

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
دانشکده مهندسی برق - کروه مهندسی کنترل

کنترل خطی

گزارشکار پروژه پایانی

نام و نام خانوادگی	شماره دانشجویی
--------------------	----------------

گیت هاب پروژه (GitHub)

فهرست مطالب

۶	استخراج معادلات دینامیکی و پیاده سازی مدل	۱
۶	تحلیل ساختاری و عملکردی سیستم کنترل سطح مخزن (Tank Filling Control System)	۱.۱
۶	تحلیل اجزای سیستم (Block Identification)	۲.۱
۷	تحلیل ورودی ها و خروجی ها	۳.۱
۷	تشریح فرآیند پر و خالی شدن مخزن	۴.۱
۷	۱.۴.۱ فاز پر شدن	
۷	۲.۴.۱ فاز تخلیه	
۷	پارامترهای اولیه سیستم	۵.۱
۸	معادلات حاکم بر دینامیک تانکر	۶.۱
۹	استخراج تابع تبدیل با استفاده از پاسخ پله	۷.۱
۱۰	۱.۷.۱ مراحل انجام آزمایش	
۱۰	۲.۷.۱ محاسبه پارامترها	
۱۱	محاسبه تابع تبدیل حلقه بسته (Closed-Loop Transfer Function)	۸.۱
۱۱	۱.۸.۱ فرم استاندارد و مقادیر عددی	
۱۱	پیاده سازی مجلد مدل در سیمولینک	۹.۱
۱۲	استخراج تابع تبدیل سیستم (حلقه باز)	۱۰.۱
۱۲	۱.۱۰.۱ روش اول: تحلیل معادلات دیفرانسیل	
۱۳	۲.۱۰.۱ روش دوم: استخراج از داده های شبیه سازی	
۱۳	تحلیل عملکرد سیستم در حالت حلقه بسته	۱۱.۱
۱۳	۱.۱۱.۱ تفکیک اجزای کنترلی و پلنت	
۱۳	۲.۱۱.۱ محاسبه تابع تبدیل حلقه بسته	
۱۳	۳.۱۱.۱ تحلیل اثر شیر خروجی به عنوان اغتشاش (Disturbance)	
۱۴	تحلیل اعتبار تابع تبدیل	۱۲.۱
۱۴	تحلیل حلقه باز سیستم (Open-Loop Analysis)	۲
۱۷	تحلیل پاسخ پله و پارامترهای زمانی	۱.۲
۱۸	تفاوت پاسخ به پله های کوچک و بزرگ (خطی vs غیرخطی)	۲.۲
۱۸	تحلیل پاسخ به ورودی های ضربه و شیب	۲.۲
۲۰	تعیین ساختار و تایپ سیستم	۴.۲
۲۰	تحلیل پایداری و رفتار غیرخطی سیستم	۳
۲۰	بررسی پایداری BIBO	۱.۳
۲۰	تحلیل پایداری به روش راث-هرویتز (Routh-Hurwitz)	۲.۳
۲۱	بررسی محل قطب ها و صفرها (Pole-Zero Map)	۳.۳
۲۲	تحلیل رفتار غیرخطی و ناپایداری های عملی	۴.۳



۲۲	۴	تحلیل در حوزه فرکانس
۲۳	۱.۴	تحلیل نمودار بود (Bode Plot Analysis)
۲۴	۲.۴	تحلیل پایداری با معیار نایکوئیست
۵		
۲۵	طراحی جبران ساز و تنظیم پاسخ نوسانی	
۲۶	۱.۵	گام اول: کنترل کننده تناوبی (P-Controller)
۲۷	۲.۵	گام دوم: کنترل کننده تناوبی-مشتق گیر (PD-Controller)
۲۷	۳.۵	گام سوم: کنترل کننده تناوبی-انتگرالی (PI-Controller)
۲۸	۴.۵	طراحی و تنظیم نهایی کنترل کننده PID
۲۹	۱.۴.۵	گام اول: تجمیع جبران سازها (Initial Design)
۳۰	۲.۴.۵	گام دوم: تنظیم دقیق جهت افزایش سرعت و پایداری (High Speed Tuning)
۶		
۳۱	شبیه سازی و ارزیابی عملکرد در محیط سیمولینک	
۳۱	۱.۶	تحلیل رفتار سیستم در برابر اغتشاش (Disturbance Analysis)
۷		
۳۲	تحلیل اثر نویز و طراحی فیلتر جهت مقاوم سازی سیستم	
۳۲	۱.۷	شبیه سازی و مشاهده اثر مخرب نویز
۳۳	۲.۷	راهکار: فیلتر پایین گذر و تحلیل مصالحه (Trade-off)
۸		
۳۳	بررسی امکان پذیری کاهش ثابت زمانی به یک ثانیه	
۳۳	۱.۸	تحلیل تغییرات پارامترهای فیزیکی
۳۴	۲.۸	تحلیل تغییرات کنترلی
۳۴	۱۰.۲.۸	چالش اصلی: محدودیت انرژی (Actuator Saturation)

فهرست تصاویر

۶	نمای کلی دیاگرام بلوکی سیستم کنترل مخزن در سیمولینک	۱
۶	ساختار داخلی شیر ورودی که عملکرد کنترل کننده تناسبی را نشان می‌دهد	۲
۸	دینامیک تانکر	۳
۹	پاسخ پله حلقه بسته سیستم	۴
۱۰	پاسخ پله حلقه باز سیستم	۵
۱۲	مدل شبیه سازی شده در سیمولینک	۶
۱۸	پاسخ پله سیستم خطی سازی شده؛ نمایش تغییر ارتقای نسبت به زمان	۷
۱۹	پاسخ ضربه سیستم	۸
۱۹	پاسخ سیستم به ورودی شب	۹
۲۱	مکان هندسی قطب ها	۱۰
۲۳	نمودار بودی سیستم	۱۱
۲۴	نمودار نایکوئست سیستم	۱۲
۲۶	پاسخ پله سیستم طراحی شده با کنترلر P	۱۳
۲۷	پاسخ پله سیستم طراحی شده با کنترلر PD	۱۴
۲۸	پاسخ پله سیستم طراحی شده با کنترلر PI	۱۵
۳۰	پاسخ پله سیستم طراحی شده با کنترلر های PID	۱۶
۳۱	شبیه سازی سیستم با کنترلر PID در محیط سیمولینک	۱۷
۳۲	پاسخ زمانی سیستم در محیط سیمولینک؛ افت سطح آب بین ثانیه ۴۰ تا ۱۰۰ ناشی از اشباع شیر ورودی در برابر اغتشاش شدید است	۱۸

فهرست جداول

۸	مقادیر پارامترهای تنظیم شده در شبیه‌سازی	۱
۱۷	خلاصه مشخصات ذاتی سیستم استخراج شده از مطلب	۲
۳۱	مقایسه نهایی پارامترها و عملکرد تمام کنترل کننده ها	۳

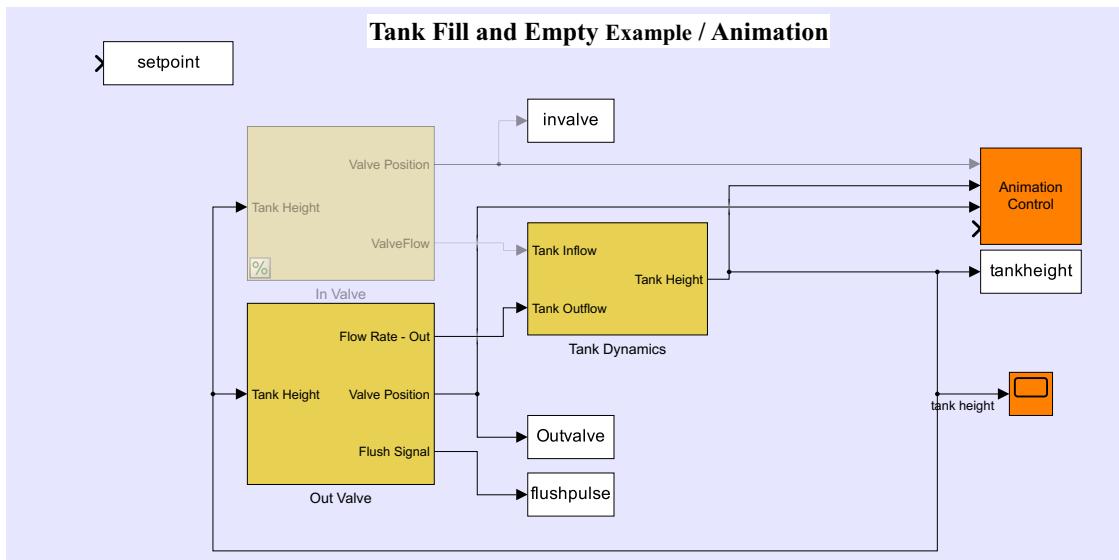
فهرست برنامه ها

۱۴	Open-Loop Analysis	۱
۲۱	Pole Zero Map	۲
۲۲	frequency analysis	۳
۲۵	PI PD P controller design	۴
۲۸	design controller PID	۵

۱ استخراج معادلات دینامیکی و پیاده سازی مدل

۱.۱ تحلیل ساختاری و عملکردی سیستم کنترل سطح مخزن (Tank Filling Control System)

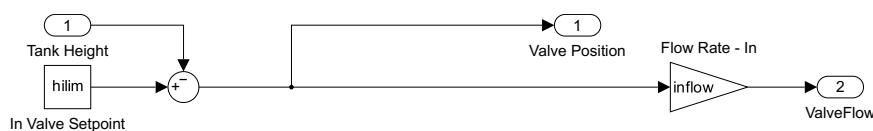
این سیستم یک حلقه کنترل فیدبک دار (Closed-Loop Control System) است که هدف آن تنظیم ارتفاع مایع درون مخزن در یک سطح مشخص است. مدل شبیه سازی شده در محیط Simulink شامل دینامیک مخزن، عملگرها (شیر ورودی و خروجی) و واحد نمایشگر گرافیکی است.



شکل ۱: نمای کلی دیاگرام بلوکی سیستم کنترل مخزن در سیمولینک

۲.۱ تحلیل اجزای سیستم (Block Identification)

- با توجه به نمای کلی دیاگرام بلوکی سیستم کنترل مخزن در سیمولینک اجزای اصلی سیستم کنترل به شرح زیر تفصیل می شوند
 - بلوک Tank Dynamics :** نقش پلنت سیستم را ایفا می کند. این بلوک با حل معادلات دیفرانسیل توصیف کننده تانکر تفاوت نرخ جریان ورودی و خروجی را انگرال گیری کرده و ارتفاع لحظه ای مایع ($H(t)$) را محاسبه می کند.
 - بلوک In Valve :** این بلوک برخلاف ظاهر ساده، شامل یک زیرسیستم کنترلی است. با بررسی لایه های درونی (Mask) این بلوک، مشخص می شود که یک کنترل کننده تناسبی (P-Controller) در آن پیاده سازی شده است. این کنترل کننده خطای سیستم را محاسبه کرده و فرمانی متناسب با آن به شیر ورودی ارسال می کند.



