

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
دانشکده مهندسی برق - گروه مهندسی کنترل

کنترل خطی گزارشکار پروژه پایانی

نام و نام خانوادگی	شماره دانشجویی
--------------------	----------------



فهرست مطالب

۶	۱	استخراج معادلات دینامیکی و پیاده سازی مدل
۶	۱.۱	تحلیل ساختاری و عملکردی سیستم کنترل سطح مخزن (Tank Filling Control System)
۶	۲.۱	تحلیل اجزای سیستم (Block Identification)
۷	۳.۱	تحلیل ورودی ها و خروجی ها
۷	۴.۱	تشریح فرآیند پر و خالی شدن مخزن
۷	۱.۴.۱	فاز پر شدن
۷	۲.۴.۱	فاز تخلیه
۷	۵.۱	پارامترهای اولیه سیستم
۸	۶.۱	معادلات حاکم بر دینامیک تانکر
۹	۷.۱	استخراج تابع تبدیل با استفاده از پاسخ پله
۱۰	۱.۷.۱	مراحل انجام آزمایش
۱۰	۲.۷.۱	محاسبه پارامترها
۱۱	۸.۱	محاسبه تابع تبدیل حلقه بسته (Closed-Loop Transfer Function)
۱۱	۱.۸.۱	فرم استاندارد و مقادیر عددی
۱۱	۹.۱	پیاده سازی مجدد مدل در سیمولینک
۱۲	۱۰.۱	استخراج تابع تبدیل سیستم (حلقه باز)
۱۲	۱.۱۰.۱	روش اول: تحلیل معادلات دیفرانسیل
۱۳	۲.۱۰.۱	روش دوم: استخراج از داده های شبیه سازی
۱۳	۱۱.۱	تحلیل عملکرد سیستم در حالت حلقه بسته
۱۳	۱.۱۱.۱	تفکیک اجزای کنترلی و پلنت
۱۳	۲.۱۱.۱	محاسبه تابع تبدیل حلقه بسته
۱۳	۳.۱۱.۱	تحلیل اثر شیر خروجی به عنوان اغتشاش (Disturbance)
۱۴	۱۲.۱	تحلیل اعتبار تابع تبدیل
۱۴	۲	تحلیل حلقه باز سیستم (Open-Loop Analysis)
۱۷	۱.۲	تحلیل پاسخ پله و پارامترهای زمانی
۱۸	۲.۲	تفاوت پاسخ به پله های کوچک و بزرگ (خطی vs غیرخطی)
۱۸	۳.۲	تحلیل پاسخ به ورودی های ضربه و شیب
۲۰	۴.۲	تعیین ساختار و تایپ سیستم
۲۰	۳	تحلیل پایداری و رفتار غیرخطی سیستم
۲۰	۱.۳	بررسی پایداری BIBO
۲۰	۲.۳	تحلیل پایداری به روش راث-هرویتز (Routh-Hurwitz)
۲۱	۳.۳	بررسی محل قطب ها و صفرها (Pole-Zero Map)
۲۲	۴.۳	تحلیل رفتار غیرخطی و ناپایداری های عملی



