

Aufgabe 2: Spießgesellen

Teilnahme-ID: 01143

Bearbeiter/-in dieser Aufgabe:
Nils Weißer

19. April 2021

Inhaltsverzeichnis

1	Lösungsidee	1
1.1	Lösung des Eingangsbeispiels	1
1.2	Grundlegende Idee	2
1.3	Einführung in den mathematischen Hintergrund	2
1.4	Grafische Bestimmung der Ergebnismengen	3
1.5	Mathematische Bestimmung der Ergebnismengen	4
1.6	Ermittlung der Wahl der Schüsseln	5
1.7	Theoretische Analyse	5
2	Umsetzung	6
3	Beispiele	8
3.1	spiesse1.txt	8
3.2	spiesse2.txt	9
3.3	spiesse3.txt	10
3.4	spiesse4.txt	11
3.5	spiesse5.txt	13
3.6	spiesse6.txt	15
3.7	spiesse7.txt	17
3.8	Sonderfall 1: spiesse8.txt	19
3.9	50 Obstsorten: spiesse9.txt	20
3.10	100 Obstsorten: spiesse10.txt	23
4	Quellcode	29

1 Lösungsidee

1.1 Lösung des Eingangsbeispiels

Wenn Donald einen Spieß mit Weintraube, Brombeere und Apfel haben möchte, muss er sich aus den Schüsseln 1, 3 und 4 bedienen.

Die vollständige Aufteilung auf die verschiedenen Schüsseln ist:

Schüsselnr.	Obstsorte/n
1	Apfel/Brombeere
2	Erdbeere
3	Weintraube
4	Apfel/Brombeere
5	Banane
6	Pflaume

Auffällig ist, dass in den Schüsseln 1 und 4 die Obstsorte nicht eindeutig bestimmt werden konnte. In einer der Schüsseln befindet sich entweder Apfel oder Brombeere, in der anderen die jeweils andere Obstsorte. Da Donald jedoch beide der Obstsorten haben möchte, ist es irrelevant in welcher der beiden Schüsseln nun Apfel oder Brombeere ist, da er so oder so am Ende beide Obstsorten auf seinem Spieß haben wird.

Doch wie wurde dieses Beispiel gelöst?

Die naheliegendste Herangehensweise wäre, die einzelnen Schüsseln zu betrachten und an Hand der Beobachtungen, die Donald gemacht hat, die Obstsorten auswählen, die in der Schüssel liegen könnten. Beispielsweise haben Gustav und Micky beide aus der Schüssel 1 genommen. Die einzigen Obstsorten, die beide Personen am Ende auf dem Spieß hatten, sind Apfel und Brombeere. Demnach muss in Schüssel 1 entweder Apfel oder Brombeere sein.

In der folgenden Tabelle werden die Abhängigkeiten der Schüsselnummern mit den Personen visualisiert:

Person/Schüssel	1	2	3	4	5	6
Micky	X			X	X	
Minnie			X		X	X
Gustav	X	X		X		
Daisy		X				X

Nun kann man für jede Schüssel die zugehörigen Personen, die aus dieser Schüssel genommen haben, betrachten und die Obstsorten dieser Personen vergleichen. Wenn nur eine Obstsorte gefunden werden kann, die bei all diesen Personen auf dem Spieß waren, ist diese Obstsorte in der untersuchten Schüssel. Bei mehreren Optionen ist es möglich, dass im Verlauf der Durchführung noch einige Obstsorten wegfallen, indem sie definitiv in einer anderen Schüssel sind. Wenn dies nicht der Fall ist, ist die Obstsorte für diese Schüssel nicht eindeutig definiert. Es gibt also mehrere Obstsorten, die in dieser Schüssel sein könnten.

1.2 Grundlegende Idee

Es werden also zunächst alle Personen gesucht, die sich aus einer bestimmten Schüssel bedient haben. Daraufhin werden die Obstsorten ermittelt, die alle Personen auf ihrem Spieß haben. Zuletzt werden noch die Obstsorten ausgeschlossen, die auch bei anderen Personen auf dem Spieß zu finden sind, sie jedoch nicht aus der selben Schüssel genommen haben. Dieser Vorgang wird für jede Schüssel wiederholt.

1.3 Einführung in den mathematischen Hintergrund

Das Problem wird mit Hilfe der Mengenlehre gelöst.

Zunächst werden die Informationen zu den einzelnen Obstspießen zusammengeführt. Für jede Beobachtung i wird eine Menge B_i definiert. In dieser Menge befinden sich die zu der Beobachtung gehörenden Schüsselnummern sowie die Obstsorten.

Für die erste Beobachtung im Eingangsbeispiel wäre die Menge $B_0 := \{1, 4, 5, \text{Apfel, Banane, Brombeere}\}$.

Die Menge aller Mengen $B_0 \dots B_i$ wird mit M bezeichnet. Um einen Überblick über die Relationen der Mengen B_i zu erhalten, wird ein Venn Diagramm aller Mengen aus M gezeichnet. Hier ist das Venn-Diagramm des Eingangsbeispiels.

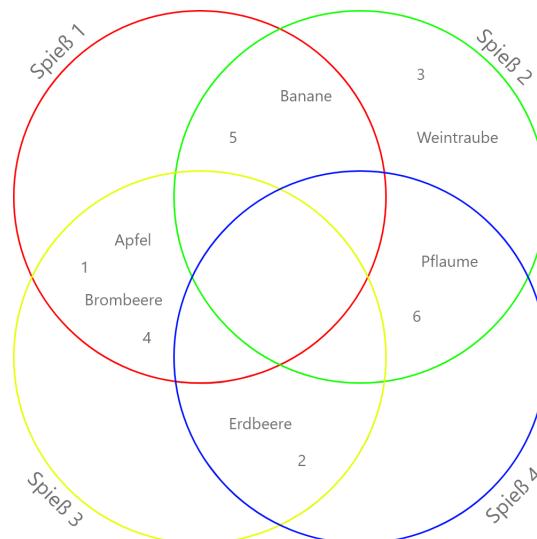


Abb. 1: Venn-Diagramm des Eingangsbeispiels

1.4 Grafische Bestimmung der Ergebnismengen

In dem vorherigen Mengendiagramm können bereits die Mengen, die die Möglichkeiten der Schlüsselbefüllung angeben, abgelesen werden.

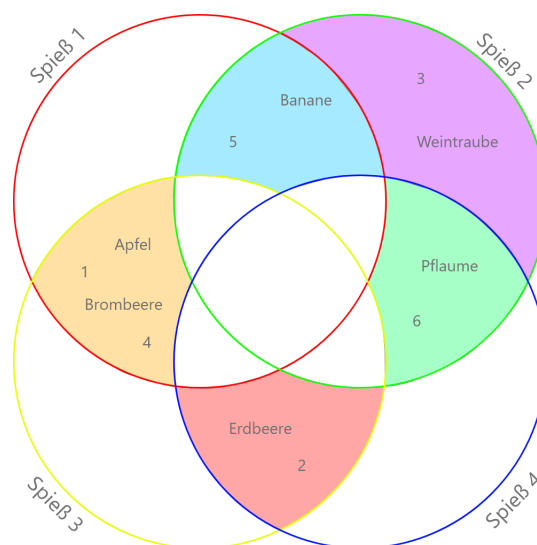


Abb. 2: Venn-Diagramm des Eingangsbeispiels mit markierten Bereichen

Die hier farblich gekennzeichnet Bereiche markieren die Mengen, aus denen die Lösung abgelesen werden kann. Alle nicht-numerischen Werte aus dem Bereich, in dem die Schlüsselnummer j liegt, entsprechen den Obstsorten der möglichen Befüllungen für die Schlüssel j .

Die markierten Bereiche entsprechen den Schnittmengen der Spieße, in denen sich eine Obstsorte und eine Schlüsselnummer befindet, ohne die Mengen, die die Obstsorte nicht enthalten.

Wenn die Schlüsselnummer j nicht in dem Diagramm zu sehen ist, gibt es keine Definition für diese Schlüssel, d.h. in der Schlüssel kann jede Obstsorte sein, die nicht in einer anderen Schlüssel definiert ist.

Wenn sich in dem Bereich der Schlüsselnummer j genau ein numerischer und ein alphabetischer Wert, der einer Obstsorte entspricht, befindet, gibt es eine eindeutige Definition für diese Schlüssel j . Die Obstsorte aus dem Bereich muss in dieser Schlüssel liegen.