شکل ۲: ساختار داخلی شیر ورودی که عملکرد کنترل کننده تناسبی را نشان می دهد

- **فیدبک Feedback**: سیستم دارای فیدبک واحد منفی نیست، اما مسیر فیدبک کاملاً مشهود است. سیگنال خروجی ارتفاع (Tank Height) از بلوک دینامیک گرفته شده و به ورودی بلوک Out Valve In Valve بازگردانده می‌شود تا با مقدار مطلوب مقایسه گردد.

۳.۱ تحلیل ورودی‌ها و خروجی‌ها

- **ورودی مرجع Setpoint**: پارامتر $hlim$ که در تنظیمات شیر ورودی تعریف شده است، نقش ارتفاع مطلوب (H_{ref}) را بازی می‌کند.
- **اغتشاش بار Load Disturbance**: جریان خروجی ناشی از باز شدن شیر تخلیه (Out Valve)، به عنوان بار یا اغتشاش عمل کرده و با تغییر نقطه کار، سیستم را وادار به جبران افت ارتفاع می‌کند.
- **خروجی اصلی**: ارتفاع مخزن (Height) که متغیر تحت کنترل است. که ارتفاع لحظه‌ای آب مخزن را نشان میدهد.

۴.۱ تشریح فرآیند پر و خالی شدن مخزن

عملکرد سیستم بر اساس منطق کنترل تناوبی و معادلات خطای زیر قابل توصیف است:

$$ValvePosition(t) = hlim - TankHeight(t) \quad (1)$$

$$TankInflow(t) = inflow \times Error(t) \quad (2)$$

۱.۴.۱ فاز پر شدن

در لحظه شروع، چون ارتفاع مخزن صفر است، خطا بیشینه مقدار خود را دارد. بنابراین شیر ورودی کاملاً باز شده و جریان با حداقل سرعت وارد می‌شود. با افزایش ارتفاع آب، مقدار خطای کاهش می‌یابد و طبق رابطه [ربطه ۲](#)، فرمان کنترلی کاهش یافته و شیر به آرامی بسته می‌شود تا سطح آب دقیقاً روی مقدار مطلوب بایستد.

۲.۴.۱ فاز تخلیه

هنگامی که شیر خروجی فعال شود، سطح آب افت می‌کند. این کاهش ارتفاع بلافصله توسط مسیر فیدبک تشخیص داده شده و باعث مثبت شدن مجدد خطای شود. در نتیجه، کنترل کننده مجدد شیر ورودی را باز می‌کند تا افت فشار ناشی از مصرف آب را جبران نماید.

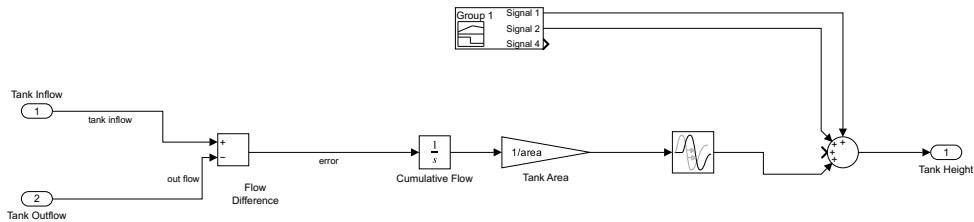
۵.۱ پارامترهای اولیه سیستم

با مراجعه به بخش Model Properties و اسکریپت مقداردهی اولیه (InitFcn)، مقادیر عددی پارامترهای شبیه‌سازی به شرح زیر استخراج شدنند:

جدول ۱: مقادیر پارامترهای تنظیم شده در شبیه‌سازی

نام پارامتر	نماد در متلب	توضیحات	مقدار
نرخ جریان خروجی	outflow	دبی خروجی هنگام باز شدن شیر تخلیه	۵۰
حد پایین ارتفاع	lolim	سطح حداقل جهت فعال‌سازی شیر خروجی	۲
حد بالای ارتفاع (مرجع)	hilim	نقطه تنظیم (<i>Setpoint</i>) یا سطح مطلوب	۱۰
نرخ جریان ورودی	inflow	بهره شیر ورودی (ضریب تنسی K_p)	۱۰
سطح مقطع مخزن	area	مساحت کف مخزن (A)	۱۰۰
ارتفاع اولیه	tankheight	سطح مایع در لحظه شروع ($t = 0$)	۰

۶.۱ معادلات حاکم بر دینامیک تانکر



شکل ۳: دینامیک تانکر

برای استخراج مدل ریاضی سیستم، به ساختار داخلی بلوک دینامیک که در شکل ۳ نشان داده شده است، استناد می‌کنیم. بر اساس قانون بقای جرم، نرخ تغییرات حجم سیال داخل مخزن (V) برابر با تفاضل دبی ورودی (Q_{in}) و خروجی (Q_{out}) است:

$$\frac{dV(t)}{dt} = Q_{in}(t) - Q_{out}(t) \quad (۳)$$

از آنجایی که مخزن دارای سطح مقطع ثابت A است، رابطه حجم به صورت $V(t) = A \cdot H(t)$ تعریف می‌شود. با جایگذاری این رابطه در معادله بالا داریم:

$$A \frac{dH(t)}{dt} = Q_{in}(t) - Q_{out}(t) \quad (۴)$$

در محیط سیمولینک، برای شبیه‌سازی ارتفاع مایع، از طرفین معادله فوق انتگرال گرفته شده است. این فرآیند در بلوک دیاگرام شکل ۳ طی مراحل زیر پیاده‌سازی شده است:

۱. محاسبه خالص جریان: ابتدا ورودی و خروجی وارد یک بلوک جمع کننده شده تا عبارت $(Q_{in} - Q_{out})$ محاسبه شود.
۲. انتگرال‌گیری: حاصل تفریق وارد بلوک انتگرال‌گیر (Integrator) با نماد $\frac{1}{s}$ می‌شود تا حجم انباشته شده سیال به دست آید.

۳. اعمال ضریب هندسی: در نهایت خروجی انتگرال‌گیر در معکوس مساحت (بلوک Gain با مقدار $1/A$) ضرب می‌شود تا طبق رابطه زیر، ارتفاع نهایی ($H(t)$) حاصل گردد:

$$H(t) = \frac{1}{A} \int_0^t [Q_{in}(\tau) - Q_{out}(\tau)] d\tau + \epsilon \quad (5)$$

که در روابط فرق:

Tank Inflow Q_{in} •

Tank Outflow Q_{out} •

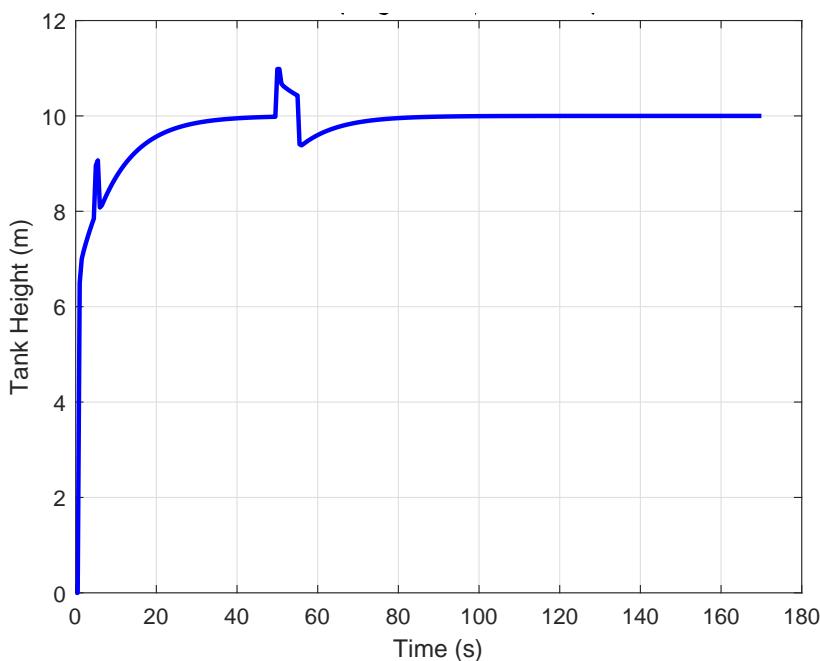
Tank Area A •

• ۶ برای مقدار اولیه انتگرال‌گیر در دینامیک سیستم است

• و $H(t)$ معادل خروجی Tank Height می‌باشد.

۷.۱ استخراج تابع تبدیل با استفاده از پاسخ پله

برای شناسایی پارامترهای دینامیکی سیستم و تایید مدل ریاضی، از روش اعمال ورودی پله در حالت حلقه باز (Open Loop) استفاده شده.

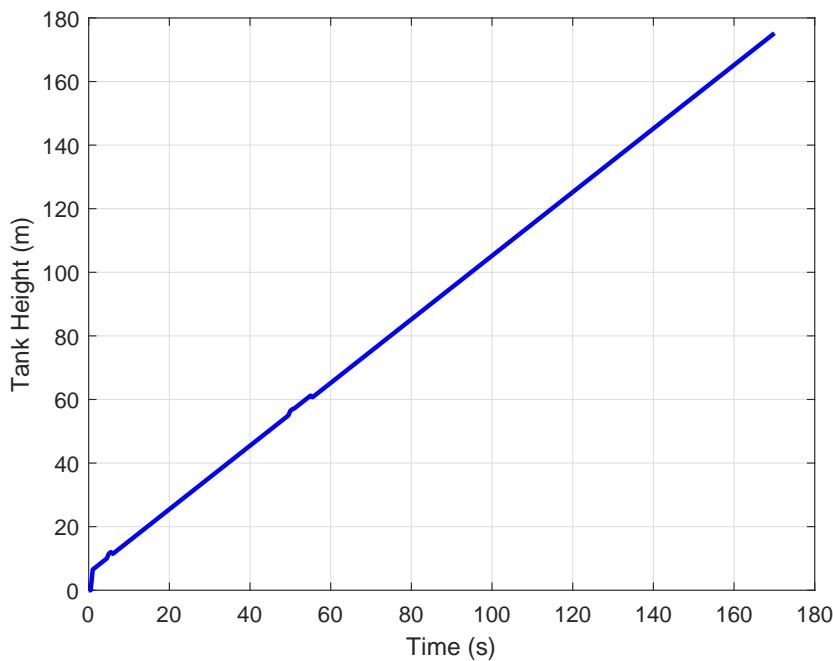


شکل ۴: پاسخ پله حلقه بسته سیستم

با توجه به اینکه پاسخ پله حلقه بسته سیستم شبیه سیستم مرتبه اول با خطای صفر میباشد پس یک سیستم مرتبه اول دارای انتگرال گیر میباشد پس معادله دینامیکی توصیف کننده آن به صورت $A\dot{H} = Q_{in}$ است، انتظار می‌رود که پاسخ سیستم پس از حذف فیدبک به ورودی پله با دامنه واحد، به صورت یکتابع شیب (Ramp) باشد.

