

Filtragem Espacial

Prof. Antonio L. Apolinário Jr.

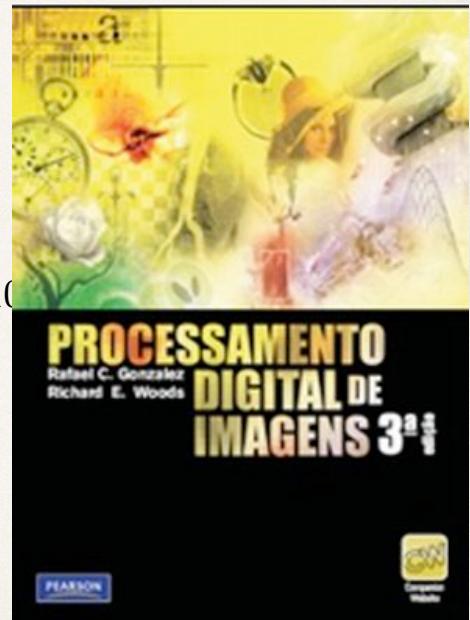
BCC/DCC/UFBA - 2014.2

Roteiro

- ❖ Motivação
- ❖ Funcionamento de um filtro
- ❖ Filtros Espaciais de Suavização
- ❖ Filtros Espaciais de Aguçamento
- ❖ Combinação de Métodos de Realce Espacial
- ❖ Métodos de Filtragem não espaciais

Leitura de referencia

- ❖ Capítulo 3
- Processamento Digital de Imagens
- GONZALEZ, RAFAEL C.
- WOODS, RICHARD E.
- 3a. edição
- PEARSON EDUCATION DO BRASIL - 2010



Filtragem Espacial

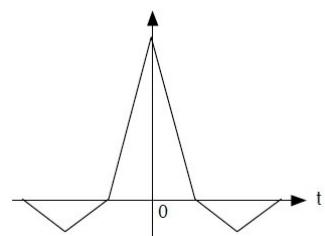
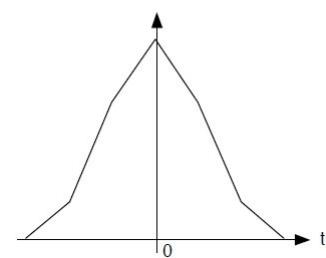
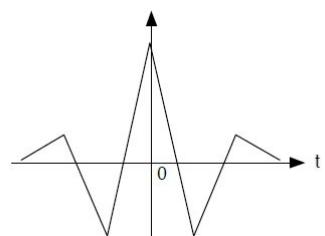
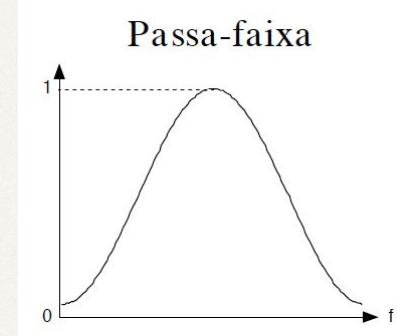
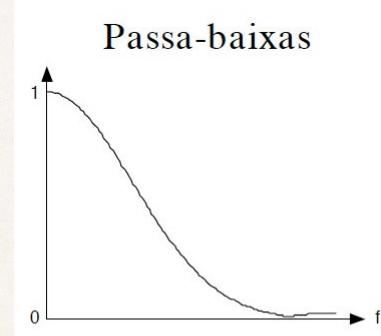
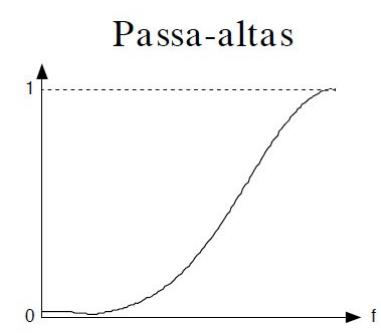
- ❖ Transformações de intensidade modificam pontualmente (pixel) a imagem
- ❖ Analises mais elaboradas necessitam de mais informações a cerca da vizinhança de cada pixel
 - ❖ Exemplos:
 - ❖ Identificação de bordas
 - ❖ Eliminação de ruídos

Funcionamento de um Filtro Espacial

- Conceito de filtragem
 - Processamento de Sinais
 - Processo de aceitar/rejeitar certos componentes de freqüência de um sinal
 - Filtro passa-baixa
 - rejeita as altas freqüências do sinal
 - Filtro passa-alta
 - rejeita as baixas freqüências do sinal

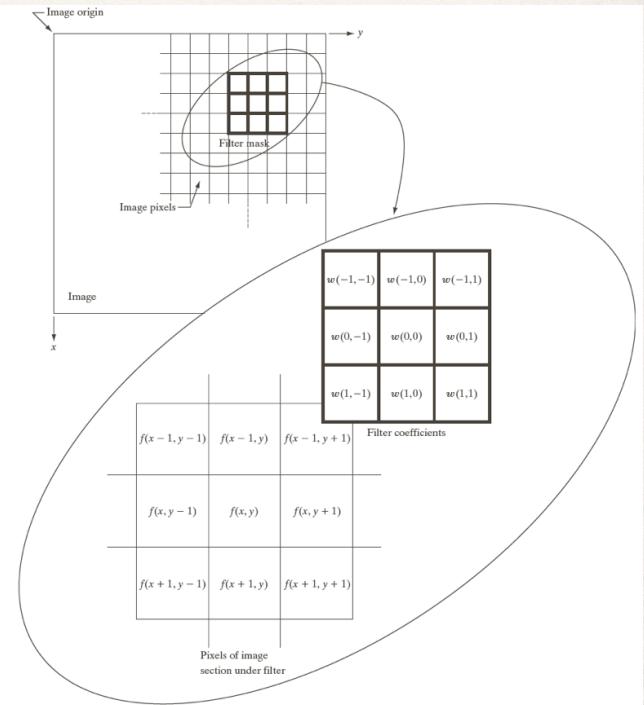
Funcionamento de um Filtro Espacial

- Tipos de Filtros:



Funcionamento de um Filtro Espacial

- Aplicação de uma certa operação sobre uma vizinhança de cada pixel da imagem



Funcionamento de um Filtro Espacial

- Considerando:
 - Imagem $M \times N$
 - Filtro $m \times n$
 - Dimensão ímpar: $m=2a+1, n=2b+1$

$$g(x,y) = w(-1,-1)f(x-1,y-1) + w(-1,0)f(x-1,y) + w(-1,1)f(x-1,y+1) + \\ w(0,-1)f(x,y-1) + w(0,0)f(x,y) + w(0,1)f(x,y+1) + \\ w(1,-1)f(x+1,y-1) + w(1,0)f(x+1,y) + w(1,1)f(x+1,y+1) +$$