Wenn es mehr als dieses eine Wertepaar gibt, gibt es eine nicht-eindeutige Definition für diese Schlüssel. Alle Obstsorten aus dem Bereich könnten in der Schlüssel liegen. Die weiteren numerischen Werte aus dem Bereich geben die Schlüssel an, in denen sich genau die gleichen Obstsorten befinden könnten. Auf

all diese Schlüssel sind die Obstsorten aus dem Bereich verteilt. Wie sie verteilt sind, ist jedoch unklar.

1.5 Mathematische Bestimmung der Ergebnismengen

Auf Basis der grafischen Bestimmungen, kann das Ergebnis nun mathematisch bestimmt werden. Das Ziel ist es, einen mathematischen Ausdruck zu finden, der die Bereiche der Grafik beschreibt, die der Definition aus 1.4 entsprechen.

Dafür werden für jede Schlüsselnummer j die Mengen A_j und N_j bestimmt. In A_j sind alle Beobachtungsmengen B_i enthalten, in denen sich die Schlüsselnummer j befindet, also

$$A_j := \{x \in M \mid j \in x\}$$

N_j ist im Gegensatz dazu die Menge, in der sich alle Beobachtungsmengen B_i befinden, in denen sich die Schlüsselnummer j **nicht** befindet, also

$$N_j := \{x \in M \mid j \notin x\}$$

Daraus folgt die Menge K_j . In der Menge befinden sich alle Schlüsselnummerwerte und Obstsortenwerte, die sich in der Vereinigungsmenge von A_j befinden, jedoch nicht in der Vereinigungsmenge von N_j . Somit werden alle Obstsorten ausgeschlossen, die nicht in der aktuell betrachteten Schlüssel sein können, da eine andere Person die Obstsorte gekriegt hat und nicht aus dieser Schlüssel genommen hat. Der formale Ausdruck wäre

$$K_j := \bigcup A_j \setminus \bigcup N_j, \text{ wobei } \bigcup A_j := \{x \mid \exists a \in A_j : x \in a\} \text{ und } \bigcup N_j := \{x \mid \exists a \in N_j : x \in a\}$$

Nun wird die Schnittmenge S_j der Menge A_j gebildet, sodass alle Obstsorten gefunden werden, die bei der Entnahme aus der Schlüssel j immer auf dem Spieß gelandet sind. Als Einschränkung gilt, dass die Werte der Schnittmenge in der Menge K_j enthalten sein müssen. In dieser Menge sind außerdem alle weiteren Schlüsselnummern enthalten, die die gleiche Menge der möglichen Obstsorten haben.

$$S_j := \{x \mid \forall a \in S_j : (x \in a) \wedge (x \in K_j)\}$$

Es können jetzt zunächst alle Schlüsselnummern aus K_j extrahiert werden, die neben j die gleichen möglichen Obstsorten haben. Auf all diese Schlüssel sind alle Obstsorten aus K_j aufgeteilt. Die Schlüsselnummern werden in der Menge W_j gespeichert.

$$W_j := \{x \in S_j \mid x \in \mathbb{N} \wedge x \neq j\}$$

Daraufhin kann die Menge der Obstsorten O_j für die Schlüssel j bestimmt werden. Dafür werden alle alphabetischen Werte der Menge S_j genommen. Die Werte korrespondieren dann mit ihren zugehörigen Obstsorten. Die Menge O_j kann dann für alle anderen weiteren Schlüsselnummern in W_j wiederverwendet werden, wenn die Obstsorten für ein Element der Menge W_j bestimmt werden, sodass nicht alle Berechnungen redundant erfolgen müssen.

$$O_j := \{x \in S_j \mid x \notin \mathbb{N}\}$$

Nun gibt es drei Fälle, die eintreten können, die die Mächtigkeit der Menge O_j betreffen.

$$O_j = \emptyset$$

\Rightarrow Es gibt keine Definition für die Obstsorten der Schlüssel j . Es kann jede Obstsorte in der Schlüssel sein, die sich nicht sicher in einer anderen Schlüssel befindet.

$$|O_j| = 1$$

\Rightarrow Es gibt genau eine Obstsorte, die in der Schlüssel sein kann. Somit ist der Inhalt der Schlüssel eindeutig definiert.

$$|O_j| > 1$$

\Rightarrow Es gibt mehrere Obstsorten, die in der Schüssel sein könnten. Der Inhalt ist zwar nicht eindeutig definiert, jedoch eingeschränkt.

Zu guter letzt wird noch die Menge U definiert. In ihr sind alle Obstsorten enthalten, die keiner Schüssel zugeordnet wurden, da sie von keiner Person genommen wurden. Dafür wird die Differenz der Menge aller Obstsorten T und der Vereinigungsmenge der Mengen aus M berechnet.

$$U := T \setminus \bigcup M, \text{ wobei } \bigcup M := \{x \mid \exists a \in M : x \in a\}$$

Die Werte der Menge U entsprechen den möglichen Obstsorten für die Schüsseln j , bei denen $O_j = \emptyset$, da es alle übrig gebliebenen Obstsorten sind. Um die weitere Verwendung der soeben erfassten Daten zu erleichtern, wird deswegen jedes O_j , bei dem $O_j = \emptyset$ gilt, neu definiert, sodass $O_j := N$.

Somit wurde nun für jede Schüssel j der Inhalt mit der Menge O_j bestimmt und es kann ermittelt werden, ob Donald mit Sicherheit die Spieße erhalten kann, die er sich wünscht. Wenn dies der Fall ist, muss zudem noch ermittelt werden, aus welchen Schüsseln er sich bedienen muss.

1.6 Ermittlung der Wahl der Schüsseln

Für jede Obstsorte, die Donald sich wünscht, muss die dazugehörige Menge des Schüsselinhalts, also O_j gefunden werden. Wenn für die Menge, in der sich die Obstsorte befindet, $|O_j| = 1$ gilt, bedient sich Donald an der zugehörigen Schüssel j und mit der nächsten Obstsorte kann fortgefahren werden.

Wenn jedoch $|O_j| > 1$ gilt, muss noch ein weiterer Schritt ausgeführt werden. Es muss überprüft werden, ob alle Obstsorten der Menge O_j auch in den Wünschen von Donald enthalten sind. Ist dies der Fall, muss sich Donald aus der Schüssel bedienen und kann daraufhin mit der nächsten Obstsorte fortfahren. Ist dies jedoch nicht der Fall, kann Donald nicht sicher entscheiden, aus welcher Schüssel er sich bedienen muss und es gibt somit keine eindeutige Lösung. Es kann lediglich berechnet werden, wie wahrscheinlich es ist, dass er die richtige Obstsorte wählt.

1.7 Theoretische Analyse

Es müssen im Worst-Case für jede Schüssel j , die Mengen A_j, N_j, K_j, S_j, W_j , und O_j berechnet werden. Wenn es Schüsseln gibt, bei denen die Obstsorte nicht eindeutig bestimmt werden können und es mehrere Möglichkeiten gibt, können einige Berechnungen übersprungen werden, da sie bereits bei Betrachtung einer Schüssel erfolgt sind, die die gleichen möglichen Obstsorten hat.

Diese Mengen können bei jedem Durchlauf überschrieben werden. Die Speicherkomplexität ist demnach gering.

Nun werden die Laufzeiten der Mengenoperationen betrachtet.

Um die Mengen A_j und N_j zu bestimmen muss über alle Mengen aus M iteriert werden, also alle Beobachtungen, die in der Eingabe zu finden sind. Da die Mächtigkeit der Beobachtung variieren kann, führen wir die künstliche Variable b ein, die die maximale Mächtigkeit aller Beobachtungen beschreibt, also

$$b = \max_{x \in M} |x|$$

Mit dieser Variable können wir die Laufzeit des Worst-Cases berechnen.

Da A_j und N_j parallel berechnet werden können, entspricht die Laufzeit für die Berechnung $\mathcal{O}(|M| \cdot b)$, wobei $|M|$ die Mächtigkeit von M ist.

Um die Vereinigungsmengen der Mengen A_j und N_j zu bestimmen, muss über alle Mengen aus diesen Mengen iteriert werden. Hier nehmen wir erneut die Variable b zur Hand. Die Laufzeit für die Berechnungen der Vereinigungsmengen der Mengen aus A_j wäre demnach $\mathcal{O}(|A_j| \cdot b)$ und für N_j , $\mathcal{O}(|N_j| \cdot b)$. Da aus der Berechnung von A_j und N_j folgt, dass $|M| = |A_j| + |N_j|$ können die Berechnungen der beiden Vereinigungsmengen zu $\mathcal{O}(|M| \cdot b)$ zusammengefasst werden.