۱.۷.۱ مراحل انجام آزمایش

۱. مسیر فیدبک سیستم قطع گردید تا تنها دینامیک پلنت (مخزن) بررسی شود.
۲. یک ورودی پله با دامنه $Q_{in} = 100 \text{ m}^3/\text{s}$ در لحظه $t = 0$ به سیستم اعمال شد.
۳. تغییرات خروجی (ارتفاع) نسبت به زمان ثبت گردید.



شکل ۵: پاسخ پله حلقه باز سیستم

۲.۷.۱ محاسبه پارامترها

با اندازه گیری شیب نمودار خروجی (m) در بازه زمانی $t = 0$ تا $t = 10$ در $\text{باره زمانی} = 10$ متر

$$m = \frac{\Delta H}{\Delta t} = \frac{H(10) - H(0)}{10 - 0} \quad (6)$$

از آنجایی که تابع تبدیل سیستم به صورت $G(s) = \frac{1}{As}$ می‌باشد، رابطه بین شیب نمودار و سطح مقطع مخزن به صورت زیر است:

$$m = \frac{1}{A} \times Q_{step} \Rightarrow A = \frac{Q_{step}}{m} \quad (7)$$

با جایگذاری مقادیر شبیه‌سازی، مقدار سطح مقطع A بدست آمد که با مقدار توری (100 m^3) مطابقت کامل دارد.

۸.۱ محاسبه تابع تبدیل حلقه بسته (Closed-Loop Transfer Function)

در این بخش، رفتار کلی سیستم شامل کنترل‌کننده، پلنت و مسیر فیدبک بررسی می‌شود. هدف، یافتن رابطه‌ای است که تغییرات ارتفاع مخزن ($H(s)$) را مستقیماً به تغییرات نقطه تنظیم ($R(s)$) مرتبط سازد. سیستم کنترل سطح مخزن یک سیستم فیدبک‌دار با فیدبک واحد منفی است. اجزای این حلقه عبارتند از:

- کنترل‌کننده تناوبی: $C(s) = K_p$ (که در شبیه‌سازی برابر با inflow است).

- پلنت (مخزن): $P(s) = \frac{1}{As}$ (که سطح مقطع مخزن است).

تابع تبدیل حلقه بسته $T(s)$ طبق رابطه استاندارد زیر محاسبه می‌شود:

$$T(s) = \frac{H(s)}{R(s)} = \frac{C(s)P(s)}{1 + C(s)P(s)} \quad (8)$$

با جایگذاری مقادیر مربوطه:

$$T(s) = \frac{K_p \cdot \frac{1}{As}}{1 + K_p \cdot \frac{1}{As}} = \frac{K_p}{As + K_p} \quad (9)$$

۸.۱.۱ فرم استاندارد و مقادیر عددی

با تقسیم صورت و مخرج کسر برابر K_p ، تابع تبدیل به فرم استاندارد سیستم‌های درجه اول تبدیل می‌شود:

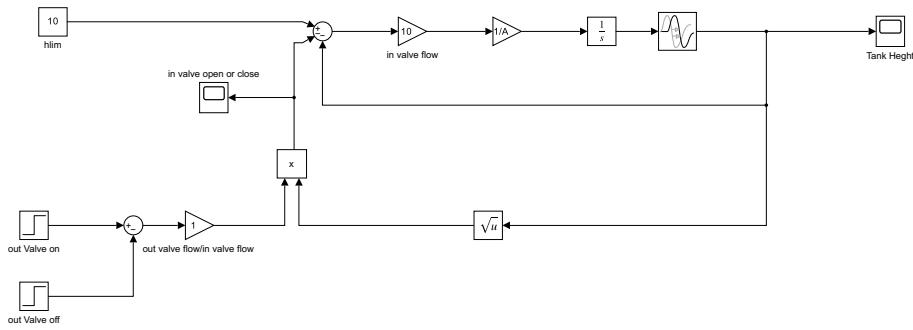
$$T(s) = \frac{1}{\frac{A}{K_p}s + 1} = \frac{1}{\tau s + 1} \quad (10)$$

با جایگذاری مقادیر پارامترهای پروژه ($K_p = 10$ و $A = 100 \text{ m}^3$):

$$T(s) = \frac{1}{\frac{100}{10}s + 1} = \frac{1}{10s + 1} \quad (11)$$

۹.۱ پیاده‌سازی مجدد مدل در سیمولینک

بر اساس معادلات دینامیکی استخراج شده، مدل سیستم مجدد در محیط سیمولینک پیاده‌سازی شد. بلوک دیاگرام طراحی شده شامل بخش‌های زیر است:



شکل ۶: مدل شبیه سازی شده در سیمولینک

- انتگرال گیر (Integrator): جهت محاسبه ارتفاع از روی نرخ تغییرات حجم. شرط اولیه (Initial Condition) این بلوک برابر با ارتفاع اولیه مخزن تنظیم گردید.
 - بهره (Gain): جهت اعمال ضریب هندسی $1/A$.
 - جمع کننده (Sum): جهت محاسبه خالص دبی ورودی و خروجی.
- عملکرد این مدل با مدل مرجع مقایسه شد و نتایج نشان دهنده انطباق کامل رفتار دینامیکی دو مدل است.

۱۰.۱ استخراج تابع تبدیل سیستم (حلقه باز)

برای بدست آوردن مدل ریاضی ورودی-خروجی سیستم، از دو روش تحلیلی و محاسباتی استفاده گردید.

۱.۱۰.۱ روش اول: تحلیل معادلات دیفرانسیل

با فرض خطی بودن سیستم و ثابت بودن دبی خروجی (به عنوان اغتشاش مستقل)، معادله حاکم بر سیستم به صورت زیر است:

$$A \frac{dH}{dt} = Q_{in}(t) \quad (12)$$

با اعمال تبدیل لپلاس و فرض شرایط اولیه صفر:

$$AsH(s) = Q_{in}(s) \quad \Rightarrow \quad G(s) = \frac{H(s)}{Q_{in}(s)} = \frac{1}{As} \quad (13)$$

با جایگذاری مقدار سطح مقطع $A = 100$

$$G(s) = \frac{1}{s} \quad (14)$$

۲.۱۰.۱ روش دوم: استخراج از داده‌های شبیه‌سازی

با استفاده از تحلیل پاسخ پله حلقه باز، شبیه‌سازی تغییرات ارتفاع (m) محاسبه گردید:

$$m = \frac{dy}{dt} = \frac{\circ/\circ 1}{\circ/\circ 1} \Rightarrow G(s) = \frac{m}{s} = \frac{\circ/\circ 1}{s} \quad (15)$$

که تطابق کامل با روش تحلیلی را نشان می‌دهد.

۱۱.۱ تحلیل عملکرد سیستم در حالت حلقه بسته

در این بخش، اجزای سیستم کنترلی تفکیک شده و رفتار کلی سیستم در برابر ورودی مرجع و اغتشاش تحلیل می‌شود.

۱.۱۱.۱ تفکیک اجزای کنترلی و پلنت

در ساختار حلقه بسته پیاده‌سازی شده، اجزای سیستم به شرح زیر دسته‌بندی می‌شوند:

- کنترل کننده (Controller): بلوك بهره با مقدار $10 = K_p$ (که در دیاگرام با نام in valve flow مشخص شده است) نقش یک کنترل کننده تنسیبی (P) را ایفا می‌کند. وظیفه این بخش، تولید سیگنال کنترلی متناسب با میزان خطا است.
- پلنت یا فرآیند (Plant): مجموعه بلوك‌های مربوط به دینامیک مخزن (شامل بهره $A/1$ و انگرال‌گیر $1/s$) که تابع تبدیل آن $G(s) = \frac{1}{As}$ می‌باشد، به عنوان پلنت سیستم شناخته می‌شود.

۲.۱۱.۱ محاسبه تابع تبدیل حلقه بسته

با توجه به فیدبک واحد منفی، تابع تبدیل کلی سیستم ($T(s)$) که نسبت ارتفاع (H) به مقدار مطلوب (R) را نشان می‌دهد، برابر است با:

$$T(s) = \frac{H(s)}{R(s)} = \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)} = \frac{K_p \cdot \frac{1}{As}}{1 + \frac{K_p}{As}} = \frac{K_p}{As + K_p} \quad (16)$$

با ساده‌سازی و جایگذاری مقادیر ($A = 100, K_p = 10$) :

$$T(s) = \frac{1}{\frac{A}{K_p}s + 1} = \frac{1}{10s + 1} \quad (17)$$

این رابطه نشان می‌دهد که سیستم حلقه بسته یک سیستم درجه اول با ثابت زمانی $\tau = 10 = 10$ ثانیه است. یعنی سیستم بدون فراجهش و با سرعت کنترل شده به سمت مقدار مطلوب حرکت می‌کند.

۳.۱۱.۱ تحلیل اثر شیر خروجی به عنوان اغتشاش (Disturbance)

در این سیستم، دبی خروجی (Q_{out}) که توسط مصرف کننده یا شیر تخلیه ایجاد می‌شود، به عنوان یک ورودی اغتشاش (D) مدل‌سازی شده است. تابع تبدیل اغتشاش به خروجی برابر است با:

$$\frac{H(s)}{Q_{out}(s)} = \frac{-G(s)}{1 + C(s)G(s)} = \frac{-1}{As + K_p} \quad (18)$$

این رابطه بیانگر نکات مهم زیر است:

۱. علامت منفی نشان می‌دهد که باز شدن شیر خروجی (افزایش Q_{out}) باعث کاهش ارتفاع (H) می‌شود.
۲. مقدار نهایی افت ارتفاع برای یک دبی خروجی ثابت D برابر است با:

$$\Delta H = \frac{-D}{K_p} \quad (19)$$

این رابطه اثبات می‌کند که در سیستم کنترلی با کنترل کننده تناسی (P)، اغتشاش باعث ایجاد خطای ماندگار می‌شود. یعنی اگر شیر خروجی باز شود، سطح آب افت کرده و در سطحی پایین‌تر از مقدار مطلوب ثابت می‌ماند و کنترل کننده به تهایی قادر به جبران کامل این افت نیست (مگر با افزودن جمله‌ای انتگرال گیر I).