۲۲	تحلیل در حوزه فرکانس	۴
۲۳	۱.۴ تحلیل نمودار بود (Bode Plot Analysis)	
۲۴	۲.۴ تحلیل پایداری با معیار ناپکوئیست	
۲۵	طراحی جبران ساز و تنظیم پاسخ نوسانی	۵
۲۶	۱.۵ گام اول: کنترل کننده تناسبی (P-Controller)	
۲۷	۲.۵ گام دوم: کنترل کننده تناسبی-مشتق گیر (PD-Controller)	
۲۷	۳.۵ گام سوم: کنترل کننده تناسبی-انتگرالی (PI-Controller)	
۲۸	۴.۵ طراحی و تنظیم نهایی کنترل کننده PID	
۲۹	۱.۴.۵ گام اول: تجمیع جبران سازها (Initial Design)	
۳۰	۲.۴.۵ گام دوم: تنظیم دقیق جهت افزایش سرعت و پایداری (High Speed Tuning)	
۳۱	شبه سازی و ارزیابی عملکرد در محیط سیمولینک	۶
۳۱	۱.۶ تحلیل رفتار سیستم در برابر اغتشاش (Disturbance Analysis)	
۳۲	تحلیل اثر نویز و طراحی فیلتر جهت مقاوم سازی سیستم	۷
۳۲	۱.۷ شبه سازی و مشاهده اثر مخرب نویز	
۳۳	۲.۷ راهکار: فیلتر پایین گذر و تحلیل مصالحه (Trade-off)	
۳۳	بررسی امکان پذیری کاهش ثابت زمانی به یک ثانیه	۸
۳۳	۱.۸ تحلیل تغییرات پارامترهای فیزیکی	
۳۴	۲.۸ تحلیل تغییرات کنترلی	
۳۴	۱.۲.۸ چالش اصلی: محدودیت انرژی (Actuator Saturation)	



فهرست تصاویر

۱	نمای کلی دیاگرام بلوکی سیستم کنترل مخزن در سیمولینک	۶
۲	ساختار داخلی شیر ورودی که عملکرد کنترل کننده تناسبی را نشان می دهد	۶
۳	دینامیک تانکر	۸
۴	پاسخ پله حلقه بسته سیستم	۹
۵	پاسخ پله حلقه باز سیستم	۱۰
۶	مدل شبیه سازی شده در سیمولینک	۱۲
۷	پاسخ پله سیستم خطی سازی شده؛ نمایش تغییر ارتفاع نسبت به زمان	۱۸
۸	پاسخ ضربه سیستم	۱۹
۹	پاسخ سیستم به ورودی شیب	۱۹
۱۰	مکان هندسی قطب ها	۲۱
۱۱	نمودار بودی سیستم	۲۳
۱۲	نمودار نایکونست سیستم	۲۴
۱۳	پاسخ پله سیستم طراحی شده با کنترلر P	۲۶
۱۴	پاسخ پله سیستم طراحی شده با کنترلر PD	۲۷
۱۵	پاسخ پله سیستم طراحی شده با کنترلر PI	۲۸
۱۶	پاسخ پله سیستم طراحی شده با کنترلر های PID	۳۰
۱۷	شبیه سازی سیستم با کنترلر PID در محیط سیمولینک	۳۱
۱۸	پاسخ زمانی سیستم در محیط سیمولینک؛ افت سطح آب بین ثانیه ۴۰ تا ۱۰۰ ناشی از اشباع شیر ورودی در برابر	
	اغتشاش شدید است	۳۲



فهرست جداول

۸ مقادیر پارامترهای تنظیم شده در شبیه‌سازی	۱
۱۷ خلاصه مشخصات ذاتی سیستم استخراج شده از متلب	۲
۳۱ مقایسه نهایی پارامترها و عملکرد تمام کنترل‌کننده‌ها	۳



