

AULAS TEÓRICAS  
**TEMA 2. SÉRIES NUMÉRICAS**

2.1 Séries numéricas

- Definição de série numérica
- Definição de soma parcial
- Definição de resto de série
- Definição de série convergente
- Teorema (condição necessária de convergência de uma série)
- Exemplos:  $\sum_{n=1}^{\infty} q^n$ ,  $|q| < 1$ ,  $\sum_{n=1}^{\infty} q^n$ ,  $|q| \geq 1$

2.2 Séries positivas

- Definição de série de termos positivos
- Critério de comparação, consequência
- Critério de d'Alembert
- Critério radical de Cauchy (**Fim da primeira aula teórica**)

2.3 Séries alternadas

- Definição de série alternada
- Critério de Leibniz

3.4 Convergência absoluta e convergência condicional

- Definição de convergência absoluta
- Definição de convergência condicional
- Relação entre convergência e convergência absoluta
- Transformação de Abel
- Critério de Dirichlet
- Critério de Abel **Fim da segunda aula teórica**

LITERATURA RECOMENDADA

[1] Robert A. Adams, Calculus, a Complete Course, 5th edition, Addison Wesley Longman, Toronto, 2003

Typeset by L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 2<sub>ε</sub>

## AULAS PRÁTICAS

### Tema 2. Séries numéricas

- 1) Dada a série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$$

mostre, utilizando a definição, que ela é convergente.

- 2) Ache a soma da série

$$\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n+2} - 2\sqrt{n+1} + \sqrt{n}).$$

- 3) Verifique se a série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n-1}$$

converge.

- 4) Utilizando os critérios de comparação, d'Alembert ou Cauchy investigue a convergência das seguintes séries:

(a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\pi}{2^n};$$

(b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+n}{1+n^2};$$

(c)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1+n^2}{1+n^3} \right)^2;$$

(d)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot n!}{n^n};$$

(e)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)!};$$

(f)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n};$$

(g)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n}{2n+1} \right)^n.$$

5) Investigue a convergência absoluta e condicional da série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^p}.$$

6) Investigue a convergência absoluta e condicional da série

$$\sum_{n=2}^{\infty} \ln \left( 1 + \frac{(-1)^n}{n^p} \right).$$

7) Investigue a convergência da série

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sin^2 n}{n}.$$

8) Investigue a convergência da série

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n} + (-1)^n}.$$