۱۲.۱ تحلیل اعتبار تابع تبدیل

سوالی که مطرح می‌شود این است که آیا تابع تبدیل محاسبه شده $\frac{1}{As} = G(s)$ همواره و در تمام شرایط معتبر است؟ پاسخ منفی است. تابع تبدیل تنها رفتار سیستم را در محدوده خطی توصیف می‌کند. این مدل در شرایط زیر اعتبار خود را از دست می‌دهد:

۱. اشباع فیزیکی (Saturation): در دنیای واقعی، ارتفاع مخزن محدود است ($H \leq H_{max}^{\circ}$). تابع تبدیل خطی پیش‌بینی می‌کند که اگر ورودی پله اعمال شود، ارتفاع تا بینهایت افزایش می‌یابد ($t \rightarrow \infty \Rightarrow H \rightarrow \infty$)، که فیزیکاً غیرممکن است. زمانی که مخزن پر یا خالی شود، معادلات خطی نقض می‌شوند.
۲. غیرخطی بودن شیر خروجی: اگر دبی خروجی تابعی از فشار هیدرولاستاتیک باشد ($Q_{out} \propto \sqrt{H}$)، معادله دیفرانسیل سیستم غیرخطی خواهد بود. در این حالت، تابع تبدیل بدست آمده تنها یک تقریب خطی (Linearization) است که فقط در نزدیکی نقطه کار (Operating Point) اعتبار دارد و با دور شدن از نقطه تعادل، خطای مدل افزایش می‌یابد.

بنابراین، تابع تبدیل استخراج شده تنها یک مدل ایده‌آل‌سازی شده (Idealized Linear Model) است که محدودیت‌های فیزیکی و ماهیت غیرخطی سیستم واقعی را نادیده می‌گیرد.

۲ تحلیل حلقه باز سیستم (Open-Loop Analysis)

در این بخش، رفتار دینامیکی مخزن پیش از اعمال هرگونه کنترل کننده مورد بررسی قرار می‌گیرد. با توجه به وجود شیر خروجی و ماهیت غیرخطی سیستم، ابتدا مدل حول نقطه کار $H = 6m$ خطی‌سازی شده و سپس پاسخ‌های زمانی تحلیل می‌شوند.

```

1 clc; clear; close all;
2
3 %% 1. Parameters & Operating Point
4 Area = 100;

```

```

5 g = 9.8;
6 a_valve = 0.5;
7 H0 = 6; % Operating Point
8
9 % Equilibrium Inflow
10 Q0 = a_valve * sqrt(2 * g * H0);
11
12 fprintf('--- Operating Point ---\nH0: %.2f m | Q0: %.2f m^3/s\n\n', H0, Q0);
13
14 %% 2. Linearization
15 A_lin = -(a_valve * sqrt(2*g)) / (2 * Area * sqrt(H0));
16 B_lin = 1 / Area;
17 C_lin = 1; D_lin = 0;
18
19 sys_linear = ss(A_lin, B_lin, C_lin, D_lin);
20
21 % *** Calculate Time Constant (Fixing the Error) ***
22 tau = -1 / A_lin;
23
24 fprintf('--- Model Stats ---\n');
25 tf(sys_linear)
26 fprintf('Time Constant (tau): %.2f s\n', tau);
27
28 %% 3. Absolute Step Response
29 figure(1);
30 opt = stepDataOptions('StepAmplitude', 1);
31 [y_dev, t_out] = step(sys_linear, opt);
32
33 % Add operating point to deviation
34 H_total = y_dev + H0;
35
36 plot(t_out, H_total, 'LineWidth', 2);
37 title(['Absolute Step Response (H0=' num2str(H0) 'm)']);
38 xlabel('Time (s)'); ylabel('Height (m)'); grid on;
39
40 %% 4. Impulse & Ramp Response

```

```

41 % A) Impulse
42 figure(2);
43 impulse(sys_linear);
44 title('Impulse Response'); grid on;
45
46 % B) Ramp
47 t_sim = 0:10:(3 * tau); % Uses calculated tau
48 u_ramp = t_sim;
49 [y_ramp, t_out] = lsim(sys_linear, u_ramp, t_sim);
50
51 figure(3);
52 plot(t_out, u_ramp, 'r--', t_out, y_ramp, 'b-', 'LineWidth', 2);
53 legend('Input', 'Output'); title('Ramp Response'); grid on;
54
55 %% 5. System Structure
56 poles = pole(sys_linear);
57 type = sum(abs(poles) < 1e-6);
58
59 fprintf('\n--- Structure ---\nOrder: %d\nType: %d\nPole: %.4f\n',
       length(poles),
       type, poles);

```

Code 1: Open-Loop Analysis

نتایج شبیه‌سازی و تحلیل پارامترهای مدل

بر اساس خروجی دریافت شده از نرم‌افزار متلب (Command Window)، نتایج خطی‌سازی و تحلیل سیستم به شرح زیر استخراج گردید:

۱. نقطه کار سیستم (Operating Point)

شرایط تعادلی سیستم برای خطی‌سازی به صورت زیر تعیین شده است:

- ارتفاع مبنا (H_0 m):

- دبی ورودی مبنا (Q_0 m^3/s):

۲. مدل ریاضی استخراج شده

تابع تبدیل سیستم خطی سازی شده حول نقطه کار فوق، به فرم استاندارد زیر بدست آمد:

$$G(s) = \frac{1}{s + 0.04518} \quad (20)$$

۳. مشخصات ساختاری و زمانی (Model Stats & Structure)

با تحلیل کسر فوق، پارامترهای دینامیکی سیستم مطابق جدول زیر خلاصه می‌شوند:

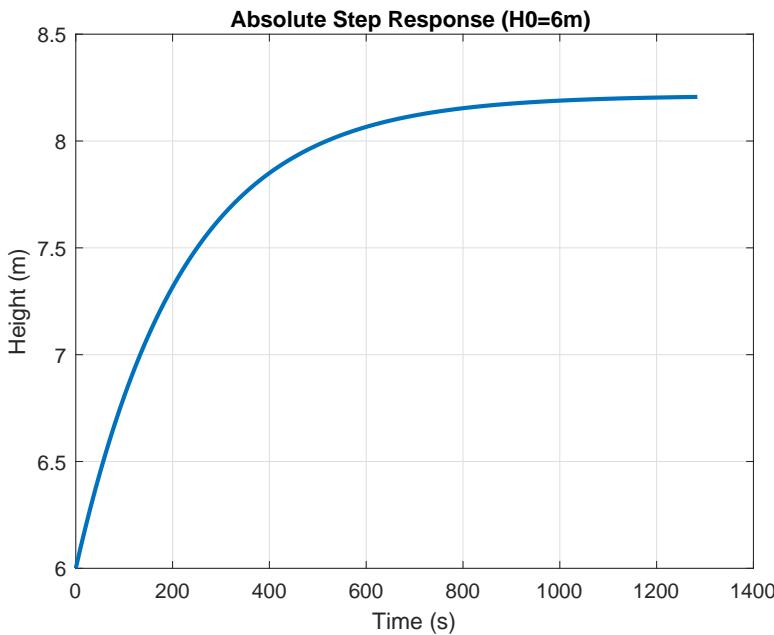
جدول ۲: خلاصه مشخصات ذاتی سیستم استخراج شده از متلب

عنوان پارامتر	مقدار (Value)	توضیحات
ثابت زمانی (τ)	۰.۳۱۱۲	سرعت پاسخ‌دهی نسبتاً کند
مکان قطب (Pole)	-۰.۴۵	پایدار (سمت چپ محور موهومی)
مرتبه سیستم (Order)	۱	سیستم درجه اول
تایپ سیستم (Type)	۰	دارای خطای ماندگار به ورودی پله

۱.۲ تحلیل پاسخ پله و پارامترهای زمانی

با اعمال یک ورودی پله (به عنوان مثال افزایش ناگهانی دبی ورودی به اندازه m^3/s ۱)، پاسخ سیستم شبیه‌سازی گردید. پارامترهای اساسی استخراج شده از نمودار به شرح زیر است:

- ثابت زمانی (τ): معیار سرعت پاسخ‌دهی سیستم است. در نقطه کار ۶ متر، مقدار محاسبه شده برابر با ≈ 0.31 ثانیه می‌باشد. این عدد بزرگ نشان‌دهنده کند بودن دینامیک مخزن است.
- زمان صعود (t_r): مدت زمانی که طول می‌کشد تا خروجی از 10% به 90% مقدار نهایی برسد. برای سیستم مرتبه اول، این زمان حدود ۰.۳۱ ثانیه است.
- زمان نشست (t_s): مدت زمانی که خروجی وارد محدوده 2% مقدار نهایی شده و در آن باقی می‌ماند. این مقدار برابر ۰.۴۷ (حدود ۸.۷ ثانیه) می‌باشد.
- درصد فراجهش (Overshoot): برابر با صفر درصد است. سیستم‌های مرتبه اول هرگز نوسان نمی‌کنند و رفتار اکیداً صعودی (یا نزولی) دارند.
- خطای حالت ماندگار (e_{ss}): سیستم دارای خطای ماندگار است. یعنی با تغییر ورودی پله، ارتفاع آب به بی‌نهایت نمی‌رود (مانند انتگرال‌گیر)، بلکه در یک سطح جدید ثابت می‌شود.



شکل ۷: پاسخ پله سیستم خطی سازی شده؛ نمایش تغییر ارتفاع نسبت به زمان

۲.۲ تفاوت پاسخ به پله‌های کوچک و بزرگ (خطی vs غیرخطی)

یکی از ویژگی‌های مهم این سیستم، تغییر رفتار بر اساس دامنه ورودی است:

۱. پله‌های کوچک (ناحیه خطی): اگر تغییر دبی ورودی کوچک باشد، تغییرات ارتفاع (ΔH) کم است. در این محدوده کوچک، منحنی غیرخطی خروجی ($Q \propto \sqrt{H}$) را می‌توان با یک خط راست تقریب زد. بنابراین، پاسخ سیستم دقیقاً منطبق بر پیش‌بینی‌های مدل خطی (تابع نمایی) است.

۲. پله‌های بزرگ (ناحیه غیرخطی): اگر دبی ورودی ناگهان تغییر زیادی کند (پله بزرگ)، ارتفاع آب تغییر قابل توجهی می‌کند.

