.13: Vereinfachter Schaltplan zur Herleitung von  $\omega_0$

Laut Quelle (begleitendem YouTube Video zu diesem Experiment) [9] kann die Formel für die Grenzfrequenz anhand dieser vereinfachten Schaltung abgeleitet werden. Die bekannte Formel für den Integrator lautet

$$V_{out} = -\frac{V_i}{sCR} \quad (4.15)$$

Da  $V_i$  gleich dem Ausgang des Multiplizierers ist ergibt sich für die Multiplizierergleichung

$$V_i = \frac{V_{in} \cdot V_c}{V_r} \quad (4.16)$$

Wird (4.16) nun in (4.15) eingesetzt ergibt sich

$$V_{out} = -\frac{\frac{V_{in} \cdot V_c}{V_r}}{sCR} = -\frac{V_{in} \cdot V_c}{V_r \cdot sRC}$$

Um die Übertragungsfunktion zu erlangen muss nun durch  $V_{in}$  geteilt werden

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{V_c}{V_r \cdot sRC} = -\frac{V_c}{V_r} \cdot \frac{1}{sRC}$$

Aus dem Term  $\frac{1}{sRC}$  ergibt sich die Standardform  $\omega_0 = \frac{1}{RC}$  mit einem zusätzlichen Faktor von  $\frac{V_c}{V_r}$  sodass sich die Grenzfrequenz wie folgt ergibt

$$\omega_0 = \frac{V_c}{V_r \cdot RC} \quad (4.17)$$

wobei

- $\omega_0$  die Durchlassfrequenz des Filters ist,
- $V_c$  die Steuerspannung des VCFs ist,
- $V_r$  der Referenzwert des Multiplizierers ist (laut Datenblatt:  $V_r = 10V$ ),
- $RC$  die Zeitkonstante des Filters beschreibt.

#### 4.4.4 Ermittlung der Grenzfrequenz bei unbekannten Parametern

Bei der Einstellung (Tuning) eines Filters ist das Ziel, möglichst Nahe an der Grenzfrequenz zu liegen. Für das Beispiel eines Bandpasses wird die Grenzfrequenz durch den Peak der Amplitude gekennzeichnet. Da sich die Amplitude an diesem Punkt nicht mit der Frequenz ändert, besitzt diese am Peak eine Steigung von Null.

Bild BP

Dies ist eine Möglichkeit die Grenzfrequenz zu ermitteln, wird nun jedoch bei einem Tiefpass die Grenzfrequenz gesucht funktioniert diese nicht mehr. Stattdessen liegt die Grenzfrequenz nun bei einem Wert von -3dB. Bei Veränderung der Güte auf einen Wert von  $Q = 5$  sieht man, dass keiner der vorgestellten Ansätze zur Bestimmung der Grenzfrequenz funktioniert.

Bild TP  $Q=1$  und 5, -3 dB Linie einzeichnen.

Eine alternative Methode zur Bestimmung der Grenzfrequenz führt über die Phase. Hierbei kann die im ersten Theorieteil hergeleitete Übertragungsfunktion des Bandpasses als Anhaltspunkt genommen werden, um den Phasengang zu ermitteln.

$$\frac{V_2}{V_i} = - \frac{\frac{s}{\omega_0} H_0}{1 + \frac{s}{\omega_0 Q} + \frac{s^2}{\omega_0^2}}$$

Im Allgemeinen zeigt der Zähler wo der Phasenverlauf startet, in diesem Fall beispielsweise bei  $\phi(\omega = 0) = -90^\circ$  durch den Nenner erhält man nun die Phasendrehung in Abhängigkeit der Frequenz.

sollte hier einmal  $W = 0, w = w_0$  und  $w = \text{unendlich}$  ausgerechnet werden?

