

به نام خدا

- ۱- زمان آزمون ۳ ساعت می باشد.
- ۲- شما تنها مجاز به استفاده از زبان C++ هستید.
- ۳- در طی آزمون، از اینترنت فقط برای اتصال به CodeShark استفاده کنید.
- ۴- عددی به نام Δ (دلتا) در اختیار شما قرار گرفته است که در بخش اطلاعات صفحه‌ی آزمون نوشته شده است.
- ۵- اطلاعیه‌های آزمون در بخش اطلاعیه‌ها قرار می‌گیرند. حتما در طی آزمون این بخش را برای اطلاعیه‌های جدید چک کنید.
- ۶- برای پرسش از داوران، از بخش «پرسش‌ها» استفاده نمایید.
- ۷- برای هر زیرمسئله حداکثر می‌توانید ۳۰ بار پاسخ ارسال کنید. درستی جواب شما پس از ارسال بررسی خواهد شد و به شما اعلام می‌گردد.

جایگشت‌ها حیف شدند! ۳۳ امتیاز

به ازای یک جایگشت به طول n مانند p_1, p_2, \dots, p_n ، زیبایی آن برابر طول بلندترین زیردنباله‌ی متوالی و صعودی این جایگشت است. برای مثال زیبایی جایگشت ۹, ۶, ۸, ۷, ۴, ۲, ۳, ۵, ۱ برابر چهار است. تعداد جایگشت‌های به طول n که زیبایی آن‌ها برابر k است را با $f(n, k)$ نشان می‌دهیم.

الف) باقیمانده‌ی $f(8, 4)$ را بر Δ بدست آورید. (۱۱ امتیاز)

ب) باقیمانده‌ی $f(16, 6)$ را بر Δ بدست آورید. (۱۱ امتیاز)

ج) باقیمانده‌ی $f(128, 8)$ را بر Δ بدست آورید. (۱۱ امتیاز)

پله‌های ترقی ۳۳ امتیاز

امین می‌خواهد به سرعت پله‌های ترقی را طی کند و به پله‌ی ترقی n برسد. توجه کنید که امین حاضر نیست به پله‌های ترقی بالاتر برسد. در حال حاضر او روی پله‌ی ترقی اول قرار دارد. به دلیل پیچیدگی‌های شخصیتی امین، اگر او روی پله‌ی ترقی i باشد تنها می‌تواند به پله‌های ترقی‌ای برود که مضربی از i هستند. برای مثال او از پله‌ی ترقی اول می‌تواند به هر یک از پله‌های ۲ تا n برود. اما از پله‌ی ترقی دوم فقط می‌تواند به پله‌های ترقی با شماره‌ی زوج برود. تعداد روش‌های رسیدن امین به پله‌ی n را با $w(n)$ نشان می‌دهیم.

الف) باقیمانده‌ی $w(120)^3$ را بر Δ بدست آورید. (۱۱ امتیاز)

ب) باقیمانده‌ی $w(96376119840)$ را بر Δ بدست آورید. (۱۱ امتیاز)

ج) باقیمانده‌ی $\sum_{i=1}^n w(i)$ را بر Δ بدست آورید. (۱۱ امتیاز)

به دنبال معافیت ۳۴ امتیاز
 به یک دنباله‌ی به طول n از اعداد ۱ تا k مانند a_1, a_2, \dots, a_n ، که بزرگترین مقسوم علیه مشترک تمام اعضای آن برابر یک است، (n, k) - معاف‌کننده می‌گوییم.

- الف) باقیمانده‌ی تعداد دنباله‌های $(100, 100)$ - معاف‌کننده را بر Δ بدست آورید. (۱۱ امتیاز)
 ب) باقیمانده‌ی تعداد دنباله‌های $(260, 3000)$ - معاف‌کننده را بر Δ بدست آورید. (۱۱ امتیاز)
 ج) باقیمانده‌ی تعداد دنباله‌های $(260, 106)$ - معاف‌کننده را بر Δ بدست آورید. (۱۲ امتیاز)

دوری گزین که از همه بدنامتر هموست	زانکس که نام خلق بگفتار زشت کشت
این جامه چون درید، نه شایسته‌ی رفوست	ز انگشت آز، دامن تقوی سیه مکن
دشنام دشمنی که چو آئینه راستگوست	از مهر دوستان ریاکار خوشتر است

موفق باشید.