



آنالیز الگوریتم‌ها (۲۲۸۹۱)

[بهار ۹۹]

تمرین اضافه سری ۲

موعده: پنجشنبه ۸ خرداد ساعت ۱۲

۱. مسئله ۳-رنگ‌پذیری را در نظر بگیرید. الگوریتم بدیهی این مسئله نیاز به زمان 3^n دارد. می‌خواهیم یک الگوریتم تصادفی با زمان $\text{poly}(n)^{\frac{3}{2}}$ برای این مسئله طراحی کنیم. فرض کنید به طور تصادفی رنگ هر رأس را به ۲ تا از ۳ گزینه ممکن محدود کنیم. نشان دهید تشخیص اینکه آیا می‌توان گراف را با این مجموعه رنگ‌هایی که برای هر رأس مشخص کرده‌ایم رنگ کرد یا نه را می‌توان در زمان چندجمله‌ای حل کرد (از مسئله 2SAT استفاده کنید). سپس نتیجه بگیرید که در صورتی که گراف ۳-رنگ‌پذیر باشد، می‌توان با احتمال بالا یک ۳-رنگ‌آمیزی از آن را در زمان $\text{poly}(n)^{\frac{3}{2}}$ پیدا کرد.

۲. فرض کنید مجموعه n عضوی A به عنوان ورودی داده شده باشد. یک نمونه تصادفی با سایز $s = n^{\frac{1}{2}}$ از A انتخاب می‌کنیم (با جایگذاری). فرض کنید $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_s$ نمونه انتخاب شده باشد. نشان دهید احتمال اینکه تعداد عناصری از A که بین $x_{s-\sqrt{n}}$ و $x_{s+\sqrt{n}}$ هستند بیشتر از $4n^{\frac{1}{2}}$ باشد، $O(n^{-\frac{1}{2}})$ است.

موفق باشید.