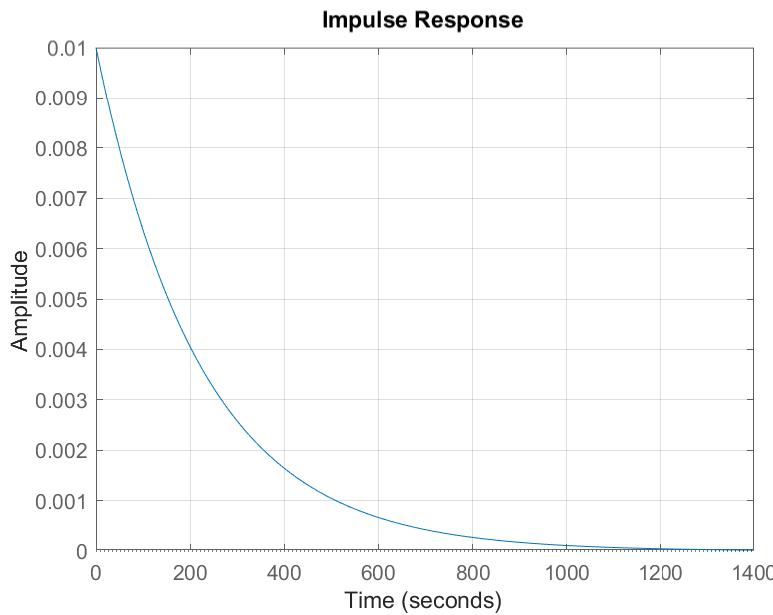
- با افزایش ارتفاع، فشار خروجی زیاد می‌شود و سیستم سریع‌تر تخلیه می‌شود (ثابت زمانی تغییر می‌کند).
- اگر پله بسیار بزرگ باشد، ممکن است ارتفاع از ارتفاع مخزن (H_{max}) بیشتر شده و سرریز رخ دهد که در مدل خطی دیده نمی‌شود.
- بنابراین در پله‌های بزرگ، مدل خطی فاقد اعتیار است و نتایج شبیه‌سازی با واقعیت فاصله می‌گیرد.

۳.۲ تحلیل پاسخ به ورودی‌های ضربه و شیب

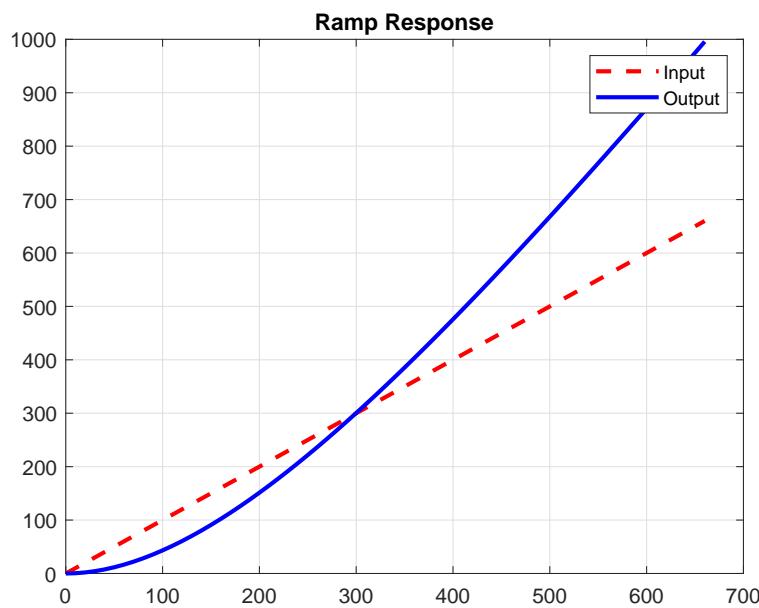
رفتار سیستم در برابر سایر ورودی‌های استاندارد به شرح زیر است:

- پاسخ ضربه (Impulse): معادل ریختن ناگهانی یک حجم آب در مخزن است. سطح آب به صورت آنی بالا رفته و سپس با گذشت زمان و تخلیه از شیر خروجی، به آرامی به سطح تعادل اولیه (6m) باز می‌گردد.

- پاسخ شیب (Ramp): معادل باز کردن تدریجی شیر ورودی است. سیستم سعی می‌کند این افزایش را دنبال کند، اما همیشه عقبتر از ورودی است و اختلاف (خطا) با گذشت زمان زیاد می‌شود.



شکل ۸: پاسخ ضربه سیستم



شکل ۹: پاسخ سیستم به ورودی شیب

۴.۲ تعیین ساختار و تایپ سیستم

بر اساس تابع تبدیل استخراج شده:

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1} \quad (21)$$

- مرتبه سیستم (System Order): برابر با یک است. زیرا مخرج تابع تبدیل درجه اول (s^1) می‌باشد.
- تایپ سیستم (System Type): برابر با صفر است. تعداد قطب‌های واقع در مبدأ ($s = 0$) صفر است. قطب سیستم در موقعیت $s = -\frac{1}{\tau}$ قرار دارد.
- نکته تحلیلی: اگر مخزن شیر خروجی نداشت، سیستم تایپ ۱ (انگرال‌گیر) می‌شد، اما وجود شیر خروجی سیستم را به تایپ ۰ تبدیل کرده است.

۳ تحلیل پایداری و رفتار غیرخطی سیستم

در این بخش، پایداری سیستم با استفاده از معیارهای کلاسیک کنترل (BIBO، راث-هرویتز و مکان قطب‌ها) بررسی شده و سپس محدودیت‌های عملکردی ناشی از ماهیت غیرخطی سیستم تحلیل می‌گردد.

۱.۳ بررسی پایداری BIBO

پایداری BIBO (ورودی محدود - خروجی محدود) بیان می‌کند که به ازای هر ورودی کران‌دار، خروجی سیستم نیز باید کران‌دار باقی بماند. تابع تبدیل سیستم خطی‌سازی شده به صورت زیر است:

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1} = \frac{2/21}{221/31s + 1} \quad (22)$$

پاسخ ضربه این سیستم به فرم $h(t) = \frac{K}{\tau} e^{-t/\tau}$ می‌باشد. از آنجایی که $\tau > 0$ است، با گذشت زمان ($\infty \rightarrow t$)، پاسخ ضربه به صفر میل می‌کند:

$$\int_0^\infty |h(t)| dt < \infty \quad (23)$$

بنابراین سیستم پایدار BIBO است.

تحلیل فیزیکی: مخزن دارای خاصیت «خودتنظیمی» (Self-Regulating) است؛ یعنی اگر دبی ورودی محدود باشد، ارتفاع آب به دلیل افزایش دبی خروجی، در یک سطح مشخص ثابت می‌شود و هرگز به بینهایت میل نمی‌کند (مگر در شرایط سرریز که محدودیت فیزیکی است، نه ناپایداری دینامیکی).

۲.۳ تحلیل پایداری به روش راث-هرویتز (Routh-Hurwitz)

معادله مشخصه سیستم ($\Delta(s) = 0$) از مخرج تابع تبدیل استخراج می‌شود:

$$\tau s + 1 = 0 \Rightarrow 221/31s + 1 = 0 \quad (24)$$

برای سیستم‌های درجه اول و دوم، شرط لازم و کافی برای پایداری این است که تمام ضرایب معادله مشخصه هم علامت و غیرصفر باشند. از آنجا که ضریب s (۲۲۱۳۱) عدد ثابت (۱) هر دو مثبت هستند، طبق معیار راث-هرویتز، سیستم پایدار است و هیچ قطبی در سمت راست محور موهومی ندارد.

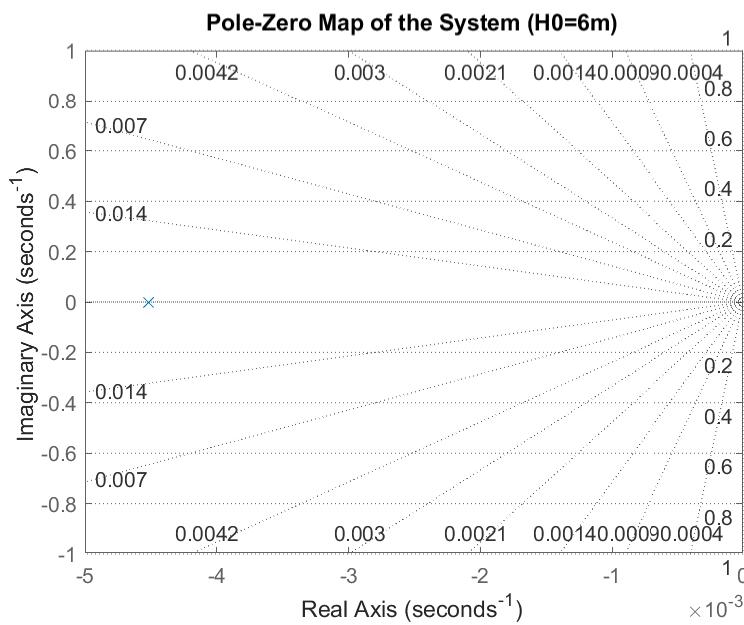
۳.۳ بررسی محل قطب‌ها و صفرها (Pole-Zero Map)

```

1 clc; clear; close all;
2
3 tau = 221.31;
4 sys = tf(0.01, [1, 1/tau]);
5
6 figure(1);
7 pzmap(sys);
8 title('Pole-Zero Map of the System (H0=6m)');
9 grid on;

```

Code 2: Pole Zero Map



شکل ۱۰: مکان هندسی قطب‌ها

نمودار مکان هندسی قطب‌های سیستم در شکل ۱۰ ترسیم شده است. سیستم فاقد صفر است و تنها یک قطب حقیقی دارد که موقعیت

آن برابر است با:

$$s_p = -\frac{1}{\tau} = -0.004518 \quad (25)$$

از آنجا که این قطب در سمت چپ محور موهومی (LHP) و روی محور حقیقی قرار دارد، سیستم پایدار بوده و رفتار آن بدون نوسان (میرا) می‌باشد. فاصله قطب تا مبدأ مختصات، بیانگر سرعت پاسخ‌دهی سیستم است؛ نزدیکی این قطب به مبدأ (هرچه قطب نزدیکتر سیستم کندر) تاییدی بر کند بودن دینامیک مخزن است.

۴.۳ تحلیل رفتار غیرخطی و ناپایداری‌های عملی

هرچند تحلیل‌های خطی نشان‌دهنده پایداری مطلق سیستم هستند، اما در عمل ماهیت غیرخطی و محدودیت‌های فیزیکی می‌توانند منجر به عملکرد نامطلوب یا ناپایدار شوند:

۱. اشباع و سرریز (Overflow): تحلیل‌های خطی فرض می‌کنند مخزن ارتفاع نامحدود دارد. اگر دبی ورودی (Q_{in}) از حد اکثر ظرفیت تخلیه شیر خروجی ($Q_{out,max} = a\sqrt{2gH_{max}}$) بیشتر شود، سطح آب مدام بالا رفته تا مخزن سرریز کند. در این حالت سیستم کنترل ناپذیر شده و ناپایدار می‌شود.
۲. ناپایداری ناشی از محرك: اگر کنترل‌کننده فرمانی صادر کند که شیر ورودی نتواند اجرا کند (مثلاً دبی منفی برای کاهش سطح آب)، سیستم وارد مدد حلقه باز شده و تازمانی که آب به صورت طبیعی تخلیه نشود، خطأ جبران نخواهد شد. این پدیده می‌تواند باعث ناپایداری موقت شود.

