



آنالیز الگوریتم‌ها (۲۲۸۹۱) [بهار ۹۹]

غیرتحویلی

تمرین سری ۱۳

۱. برنامه خطی زیر را در نظر بگیرید.

$$\begin{aligned} &\text{maximize} && 13x_1 + 10x_2 + 6x_3 \\ &\text{subject to} && 5x_1 + x_2 + 3x_3 = 8 \\ &&& 3x_1 + x_2 = 3 \\ &&& x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

(آ) دوگان این برنامه را بنویسید.

(ب) فرض کنید بردار $x^* = (1, 0, 1)$ یک جواب بهینه برای این برنامه باشد. با استفاده از شرایط لنگی مکمل، یک جواب بهینه برای دوگان این برنامه پیدا کنید، و با استفاده از آن جواب تحقیق کنید که x^* واقعاً جواب بهینه برای برنامه اصلی است.

۲. یک گراف و تعدادی از رأس‌های آن داده شده‌اند. می‌خواهیم به یال‌های گراف وزن‌های مثبتی نسبت دهیم به‌طوری که مجموع وزن‌ها کمینه باشد و فاصله بین هر دو رأس از بین رأس‌های انتخاب شده از یک بیشتر شود. این مسئله را به صورت یک برنامه خطی مدل کنید و دوگان آن را بنویسید.

۳. برنامه صحیح زیر را در نظر بگیرید.

$$\begin{aligned} &\text{minimize} && \sum_{e \in E} c_e x_e + \sum_{v \in V} p_v y_v \\ &\text{s.t} && \sum_{e \in \delta(S)} x_e \geq y_v \quad \forall S \subseteq V - r, S \neq \emptyset, \forall v \in V \\ &&& y_r = 1 \\ &&& y_v \in \{0, 1\} \quad \forall v \in V \\ &&& x_e \in \{0, 1\} \quad \forall e \in E \end{aligned}$$

(آ) یک مسئله الگوریتمی روی گراف‌ها تعریف کنید که توسط این برنامه مدل شود.

(ب) این برنامه صحیح را به یک برنامه خطی ریلکس کنید و دوگان آن را بنویسید.

موفق باشید.