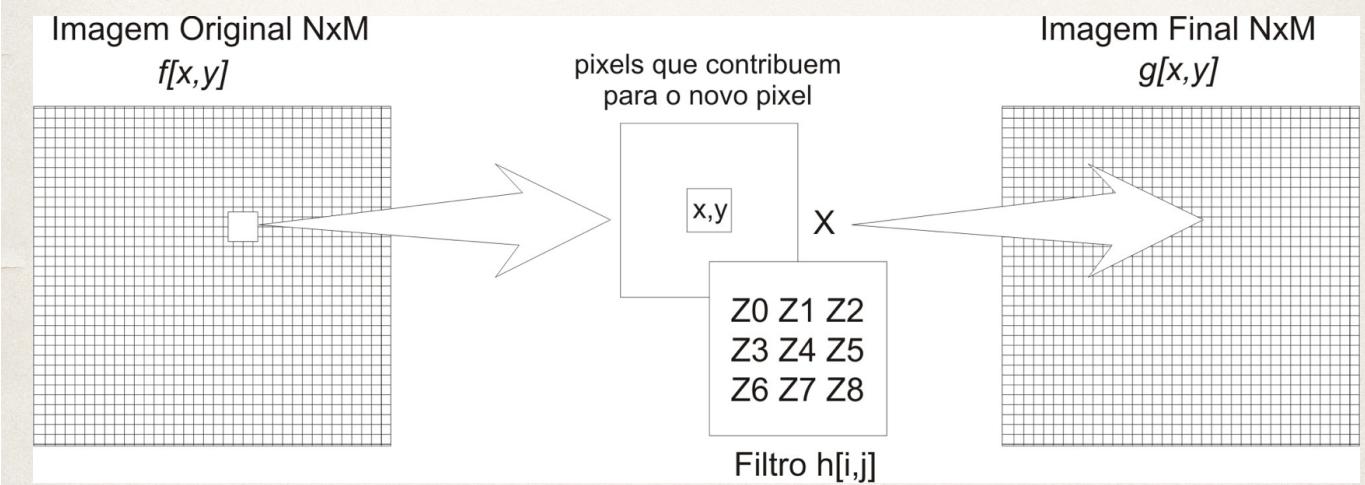
$$g(x,y) = \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s,t)f(x+s,y+t)$$

Funcionamento de um Filtro Espacial

- ❖ Filtros Lineares
 - ❖ Máscaras que realizam somas ponderadas das intensidade de pixels ao longo da imagem
- ❖ Filtros não-lineares
 - ❖ Baseiam-se diretamente nos valores de pixels e não em pesos
- ❖ Mesma máscara aplicada ao longo da imagem
 - ❖ Filtro espacialmente invariante

Funcionamento de um Filtro Espacial

- ❖ Resumo do processo:



Convolução e Correlação Espacial

- ❖ Correlação:
 - ❖ processo de mover uma mascara pela imagem e calcular a soma dos produtos em cada posição
- ❖ Convolução
 - ❖ Mesmo processo com a mascara rotacionada de 180°

Convolução e Correlação Espacial

- ❖ Correlação:

f

0	0	0	0
---	---	---	---

 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0

w 1 | 2 | 3 | 2 | 8

g

0	0
---	---

 0 | 8 | 2 | 3 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0

Convolução e Correlação Espacial

- Convolução:

$$f \quad \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \quad 0 \mid 0 \mid 0 \mid 1 \mid 0 \mid 0 \mid 0 \mid 0 \quad \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0}$$

$$w \quad 8 \mid 2 \mid 3 \mid 2 \mid 1$$

$$g \quad \boxed{0} \boxed{0} \quad 0 \mid 1 \mid 2 \mid 3 \mid 2 \mid 8 \mid 0 \mid 0 \quad \boxed{0} \boxed{0}$$

Convolução e Correlação Espacial

- Correlação

- aplicação direta do filtro
- gera uma versão rotacionada de 180° do filtro quando aplicada a um impulso unitário

- Convolução

- filtro é pré-rotacionada de 180°
- gera uma versão idêntica ao filtro quando aplicada a um impulso unitário

$$w(x,y) \circ f(x,y) = \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s,t) f(x+s, y+t) \quad w(x,y) \bullet f(x,y) = \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s,t) f(x-s, y-t)$$

Convolução e Correlação Espacial

Convolução e Correlação Espacial

- ### • Representação vetorial:

$$R = w_1 z_1 + w_2 z_2 + \dots + w_m z_m =$$

$$= \sum_{k=1}^m w_k z_k = \mathbf{w}^T \mathbf{z}$$

Máscaras de Filtragem Espacial

- Gerar um filtro espacial linear $m \times n$:
 - definir os mn coeficientes da máscara
- Exemplo 1:
 - calcular a intensidade média na vizinhança 3x3 do pixel

$$R = \frac{\sum_{k=1}^9 z_k}{9}$$

1/9	1/9	1/9
1/9	1/9	1/9
1/9	1/9	1/9

Máscaras de Filtragem Espacial

- Exemplo 2:
 - Função Gaussiana

$$h(x, y) = e^{\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}}$$

- O filtro pode ser montado pela amostragem de $h(x, y)$
 - $w_1 = h(-1, 1)$
 - $w_2 = h(-1, 0)$
 -

Máscaras de Filtragem Espacial

- Exemplo 3:
 - Filtro não linear:

$$R = \max(z_k) \quad k \in [0, mn]$$

Filtros Espaciais de Suavização

Filtros Espaciais de Suavização

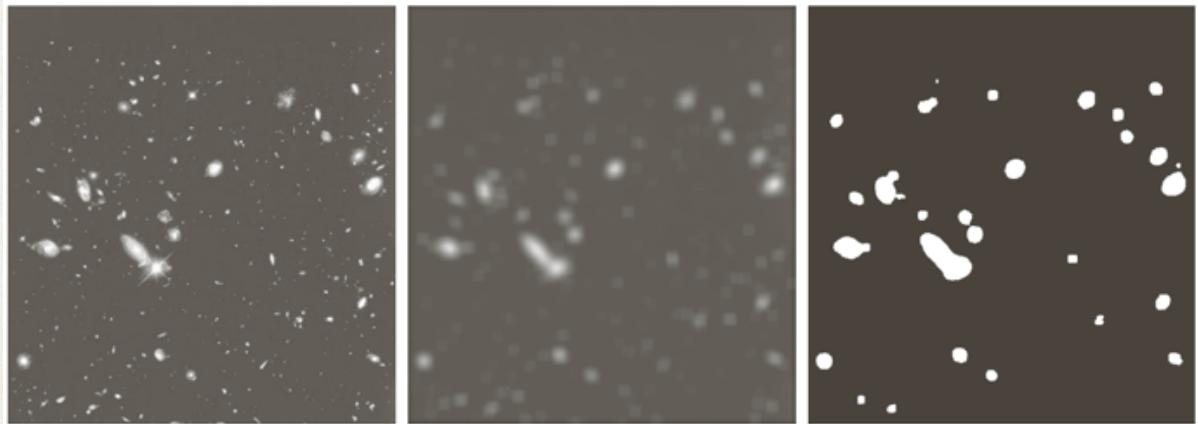
- ❖ Utilizados para:
 - ❖ Borramento da imagem
 - ❖ Pré-processamento
 - ❖ Removendo pequenos detalhes
 - ❖ Conexão de pequenas descontinuidades em linhas e curvas
 - ❖ Redução de ruído