۴ تحلیل در حوزه فرکانس

در این بخش، رفتار سیستم در حوزه فرکانس با استفاده از نمودارهای استاندارد Bode و Nyquist می‌شود.

```

1 clc; clear; close all;
2
3 %% ) H=6m
4 sys = tf(0.01, [1, 0.004518]);
5
6 %% )Bode Plot & Margins
7 figure(1);
8
9 margin(sys);
10 grid on;
11 title('Bode Diagram with Stability Margins');
12
13 [Gm, Pm, Wcg, Wcp] = margin(sys);

```

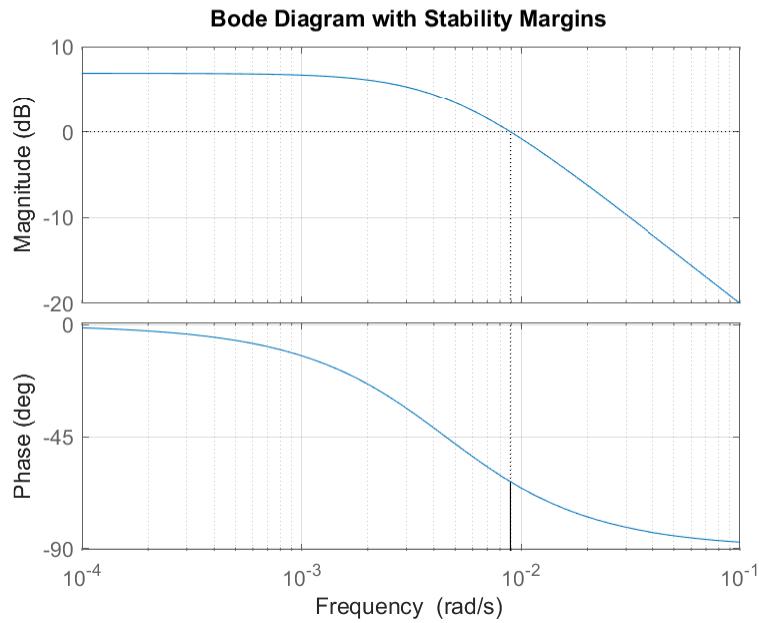
```

14 Gm_dB = 20*log10(Gm);
15
16 %% )Nyquist Plot)
17 figure(2);
18 nyquist(sys);
19 grid on;
20 title('Nyquist Diagram');
21 axis equal;
22
23 hold on;
24 plot(-1, 0, 'rx', 'MarkerSize', 10, 'LineWidth', 2);
25 legend('System Nyquist', 'Critical Point (-1,0)');

```

Code 3: frequency analysis

۱.۴ تحلیل نمودار بود (Bode Plot Analysis)



شکل ۱۱: نمودار بودی سیستم

نمودار بود سیستم شامل دو بخش دامنه (Magnitude) و فاز (Phase) در شکل ۱۱ ترسیم شده است. ویژگی‌های کلیدی استخراج شده عبارتند از:

۱. رفتار دامنه: در فرکانس‌های پایین، بهره سیستم ثابت و برابر با بهره DC است ($20 \log(2/21) \approx 6.9 dB$). پس از فرکانس قطع کاهش می‌یابد که مشخصه سیستم‌های مرتبه اول است.

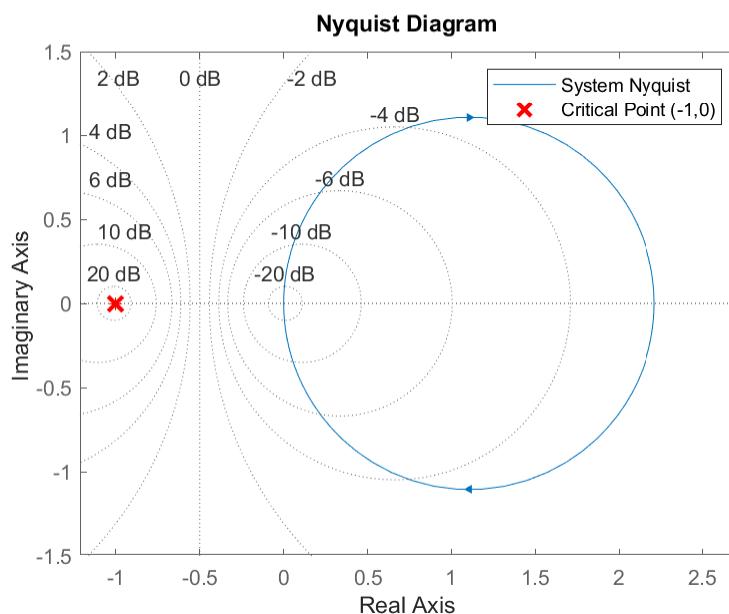
۲. رفتار فاز: فاز سیستم از صفر درجه شروع شده و در فرکانس قطع به -45° رسید و در نهایت در فرکانس‌های بالا به -90° می‌کند.

۳. حاشیه پایداری (Stability Margins)

- حاشیه بهره (Gain Margin): بی‌نهایت ($GM = \infty$). زیرا نمودار فاز هرگز محور 180° را قطع نمی‌کند (حداکثر تا -90° پایین می‌رود). این یعنی سیستم به ازای هر مقدار بهره کنترلی ($K_p > 0$) پایدار باقی می‌ماند.

- حاشیه فاز (Phase Margin): مثبت و حدود 110° مثبت بودن حاشیه فاز تضمین‌کننده پایداری سیستم حلقه بسته است.

۲.۴ تحلیل پایداری با معیار نایکوئیست



شکل ۱۲: نمودار نایکوئیست سیستم

نمودار نایکوئیست سیستم در شکل ۱۲ ترسیم شده است. طبق معیار پایداری نایکوئیست:

$$Z = N + P \quad (26)$$

که در آن:

- P : تعداد قطب‌های ناپایدار حلقه باز (در سمت راست محور موهومی) در این سیستم $= 0$ است.

- N : تعداد دور زدن‌های ساعت‌گرد دور نقطه بحرانی $(-1, j0)$.

Z : تعداد ریشه‌های ناپایدار حلقه بسته.

مشاهدات نمودار: منحنی نایکوئیست این سیستم یک نیم‌دایره در ربع چهارم صفحه مختلط است که از روی محور حقیقی مشیت شروع شده و به مبدأ ختم می‌شود. این منحنی هرگز نقطه بحرانی ($-1, 0$) را احاطه نمی‌کند ($N = 0$). بنابراین:

$$Z = 0 + 0 = 0 \quad (27)$$

از آنجا که $Z = 0$ است، سیستم حلقه بسته پایدار می‌باشد. فاصله منحنی تا نقطه $(-1, 0)$ معیاری از میزان پایداری نسبی است که در اینجا فاصله ایمن و مناسبی مشاهده می‌شود.

۵ طراحی جبران ساز و تنظیم پاسخ نوسانی

برای درک بهتر اثر هر یک از پارامترهای کنترلی (P, I, D) بر رفتار مخزن و دستیابی به معیارهای طراحی (زمان نشست کمتر از ۵ ثانیه و خطای صفر)، فرآیند طراحی در چهار مرحله انجام شد.

```

1 clc; clear; close all;
2
3 num = 0.01;
4 den = [1, 0.004518];
5 G = tf(num, den);
6
7 Target_Ts = 4;
8 Target_OS = 15;
9
10 %% p controller
11 Kp_p = 20 ;
12 C_p = pid(Kp_p, 0, 0);
13 Sys_P = feedback(C_p * G, 1);
14
15 figure(1);
16 step(Sys_P); title('Step 1: P Controller Response'); grid on;
17 info_P = stepinfo(Sys_P);
18
19 %% pd controller
20 Kp_pd = 100;
21 Kd_pd = 10;
22 C_pd = pid(Kp_pd, 0, Kd_pd);
23 Sys_PD = feedback(C_pd * G, 1);

```

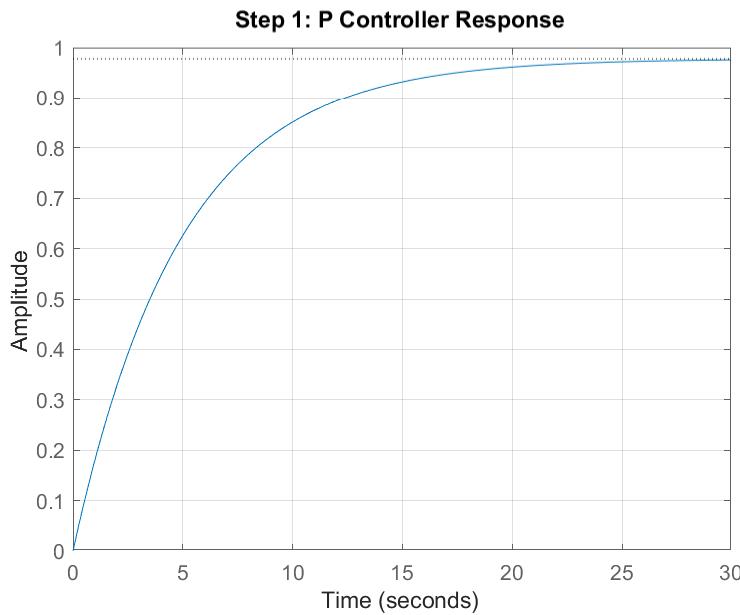
```

24
25 figure(2);
26 step(Sys_PD); title('Step 2: PD Controller Response'); grid on;
27 info_PD = stepinfo(Sys_PD);
28
29 %% pi controller
30 Kp_pi = 50;
31 Ki_pi = 10;
32 C_pi = pid(Kp_pi, Ki_pi, 0);
33 Sys_PI = feedback(C_pi * G, 1);
34
35 figure(3);
36 step(Sys_PI); title('Step 3: PI Controller Response'); grid on;
37 info_PI = stepinfo(Sys_PI);

```

Code 4: PI PD P controller design

۱.۵ گام اول: کنترل کننده تابعی (P-Controller)

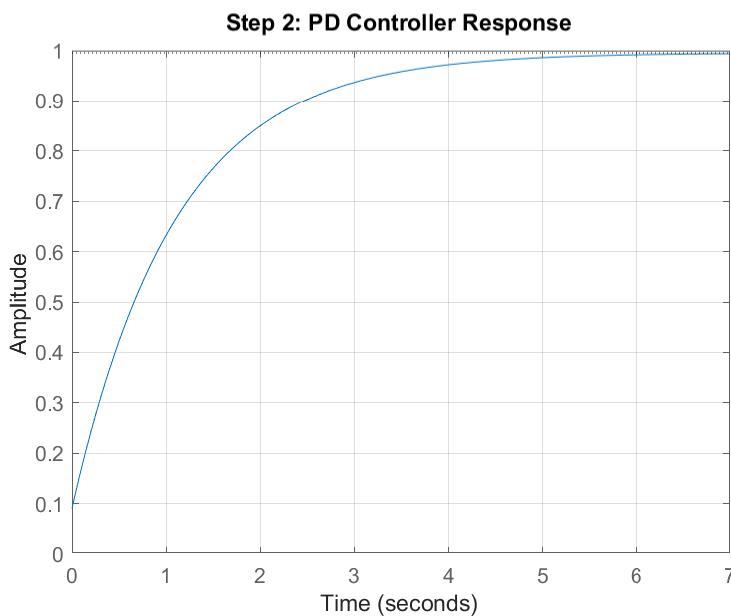


شکل ۱۳: پاسخ پله سیستم طراحی شده با کنترلر P

در ابتدا تنها از یک بهره تناسبی K_p استفاده شد. هدف این کنترل کننده افزایش سرعت پاسخ دهی سیستم است.