فهرست برنامه‌ها

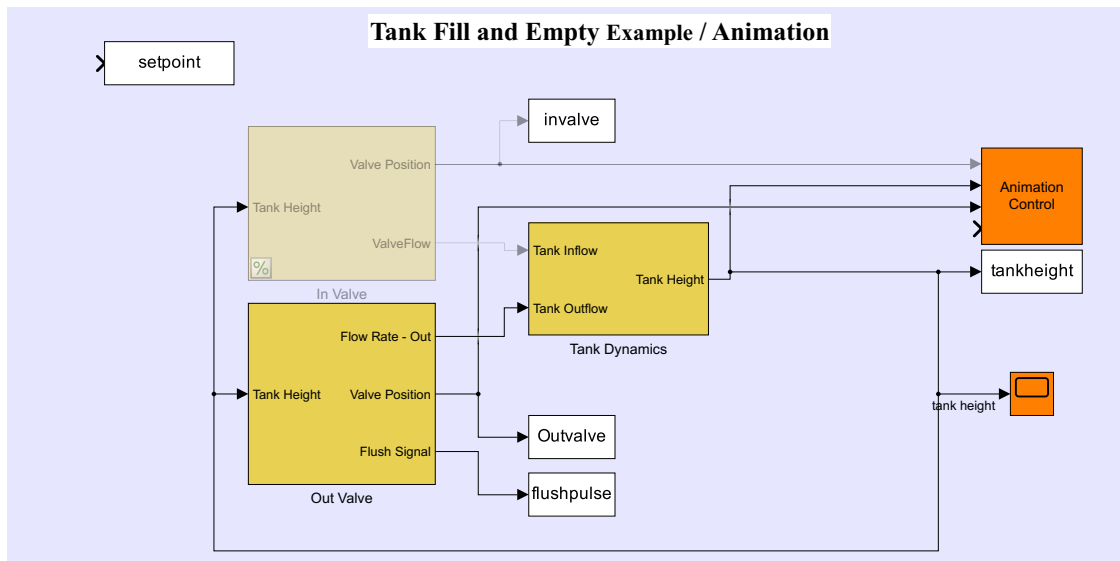
۱۴	Open-Loop Analysis	۱
۲۱	Pole Zero Map	۲
۲۲	frequency analysis	۳
۲۵	PI PD P controler design	۴
۲۸	design controler PID	۵



۱ استخراج معادلات دینامیکی و پیاده سازی مدل

۱.۱ تحلیل ساختاری و عملکردی سیستم کنترل سطح مخزن (Tank Filling Control System)

این سیستم یک حلقه کنترل فیدبک دار (Closed-Loop Control System) است که هدف آن تنظیم ارتفاع مایع درون مخزن در یک سطح مشخص است. مدل شبیه سازی شده در محیط Simulink شامل دینامیک مخزن، عملگرها (شیر ورودی و خروجی) و واحد نمایشگر گرافیکی است.



شکل ۱: نمای کلی دیاگرام بلوکی سیستم کنترل مخزن در سیمولینک

۲.۱ تحلیل اجزای سیستم (Block Identification)

با توجه به نمای کلی دیاگرام بلوکی سیستم کنترل مخزن در سیمولینک اجزای اصلی سیستم کنترل به شرح زیر تفکیک می شوند

- بلوک **Tank Dynamics**: نقش پلنت سیستم را ایفا می کند. این بلوک با حل معادلات دیفرانسیل توصیف کننده تانکر تفاوت نرخ جریان ورودی و خروجی را انتگرال گیری کرده و ارتفاع لحظه ای مایع ($H(t)$) را محاسبه می کند.
- بلوک **In Valve**: این بلوک برخلاف ظاهر ساده، شامل یک زیرسیستم کنترلی است. با بررسی لایه های درونی (Mask) این بلوک، مشخص می شود که یک کنترل کننده تناسبی (**P-Controller**) در آن پیاده سازی شده است. این کنترل کننده خطای سیستم را محاسبه کرده و فرمانی متناسب با آن به شیر ورودی ارسال می کند.



شکل ۲: ساختار داخلی شیر ورودی که عملکرد کنترل کننده تناسبی را نشان می دهد



- **فیدبک Feedback**: سیستم دارای فیدبک واحد منفی نیست، اما مسیر فیدبک کاملاً مشهود است. سیگنال خروجی ارتفاع (Tank Height) از بلوک دینامیک گرفته شده و به ورودی بلوک In Valve و Out Valve بازگردانده می شود تا با مقدار مطلوب مقایسه گردد.

۳.۱ تحلیل ورودی ها و خروجی ها

- **ورودی مرجع (Setpoint)**: پارامتر $hlim$ که در تنظیمات شیر ورودی تعریف شده است، نقش ارتفاع مطلوب (H_{ref}) را بازی می کند.
- **اغتشاش بار (Load Disturbance)**: جریان خروجی ناشی از باز شدن شیر تخلیه (Out Valve)، به عنوان بار یا اغتشاش عمل کرده و با تغییر نقطه کار، سیستم را وادار به جبران افت ارتفاع می کند.
- **خروجی اصلی**: ارتفاع مخزن (Height) که متغیر تحت کنترل است. که ارتفاع لحظه ایی آب مخزن را نشان می دهد.