Bild der Phase und Mag untereinander:

In diesem Bild ist zu erkennen, dass die Phase stets die größte Steigung an der Grenzfrequenz hat. So kann die Grenzfrequenz durch Maximierung der Ableitung der Phase berechnet werden ohne dass die Güte dieses Ergebnis manipulieren kann. Da die Güte auch die Steilheit der Flanken bestimmt ergibt sich zudem eine Abhängigkeit zwischen der Steigung und der Güte, diese sind nämlich proportional zu einander, je größer die Güte desto steiler der Übergang um die Mittenfrequenz. So kann festgehalten werden dass zur Bestimmung der Grenzfrequenz statt eines Magnitude Detektors besser ein Phasedetektor verwendet wird. So sollte man immer die Phase ansehen und nicht die Magnitude, da die Phase an der

Grenzfrequenz immer am steilsten ist, während nicht immer gewährleistet werden kann, dass die Magnitude dort am höchsten oder -3dB erreicht, da der Gütefaktor dies verzerrt.  
**was bringt mir das jetzt? verknüpfung zu meinem thema**

## 4.5 Einfluss des VCF auf die Filterfrequenz und praktische Parametersteuerung

## 4.6 Sensitivitätsanalyse von Filter und Detektor

Was zeigt die Sensitivität im allgemeinen

### 4.6.1 Sensitivität des Phasendetektors

Die Sensitivität des Phasendetektors  $K_{pd}$  kann durch folgende Gleichung beschrieben werden:

$$K_{pd} = \frac{dV_{av}}{d\phi} \left[ \frac{V}{rad} \right]$$

Wobei  $V_{av}$  den durchschnittlichen Spannungswert des Ausgangs  $V_o$  beschreibt. Die Ableitung des Ausgangssignals im Durchschnitt nach der Phasendifferenz gibt an, wie stark sich die Ausgangsspannung bei Änderung der Phasendifferenz verändert. Für  $\phi = 90^\circ$  hat  $V_{av}$  einen Wert von 0 Volt.

**Kann man hier noch irgendwas rechnen? z.B. für eine Bestimmte frequenz? oder ist das immer  $20V/\pi$  wie in der Abbildung weiter oben?** was sagt die sensitivität in diesem Fall aus? kann dazu noch etwas gemessen/ simuliert werden?

### 4.6.2 Sensitivität des VCFs

Bei Ableitung der Gleichung für die Grenzfrequenz (4.17) nach der Steuerspannung  $V_c$  ist zu erkennen, wie empfindlich die Filterfrequenz auf die anliegende Steuerspannung reagiert.

$$\frac{d\omega_0}{dV_c} = \frac{1}{V_r \cdot RC}$$

Durch einfaches Umstellen der selben Gleichung (4.17) ergibt sich

$$\frac{\omega_0}{V_c} = \frac{1}{V_r \cdot RC}$$

So ergibt sich ein Gesamtzusammenhang, der die Empfindlichkeit der Filterfrequenz gegenüber der Änderung der Steuerspannung beschreibt.

$$\frac{d\omega_0}{dV_c} = \frac{\omega_0}{V_c} \quad (4.18)$$

Die Größen der Grenzfrequenz und der Steuerspannung verhalten sich direkt proportional zu einander. So entspricht die relative Änderung der Frequenz der relativen Änderung der Steuerspannung. Mit anderen Worten: Verdoppelt sich die Steuerspannung verdoppelt sich auch die Grenzfrequenz. (bei linearer Abhängigkeit)



Die Sensitivität des gesamten VCFs lässt sich durch folgende Gleichung beschreiben

$$\frac{d\phi}{dV_c} = \frac{d\phi}{d\omega_0} \cdot \frac{d\omega_0}{dV_c} \quad (4.19)$$

Hierbei zeigt diese Gleichung, wie stark die Phasendifferenz auf eine Änderung der Steuerungsspannung reagiert (unter Berücksichtigung der Sensitivität des Filters und des Phasendetektors).

Der hintere Teil der Gleichung wird in (4.18) beschrieben. Nun muss nur noch  $\frac{d\phi}{d\omega}$  ermittelt werden.

Dafür kann eine Übertragungsfunktion des Filters verwendet werden. Hierbei bietet sich die Tiefpass-Übertragungsfunktion an, da diese einen Phasengang zeigt, der seinen Startwert bei  $0^\circ$  hat.

$$H(s) = \frac{V_{oTP}}{V_i} = \frac{H_0}{1 + \frac{s}{\omega_0 Q} + \frac{s^2}{\omega_0^2}} \quad (4.20)$$

$$H(s) = H(j\omega_r) = \frac{H_0}{1 + \frac{j\omega_r}{\omega_0 Q} + \frac{(j\omega_r)^2}{\omega_0^2}} = \frac{H_0}{1 - \frac{\omega_r^2}{\omega_0^2} + j \frac{\omega_r}{\omega_0 Q}}$$