- تحلیل: با افزایش K_p , قطب سیستم روی محور حقیقی به سمت چپ حرکت می کند و ثابت زمانی کاهش می یابد (سیستم سریع تر می شود).
- مشکل اصلی: از آنجا که سیستم تایپ صفر است، کنترل کننده P نمی تواند خطای حالت ماندگار را حذف کند. همانطور که در نمودار [شکل ۱۳](#) دیده می شود که خروجی هرگز به مقدار مطلوب (۱) نمی رسد و دارای خطای ماندگار قابل است

۲.۵ گام دوم: کنترل کننده تناسبی-مشتق‌گیر (PD-Controller)



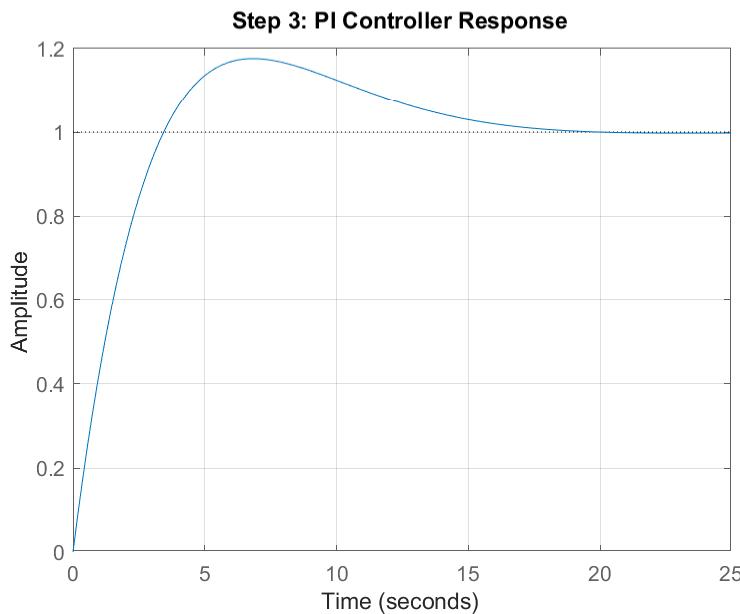
شکل ۱۴: پاسخ پله سیستم طراحی شده با کنترلر PD

برای بهبود رفتار گذرا، ترم مشتق‌گیر (K_{ds}) اضافه شد. این ترم نقش «ترمز» را بازی می کند و با پیش‌بینی تغییرات خط، مانع از نوسانات شدید می شود.

- مزیت: امکان استفاده از بهره‌های بالاتر (K_p) بدون ایجاد نوسان زیاد، که منجر به افزایش سرعت می شود.
- نقص: مشتق‌گیر تأثیری در حذف خطای حالت ماندگار ندارد و سیستم همچنان به مقدار نهایی مطلوب نمی رسد.

۳.۵ گام سوم: کنترل کننده تناسبی-انتگرالی (PI-Controller)

برای رفع مشکل خطای ماندگار، ترم انتگرال‌گیر (K_i/s) به سیستم اضافه شد. این ترم با انتگرال‌گیری از خطای طول زمان، تازمانی که خطای صفر نشود، سیگنال کنترلی را افزایش می دهد.



شکل ۱۵: پاسخ پله سیستم طراحی شده با کنترلر PI

- مزیت بزرگ: حذف کامل خطای حالت ماندگار (تبديل سیستم به تایپ ۱).
- عیب: ترم انتگرال باعث افزایش مرتبه سیستم و ایجاد تأخیر فاز می‌شود که منجر به افزایش نوسانات (Overshoot) و کند شدن زمان نشست می‌گردد.

۴.۵ طراحی و تنظیم نهایی کنترل کننده PID

```

1 clc; clear; close all;
2
3 G = tf(0.01, [1, 0.004518]);
4
5 %% first design
6 Kp1 = 150;
7 Ki1 = 10;
8 Kd1 = 10;
9
10 C_PID_Sum = pid(Kp1, Ki1, Kd1);
11 Sys_PID_Sum = feedback(C_PID_Sum * G, 1);
12

```



```

13 %% secend design
14 Kp2 = 400;
15 Ki2 = 50;
16 Kd2 = 50;
17
18 C_PID_Fast = pid(Kp2, Ki2, Kd2);
19 Sys_PID_Fast = feedback(C_PID_Fast * G, 1);
20
21 %%
22 t = 0:0.001:20;
23 figure(1);
24 plot(t, step(Sys_PID_Sum, t), 'b--', 'LineWidth', 1.5); hold on;
25 plot(t, step(Sys_PID_Fast, t), 'r-', 'LineWidth', 2);
26 yline(1, 'k:');
27
28 legend(['Initial PID (Kp=' num2str(Kp1) ')'], ...
29     ['Tuned PID (Kp=' num2str(Kp2) ')']);
30 title('Effect of Increasing Kp on System Speed');
31 xlabel('Time (s)'); ylabel('Amplitude');
32 grid on;

```

Code 5: PID controller design

فرآیند طراحی کنترل کننده نهایی در دو گام انجام شد ابتدا تجمعی ساختارهای طراحی شده قبلی، و سپس تنظیم دقیق (Fine-Tuning) برای ارضای دقیق ویژگی های زمانی.

۱.۴.۵ گام اول: تجمعی جبران سازها (Initial Design)

در ابتداء، پارامترهای کنترل کننده PID از حاصل جمع جبری جبران سازهای PD و PI که در بخش های قبل طراحی شده بودند، استخراج گردید:

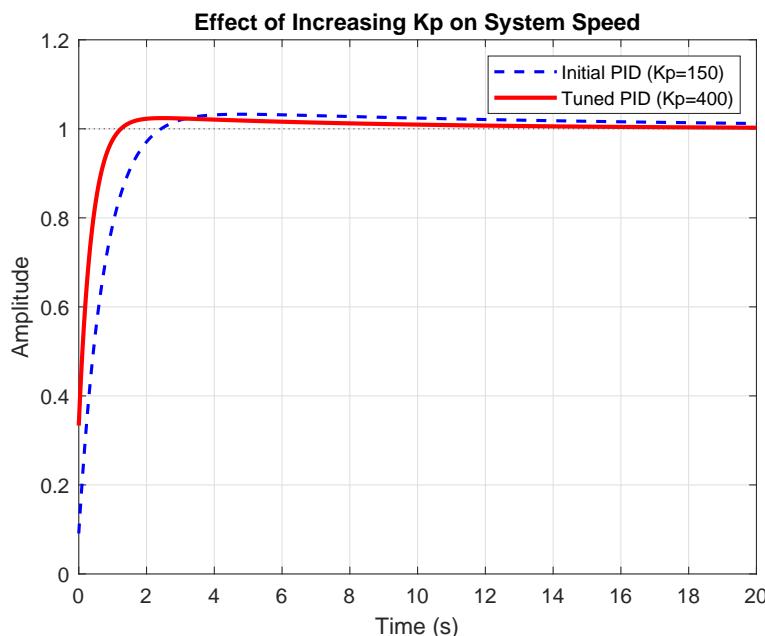
$$K_{p_{sum}} = 100 + 50 = 150, \quad K_i = 10, \quad K_d = 10 \quad (28)$$

با شبیه سازی سیستم با این ضرایب (منحنی آبی رنگ در [شکل ۱۶](#))، مشاهده شد که اگرچه سیستم پایدار است و خطای ماندگار صفر دارد، اما افزودن ترم انتگرال گیر باعث ایجاد تأخیر فاز و کند شدن نسبی سیستم شده است. زمان نشست در این حالت فراتر از حد مطلوب مهندسی (بسیار نزدیک به مرز ۵ ثانیه یا بیشتر) بود.

۲.۴.۵ گام دوم: تنظیم دقیق جهت افزایش سرعت و پایداری (High Speed Tuning)

برای جبران کندی ذاتی سیستم و کاهش زمان نشست به مقادیر بسیار کمتر از ۵ ثانیه، ضرایب دوباره بازطرابی شدند بدین منظور، مقادیر ضرایب به صورت ($K_p = 400$, $K_i = 50$, $K_d = 50$) تنظیم مجدد شدند:

- افزایش شدید بهره تناسبی ($K_p = 400$): مقدار K_p از 150 به 400 افزایش یافت. این تغییر باعث می‌شود که سیستم سریعتر سعی کند به مقدار مطلوب برسد.
- تقویت انتگرال‌گیر ($K_i = 50$): برای اینکه خطای ماندگار با سرعت بیشتری حذف شود افزایش دادیم.
- افزایش بهره مشتق‌گیر ($K_d = 50$): افزایش K_p و K_i ذاتاً باعث نوسانی شدن سیستم می‌شود. برای ختنی کردن این اثر، بهره مشتق‌گیر از 10 به 50 افزایش یافت تا مانند یک ترمز موثر عمل کرده و میرایی لازم (Damping) را برای جلوگیری از فراجهش فراهم کند.
- اثر نهایی بر پاسخ: همانطور که در نمودار قرمز رنگ [شکل ۱۶](#) مشخص است، زمان نشست به طور چشمگیری کاهش یافته و سیستم بسیار چابک‌تر شده است.