۴.۱ تشریح فرآیند پر و خالی شدن مخزن

عملکرد سیستم بر اساس منطق کنترل تناسبی و معادلات خطای زیر قابل توصیف است:

$$ValvePosition(t) = hlim - TankHeight(t) \quad (۱)$$

$$TankInflow(t) = inflow \times Error(t) \quad (۲)$$

۱.۴.۱ فاز پر شدن

در لحظه شروع، چون ارتفاع مخزن صفر است، خطا بیشینه مقدار خود را دارد. بنابراین شیر ورودی کاملاً باز شده و جریان با حداکثر سرعت وارد می شود. با افزایش ارتفاع آب، مقدار خطا کاهش می یابد و طبق رابطه **رابطه ۲**، فرمان کنترلی کاهش یافته و شیر به آرامی بسته می شود تا سطح آب دقیقاً روی مقدار مطلوب بایستد.

۲.۴.۱ فاز تخلیه

هنگامی که شیر خروجی فعال شود، سطح آب افت می کند. این کاهش ارتفاع بلافاصله توسط مسیر فیدبک تشخیص داده شده و باعث مثبت شدن مجدد خطا می شود. در نتیجه، کنترل کننده مجدداً شیر ورودی را باز می کند تا افت فشار ناشی از مصرف آب را جبران نماید.

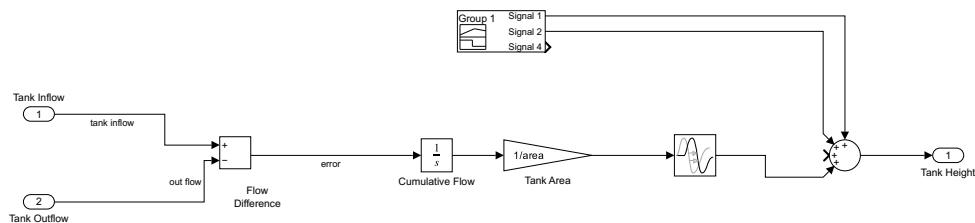
۵.۱ پارامترهای اولیه سیستم

با مراجعه به بخش Model Properties و اسکرپت مقداردهی اولیه (InitFcn)، مقادیر عددی پارامترهای شبیه سازی به شرح زیر استخراج شدند:

جدول ۱: مقادیر پارامترهای تنظیم شده در شبیه‌سازی

مقدار	توضیحات	نماد در متلب	نام پارامتر
۵۰	دبی خروجی هنگام باز شدن شیر تخلیه	outflow	نرخ جریان خروجی
۲	سطح حداقل جهت فعال‌سازی شیر خروجی	lolim	حد پایین ارتفاع
۱۰	نقطه تنظیم (Setpoint) یا سطح مطلوب	hilim	حد بالای ارتفاع (مرجع)
۱۰	بهره شیر ورودی (ضریب تناسبی K_p)	inflow	نرخ جریان ورودی
۱۰۰	مساحت کف مخزن (A)	area	سطح مقطع مخزن
۰	سطح مایع در لحظه شروع ($t = 0$)	tankheight	ارتفاع اولیه