Der Phasenwinkel einer Übertragungsfunktion wird berechnet, indem Zähler und Nenner jeweils als komplexe Zahlen betrachtet werden und für beide die Argumente ermittelt werden, also der Winkel ihrer komplexen Werte im Frequenzbereich. Der Phasenwinkel der gesuchten Übertragungsfunktion ergibt sich durch

$$\phi = \arg(\text{Zähler}) - \arg(\text{Nenner}) \quad (4.21)$$

wobei  $\arg(z)$  der Winkel der komplexen Zahl  $z$  ist. Für diese Übertragungsfunktion ergibt sich also ein  $\phi$  von

$$\phi = -\tan^{-1} \left( \frac{\frac{\omega_r}{\omega_0 Q}}{1 - \left(\frac{\omega_r}{\omega_0}\right)^2} \right) \quad (4.22)$$

Da der Zähler der Übertragungsfunktion  $0^\circ$  hat fällt dieser aus der Rechnung heraus.

**Hinweis:** im Manual steht im Nenner der tan funktion nur ein  $\omega_0$  ohne quadrat! Zudem fehlt das - Zeichen.

$\omega_r$  ist die Eingangskreisfrequenz. Die gesamte Formel beschreibt die Phasenverschiebung des Filters zum Eingangssignal.

An dieser Stelle könnte nun eine lange rechnung stehen wie man zu diesem Ergebniss kommt. Hier die Kurzfassung

$$\frac{d\phi}{d\omega_0} = -\frac{2Q}{\omega_0} \quad (4.23)$$

Eingesetzt in die Gleichung (4.19) ergibt sich daraus die Sensitivität:

$$\frac{d\phi}{dV_c} = \frac{d\phi}{d\omega_0} \cdot \frac{d\omega_0}{dV_c} = -\frac{2Q}{\omega_0} \cdot \frac{\omega_0}{V_c} = -\frac{2Q}{V_c} \quad (4.24)$$

**schreiben was das genau besagt, damit man das vielleicht später in einer messung validieren kann**



## 4.7 Theoretische Bestimmung über welche Bandbreite der Filter self-tuned bleibt, ohne die physischen Bauelemente zu verändern

### 4.7.1 Bestimmung der Maximalen Grenzfrequenz eines aktiven Filters

Wie zuvor schon besprochen lässt sich die bauteilbedingte Grenzfrequenz eines aktiven Filters über die Formel  $\omega_0 = \frac{1}{RC}$  beschreiben. Bei Veränderung der verwendeten Bauteilwerte der Elemente  $R$  und  $C$  lässt sich die Grenzfrequenz in der Theorie beliebig verändern. In der Praxis können bei sehr kleinen Werten parasitäre Effekte das Filterverhalten stark beeinflussen. Besonders wenn diese Elemente nur SStandardBauteile sind.

Auch die Wahl des verwendeten OpAmps spielt beim Erreichen der maximal Möglichen Grenzfrequenz eine wichtige Rolle. So sind vor allem die Parameter für das Gain-Bandwidth-Product (GBW) und die Slew-Rate (SR) entscheidend. Das GBW gibt an, bis zu welcher Frequenz der OpAmp den gewünschten Filterverlauf mit einer Verstärkung von 1 liefern kann. Die Slew-Rate beschreibt die maximale Anstiegsrate der Ausgangsspannung des OpAmps.

Zu guter Letzt spielen topologieabhängigen Limitationen eine Rolle. So können höhere Filterordnungen sowie das allgemeine Schaltungsdesign die Maximalgrenze ebenfalls verschieben. (Bei höheren Ordnungen beansprucht jede Filterstufe einen Teil der Verstärkungsbandbreite für sich)

#### **hier noch ein paar worte dazu wie das nun in der Wirklichkeit gehandhabt wird**

In der Realität wird geschaut, wie hoch die maximal zu erreichende Grenzfrequenz sein wird. Anhand dessen wird der Operationsverstärker herausgesucht, hauptsächlich anhand der Parameter GBW und SR. Meist wird ein GBW genommen das 10 oder 100x höher ist als die maximal anzunehmende Grenzfrequenz. Daran angepasst werden schließlich die restlichen Bauteilwerte des Filters ausgewählt, sodass die gewünschte Grenzfrequenz erreicht wird.