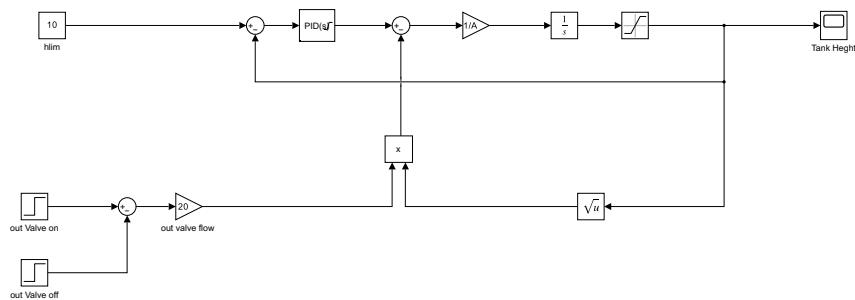
شکل ۱۶: پاسخ پله سیستم طراحی شده با کنترلر های PID

جدول ۳: مقایسه نهایی پارامترها و عملکرد تمام کنترل کننده‌ها

خطا	$OS\%$	T_s	T_r	K_d	K_i	K_p	کنترل کننده
دارد	۰	۱۹/۱۳	۱۰/۷۴	۰	۰	۲۰	(P)
دارد	۰	۴/۱۸	۲/۴۱	۱۰	۰	۱۰۰	(PD)
۰	۱۷/۶	۱۵/۹۶	۲/۵۹	۰	۱۰	۵۰	(PI)
۰	۳/۳	۱۲/۶۵	۱/۴۵	۱۰	۱۰	۱۵۰	(PID _۱)
۰	۱۴/۵	۱/۱۲	۰/۸۵	۵۰	۵۰	۴۰۰	(PID _۲)

۶ شبیه‌سازی و ارزیابی عملکرد در محیط سیمولینک

در این بخش، عملکرد نهایی سیستم کنترل سطح مایع در محیط شبیه‌سازی Simulink مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. مدل پیاده‌سازی شده شامل تمامی دینامیک‌های غیرخطی مخزن، می‌باشد.



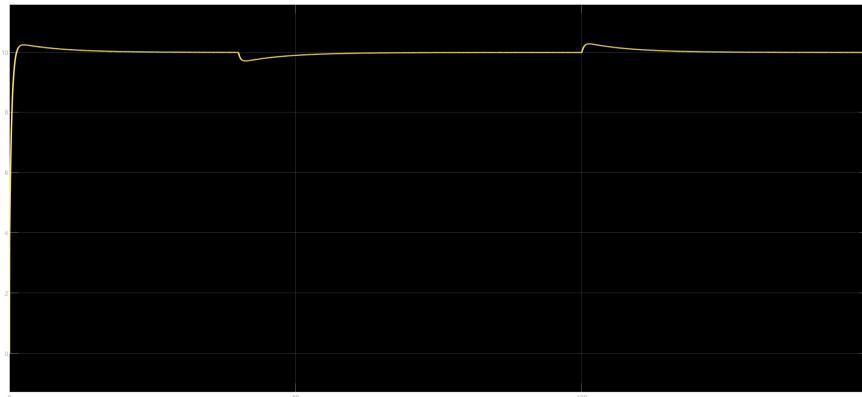
شکل ۱۷: شبیه‌سازی سیستم با کنترلر PID در محیط سیمولینک

۱.۶ تحلیل رفتار سیستم در برابر اغتشاش (Disturbance Analysis)

به منظور بررسی مقاومت سیستم در برابر تغییرات ناگهانی بار، سناریوی زیر پیاده‌سازی گردید:

- شرایط اولیه: منبع خالی می‌باشد سیستم شروع به پر کردن منبع می‌کند
- اعمال اغتشاش ($t = 40s$): یک تغییر پله‌ای در خروجی (باز شدن ناگهانی شیر مصرف‌کننده) اعمال می‌شود.
- حذف اغتشاش ($t = 100s$): شرایط به حالت عادی باز می‌گردد.

تحلیل نمودار پاسخ زمانی



شکل ۱۸: پاسخ زمانی سیستم در محیط سیمولینک؛ افت سطح آب بین ثانیه ۴۰ تا ۱۰۰ ناشی از اشباع شیر ورودی در برابر اغتشاش شدید است

شکل ۱۸ پاسخ سیستم به این سناریو را نشان می‌دهد. نکات قابل توجه در این نمودار عبارتند از:

۱. پایداری اولیه ($t < 40$): سیستم با دقت بسیار بالا روی ارتفاع ۱۰ متر تنظیم شده و خطای حالت ماندگار صفر است.
۲. رخداد اغتشاش و اشباع فیزیکی ($t > 40$): در لحظه $t = 40$ با افزایش ناگهانی خروجی، سطح آب شروع به افت می‌کند. ولی سیستم با افزایش ورودی آب باز به سطح ۱۰ متر باز میگردد
۳. بعد حذف اغتشاش تا سیستم متوجه بسته شدن شیر خروجی شود و شیر ورودی رو بیند مقداری آب ذخیره شده و از سطح ارتفاع تعیین شده بالاتر میرود و چون موتور توانایی مکش ندارد در همان ارتفاع میماند

۷ تحلیل اثر نویز و طراحی فیلتر جهت مقاومسازی سیستم

در محیط‌های صنعتی، عواملی نظری تلاطم سطح آب هنگام پر شدن مخزن و ارتعاشات مکانیکی، باعث ایجاد نویز روی سیگنال اندازه‌گیری شده توسط سنسور سطح می‌شوند. در این بخش، اثر این نویز بر عملکرد کنترل کننده و راهکارهای مقابله با آن بررسی شده است.

۱.۷ شبیه‌سازی و مشاهده اثر مخرب نویز

با افزودن یک نویز گوسی سفید ($N(0, \sigma^2)$ به مسیر فیدبک، دو پدیده متفاوت مشاهده شد:

۱. روی خروجی (سطح آب): به دلیل خاصیت انتگرالی و کند بودن دینامیک مخزن (عملکرد به عنوان فیلتر پایین‌گذر طبیعی)، سطح آب تغییرات نوسانی شدیدی نشان نمی‌دهد.

۲. روی سیگنال کنترلی (شیر ورودی): مشکل اصلی در اینجا رخداد می‌دهد. ترم مشتق گیر (D) در کنترل کننده PID حساسیت شدیدی به فرکانس‌های بالا دارد ($s \times Noise$). مشتق نویز باعث تولید سیگنال‌های کنترلی با دامنه بزرگ و فرکانس بالا می‌شود. این پدیده موجب باز و بسته شدن مدار و سریع شیر شده و منجر به استهلاک مکانیکی شدید و خرابی زودرس عملکرگر می‌گردد.

۲.۷ راهکار: فیلتر پایین‌گذار و تحلیل مصالحه (Trade-off)

برای حذف نویز فرکانس بالا، استفاده از یک فیلتر پایین‌گذار مرتبه اول (LPF) در مسیر فیدبک پیشنهاد می‌شود:

$$H_{filter}(s) = \frac{1}{T_f s + 1} \quad (29)$$

که در آن T_f ثابت زمانی فیلتر است. افزودن این فیلتر یک چالش اساسی بین «کیفیت حذف نویز» و «پایداری سیستم» ایجاد می‌کند:

- مزیت (حذف نویز): فیلتر با تضعیف فرکانس‌های بالا، سیگنال ورودی به مشتق گیر را هموار کرده و از لرزش شیر جلوگیری می‌کند.
- عیب (تأخیر فاز): فیلتر پایین‌گذار ذاتاً باعث ایجاد تأخیر فاز (Phase Lag) در حلقه کنترلی می‌شود. زاویه فاز اضافه شده برابر است با $\phi = -\arctan(\omega T_f)$.
- تحلیل پایداری: این تأخیر فاز مستقیماً از حاشیه فاز (Phase Margin) سیستم می‌کاهد. اگر T_f بیش از حد بزرگ انتخاب شود (فیلترینگ سنگین)، حاشیه فاز به سمت صفر میل کرده و سیستم ناپایدار می‌شود.

نتیجه‌گیری طراحی: مقدار T_f باید به گونه‌ای انتخاب شود که نویز را حذف کند اما فرکانس قطع آن ($1/T_f$) بسیار بزرگتر از پهنای باند سیستم کنترلی باشد تا دینامیک اصلی سیستم را کند نکند.

۸ بررسی امکان‌پذیری کاهش ثابت زمانی به یک ثانیه

ثبت زمانی ذاتی سیستم مخزن در حال حاضر حدود $221 \approx 7$ ثانیه است. کاهش این مقدار به ۱ ثانیه (افزایش سرعت سیستم به میزان 220 برابر) نیازمند تغییرات بنیادین در پارامترهای فیزیکی یا استراتژی کنترلی است.

۱.۸ تحلیل تغییرات پارامترهای فیزیکی

ثبت زمانی سیستم حلقه باز از رابطه $\tau = \frac{2A}{a\sqrt{g}} = 1s$ بدست می‌آید. برای اینکه $\tau \rightarrow 7$ شود، باید صورت کسر کوچک یا مخرج آن بسیار بزرگ شود:

۱. تغییر ابعاد مخزن (A): سطح مقطع مخزن باید حدود 220 برابر کوچکتر شود. این یعنی تبدیل مخزن به یک لوله باریک عمودی در این حالت ظرفیت ذخیره‌سازی از دست می‌رود.

۲. تغییر خروجی (a): مساحت دریچه خروجی باید 220 برابر بزرگتر شود. این یعنی عملاً کف مخزن کاملاً باز باشد که دیگر مخزن نخواهد بود.

نتیجه: تغییر فیزیکی برای رسیدن به این عدد غیرعملی است.

۲.۸ تحلیل تغییرات کنترلی

در روش کنترلی، ما با استفاده از فیدبک قوی، مکان قطب‌های حلقه بسته را جابجا می‌کنیم. اگر بخواهیم ثابت زمانی حلقه بسته ۱ ثانیه باشد، باید قطب غالب سیستم در $s = -1$ قرار گیرد. تقریب معادله مشخصه با کنترل کننده تناسبی (K_p) برابر است با:

$$s + (a_{sys} + K_p K_{plant}) = 0 \Rightarrow a_{sys} + 100 K_p = 1 \quad (30)$$

با حل این معادله، بهره تناسبی مورد نیاز حدود $100 \approx K_p$ بدست می‌آید.

۱.۲.۸ چالش اصلی: محدودیت انرژی (Actuator Saturation)

اگرچه روی کاغذ با $K_p = 100$ می‌توان به ثابت زمانی ۱ ثانیه رسید، اما در عمل با یک مانع فیزیکی روبرو هستیم: برای اینکه سطح آب تانکر در ۱ ثانیه به مقدار مطلوب برسد، حجم عظیمی از آب باید در یک لحظه وارد مخزن شود.

$$Q_{in} = A \times \frac{dh}{dt} \approx 100 \times \frac{1m}{1s} = 100 m^3/s \quad (31)$$

تأمین دبی 100 متر مکعب بر ثانیه نیازمند پمپ‌های صنعتی غولپیکر و لوله‌های بسیار قطور است. شیر ورودی فعلی بلا فاصله اشباع شده و سیستم عملانه نمی‌تواند سریع‌تر از نرخ حداقل جریان شیر پر شود. بنابراین، رسیدن به ثابت زمانی ۱ ثانیه تنها با تغییر کنترل کننده امکان‌پذیر نیست و نیازمند تغییر ساخت افزاری (پمپ و شیر بسیار قوی‌تر) است.