Um die Differenzmenge dieser beiden Vereinigungsmengen zu berechnen, muss über beide Mengen einmal iteriert werden. Demnach wäre die Laufzeit $\mathcal{O}(|A_j| \cdot |N_j|)$. Die maximale Laufzeit wird hierbei erreicht,

wenn $|A_j| = |N_j|$, da die Summe von $|A_j|$ und $|N_j|$ immer $|M|$ ist. Die Laufzeit im Worst-Case zur Differenzmengenberechnung ist also $\mathcal{O}(\frac{|M|}{2} \cdot \frac{|M|}{2})$, bzw. $\mathcal{O}(\frac{|M|^2}{2})$.

Als nächstes wird die Schnittmenge der Mengen aus A_j berechnet. Wenn alle Beobachtungen j enthalten, ist $|A_j| = |M|$. Dies ist der Worst-Case für diese Operation. Nun müssen wieder über alle Mengen der Mengen aus A_j iteriert werden und die Laufzeit beträgt somit ein weiteres Mal $\mathcal{O}(|M| \cdot b)$.

Um die Mengen W_j und O_j zu berechnen, muss einmal über die Menge S_j iteriert werden. Die Mächtigkeit von S_j entspricht im schlechtesten Fall b . Für diese Mengenoperation ist die Laufzeit also $\mathcal{O}(b)$. Die beiden Mengen W_j und O_j können in einem Schritt berechnet werden.

Um die letzte Menge U zu berechnen, wird zunächst die Vereinigungsmenge der Mengen aus M berechnet. Wie zuvor bereits bestimmt, ist die Laufzeit dafür $\mathcal{O}(|M| \cdot b)$. Die Laufzeit der Berechnung der Differenz der Menge T , in der alle Obstsorten enthalten sind, mit der Vereinigungsmenge der Mengen aus M , ist $\mathcal{O}(|T| \cdot |\bigcup M|)$. Da im Worst-Case $|\bigcup M| = |T|$ gilt, kann die Laufzeit zu $\mathcal{O}(|T|^2)$ vereinfacht werden.

Zuletzt müssen all diese Laufzeiten zusammengerechnet werden, um die Laufzeit des gesamten Algorithmus zu erhalten.

$$\begin{aligned} \mathcal{O}(|M| \cdot b) + \mathcal{O}(|M| \cdot b) + \mathcal{O}(\frac{|M|^2}{2}) + \mathcal{O}(|M| \cdot b) + \mathcal{O}(|M| \cdot b) + \mathcal{O}(|T|^2) &= \mathcal{O}(4 \cdot |M|b + \frac{|M|^2}{2} + |T|^2) \\ &= \mathcal{O}(\frac{8 \cdot |M| \cdot b + |M|^2 + 2 \cdot |T|^2}{2}) \end{aligned}$$

Die Laufzeit dieses Algorithmus ist somit quadratisch in Bezug auf die Anzahl der Beobachtungen und die Anzahl der Obstsorten. Auch wenn eine quadratische Laufzeit nicht optimal ist, wird es bei der Aufgabenstellung nie sehr viele Obstsorten geben und die Laufzeit reicht somit voll und ganz aus.

2 Umsetzung

Die Lösungsidee wurde in Python implementiert. Um die Korrektheit des Verfahrens zu gewährleisten wurde an der zuvor vorgestellten Lösungsidee festgehalten.

Zunächst werden die `sets` T und M definiert. Die Beobachtungen werden nacheinander in dem `frozenset` B gespeichert und daraufhin zum `set` M hinzugefügt. Ein `frozenset` in Python ist eine unveränderliche Version des `sets`. Dies wird hier verwendet, da ein `frozenset` im Gegensatz zum Standard-`set` hashable¹ ist. Ein Objekt, dass sich in einem `set` befindet muss hashable sein. Um also ein `set` von `sets` verwenden zu können, muss das innere `set` ein `frozenset` sein.

Daraufhin werden die Methoden `union_of_sets()` und `intersection_of_sets()` definiert. Beiden wird ein iterierbares Objekt (in diesem Fall `set` oder `list`) übergeben, in dem sich `sets` (oder `frozensets`) befinden. Zurückgegeben wird die Vereinigungsmenge in der ersten Methode oder die Schnittmenge in der zweiten Methode all dieser `sets`.

Als nächstes wird das `set` U definiert. Dabei werden die Werte des `set` T ohne die Werte der Vereinigungsmenge der Mengen aus M genommen. Um die Differenz zweier `sets` in Python zu berechnen, kann der Operator `-` verwendet werden.

Anschließend wird mit Hilfe einer `for`-Schleife und dem Iterator j über jede Schlüsselnummer iteriert. Für jedes j werden mit einer weiteren `for`-Schleife, die wie eine `forEach`-Schleife fungiert, die `sets` A und N ermittelt. Dabei wird über das `set` von `frozensets` M iteriert und jedes `frozenset`, dass j enthält zum `set` A hinzugefügt. Die `frozensets`, die j nicht enthalten, werden zum `set` N hinzugefügt. Zum Hinzufügen zu einem `set` wird die BuildIn-Funktion `name_of_set.add()` verwendet.

Nachfolgend wird das `set` K bestimmt, in dem alle Obstsorten enthalten sind, die für die Schlüssel in Frage kommen, da sie nicht in einer Menge aus N enthalten sind. Dafür wird die Differenz der Vereinigungsmenge der `sets` aus A und Vereinigungsmenge der `sets` aus N genommen. Die Vereinigungsmengen werden mit der Funktion `union_of_sets()` bestimmt.

Dann wird die Schnittmenge der `sets` aus A bestimmt. Hierfür wird die Funktion `intersection_of_sets()` verwendet. Um nur die Werte zu erhalten, die auch in K enthalten sind, wird mit der BuildIn-Funktion `a.intersection(b)` die Schnittmenge der beiden Mengen berechnet. Das `set` in dem die Schnittmenge gespeichert ist, wird mit S bezeichnet.

In dem `set` O werden nun alle Obstsorten gespeichert, die in der aktuell behandelten Schlüssel mit dem Index j sein könnten. Dafür wird mit einer `List Comprehension` über das `set` S iteriert und alle nicht-numerischen Werte mit der Funktion `x.isnumeric()` bestimmt und in einer `list` gespeichert, die am Ende wieder zu einem `set` konvertiert wird.

¹Definition "hashable": <https://docs.python.org/2/glossary.html>

Bei dem Sonderfall, dass O ein leeres **set** ist, wird das **set** mit einer Kopie von U neu definiert.

Die Obstsorten der Schüssel wurden jetzt bestimmt. Es fehlt nur noch, ob Donald auch tatsächlich alle Wunschsorten mit Sicherheit bekommen kann.

Dafür wird der **int** *wuensche_erfuellt* als Counter mit 0 definiert. Daraufhin wird über das **set** O iteriert und mit dem Counter gezählt, wie viele der Wunschsorten Donalds in O enthalten sind. Wenn der Wert von *wuensche_erfuellt* nach der Schleife 0 ist, bedient sich Donald nicht aus der Schüssel. Wenn der Wert der Anzahl der Objekte in O dem Wert von *wuensche_erfuellt* entspricht, bedient sich Donald aus der Schüssel. Wenn keine der beiden Fälle zutrifft, kann nicht eindeutig gesagt werden, ob sich Donald aus dieser Schüssel bedienen muss oder nicht. Deswegen wird eine Wahrscheinlichkeit berechnet, wie wahrscheinlich es ist, dass er eine Obstsorte erwischt, die er auch tatsächlich haben möchte, wenn er aus dieser Schüssel nimmt. Außerdem wird bei diesem Fall die Variable *eindeutig* auf **False** gesetzt, um anzugeben, dass es keine eindeutige Lösung gibt.

3 Beispiele

Hier werden die Beispiele von der BwInf-Webseite diskutiert und eigene Beispiele vorgestellt.