۶.۱ معادلات حاکم بر دینامیک تانکر



شکل ۳: دینامیک تانکر

برای استخراج مدل ریاضی سیستم، به ساختار داخلی بلوک دینامیک که در شکل ۳ نشان داده شده است، استناد می‌کنیم. بر اساس قانون بقای جرم، نرخ تغییرات حجم سیال داخل مخزن (V) برابر با تفاضل دبی ورودی (Q_{in}) و خروجی (Q_{out}) است:

$$\frac{dV(t)}{dt} = Q_{in}(t) - Q_{out}(t) \quad (۳)$$

از آنجایی که مخزن دارای سطح مقطع ثابت A است، رابطه حجم به صورت $V(t) = A \cdot H(t)$ تعریف می‌شود. با جایگذاری این رابطه در معادله بالا داریم:

$$A \frac{dH(t)}{dt} = Q_{in}(t) - Q_{out}(t) \quad (۴)$$

در محیط سیمولینک، برای شبیه‌سازی ارتفاع لحظه‌ای مایع، از طرفین معادله فوق انتگرال گرفته شده است. این فرآیند در بلوک دیاگرام شکل ۳ طی مراحل زیر پیاده‌سازی شده است:

۱. محاسبه خالص جریان: ابتدا ورودی و خروجی وارد یک بلوک جمع‌کننده شده تا عبارت $(Q_{in} - Q_{out})$ محاسبه شود.
۲. انتگرال‌گیری: حاصل تفریق وارد بلوک انتگرال‌گیر (Integrator) با نماد $\frac{1}{s}$ می‌شود تا حجم انباشته شده سیال به دست آید.

۳. اعمال ضریب هندسی: در نهایت خروجی انتگرال گیر در معکوس مساحت (بلوک Gain با مقدار $1/A$) ضرب می شود تا طبق رابطه زیر، ارتفاع نهایی $H(t)$ حاصل گردد:

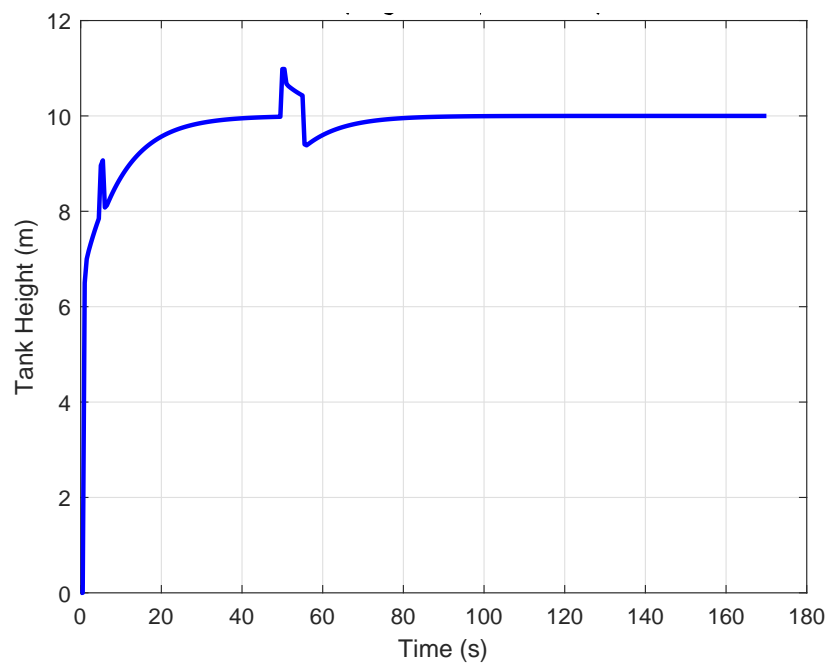
$$H(t) = \frac{1}{A} \int_0^t [Q_{in}(\tau) - Q_{out}(\tau)] d\tau + \phi \quad (5)$$

که در روابط فوق:

- Q_{in} معادل سیگنال Tank Inflow
- Q_{out} معادل سیگنال Tank Outflow
- A معادل پارامتر Tank Area
- ϕ برای مقدار اولیه انتگرال گیر در دینامیک سیستم است
- $H(t)$ و معادل خروجی Tank Height می باشد.

۷.۱ استخراج تابع تبدیل با استفاده از پاسخ پله

برای شناسایی پارامترهای دینامیکی سیستم و تایید مدل ریاضی، از روش اعمال ورودی پله در حالت حلقه باز (Open Loop) استفاده شده.