Filtros Espaciais de Suavização

- ❖ Filtros lineares de suavização
 - ❖ Filtros de média ou Passa-baixa
 - ❖ Resposta é a média dos pixels na vizinhança da máscara de filtragem
 - ❖ Redução de transições abruptas
 - ❖ Podem ser causados por ruído
 - ❖ Redução de detalhes
 - ❖ Perda de nitidez da imagem
 - ❖ Efeito colateral \Rightarrow borrar bordas

Filtros Espaciais de Suavização

- Filtros lineares de suavização (cont.)



Filtros Espaciais de Suavização

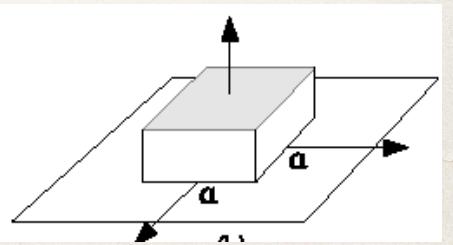
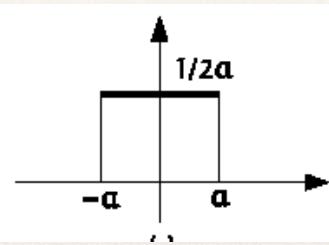
- Filtro nm de média aritmética simples:

$$R = \frac{\sum_{k=1}^{nm} z_k}{nm} = \frac{1}{nm} \sum_{k=1}^{nm} z_k$$

- Filtro Retangular ou *Box*

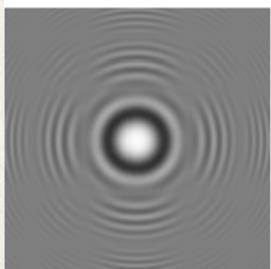
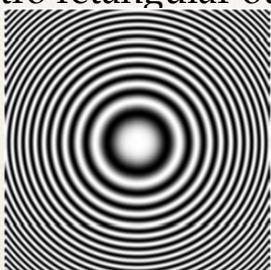
- Exemplo: *Box* 3x3

$$\frac{1}{9} \times \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array}$$



Filtros Espaciais de Suavização

- Filtro retangular ou *Box*:



Filtros Espaciais de Suavização

- Variação do tamanho da máscara



35x35

Filtros Espaciais de Suavização

- Filtro mn de média ponderada:
 - Peso diferenciado para os pixels da máscara

$$g(x,y) = \frac{\sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s,t)f(x+s,y+t)}{\sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s,t)}$$

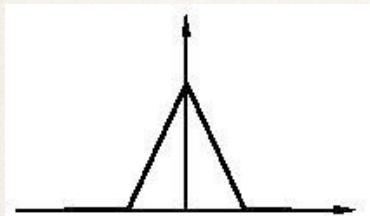
Filtros Espaciais de Suavização

- Filtro mn de média ponderada (cont.):
 - Exemplo:
 - pixel central com maior peso
 - demais ponderados por sua distância ao centro
 - reduzir o borramento no processo

$$1/16 \times \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 1 \\ \hline 2 & 4 & 2 \\ \hline 1 & 2 & 1 \\ \hline \end{array}$$

Filtros Espaciais de Suavização

- Filtro mn de média ponderada (cont.):



Filtros Espaciais de Suavização

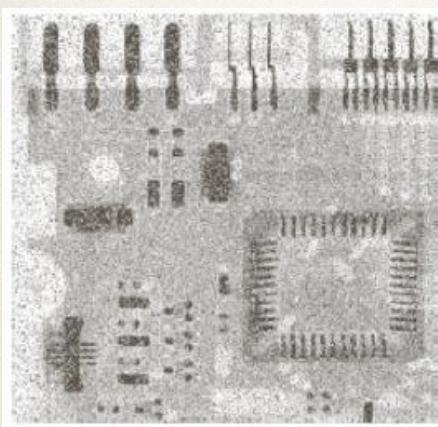
- Filtros de estatística de ordem
 - Filtros não lineares
 - Baseados na ordenação (classificação) dos pixels
 - Filtro de mediana
 - Produzem excelentes resultados na remoção de ruídos aleatórios.
 - Ruído “sal e pimenta”
 - Menor borramento da imagem

Filtros Espaciais de Suavização

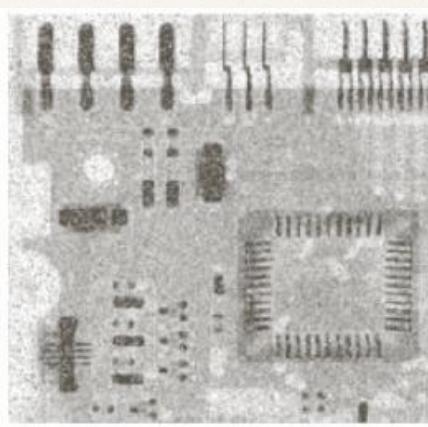
- Filtro de mediana (cont.)
 - Força que pontos distintos sejam mais semelhantes aos seus vizinhos
 - Agrupamentos isolados de área $< m^2 / 2$ são eliminados por filtros m^2
 - Agrupamentos maiores são menos afetados

Filtros Espaciais de Suavização

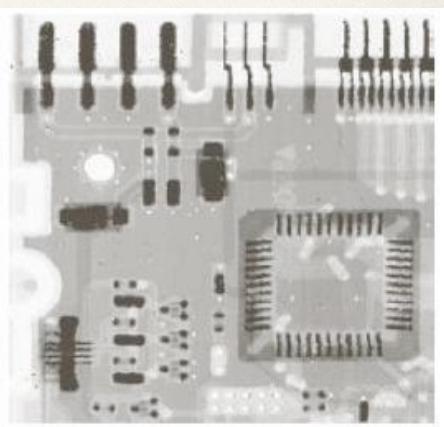
- Filtros de mediana (cont.)
 - Exemplo:



Original



Média 3x3



Mediana 3x3

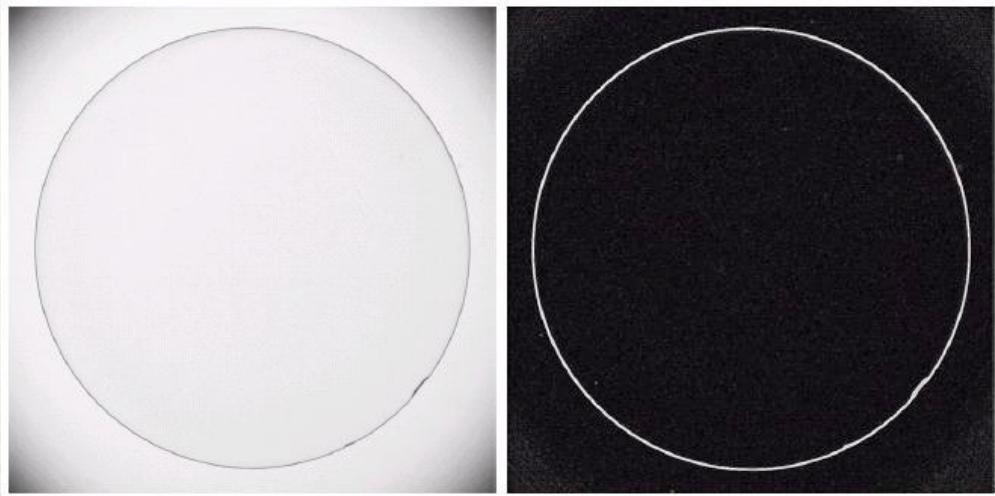
Filtros Espaciais de Suavização

- Filtros de estatística de ordem (cont.)
 - Mediana \Rightarrow 50º percentil
 - Max \Rightarrow 100º percentil
 - Filtro Max
 - identificar pontos mais claros
 - Min \Rightarrow 0º percentil
 - Filtro Min
 - identificar pontos mais escuros

Filtros Espaciais de Aguçamento

Filtros Espaciais de Aguçamento

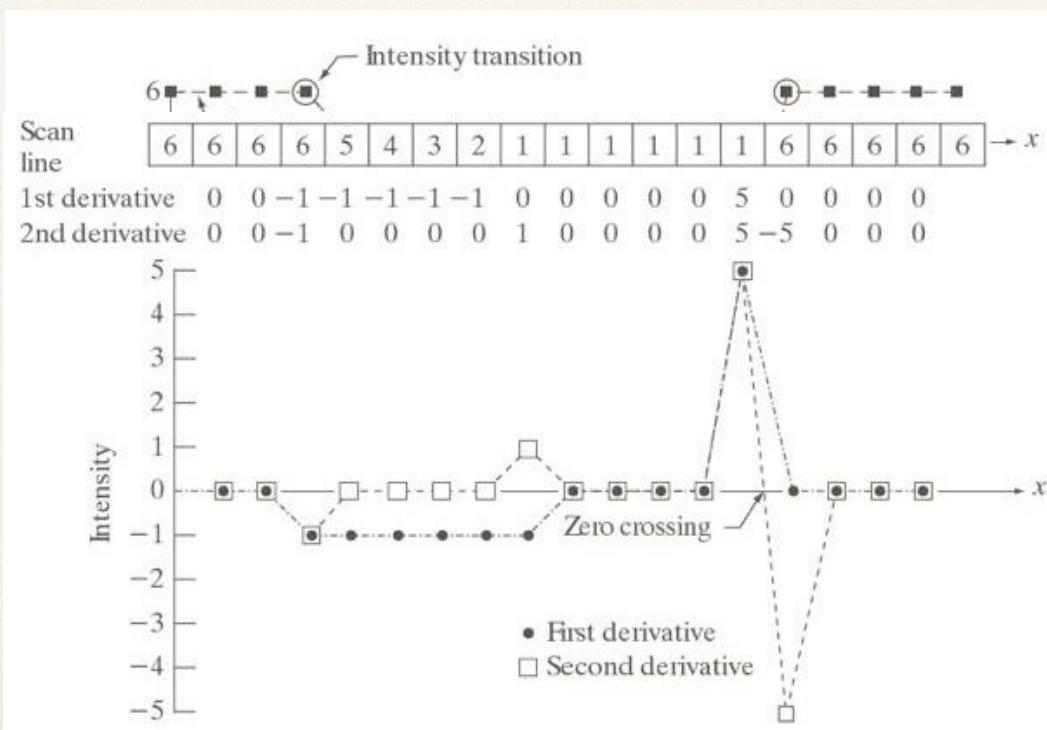
- ❖ Objetivo:
 - ❖ Realce das transições de intensidade
 - ❖ Aumento da nitidez da imagem



Filtros Espaciais de Aguçamento

- ❖ Suavização
 - ❖ Realce de áreas contínuas
 - ❖ Atenuar diferenças
 - ❖ Média \Rightarrow Integração
- ❖ Aguçamento
 - ❖ Realce das descontinuidades
 - ❖ Acentuar bordas
 - ❖ Diferenças \Rightarrow Derivação

Filtros Espaciais de Aguçamento



Filtros Espaciais de Aguçamento

- ♦ Primeira derivada:
 - ♦ nula em regiões constantes
 - ♦ não nula em:
 - ♦ inicio de rampa ou degrau
 - ♦ ao longo de uma rampa
- ♦ Segunda derivada:
 - ♦ nula em
 - ♦ áreas constantes
 - ♦ ao longo de uma rampa de inclinação constante
 - ♦ não nula no inicio e no final de um degrau ou rampa