3.1 spiesse1.txt

Wenn Donald alle seine Wunschsorten haben möchte, muss er die Schüsseln 1, 2, 4, 5, und 7 wählen.

```
1 Donalds Wunschsorten: ['Clementine', 'Erdbeere', 'Grapefruit', 'Himbeere', 'Johannisbeere',  
    '']  
    =====  
3 Schuessel: 1  
  Inhalt: {'Clementine'}  
5 Bedienen: Ja  
    =====  
7 Schuessel: 2  
  Inhalt: {'Erdbeere', 'Himbeere'}  
9 Bedienen: Ja  
    =====  
11 Schuessel: 3  
  Inhalt: {'Banane'}  
13 Bedienen: Nein  
    =====  
15 Schuessel: 4  
  Inhalt: {'Erdbeere', 'Himbeere'}  
17 Bedienen: Ja  
    =====  
19 Schuessel: 5  
  Inhalt: {'Johannisbeere'}  
21 Bedienen: Ja  
    =====  
23 Schuessel: 6  
  Inhalt: {'Ingwer'}  
25 Bedienen: Nein  
    =====  
27 Schuessel: 7  
  Inhalt: {'Grapefruit'}  
29 Bedienen: Ja  
    =====  
31 Schuessel: 8  
  Inhalt: {'Apfel'}  
33 Bedienen: Nein  
    =====  
35 Schuessel: 9  
  Inhalt: {'Dattel'}  
37 Bedienen: Nein  
    =====  
39 Schuessel: 10  
  Inhalt: {'Feige'}  
41 Bedienen: Nein  
    =====  
43 Es konnte eindeutig bestimmt werden, aus welchen Schuesseln sich Donald bedienen muss.  
  Er muss sich aus den Schuesseln: {1, 2, 4, 5, 7} bedienen.
```


3.2 spiese2.txt

Wenn Donald alle seine Wunschsorten haben möchte, muss er die Schüsseln 1, 5, 6, 7, 10 und 11 wählen.

```

Donalds Wunschsorten: ['Apfel', 'Banane', 'Clementine', 'Himbeere', 'Kiwi', 'Litschi']
=====
Schuessel: 1
Inhalt: {'Apfel'}
Bedienen: Ja
=====
Schuessel: 2
Inhalt: {'Dattel', 'Feige'}
Bedienen: Nein
=====
Schuessel: 3
Inhalt: {'Grapefruit'}
Bedienen: Nein
=====
Schuessel: 4
Inhalt: {'Johannisbeere'}
Bedienen: Nein
=====
Schuessel: 5
Inhalt: {'Banane', 'Himbeere', 'Clementine'}
Bedienen: Ja
=====
Schuessel: 6
Inhalt: {'Kiwi'}
Bedienen: Ja
=====
Schuessel: 7
Inhalt: {'Litschi'}
Bedienen: Ja
=====
Schuessel: 8
Inhalt: {'Erdbeere'}
Bedienen: Nein
=====
Schuessel: 9
Inhalt: {'Dattel', 'Feige'}
Bedienen: Nein
=====
Schuessel: 10
Inhalt: {'Banane', 'Himbeere', 'Clementine'}
Bedienen: Ja
=====
Schuessel: 11
Inhalt: {'Banane', 'Himbeere', 'Clementine'}
Bedienen: Ja
=====
Schuessel: 12
Inhalt: {'Ingwer'}
Bedienen: Nein
=====
Es konnte eindeutig bestimmt werden, aus welchen Schuesseln sich Donald bedienen muss.
Er muss sich aus den Schuesseln: {1, 5, 6, 7, 10, 11} bedienen.

```

3.3 spiesse3.txt

Es kann nicht eindeutig gesagt werden, aus welchen Schüsseln Donald sich bedienen muss. Er muss sich sicher aus den Schüsseln 1, 5, 7, 8, 10, und 12 bedienen. Dann muss er sich aus 2 oder 11 bedienen und hat eine 50% Chance die richtige Obstsorte zu kriegen.

```

Donalds Wunschsornten: ['Clementine', 'Erdbeere', 'Feige', 'Himbeere', 'Ingwer', 'Kiwi', 'Litschi']
=====
2 Schuessel: 1
4 Inhalt: {'Himbeere'}
Bedienen: Ja
6 =====
8 Schuessel: 2
Inhalt: {'Litschi', 'Grapefruit'}
Bedienen: Zu 50.0% wahrscheinlich, dass eine richtige Obstsorte genommen wird
10 =====
12 Schuessel: 3
Inhalt: {'Orange'}
Bedienen: Nein
14 =====
16 Schuessel: 4
Inhalt: {'Nektarine'}
Bedienen: Nein
18 =====
20 Schuessel: 5
Inhalt: {'Clementine'}
Bedienen: Ja
22 =====
24 Schuessel: 6
Inhalt: {'Apfel', 'Banane'}
Bedienen: Nein
26 =====
28 Schuessel: 7
Inhalt: {'Ingwer', 'Feige'}
Bedienen: Ja
30 =====
32 Schuessel: 8
Inhalt: {'Erdbeere'}
Bedienen: Ja
34 =====
36 Schuessel: 9
Inhalt: {'Johannisbeere'}
Bedienen: Nein
38 =====
40 Schuessel: 10
Inhalt: {'Ingwer', 'Feige'}
Bedienen: Ja
42 =====
44 Schuessel: 11
Inhalt: {'Litschi', 'Grapefruit'}
Bedienen: Zu 50.0% wahrscheinlich, dass eine richtige Obstsorte genommen wird
46 =====
48 Schuessel: 12
Inhalt: {'Kiwi'}
Bedienen: Ja
50 =====
52 Schuessel: 13
Inhalt: {'Dattel'}
Bedienen: Nein
54 =====
56 Schuessel: 14
Inhalt: {'Apfel', 'Banane'}
Bedienen: Nein
58 =====
60 Schuessel: 15
Inhalt: unbekannt
Bedienen: Nein
62 =====
Es konnte nicht eindeutig bestimmt werden, aus welchen Schuesseln sich Donald bedienen muss.

```

3.4 spiesse4.txt

Wenn Donald alle seine Wunschsorten haben möchte, muss er die Schlüssel 2, 6, 7, 8, 9, 12, 13, und 14 wählen.

```

1 Donalds Wunschsorten: ['Apfel', 'Feige', 'Grapefruit', 'Ingwer', 'Kiwi', 'Nektarine', '
   Orange', 'Pflaume']
   =====
3 Schuessel: 1
   Inhalt: {'Mango'}
5 Bedienen: Nein
   =====
7 Schuessel: 2
   Inhalt: {'Kiwi'}
9 Bedienen: Ja
   =====
11 Schuessel: 3
   Inhalt: {'Litschi'}
13 Bedienen: Nein
   =====
15 Schuessel: 4
   Inhalt: {'Quitte'}
17 Bedienen: Nein
   =====
19 Schuessel: 5
   Inhalt: {'Johannisbeere'}
21 Bedienen: Nein
   =====
23 Schuessel: 6
   Inhalt: {'Ingwer'}
25 Bedienen: Ja
   =====
27 Schuessel: 7
   Inhalt: {'Nektarine'}
29 Bedienen: Ja
   =====
31 Schuessel: 8
   Inhalt: {'Grapefruit'}
33 Bedienen: Ja
   =====
35 Schuessel: 9
   Inhalt: {'Apfel'}
37 Bedienen: Ja
   =====
39 Schuessel: 10
   Inhalt: {'Dattel'}
41 Bedienen: Nein
   =====
43 Schuessel: 11
   Inhalt: {'Himbeere'}
45 Bedienen: Nein
   =====
47 Schuessel: 12
   Inhalt: {'Pflaume'}
49 Bedienen: Ja
   =====
51 Schuessel: 13
   Inhalt: {'Feige'}
53 Bedienen: Ja
   =====
55 Schuessel: 14
   Inhalt: {'Orange'}
57 Bedienen: Ja
   =====
59 Schuessel: 15
   Inhalt: {'Clementine'}
61 Bedienen: Nein
   =====
63 Schuessel: 16
   Inhalt: {'Erdbeere'}
65 Bedienen: Nein
   =====
67 Schuessel: 17
   Inhalt: {'Banane'}

```

```
69 | Bedienen: Nein
    | =====
71 | Es konnte eindeutig bestimmt werden, aus welchen Schuesseln sich Donald bedienen muss.
    | Er muss sich aus den Schuesseln: {2, 6, 7, 8, 9, 12, 13, 14} bedienen.
```

