



## آنالیز الگوریتم‌ها (۲۲۸۹۱)

[بهار ۹۹]

تمرین سری ۱۲

موعده: چهارشنبه ۳۱ اردیبهشت ساعت ۱۲

۱. فرض کنید قرار است برای اولین بار درس الگوریتم‌های پسرته در دانشکده ارائه شود.  $n$  نفر کاندیدای TA شدن در این درس هستند و ما می‌خواهیم دقیقاً یک نفر را انتخاب کنیم. مکانیزم انتخاب به این صورت است که به ترتیب با کاندیداها مصاحبه می‌کنیم، و بعد از مصاحبه با هر کدام، برای اینکه به وی استرس وارد نشود، بلافاصله باید تصمیم بگیریم که آیا این دانشجو را به عنوان TA انتخاب کنیم یا خیر و تصمیممان را به او اعلام کنیم. فرض کنید تنها چیزی که از مصاحبه با یک دانشجو می‌فهمیم این باشد که آیا او از همه کاندیداهای قبلی بهتر است یا خیر. نشان دهید هر الگوریتم تصادفی به احتمال حداکثر  $1/n$  (روی بدترین دنباله ورودی برای آن الگوریتم) بهترین TA را انتخاب می‌کند.

راهنمایی ۱: از اصل مینیمکس یا تو استفاده کنید.

راهنمایی ۲: دنباله‌هایی از کاندیداها را در نظر بگیرید که تا رسیدن به بهترین کاندیدا صعودی هستند.

۲. نشان دهید مشابه نتیجه‌ای که در درس برای حالت صفر و یکی مسئله خبرگان بیان شد، در حالت پیوسته هم برقرار است. به طور دقیق‌تر، فرض کنید بعد از روز  $t$ ، ضرر  $c_i^t \in [0, 1]$  برای خبره  $i$  مشخص شود، و سپس وزن خبره  $i$  را در  $(1 - c_i^t \epsilon)$  ضرب کنیم. همچنین هر خبره را در هر روز با احتمال متناسب با وزنش انتخاب می‌کنیم. نشان دهید بعد از  $T$  روز، امید ریاضی ضرر این الگوریتم حداکثر برابر است با  $(1 + \epsilon)M + \frac{\ln n}{\epsilon}$  که  $M$  ضرر بهترین خبره بعد از  $T$  روز است.

موفق باشید.