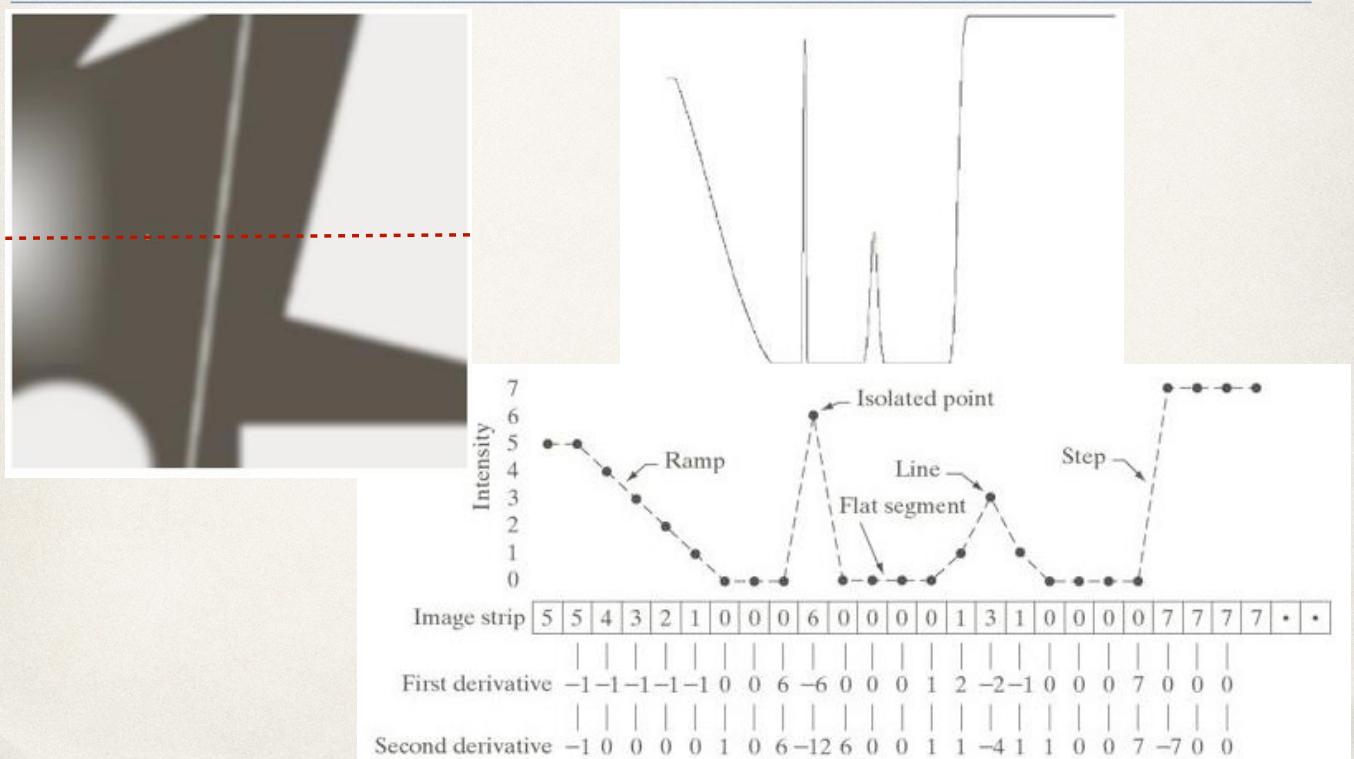
Filtros Espaciais de Aguçamento

- Derivada de funções discretas
 - Diferenças entre amostras
 - Utilizando uma aproximação de primeira ordem da Série de Taylor, temos:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = f(x+1) - f(x)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1) + f(x-1) - 2f(x)$$

Filtros Espaciais de Aguçamento



Filtros Espaciais de Aguçamento

- Da analise das derivadas podemos concluir:
 - a)O sinal da 2^a derivada muda no inicio e fim de um degrau ou de uma rampa
 - b)Em uma transição do tipo degrau a 2^a derivada aparece um cruzamento em zero (*zero crossing*)
 - c)Derivada primeira torna-se não nula ao longo de uma rampa

Filtros Espaciais de Aguçamento

- Identificar arestas implica:
 - identificar rampas:
 - derivada 1^a não nula
 - aresta da “largura” da rampa
 - derivada 2^a não nula
 - dupla borda separada por zeros
 - identificar degraus:
 - *zero crossing* da derivada 2^a

Filtros Espaciais de Aguçamento

- Aguçamento utilizando a 2^a derivada 2D:
 - Devemos considerar a orientação
 - filtro isotrópico
 - invariante a rotação
 - Operador Laplaciano 2D

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

Filtros Espaciais de Aguçamento

- Aguçamento utilizando a 2^a derivada 2D (cont.):

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1,y) + f(x-1,y) - 2f(x,y)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = f(x,y+1) + f(x,y-1) - 2f(x,y)$$

$$\begin{aligned}\nabla^2 f = & f(x+1,y) + f(x-1,y) + \\ & + f(x,y+1) + f(x,y-1) - \\ & - 4f(x,y)\end{aligned}$$

Filtros Espaciais de Aguçamento

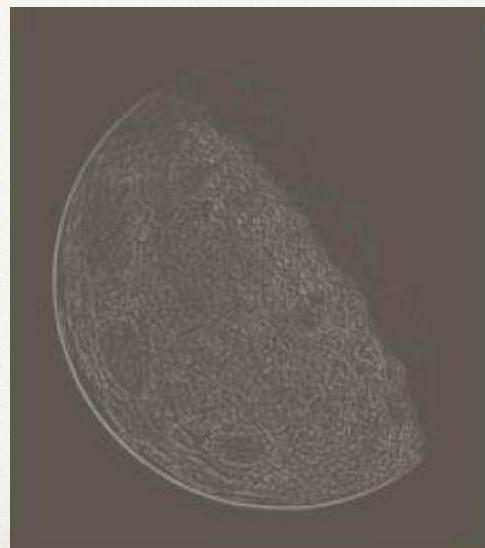
- ❖ Máscara para o operador Laplaciano:
- ❖ isotrópico para rotações de 90º
- ❖ Isotrópico para rotações de 45º
- ❖ inclusão das derivadas cruzadas

0	1	0
1	-4	1
0	1	0

1	1	1
1	-8	1
1	1	1

Filtros Espaciais de Aguçamento

- ❖ Exemplo: Aplicação do Laplaciano

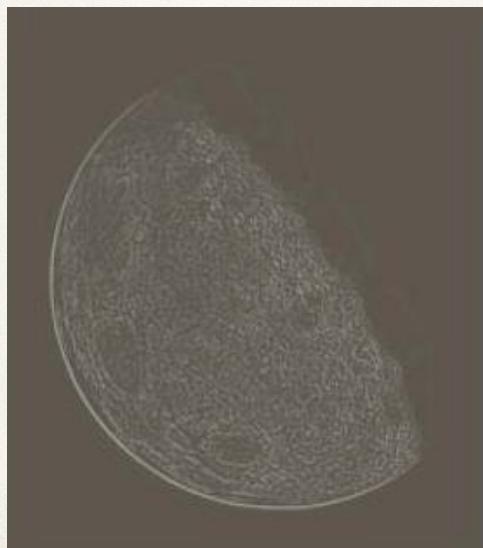


Filtros Espaciais de Aguçamento

- Aplicação do Laplaciano pode gerar valores negativos:
 - normalizados para zero \Rightarrow regiões escuras
- Normalização para o intervalo $[0, L-1]$

Filtros Espaciais de Aguçamento

- Exemplo: Aplicação do Laplaciano com ajuste



Filtros Espaciais de Aguçamento

- ❖ Características do Laplaciano
 - ❖ Operador linear
 - ❖ diferencial
 - ❖ realça as descontinuidades
 - ❖ tons de cinza
 - ❖ atenua regiões contínuas
 - ❖ tons escuros

Filtros Espaciais de Aguçamento

- ❖ Aguçamento:
 - ❖ Junção das linhas de borda e descontinuidades geradas pelo Laplaciano com as características de variação suave da imagem

$$g(x, y) = f(x, y) + c[\nabla^2 f(x, y)]$$

Filtros Espaciais de Aguçamento

- Adicionando o Laplaciano isotrópico 90° e 45°



Filtros Espaciais de Aguçamento

- Aguçamento está associado ao aumento de nitidez na imagem
 - Aplicação de uma máscara de nitidez (*unsharp mask*)
 - Processo comum na industria gráfica
 - Consiste em:
 - subtrair uma versão não nítida da imagem original