3.5 spiese5.txt

Wenn Donald alle seine Wunschsorten haben möchte, muss er die Schlüssel 1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 12, 14, 16, 19 und 20 wählen.

```
Donalds Wunschsorten: ['Apfel', 'Banane', 'Clementine', 'Dattel', 'Grapefruit', 'Himbeere', 'Mango', 'Nektarine', 'Orange', 'Pflaume', 'Quitte', 'Sauerkirsche', 'Tamarinde']
=====
2  Schlüssel: 1
4  Inhalt: {'Mango', 'Grapefruit', 'Apfel'}
   Bedienen: Ja
6  =====
   Schlüssel: 2
8  Inhalt: {'Sauerkirsche', 'Orange'}
   Bedienen: Ja
10 =====
   Schlüssel: 3
12 Inhalt: {'Quitte', 'Banane'}
   Bedienen: Ja
14 =====
   Schlüssel: 4
16 Inhalt: {'Mango', 'Grapefruit', 'Apfel'}
   Bedienen: Ja
18 =====
   Schlüssel: 5
20 Inhalt: {'Himbeere'}
   Bedienen: Ja
22 =====
   Schlüssel: 6
24 Inhalt: {'Dattel'}
   Bedienen: Ja
26 =====
   Schlüssel: 7
28 Inhalt: {'Litschi', 'Kiwi'}
   Bedienen: Nein
30 =====
   Schlüssel: 8
32 Inhalt: {'Erdbeere'}
   Bedienen: Nein
34 =====
   Schlüssel: 9
36 Inhalt: {'Quitte', 'Banane'}
   Bedienen: Ja
38 =====
   Schlüssel: 10
40 Inhalt: {'Pflaume'}
   Bedienen: Ja
42 =====
   Schlüssel: 11
44 Inhalt: {'Ingwer'}
   Bedienen: Nein
46 =====
   Schlüssel: 12
48 Inhalt: {'Tamarinde'}
   Bedienen: Ja
50 =====
   Schlüssel: 13
52 Inhalt: {'Johannisbeere'}
   Bedienen: Nein
54 =====
   Schlüssel: 14
56 Inhalt: {'Nektarine'}
   Bedienen: Ja
58 =====
   Schlüssel: 15
60 Inhalt: {'Litschi', 'Kiwi'}
   Bedienen: Nein
62 =====
   Schlüssel: 16
64 Inhalt: {'Sauerkirsche', 'Orange'}
   Bedienen: Ja
66 =====
   Schlüssel: 17
68 Inhalt: {'Rosine'}
```

```
Bedienen: Nein
70 =====
Schuessel: 18
72 Inhalt: unbekannt
Bedienen: Nein
74 =====
Schuessel: 19
76 Inhalt: {'Mango', 'Grapefruit', 'Apfel'}
Bedienen: Ja
78 =====
Schuessel: 20
80 Inhalt: {'Clementine'}
Bedienen: Ja
82 =====
84 Es konnte eindeutig bestimmt werden, aus welchen Schuesseln sich Donald bedienen muss.
Er muss sich aus den Schuesseln: {1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 12, 14, 16, 19, 20} bedienen.
```

3.6 spiesse6.txt

Wenn Donald alle seine Wunschsorten haben möchte, muss er die Schlüssel 4, 6, 7, 10, 11, 15, 18 und 20 wählen.

```
Donalds Wunschsorten: ['Clementine', 'Erdbeere', 'Himbeere', 'Orange', 'Quitte', 'Rosine', 'Ugli', 'Vogelbeere']
=====
2 Schuessel: 1
4 Inhalt: {'Mango'}
  Bedienen: Nein
6 =====
8 Schuessel: 2
  Inhalt: {'Nektarine'}
  Bedienen: Nein
10 =====
12 Schuessel: 3
  Inhalt: {'Apfel'}
  Bedienen: Nein
14 =====
16 Schuessel: 4
  Inhalt: {'Quitte'}
  Bedienen: Ja
18 =====
20 Schuessel: 5
  Inhalt: {'Dattel'}
  Bedienen: Nein
22 =====
24 Schuessel: 6
  Inhalt: {'Vogelbeere'}
  Bedienen: Ja
26 =====
28 Schuessel: 7
  Inhalt: {'Clementine'}
  Bedienen: Ja
30 =====
32 Schuessel: 8
  Inhalt: {'Banane'}
  Bedienen: Nein
34 =====
36 Schuessel: 9
  Inhalt: {'Pflaume'}
  Bedienen: Nein
38 =====
40 Schuessel: 10
  Inhalt: {'Erdbeere'}
  Bedienen: Ja
42 =====
44 Schuessel: 11
  Inhalt: {'Rosine', 'Ugli'}
  Bedienen: Ja
46 =====
48 Schuessel: 12
  Inhalt: {'Johannisbeere'}
  Bedienen: Nein
50 =====
52 Schuessel: 13
  Inhalt: {'Litschi'}
  Bedienen: Nein
54 =====
56 Schuessel: 14
  Inhalt: {'Ingwer'}
  Bedienen: Nein
58 =====
60 Schuessel: 15
  Inhalt: {'Rosine', 'Ugli'}
  Bedienen: Ja
62 =====
64 Schuessel: 16
  Inhalt: {'Sauerkirsche'}
  Bedienen: Nein
66 =====
68 Schuessel: 17
  Inhalt: {'Grapefruit'}
```

```
Bedienen: Nein
70 =====
Schuessel: 18
72 Inhalt: {'Himbeere'}
Bedienen: Ja
74 =====
Schuessel: 19
76 Inhalt: {'Tamarinde'}
Bedienen: Nein
78 =====
Schuessel: 20
80 Inhalt: {'Orange'}
Bedienen: Ja
82 =====
Schuessel: 21
84 Inhalt: {'Weintraube'}
Bedienen: Nein
86 =====
Schuessel: 22
88 Inhalt: {'Feige'}
Bedienen: Nein
90 =====
Schuessel: 23
92 Inhalt: {'Kiwi'}
Bedienen: Nein
94 =====
Es konnte eindeutig bestimmt werden, aus welchen Schuesseln sich Donald bedienen muss.
96 Er muss sich aus den Schuesseln: {4, 6, 7, 10, 11, 15, 18, 20} bedienen.
```


3.7 spiesse7.txt

Es kann nicht eindeutig gesagt werden, aus welchen Schüsseln Donald sich bedienen muss. Er muss sich sicher aus den Schüsseln 5, 6, 8, 14, 16, 17, 23 und 24 bedienen. Dann muss er drei Schüsseln von 3, 10, 20 und 26 wählen, bei denen er jeweils eine 75% Chance hat eine gewünschte Obstsorte zu nehmen. Außerdem muss er sich zwischen den Schüsseln 18 und 25 entscheiden und hoffen, dass er die richtige Obstsorte bekommt. Dabei hat er eine 50% Chance.

```

Donalds Wunschsornten: ['Apfel', 'Clementine', 'Dattel', 'Grapefruit', 'Mango', '
    Sauerkirsche', 'Tamarinde', 'Ugli', 'Vogelbeere', 'Xenia', 'Yuzu', 'Zitrone']
2 =====
3 Schuessel: 1
4 Inhalt: {'Kiwi'}
5 Bedienen: Nein
6 =====
7 Schuessel: 2
8 Inhalt: {'Quitte', 'Feige', 'Orange', 'Himbeere'}
9 Bedienen: Nein
10 =====
11 Schuessel: 3
12 Inhalt: {'Apfel', 'Litschi', 'Grapefruit', 'Xenia'}
13 Bedienen: Zu 75.0% wahrscheinlich, dass eine richtige Obstsorte genommen wird
14 =====
15 Schuessel: 4
16 Inhalt: {'Ingwer'}
17 Bedienen: Nein
18 =====
19 Schuessel: 5
20 Inhalt: {'Zitrone', 'Tamarinde'}
21 Bedienen: Ja
22 =====
23 Schuessel: 6
24 Inhalt: {'Mango', 'Dattel', 'Vogelbeere'}
25 Bedienen: Ja
26 =====
27 Schuessel: 7
28 Inhalt: {'Nektarine'}
29 Bedienen: Nein
30 =====
31 Schuessel: 8
32 Inhalt: {'Sauerkirsche', 'Yuzu'}
33 Bedienen: Ja
34 =====
35 Schuessel: 9
36 Inhalt: {'Weintraube', 'Pflaume'}

38 \subsection{Sonderfall 1: spiesse8.txt}
39 Bedienen: Nein
40 =====
41 Schuessel: 10
42 Inhalt: {'Apfel', 'Litschi', 'Grapefruit', 'Xenia'}
43 Bedienen: Zu 75.0% wahrscheinlich, dass eine richtige Obstsorte genommen wird
44 =====
45 Schuessel: 11
46 Inhalt: {'Quitte', 'Feige', 'Orange', 'Himbeere'}
47 Bedienen: Nein
48 =====
49 Schuessel: 12
50 Inhalt: {'Rosine', 'Johannisbeere'}
51 Bedienen: Nein
52 =====
53 Schuessel: 13
54 Inhalt: {'Quitte', 'Feige', 'Orange', 'Himbeere'}
55 Bedienen: Nein
56 =====
57 Schuessel: 14
58 Inhalt: {'Sauerkirsche', 'Yuzu'}
59 Bedienen: Ja
60 =====
61 Schuessel: 15
62 Inhalt: {'Erdbeere'}
63 Bedienen: Nein
64 =====

