



آزمون اول CodeShark

پنجم تیر ماه ۱۳۹۴

آزمون اول CodeShark

تیم طراحی: امیرمحمد دهقان، علی اسدی

تعداد سوالات: ۳

وقت آزمون: ۴ ساعت

همه ی جواب ها را باقیمانده بر دلتای خود سابمیت کنید.

به منظور حفظ جذابیت آزمون، جداً از تقلب پرهیزید.

سوال یکم: جفت رستاپسند.....۸۰ امتیاز

به یک زوج مرتب (p, q) از اعداد صحیح نامنفی یک زوج رستاپسند گفته میشود اگر و تنها اگر $1 \leq p, q < n$ و عددی طبیعی مانند x وجود داشته باشد که

$$p^x \equiv q \pmod{n}$$

زیرمسئله الف تا ج : شما باید باقیمانده تقسیم تعداد زوج های رستا پسند بر دلتا را محاسبه کنید.

زیرمسئله د تا ر : یک عدد طبیعی p ، n -رستاگونه است اگر و تنها اگر $p < n$ و عددی طبیعی مثل x وجود داشته باشد که $p^x \equiv 1 \pmod{n}$ و p و n نسبت به هم اول باشند.

برای یک عدد طبیعی n ، $f(n)$ برابر است با کوچکترین عدد طبیعی a که برای هر p که n -رستاگونه است، رابطه ی $p^a \equiv 1 \pmod{n}$ برقرار باشد (حتما وجود دارد). فرض کنید عدد M برابر است با:

$$\sum_{i=2}^A f(i)^2$$

شما باید باقیمانده تقسیم M بر دلتا را محاسبه کنید.

زیر مسئله ها

- الف) باقیمانده تقسیم جواب را بر دلتا به ازای $n=۱۲۳۴$ محاسبه کنید. (۱۰ امتیاز)
- ب) باقیمانده تقسیم جواب را بر دلتا به ازای $n=۱۱۱۱۱۵۱$ محاسبه کنید. (۱۲ امتیاز)
- ج) باقیمانده تقسیم جواب را بر دلتا به ازای $n=۱۲۳۴۵۶۷$ محاسبه کنید. (۱۵ امتیاز)
- د) باقیمانده تقسیم جواب را بر دلتا به ازای $A=۱۲۳۴$ محاسبه کنید. (۱۱ امتیاز)
- ه) باقیمانده تقسیم جواب را بر دلتا به ازای $A=۱۲۳۴۵$ محاسبه کنید. (۱۴ امتیاز)
- ر) باقیمانده تقسیم جواب را بر دلتا به ازای $A=۱۲۳۴۵۶۷$ محاسبه کنید. (۱۸ امتیاز)



سوال دوم: رستاسازی..... ۴۰ امتیاز

دنباله ی $\langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle$ از اعداد طبیعی به شما داده شده. به یک دنباله از اعداد طبیعی رستاساخته میگوییم اگر و تنها اگر هر دو عنصر متوالی اش نسبت به هم اول باشند.

یک عمل رستاسازی روی این دنباله عبارت است از انتخاب دو عنصر متوالی که نسبت به یکدیگر اول نیستند و سپس تقسیم آن ها بر یکی از عوامل اول مشترکشان. مثلاً دنباله $\langle 2, 12, 72 \rangle$ را با یکی از این اعمال به $\langle 2, 6, 36 \rangle$ می توان تبدیل کرد.

عدد فولادی یک دنباله کمینه تعداد اعمال رستاسازی لازم برای رستاساخته کردن آن است.

عدد سازش آن هم برابر تعداد دنباله های مختلفی است که با \circ یا تعدادی عمل رستاسازی می توان ساخت.

عدد فولادی را با F و عدد سازش را با S نشان می دهیم.



آزمون اول CodeShark

پنجم تیر ماه ۱۳۹۴

در همه ی زیر مسئله ها:

- $a_1 = 1426$
- $a_i = 1 + (1394a_{i-1} + 2015) \bmod M \quad (i > 1)$

که $x \bmod y$ باقیمانده تقسیم x بر y است.

زیر مسئله ها

الف) در این زیر مسئله $n=7890$ و $M=7901$ و شما باید $S \bmod \Delta$ را محاسبه کنید.

(۱۱ امتیاز)

ب) در این زیر مسئله $n=1234567$ و $M=1234577$ و شما باید $S \bmod \Delta$ را محاسبه کنید.

(۱۳ امتیاز)

ج) در این زیر مسئله $n=1234567$ و $M=1234577$ و شما باید $F \bmod \Delta$ را محاسبه کنید.

(۱۶ امتیاز)

سوال سوم: طلوع سیاره رستاها.....۴۰ امتیاز

به دنبال ظلم و ستم شدید مایک رستاها به کشور او حمله کرده اند و در حال پیشروی به طرف پایتخت اند.

ارتش رستاها $2^n - 1$ سرباز دارد که قدرت نفر i ام برابر تعداد بیت های ۱ عدد i در مبنای ۲ است (سربازها از ۱ تا $2^n - 1$ شماره گذاری شده اند).
اگر ب.م.م دو عدد a و b برابر $\gcd(a, b)$ باشد، ما میدانیم که قدرت این ارتش که آن را با S نشان می دهیم برابر است با:

$$S = \sum_{i=1}^{2^n-1} \sum_{j=i+1}^{2^n-1} \gcd(i, j)$$

(قدرت نفر j ام، قدرت نفر i ام)

شما به عنوان وزیراعظم دربار مایک وظیفه دارید باقیمانده تقسیم قدرت این ارتش را بر دلتای خود محاسبه کرده و به او بگویید.



آزمون اول CodeShark

پنجم تیر ماه ۱۳۹۴

زیر مسئله ها

- (الف) باقیمانده تقسیم جواب را بر دلتا به ازای $n=۱۴$ محاسبه کنید. (۱۰ امتیاز)
- (ب) باقیمانده تقسیم جواب را بر دلتا به ازای $n=۱۲۳۴$ محاسبه کنید. (۱۲ امتیاز)
- (ج) در این زیرمسئله $n=۱۲۳۴۵۶۷۸$ همچنین، **فقط برای این زیر مسئله** شما باید باقیمانده تقسیم S را بر $۱۰^۷+۷$ محاسبه کنید. سپس باقیمانده تقسیم عدد به دست آمده را بر دلتای خود محاسبه کرده و آن را ارسال کنید. (۱۸ امتیاز)

باد غیرت به صدش خار پریشان دل کرد

بلبلی خون دلی خورد و گلی حاصل کرد

ناگهش سیل فنا نقش امل باطل کرد

طوطی ای را به خیال شکری دل خوش بود

که چه آسان بشد و کار مرا مشکل کرد

قره العین من آن میوه دل یادش باد

که امید کرمم همراه این محمل کرد

ساروان بار من افتاد خدا را مددی

چرخ فیروزه طربخانه از این کهگل کرد

روی خاکی و نم چشم مرا خوار مدار

در لحد ماه کمان ابروی من منزل کرد

آه و فریاد که از چشم حسود مه چرخ

چه کنم بازی ایام مرا غافل کرد

نزدی شاه رخ و فوت شد امکان حافظ

(حافظ)