Filtros Espaciais de Aguçamento

- Máscara de nitidez envolve:
 - Borrar a imagem original
 - Subtrair a imagem borrada da original
 - resultado é a máscara de nitidez
 - Adicionar a máscara a imagem original

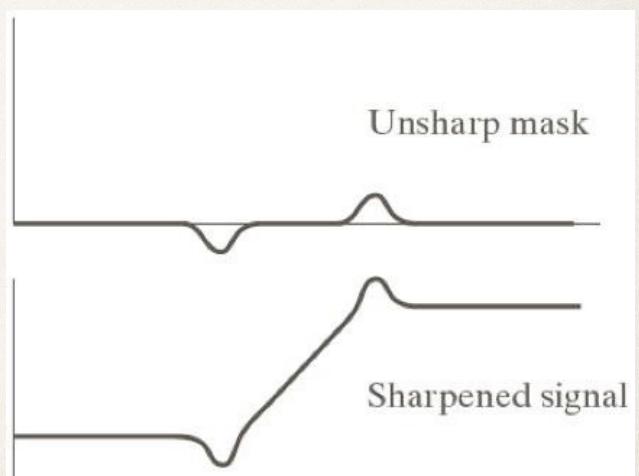
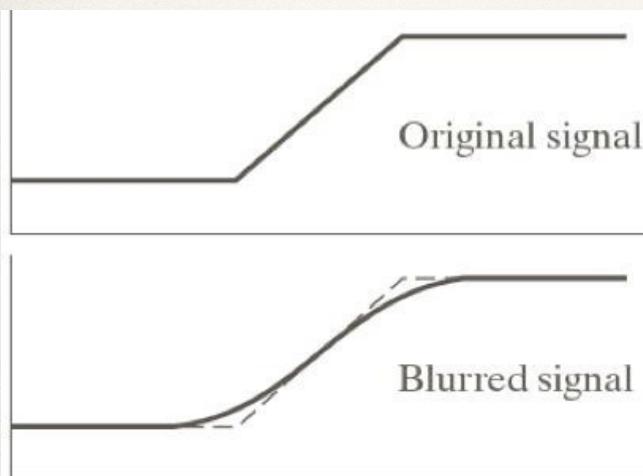
$$\bar{f}(x,y) = g_{suavização}(x,y)$$

$$g_{máscara}(x,y) = f(x,y) - \bar{f}(x,y)$$

$$g(x,y) = f(x,y) + k * g_{máscara}(x,y)$$

Filtros Espaciais de Aguçamento

- Funcionamento da máscara de nitidez:



Filtros Espaciais de Aguçamento

- O valor da constante k define o quanto de aumento de nitidez será aplicado a imagem:
 - $k=1 \Rightarrow$ máscara de nitidez
 - $k>1 \Rightarrow$ filtragem *high-boost*
 - $k<1 \Rightarrow$ atenua a contribuição da máscara de nitidez

$$\bar{f}(x,y) = g_{suavização}(x,y)$$

$$g_{máscara}(x,y) = f(x,y) - \bar{f}(x,y)$$

$$g(x,y) = f(x,y) + k * g_{máscara}(x,y)$$

Filtros Espaciais de Aguçamento

- Exemplo:



filtro
Gaussiano



máscara de
nitidez

uso da máscara de nitidez

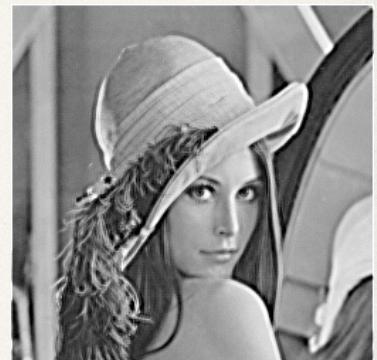
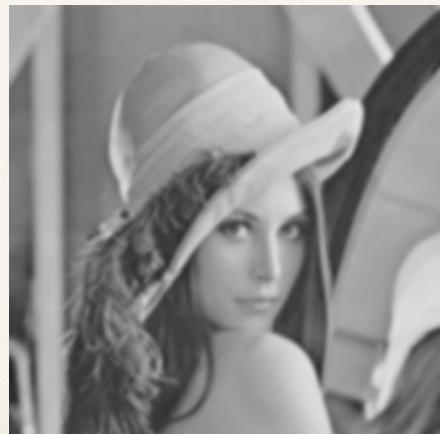


high-boost



Filtros Espaciais de Aguçamento

- Exemplo:



Filtros Espaciais de Aguçamento

- Aguçamento não linear com derivada de 1^a ordem
 - derivada de 1^a ordem \Rightarrow magnitude do gradiente
 - aponta na direção da maior taxa de variação de f em (x,y)

$$\nabla f \equiv \text{grad}(f) = \begin{bmatrix} g_x \\ g_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix}$$

Filtros Espaciais de Aguçamento

- O módulo do gradiente é dado por:

$$M(x,y) = \text{mag}(\nabla f) = \sqrt{g_x^2 + g_y^2}$$

- M é uma imagem de mesma dimensão de f
- As componentes de ∇f são lineares, mas não seu módulo
- As componentes não são invariantes a rotações, mas o módulo é.
- Computacionalmente o modulo do gradiente pode ser aproximado por:

$$M(x,y) \approx |g_x| + |g_y|$$

Filtros Espaciais de Aguçamento

- O gradiente discreto é definido por:

- Mais simples:
 - $g_x = (z_6 - z_5)$
 - $g_y = (z_8 - z_5)$

- Roberts(65):
$$g_x = (z_9 - z_5)$$
$$g_y = (z_8 - z_6)$$

z_1	z_2	z_3
z_4	z_5	z_6
z_7	z_8	z_9

Filtros Espaciais de Aguçamento

- ❖ Usando Roberts:

$$M(x,y) = \left[(z_9 - z_5)^2 + (z_8 - z_6)^2 \right]^{1/2}$$

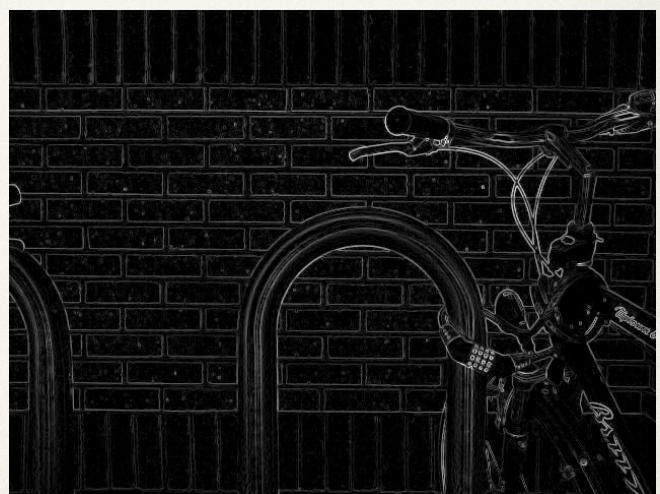
$$M(x,y) \approx |z_9 - z_5| + |z_8 - z_6|$$