```

```
Schuessel: 16
66 Inhalt: {'Mango', 'Dattel', 'Vogelbeere'}
Bedienen: Ja
68 =====
Schuessel: 17
70 Inhalt: {'Mango', 'Dattel', 'Vogelbeere'}
Bedienen: Ja
72 =====
Schuessel: 18
74 Inhalt: {'Ugli', 'Banane'}
Bedienen: Zu 50.0% wahrscheinlich, dass eine richtige Obstsorte genommen wird
76 =====
Schuessel: 19
78 Inhalt: {'Rosine', 'Johannisbeere'}
Bedienen: Nein
80 =====
Schuessel: 20
82 Inhalt: {'Apfel', 'Litschi', 'Grapefruit', 'Xenia'}
Bedienen: Zu 75.0% wahrscheinlich, dass eine richtige Obstsorte genommen wird
84 =====
Schuessel: 21
86 Inhalt: {'Weintraube', 'Pflaume'}
Bedienen: Nein
88 =====
Schuessel: 22
90 Inhalt: {'Quitte', 'Feige', 'Orange', 'Himbeere'}
Bedienen: Nein
92 =====
Schuessel: 23
94 Inhalt: {'Zitrone', 'Tamarinde'}
Bedienen: Ja
96 =====
Schuessel: 24
98 Inhalt: {'Clementine'}
Bedienen: Ja
100 =====
Schuessel: 25
102 Inhalt: {'Ugli', 'Banane'}
Bedienen: Zu 50.0% wahrscheinlich, dass eine richtige Obstsorte genommen wird
104 =====
Schuessel: 26
106 Inhalt: {'Apfel', 'Litschi', 'Grapefruit', 'Xenia'}
Bedienen: Zu 75.0% wahrscheinlich, dass eine richtige Obstsorte genommen wird
108 =====
Es konnte nicht eindeutig bestimmt werden, aus welchen Schuesseln sich Donald bedienen
muss.
```

3.8 Sonderfall 1: spiesse8.txt

Die Datei spiesse8.txt ist so angelegt, dass Donald sich eine Obstsorte wünscht, die gar nicht in einer Beobachtung vorkommt (Mango). Dennoch kann die Schlüssel der Mango bestimmt werden und somit auch aus welchen Schüsseln Donald sich bedienen muss. Dies funktioniert, weil der Sonderfall implementiert wurde, dass wenn eine Schlüssel keine Beobachtungen hat, die übrig gebliebenen Obstsorten als Mögliche definiert werden.

```
1 Donalds Wunschsarten: ['Apfel', 'Mango']  
   =====  
3 Schuessel: 1  
   Inhalt: {'Banane'}  
5 Bedienen: Nein  
   =====  
7 Schuessel: 2  
   Inhalt: {'Apfel'}  
9 Bedienen: Ja  
   =====  
11 Schuessel: 3  
   Inhalt: {'Mango'}  
13 Bedienen: Ja  
   =====  
15 Es konnte eindeutig bestimmt werden, aus welchen Schuesseln sich Donald bedienen muss.  
   Er muss sich aus den Schuesseln: {2, 3} bedienen.
```

3.9 50 Obstsorten: spiese9.txt

In der Datei spiese9.txt stehen 50 Obstsorten zur Auswahl. Wenn Donald alle seine Wunschsorten haben möchte, muss er die Schüsseln 1, 5, 37, 40, 9, 12, 13, 15, 48, 19, 23, 29 und 31 wählen.

```
Donalds Wunschsorten: ['Brombeere', 'Pflaume', 'Holzapfel', 'Stachelbeere', 'Aprikose', 'Olive', 'Wacholderbeere', 'Elsbeere', 'Weinbeere', 'Felsenkirche', 'Speierling', 'Hagebutte', 'Nektarine']
2 =====
Schuessel: 1
4 Inhalt: {'Holzapfel'}
Bedienen: Ja
6 =====
Schuessel: 2
8 Inhalt: {'Apfel'}
Bedienen: Nein
10 =====
Schuessel: 3
12 Inhalt: {'Apfelbeere'}
Bedienen: Nein
14 =====
Schuessel: 4
16 Inhalt: {'Birnen'}
Bedienen: Nein
18 =====
Schuessel: 5
20 Inhalt: {'Elsbeere'}
Bedienen: Ja
22 =====
Schuessel: 6
24 Inhalt: {'Malus'}
Bedienen: Nein
26 =====
Schuessel: 7
28 Inhalt: {'Mispel'}
Bedienen: Nein
30 =====
Schuessel: 8
32 Inhalt: {'Quitte'}
Bedienen: Nein
34 =====
Schuessel: 9
36 Inhalt: {'Speierling'}
Bedienen: Ja
38 =====
Schuessel: 10
40 Inhalt: {'Vogelbeere'}
Bedienen: Nein
42 =====
Schuessel: 11
44 Inhalt: {'Weissdorne'}
Bedienen: Nein
46 =====
Schuessel: 12
48 Inhalt: {'Aprikose'}
Bedienen: Ja
50 =====
Schuessel: 13
52 Inhalt: {'Pflaume'}
Bedienen: Ja
54 =====
Schuessel: 14
56 Inhalt: {'Baerentraube'}
Bedienen: Nein
58 =====
Schuessel: 15
60 Inhalt: {'Felsenkirche'}
Bedienen: Ja
62 =====
Schuessel: 16
64 Inhalt: {'Traubenkirsche'}
Bedienen: Nein
```

```
66 | =====
67 | Schuessel: 17
68 | Inhalt: {'Kirschpflaume'}
69 | Bedienen: Nein
70 | =====
71 | Schuessel: 18
72 | Inhalt: unbekannt
73 | Bedienen: Nein
74 | =====
75 | Schuessel: 19
76 | Inhalt: {'Olive'}
77 | Bedienen: Ja
78 | =====
79 | Schuessel: 20
80 | Inhalt: {'Oelpalme'}
81 | Bedienen: Nein
82 | =====
83 | Schuessel: 21
84 | Inhalt: {'Pappelpflaume'}
85 | Bedienen: Nein
86 | =====
87 | Schuessel: 22
88 | Inhalt: {'Pfirsich'}
89 | Bedienen: Nein
90 | =====
91 | Schuessel: 23
92 | Inhalt: {'Nektarine'}
93 | Bedienen: Ja
94 | =====
95 | Schuessel: 24
96 | Inhalt: {'Pluot'}
97 | Bedienen: Nein
98 | =====
99 | Schuessel: 25
100 | Inhalt: {'Sandkirsche'}
101 | Bedienen: Nein
102 | =====
103 | Schuessel: 26
104 | Inhalt: {'Sauerkirsche'}
105 | Bedienen: Nein
106 | =====
107 | Schuessel: 27
108 | Inhalt: {'Schlehbeere'}
109 | Bedienen: Nein
110 | =====
111 | Schuessel: 28
112 | Inhalt: {'Schattenmorelle'}
113 | Bedienen: Nein
114 | =====
115 | Schuessel: 29
116 | Inhalt: {'Brombeere'}
117 | Bedienen: Ja
118 | =====
119 | Schuessel: 30
120 | Inhalt: {'Himbeere'}
121 | Bedienen: Nein
122 | =====
123 | Schuessel: 31
124 | Inhalt: {'Weinbeere'}
125 | Bedienen: Ja
126 | =====
127 | Schuessel: 32
128 | Inhalt: {'Kratzbeere'}
129 | Bedienen: Nein
130 | =====
131 | Schuessel: 33
132 | Inhalt: {'Steinbeere'}
133 | Bedienen: Nein
134 | =====
135 | Schuessel: 34
136 | Inhalt: {'Ananas'}
137 | Bedienen: Nein
138 | =====
```

```
140 Schuessel: 35
    Inhalt: {'Erdbeere'}
    Bedienen: Nein
142 =====
    Schuessel: 36
144 Inhalt: {'Wildbeere'}
    Bedienen: Nein
146 =====
    Schuessel: 37
148 Inhalt: {'Hagebutte'}
    Bedienen: Ja
150 =====
    Schuessel: 38
152 Inhalt: {'Heidelbeere'}
    Bedienen: Nein
154 =====
    Schuessel: 39
156 Inhalt: {'Johannisbeere'}
    Bedienen: Nein
158 =====
    Schuessel: 40
160 Inhalt: {'Stachelbeere'}
    Bedienen: Ja
162 =====
    Schuessel: 41
164 Inhalt: {'Weintraube'}
    Bedienen: Nein
166 =====
    Schuessel: 42
168
170 \subsection{Sonderfall 1: spiesse8.txt}
    Inhalt: {'Mehlbeere'}
    Bedienen: Nein
172 =====
    Schuessel: 43
174 Inhalt: {'Eibenbeere'}
    Bedienen: Nein
176 =====
    Schuessel: 44
178 Inhalt: {'Felsenbirne'}
    Bedienen: Nein
180 =====
    Schuessel: 45
182 Inhalt: {'Scheinbeere'}
    Bedienen: Nein
184 =====
    Schuessel: 46
186 Inhalt: {'Holunder'}
    Bedienen: Nein
188 =====
    Schuessel: 47
190 Inhalt: {'Maulbeere'}
    Bedienen: Nein
192 =====
    Schuessel: 48
194 Inhalt: {'Wacholderbeere'}
    Bedienen: Ja
196 =====
    Schuessel: 49
198 Inhalt: {'Cashewnuss'}
    Bedienen: Nein
200 =====
    Schuessel: 50
202 Inhalt: {'Babassu'}
    Bedienen: Nein
204 =====
    Es konnte eindeutig bestimmt werden, aus welchen Schuesseln sich Donald bedienen muss.
206 Er muss sich aus den Schuesseln: {1, 5, 37, 40, 9, 12, 13, 15, 48, 19, 23, 29, 31}
    bedienen.
```