Quellen: (Farnell beschreibt auch unterschied aktiv und passiv filter)

### 4.7.2 Bestimmung des maximalen Tune-Bereich des hier verwendeten Filter

Eine weitere Interessante Frage ist, über welchen Bereich die Mittenfrequenz des Filters über die self-Tune Funktion verstellt werden kann, ohne die Größe der verwendeten Bauelemente zu verändern. (Zudem ist wichtig herauszufinden wie ich das Messen kann)

Hierfür Quellen zu finden ist noch schwieriger als eh schon für das Thema. In der Theorie hat sich noch niemand so richtig damit beschäftigt, jedenfalls finde ich dazu nichts. Um herauszufinden wie groß der Tune-Bereich um die bauteilbedingte Mittenfrequenz ist, sollte also eine Simulation oder direkt eine Messung gemacht werden. (Sim schwierig, da ich teile der Bauteilsims selber schreiben muss, da weiß ich nicht worauf ich achten soll.)

## 4.8 Frequenzdetektion des Eingangssignals

Wie im oberen Teil beschrieben kann ein Selfe-Tuned Filter genau auf die Frequenz des empfangende Signals peilen. Aus diesem Grund dachte ich mir das eine Frequenzbestimmung über dden Microcontroller eine sinnvolle Sache wäre, um festzustellen (ohne Bode-Plot und RedPitaya) auf welche Frequenz der Filter gerade eigestellt ist.

Die Umsetzung der Frequenzmessung lässt sich analog oder digital beschreiben. Als analoge Option könnte ein Frequenz-Spannungs-Wandler (F/V-Converter) verwendet werden, der die Frequenz des Eingangssingals in eine proportionale Gleichspannung umwandelt. Diese kann im anschluss über einen ADC am  $\mu\text{C}$  ausgelesen werden. Der große Vorteil hierbei ist, das die Reaktion der Detektion sehr schnell ist, Nachteilig ist, dass das eingangssignal noch Vorverarbeitet werden muss um einem Rechteksignal zu entsprechen. Zudem ist der Dynamikbereich begrenzt , da sehr hohe oder nidirge Frequenzen spetzielle anpassungen erfordern. Für eine Umsetzung dieses Verfahrens bräuchte man also viele Externe Komponenten, die einmal installiert zu einschränkungen in der Flexibilität führen, da diese nicht mehr so leicht verändert werden können.

Im Vergleich dazu spricht für den digitalen ansatz, dass deutlich weniger exterene Bauteile von nöten sind und durch die Programmierung des Zählers eine größerer Flexibilität geboten wird. So kann die Frequenz beispielsweise mit einem Nulldurchgangszähler ermittelt werden. Dieser Zählt wie der Name schon sagt, die Anzahl der Nulldurchgänge oder Pulse Pro Sekunde, teilt diese Zahl durch 2, sodass als ergebnis die Frequenz in Hz herauskommt. Der begrenzende Faktor bei dieser Umsetzung ist das die MEssfrequnez auf die Zeitbasis des  $\mu\text{C}$  limitiert ist. Da der  $\mu\text{C}$  Rechteck- bzw Tacktsignale erwartet, müüssen analoge Signale wie Sinus, Dreieck und Sägezahn auch hier vorverarbeitet werden. So kann ein Komparator diese Signale effektiv in saubere Rechteckimpulse umwandeln, sodass auch bei kleineren Pegeln sauber gearbeitet werden kann. Zudem schadet auch hier keine Vorverarbeitung, sodass mit einer Rechteckspannung gerechnet werden kann.

Num bleibt nur noch das Problem, dass immernoch keine Mischsignale aus mehreren Frequenzen erkannt werden können. Für diesen Fall gibt es die FFT ...

Brauche ich das Überhaupt? kommen überhaupt mischsignale auf mein system drauf? Wie verhält sich das system wenn mischsignale auf dieses gebracht werden?