- ❖ Operadores gradientes diagonais de Roberts:

-1	0
0	1

0	-1
1	0

Filtros Espaciais de Aguçamento



Filtros Espaciais de Aguçamento

- Utilizando uma vizinhança 3×3 temos:

$$g_x = \frac{\partial f}{\partial x} = (z_7 + 2z_8 + z_9) - (z_1 + 2z_2 + z_3)$$

$$g_y = \frac{\partial f}{\partial y} = (z_3 + 2z_6 + z_9) - (z_1 + 2z_4 + z_7)$$

$$M(x, y) = \sqrt{((z_7 + 2z_8 + z_9) - (z_1 + 2z_2 + z_3))^2 + ((z_3 + 2z_6 + z_9) - (z_1 + 2z_4 + z_7))^2}$$

$$M(x, y) \approx |(z_7 + 2z_8 + z_9) - (z_1 + 2z_2 + z_3)| + |(z_3 + 2z_6 + z_9) - (z_1 + 2z_4 + z_7)|$$

- Operadores de Sobel:

-1	-2	-1
0	0	0
1	2	1

-1	0	1
-2	0	2
-1	0	1

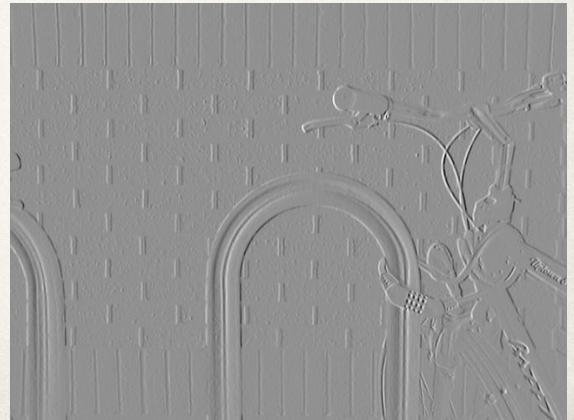
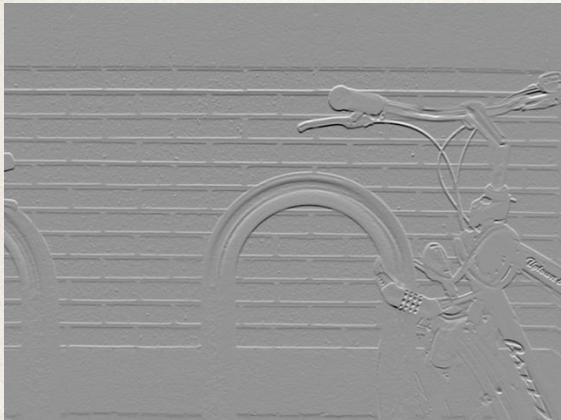
Filtros Espaciais de Aguçamento

- Soma dos coeficientes de Sobel resulta nula:
 - geram resposta 0 em regiões de intensidade constante