3.10 100 Obstsorten: spiesse10.txt

In der Datei spiesse10.txt stehen 100 Obstsorten zur Auswahl. Es konnte nicht eindeutig bestimmt werden, aus welche Schüsseln sich Donald bedienen muss.

```

Donalds Wunschsorten: ['Nektarine', 'Vogelbeere', 'Hagebutte', 'Cashewnuss', 'Buchweizen',
                        'Keluak', 'Kurrajong', 'Paonuesse', 'Kolanuss', 'Hanfnuss', 'Eibenbeere', 'Steinbeere', 'Pistazie']
2 =====
Schuessel: 1
4 Inhalt: {'Maulbeere'}
Bedienen: Nein
6 =====
Schuessel: 2
8 Inhalt: {'Schattenmorelle'}
Bedienen: Nein
10 =====
Schuessel: 3
12 Inhalt: {'Felsenkirche'}
Bedienen: Nein
14 =====
Schuessel: 4
16 Inhalt: {'Holzapfel'}
Bedienen: Nein
18 =====
Schuessel: 5
20 Inhalt: {'Aprikose'}
Bedienen: Nein
22 =====
Schuessel: 6
24 Inhalt: {'Johannisbeere', 'Heidelbeere'}
Bedienen: Nein
26 =====
Schuessel: 7
28 Inhalt: {'Pistazie'}
Bedienen: Ja
30 =====
Schuessel: 8
32 Inhalt: {'Pappelpflaume'}
Bedienen: Nein
34 =====
Schuessel: 9
36 Inhalt: {'Traubenkirsche'}
Bedienen: Nein
38 =====
Schuessel: 10
40 Inhalt: {'Kirschpflaume'}
Bedienen: Nein
42 =====
Schuessel: 11
44 Inhalt: {'Kratzbeere'}
Bedienen: Nein
46 =====
Schuessel: 12
48 Inhalt: {'Brombeere'}
Bedienen: Nein
50 =====
Schuessel: 13
52 Inhalt: {'Johannisbeere', 'Heidelbeere'}
Bedienen: Nein
54 =====
Schuessel: 14
56 Inhalt: {'Erdbeere'}
Bedienen: Nein
58 =====
Schuessel: 15
60 Inhalt: {'Combretum'}
Bedienen: Nein
62 =====
Schuessel: 16
64 Inhalt: {'Pinienkerne'}
Bedienen: Nein

```

```
66 =====
67 Schuessel: 17
68 Inhalt: {'Pekanuss', 'Wildbeere'}
69 Bedienen: Nein
70 =====
71 Schuessel: 18
72 Inhalt: {'Pistazie'}
73 Bedienen: Ja
74 =====
75 Schuessel: 19
76 Inhalt: {'Weintraube'}
77 Bedienen: Nein
78 =====
79 Schuessel: 20
80 Inhalt: {'Melinjo', 'Himbeere'}
81 Bedienen: Nein
82 =====
83 Schuessel: 21
84 Inhalt: {'Oelpalme'}
85 Bedienen: Nein
86 =====
87 Schuessel: 22
88 Inhalt: {'Kokosnuss', 'Nadel', 'Wacholderbeere'}
89 Bedienen: Nein
90 =====
91 Schuessel: 23
92 Inhalt: {'Kolanuss'}
93 Bedienen: Ja
94 =====
95 Schuessel: 24
96 Inhalt: {'Pandanuss'}
97 Bedienen: Nein
98 =====
99 Schuessel: 25
100 Inhalt: {'Melinjo', 'Himbeere'}
101 Bedienen: Nein
102 =====
103 Schuessel: 26
104 Inhalt: {'Cashewnuss'}
105 Bedienen: Ja
106 =====
107 Schuessel: 27
108 Inhalt: {'Haselnuss'}
109 Bedienen: Nein
110 =====
111 Schuessel: 28
112 Inhalt: {'Buchweizen'}
113 Bedienen: Ja
114 =====
115 Schuessel: 29
116 Inhalt: {'Malakkanuss'}
117 Bedienen: Nein
118 =====
119 Schuessel: 30
120 Inhalt: {'Schlehbeere'}
121 Bedienen: Nein
122 =====
123 Schuessel: 31
124 Inhalt: {'Nigersamen'}
125 Bedienen: Nein
126 =====
127 Schuessel: 32
128 Inhalt: {'Aprikosenkern'}
129 Bedienen: Nein
130 =====
131 Schuessel: 33
132 Inhalt: {'Kurrajong'}
133 Bedienen: Ja
134 =====
135 Schuessel: 34
136 Inhalt: {'Dausia'}
137 Bedienen: Nein
138 =====
```



```
140 Schuessel: 35
    Inhalt: {'Pekannuss', 'Wildbeere'}
    Bedienen: Nein
142 =====
    Schuessel: 36
144 Inhalt: {'Macadamianuss'}
    Bedienen: Nein
146 =====
    Schuessel: 37
148 Inhalt: {'Elsbeere'}
    Bedienen: Nein
150 =====
    Schuessel: 38
152 Inhalt: {'Kokosnuss', 'Nadel', 'Wacholderbeere'}
    Bedienen: Nein
154 =====
    Schuessel: 39
156 Inhalt: {'Paranuss'}
    Bedienen: Nein
158 =====
    Schuessel: 40
160 Inhalt: {'Malus'}
    Bedienen: Nein
162 =====
    Schuessel: 41
164 Inhalt: {'Pistazie'}
    Bedienen: Ja
166 =====
    Schuessel: 42
168 Inhalt: {'Steinbeere'}
    Bedienen: Ja
170 =====
    Schuessel: 43
172 Inhalt: {'Austernuss'}
    Bedienen: Nein
174 =====
    Schuessel: 44
176 Inhalt: {'Ananas'}
    Bedienen: Nein
178 =====
    Schuessel: 45
180 Inhalt: {'Hagebutte'}
    Bedienen: Ja
182 =====
    Schuessel: 46
184 Inhalt: {'Quitte'}
    Bedienen: Nein
186 =====
    Schuessel: 47
188 Inhalt: {'Felsenbirne'}
    Bedienen: Nein
190 =====
    Schuessel: 48
192 Inhalt: {'Mispel'}
    Bedienen: Nein
194 =====
    Schuessel: 49
196 Inhalt: {'Quinoa'}
    Bedienen: Nein
198 =====
    Schuessel: 50
200 Inhalt: {'Apfel'}
    Bedienen: Nein
202 =====
    Schuessel: 51
204 Inhalt: {'Olive'}
    Bedienen: Nein
206 =====
    Schuessel: 52
208 Inhalt: {'Sasame'}
    Bedienen: Nein
210 =====
    Schuessel: 53
```

```
212 Inhalt: {'Sandkirsche', 'Kastanie'}
    Bedienen: Nein
214 =====
    Schuessel: 54
216 Inhalt: {'Eichen'}
    Bedienen: Nein
218 =====
    Schuessel: 55
220 Inhalt: {'Babassu'}
    Bedienen: Nein
222 =====
    Schuessel: 56
224 Inhalt: {'Speierling'}
    Bedienen: Nein
226 =====
    Schuessel: 57
228 Inhalt: {'Baerentraube'}
    Bedienen: Nein
230 =====
    Schuessel: 58
232 Inhalt: {'Scheinbeere', 'Holunder'}
    Bedienen: Nein
234 =====
    Schuessel: 59
236 Inhalt: {'Hanfnuss'}
    Bedienen: Ja
238 =====
    Schuessel: 60
240 Inhalt: {'Pistazie'}
    Bedienen: Ja
242 =====
    Schuessel: 61
244 Inhalt: {'Brotnuss', 'Paonuesse'}
    Bedienen: Zu 50.0% wahrscheinlich, dass eine richtige Obstsorte genommen wird
246 =====
    Schuessel: 62
248 Inhalt: {'Affennuss'}
    Bedienen: Nein
250 =====
    Schuessel: 63
252 Inhalt: {'Fluegelnuesse', 'Weinbeere'}
    Bedienen: Nein
254 =====
    Schuessel: 64
256 Inhalt: {'Fluegelnuesse', 'Weinbeere'}
    Bedienen: Nein
258 =====
    Schuessel: 65
260 Inhalt: {'Pflaume'}
    Bedienen: Nein
262 =====
    Schuessel: 66
264 Inhalt: {'Kokosnuss', 'Nadel', 'Wacholderbeere'}
    Bedienen: Nein
266 =====
    Schuessel: 67
268 Inhalt: {'Pistazie'}
    Bedienen: Ja
270 =====
    Schuessel: 68
272 Inhalt: {'Pistazie'}
    Bedienen: Ja
274 =====
    Schuessel: 69
276 Inhalt: {'Kemirinnuss'}
    Bedienen: Nein
278 =====
    Schuessel: 70
280 Inhalt: {'Kastanienwein', 'Okarinnuss', 'Scheinbuecher'}
    Bedienen: Nein
282 =====
    Schuessel: 71
284 Inhalt: {'Pistazie'}
```

```
Bedienen: Ja
=====
286 Schuessel: 72
288 Inhalt: {'Brotnuss', 'Paonuesse'}
Bedienen: Zu 50.0% wahrscheinlich, dass eine richtige Obstsorte genommen wird
290 =====
Schuessel: 73
292 Inhalt: {'Chrysolepis'}
Bedienen: Nein
294 =====
Schuessel: 74
296 Inhalt: {'Sauerkirsche'}
Bedienen: Nein
298 =====
Schuessel: 75
300 Inhalt: {'Stachelbeere'}
Bedienen: Nein
302 =====
Schuessel: 76
304 Inhalt: {'Vogelbeere'}
Bedienen: Ja
306 =====
Schuessel: 77
308 Inhalt: {'Galo', 'Nektarine'}
Bedienen: Zu 50.0% wahrscheinlich, dass eine richtige Obstsorte genommen wird
310 =====
Schuessel: 78
312 Inhalt: {'Scheinbeere', 'Holunder'}
Bedienen: Nein
314 =====
Schuessel: 79
316 Inhalt: {'Baru-Mandel'}
Bedienen: Nein
318 =====
Schuessel: 80
320 Inhalt: {'Keluak'}
Bedienen: Ja
322 =====
Schuessel: 81
324 Inhalt: {'Galo', 'Nektarine'}
Bedienen: Zu 50.0% wahrscheinlich, dass eine richtige Obstsorte genommen wird
326 =====
Schuessel: 82
328 Inhalt: {'Jacknuss'}
Bedienen: Nein
330 =====
Schuessel: 83
332 Inhalt: {'Karuka'}
Bedienen: Nein
334 =====
Schuessel: 84
336 Inhalt: {'Sandkirsche', 'Kastanie'}
Bedienen: Nein
338 =====
Schuessel: 85
340 Inhalt: {'Chia'}
Bedienen: Nein
342 =====
Schuessel: 86
344 Inhalt: {'Pistazie'}
Bedienen: Ja
346 =====
Schuessel: 87
348 Inhalt: {'Pistazie'}
Bedienen: Ja
350 =====
Schuessel: 88
352 Inhalt: {'Apfelbeere'}
Bedienen: Nein
354 =====
Schuessel: 89
356 Inhalt: {'Walnuss'}
Bedienen: Nein
```

```
358 | =====
    | Schuessel: 90
360 | Inhalt: {'Kubili'}
    | Bedienen: Nein
362 | =====
    | Schuessel: 91
364 | Inhalt: {'Erdnuss'}
    | Bedienen: Nein
366 | =====
    | Schuessel: 92
368 | Inhalt: {'Pistazie'}
    | Bedienen: Ja
370 | =====
    | Schuessel: 93
372 | Inhalt: {'Edelkastanie'}
    | Bedienen: Nein
374 | =====
    | Schuessel: 94
376 | Inhalt: {'Pilinuss'}
    | Bedienen: Nein
378 | =====
    | Schuessel: 95
380 | Inhalt: {'Gabounuss'}
    | Bedienen: Nein
382 | =====
    | Schuessel: 96
384 | Inhalt: {'Eiernuss'}
    | Bedienen: Nein
386 | =====
    | Schuessel: 97
388 | Inhalt: {'Mehlbeere'}
    | Bedienen: Nein
390 | =====
    | Schuessel: 98
392 | Inhalt: {'Eibenbeere'}
    | Bedienen: Ja
394 | =====
    | Schuessel: 99
396 | Inhalt: {'Kastanienwein', 'Okarisnuss', 'Scheinbuecher'}
    | Bedienen: Nein
398 | =====
    | Schuessel: 100
400 | Inhalt: {'Kastanienwein', 'Okarisnuss', 'Scheinbuecher'}
    | Bedienen: Nein
402 | =====
    | Es konnte nicht eindeutig bestimmt werden, aus welchen Schuesseln sich Donald bedienen
    | muss.
```