# Kapitel 5

## Simulation

Um ein besseres Verständnis für den Multiplizerer zu gewinnen, wird dieser in KiCad über Spice simuliert. Das größte Hindernis bei der Simulation des Multiplizierers ist die Implementierung der Simulationsdatei, die beschreibt, wie sich das Bauteil verhält. Leider stellt der Hersteller vom MPY634 Texas Instruments die Simulationsdatei nur für die eigene Simulationssoftware Tina TI bereit, sodass aus dieser .tsc-Datei die für die Simulation wichtigen Funktionen herausgesucht und in einer .lib-Datei abgespeichert werden müssen. Wichtig ist zum Schluss noch, dass alle Befehle innerhalb der .Lib-Datei mit ltspice (bzw PSpice) kompatibel sein müssen. Nach Abschluss dieses Unterfangens konnte die .lib-Datei in das KiCad Projekt hinzugefügt werden um den Multiplizerer zu testen. (tran funktioniert, ac leider nicht (mehr!!!))

Die Verschaltung des Multis läuft in KiCad etwas anders als in der Realität. In der Realität kann der SF-Pin des Multis einfach offen gelassen werden, da dieser automatisch auf 10V getrimmt wird. in der Simulation muss diese Spannung  $V_r$  von außen angelegt werden. Da alle Teilsysteme im letzten Kapitel schon simuliert wurden soll sich dieses Kapitel der Gesamtsimulation des Filters widmen.

Simulationsmodell des Multis: <https://e2e.ti.com/support/tools/simulation-hardware-system-design-tools-group/sim-hw-system-design/f/simulation-hardware-system-design-tools-forum/122765/macro-model-for-mpy634>

### 5.1 Frequenzsweep

Für Phase, warum greifen wir am HP ab

### 5.2 Ermittlung der Grenzfrequenz

### 5.3 Filterbereich des Filters



# Kapitel 6

## Schaltungsentwurf/ Design des Systems

zuerst wurde die schaltung ohne ansteuerung für Micocontroller und so auf dem ASLK-PRO Board aufgebaut. dabei fiel auf, dass der Multi laut Datenblatt +-15V versorgungsspannung will. das board selber kannn aber nur 10 liefern. Dies fiel besonders am SF Pin des Multis auf, der statt den angesagten 10V lasergetrimmt nur etwa 8.78V ohne weitere verschaltung anliegen hatte. der verwendete Operationsverstärker kann laut datenblatt mehr als 15 V als versorgung ab (genauer bitte) wesshalb der erste Prototyp mit 15V versorgungsspannung geplant wurde.

### 6.1 Design des Schaltplans

Der Schaltplan wurde darauf optimiert, besonders leserlich und nachvollziehbar zu sein.

### 6.2 Design der Platine

TL082B ist präziser / besser für filter geeignet als TL082 oder TL082A (advanced version) kupferlagenbeschreibung.

### 6.3 Design des Codes

beispiel:

```
1 print("Hello_World")
```

#### 6.3.1 Design der Website



# Kapitel 7

## Aufnahme der Messergebnisse

für die messung über den Red Pytaya immer 1x Tastköpfe verwenden, nicht 10x!





# Kapitel 8

## Auswertung



# Kapitel 9

## Fazit und Ausblick



# Literatur

- [1] Alice Lee. „Active vs. Passive Filters: Key Differences and Applications.“ Accessed: 2025-11-14, Global Well PCBA. (2025), Adresse: <https://www.globalwellpcba.com/active-vs-passive-filters/>.
- [2] K. Rao und C. Ravikumar, *Analog System Lab Kit PRO Manual*. Texas Instruments, 2012.
- [3] D. Albinger, P. Dorsch und N. Renner, „Analoge Schaltungen, Biquadratische IIR (SOS) Filter,“ Abschlussbericht, 2025.
- [4] R. Schaumann und M. E. V. Valkenburg, *Design of Analog Filters*, 2. Aufl. Oxford University Press, 2009.
- [5] Z. Cheng und G. Liu, *Communication Electronic Circuits*. De Gruyter / Science Press Beijing, 2016.
- [6] B. Razavi, *RF Microelectronics*. Prentice Hall, 2011, ISBN: 9780137134731.
- [7] U. Tietze und C. Schenk, *Halbleiter-Schaltungstechnik*, 10. Aufl. Springer, 1993.
- [8] Prof. K. Radhakrishna Rao. „Lecture - 23 Self Tuned Filter.“ Accessed: 2025-10-06. (2008), Adresse: <https://www.youtube.com/watch?v=FHWkxyAyh08>.
- [9] Dr. KRK Rao. „5. Self-Tuned Filters.avi.“ Accessed: 2025-10-06. (2011), Adresse: <https://www.youtube.com/watch?v=ES7v2SNBWYI>.