-1	-2	-1
0	0	0
1	2	1

-1	0	1
-2	0	2
-1	0	1

Filtros Espaciais de Aguçamento



Filtros Espaciais de Aguçamento



Filtros Espaciais de Aguçamento

❖ Roberts x Sobel



Combinação de Métodos de Realce Espacial

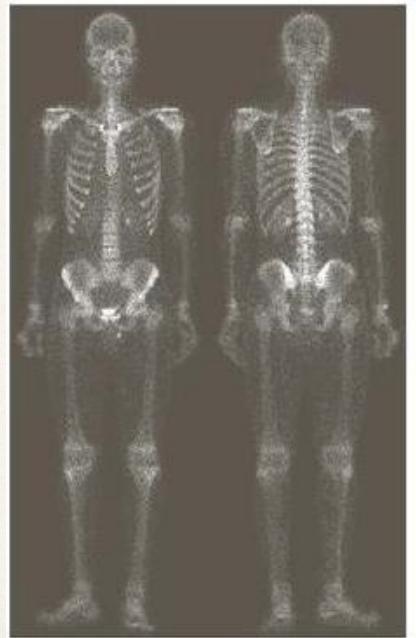
Combinação de Filtros Espaciais



imagem



Laplaciano



Aguçamento

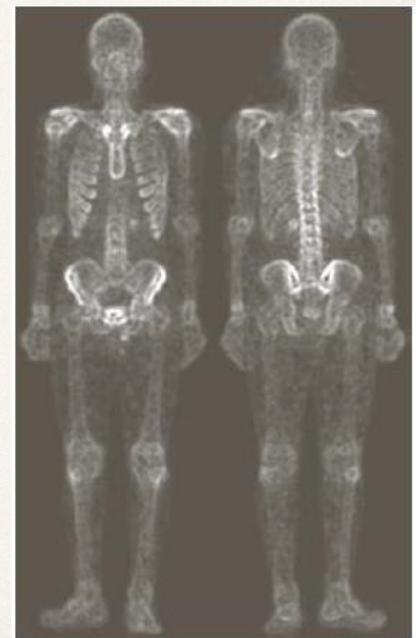
Combinação de Filtros Espaciais



imagem

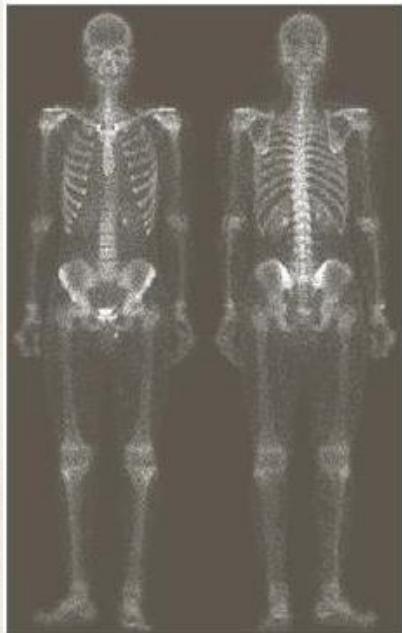


Sobel

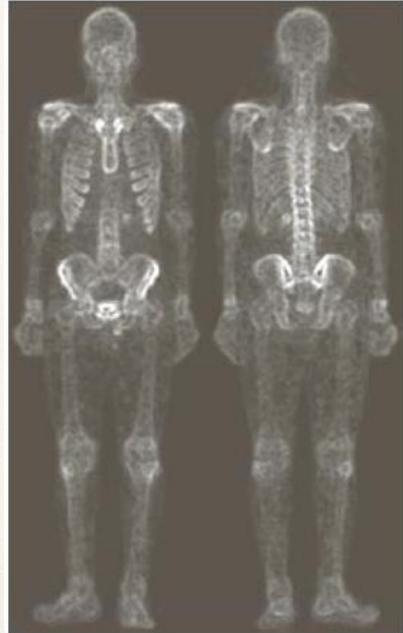


Sobel suavização
 5×5

Combinação de Filtros Espaciais



Aguçamento



Sobel suavização
5x5

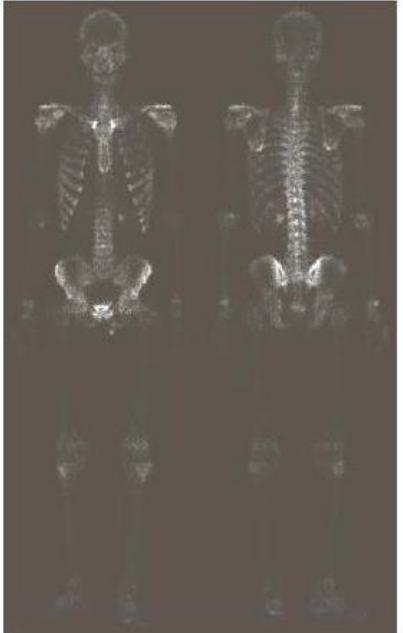
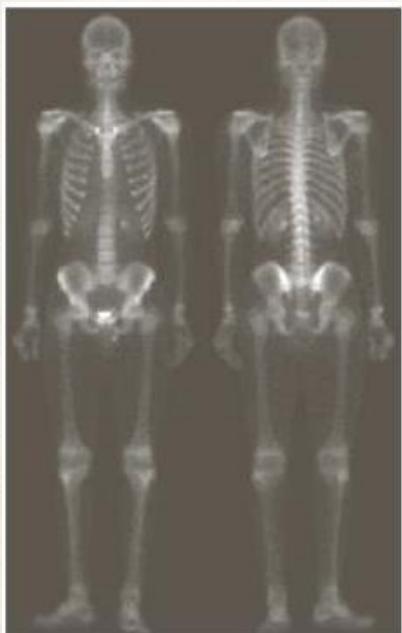


Imagen de
Mascara

Combinação de Filtros Espaciais



imagem

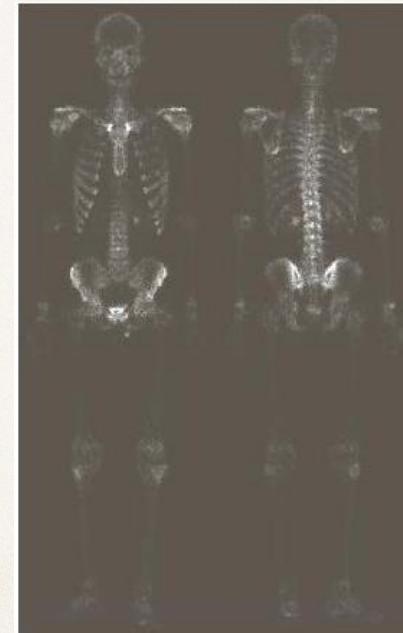
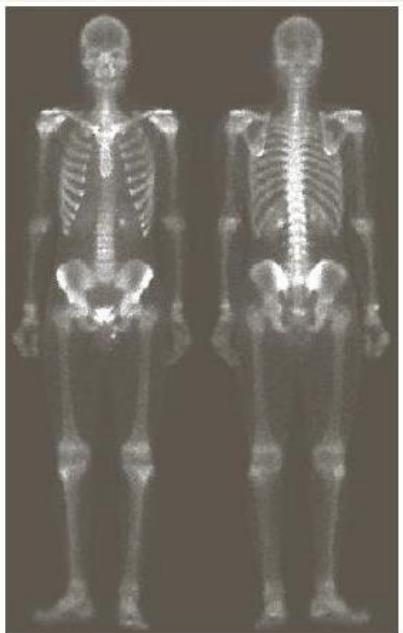
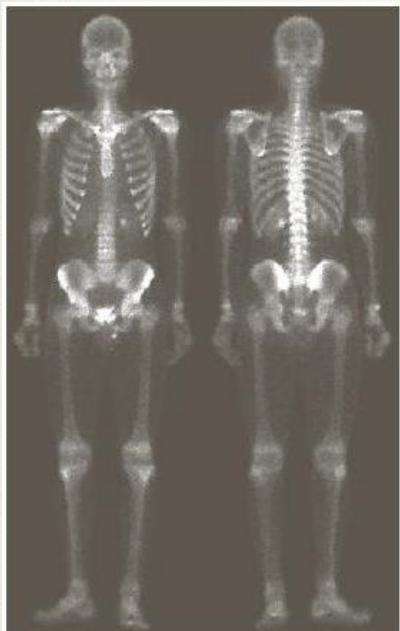


Imagen de
Mascara

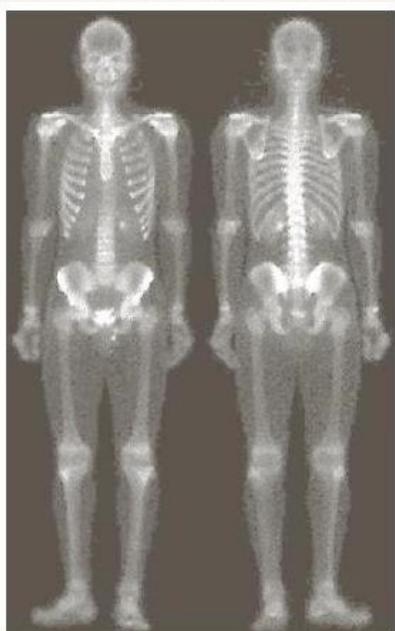


Soma

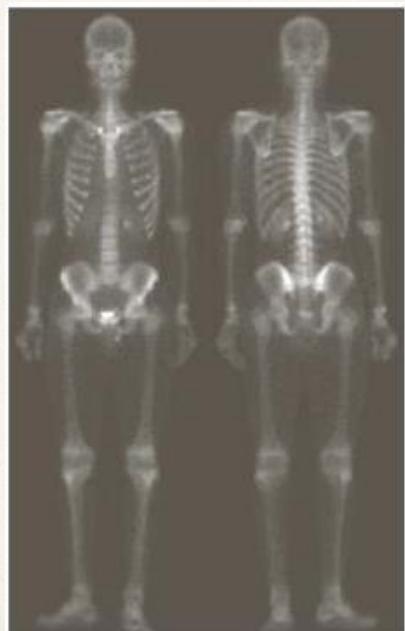
Combinação de Filtros Espaciais



Soma



Potencia



imagem

A seguir...

Técnicas de Mapeamento em Síntese de Imagem