4 Quellcode

```

# M -> Beobachtungen, T -> alle Obstsorten, B -> eine Beobachtung
M = set()
T = set(wunschsorten)
for i in range(anzahl_beobachtungen):
    schuessel_nummern = [x for x in file.readline().replace("\n", "").split(" ") if x != ""]
    obstsorten = [x for x in file.readline().replace("\n", "").split(" ") if x != ""]
    # frozenset aus Schuesselnummern und Obstsorten erstellen und dem set M hinzufuegen
    B = frozenset(schuessel_nummern + obstsorten)
    M.add(B)
    # weitere Obstsorten dem set T hinzufuegen
    T = T.union(obstsorten)

# Funktion, um die Vereinigung von Sets in einem Set zu bestimmen
def union_of_sets(set_of_sets):
    return set().union(*set_of_sets)

# Funktion, um den Schnitt von Sets in einem Set zu bestimmen
def intersection_of_sets(set_of_sets):
    if set_of_sets != set():
        return frozenset.intersection(*set_of_sets)
    else:
        return frozenset()

obstmengen = {}

# Menge U -> alle Sorten, die sich Donald wuenscht, aber in keiner der Beobachtungen vorkommen
U = T - union_of_sets(M)

# ob eindeutig bestimmt ist, aus welchen Schuesseln sich Donald bedienen muss
eindeutig = True
bedienen = set()
# ueber jede Schuesselnummer iterieren
for j in range(1, anzahl_obstsorten+1):
    if not str(j) in obstmengen:
        # fuer jede Schuessel, Menge A und N bestimmen
        A = set()
        N = set()
        for x in M:
            if str(j) in x:
                A.add(x)
            else:
                N.add(x)
        # K bestimmen
        K = union_of_sets(A) - union_of_sets(N)
        # Schnittmenge S nur mit Werten aus K
        S = intersection_of_sets(A, intersection(K))
        # Menge der Obstsorten 0 fuer Schuessel j bestimmen
        O = set([x for x in S if not x.isnumeric()])
        # O mit uebrige neu definieren, wenn leere Menge
        if not len(O):
            O = U.copy()

        # Menge der weiteren Schuesselnummer bestimmen, die die gleiche Obstsortenmenge haben
        W = set([x for x in S if x.isnumeric()])

        # Mengen in dictionary speichern
        for schuesselnummer in W:
            obstmengen[str(schuesselnummer)] = O.copy()
    else:
        O = obstmengen[str(j)]

# ueber alle wuensche iterieren, und schauen wie viele donald davon moechte
# wenn die erfuellten wuensche gleich der laenge von O entsprechen, nimmt er aus der schuessel
# wenn sie 0 entsprechen, dann nicht
# alles andere -> nicht mehr eindeutig
wuensche_erfuellt = 0
for obstsorte in O:
    if obstsorte in wunschsorten:
        wuensche_erfuellt += 1

# Bestimmung, ob Donald aus Schuessel nimmt oder nicht & Programm-Ausgabe
print("Schuessel:", j)
if len(O):
    print("Inhalt: " + str(O))
else:
    print("Inhalt: unbekannt")
if not wuensche_erfuellt:
    print("Bedienen: Nein")
elif wuensche_erfuellt == len(O):
    bedienen.add(j)
    print("Bedienen: Ja")
else:
    eindeutig = False
    waerscheinlichkeit = wuensche_erfuellt/len(O) * 100
    print("Bedienen: Zu "+str(waerscheinlichkeit)+"% waerscheinlich, dass eine richtige Obstsorte genommen wird")

```