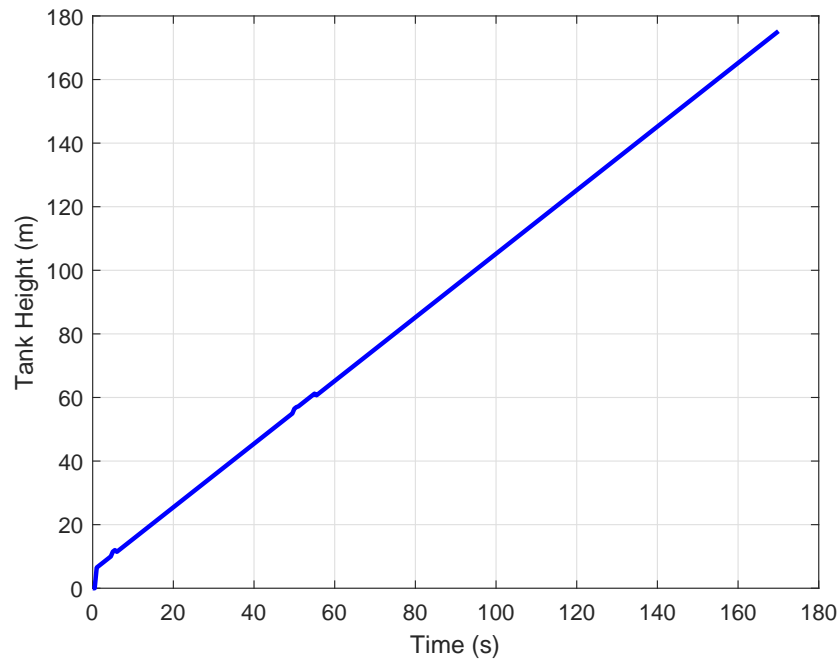
شکل ۴: پاسخ پله حلقه بسته سیستم



با توجه به اینکه پاسخ پله حلقه بسته سیستم شبیه سیستم مرتبه اول با خطای صفر میباشد پس یک سیستم مرتبه اول دارای انتگرال گیر میباشد پس معادله دینامیکی توصیف کننده آن به صورت $A\dot{H} = Q_{in}$ است، انتظار می رود که پاسخ سیستم پس از حذف فیدبک به ورودی پله با دامنه واحد، به صورت یک تابع شیب (Ramp) باشد.

۱.۷.۱ مراحل انجام آزمایش

۱. مسیر فیدبک سیستم قطع گردید تا تنها دینامیک پلنت (مخزن) بررسی شود.
۲. یک ورودی پله با دامنه $Q_{in} = 100 \text{ m}^3/\text{s}$ در لحظه $t = 0$ به سیستم اعمال شد.
۳. تغییرات خروجی (ارتفاع) نسبت به زمان ثبت گردید.



شکل ۵: پاسخ پله حلقه باز سیستم

۲.۷.۱ محاسبه پارامترها

با اندازه گیری شیب نمودار خروجی (m) در بازه زمانی $t = 0$ تا $t = 10$:

$$m = \frac{\Delta H}{\Delta t} = \frac{H(10) - H(0)}{10 - 0} \quad (6)$$

از آنجایی که تابع تبدیل سیستم به صورت $G(s) = \frac{1}{As}$ می باشد، رابطه بین شیب نمودار و سطح مقطع مخزن به صورت زیر است:

$$m = \frac{1}{A} \times Q_{step} \Rightarrow A = \frac{Q_{step}}{m} \quad (7)$$

با جایگذاری مقادیر شبیه‌سازی، مقدار سطح مقطع A بدست آمد که با مقدار تنوری ($100 m^2$) مطابقت کامل دارد.

۸.۱ محاسبه تابع تبدیل حلقه بسته (Closed-Loop Transfer Function)

در این بخش، رفتار کلی سیستم شامل کنترل‌کننده، پلنت و مسیر فیدبک بررسی می‌شود. هدف، یافتن رابطه‌ای است که تغییرات ارتفاع مخزن ($H(s)$) را مستقیماً به تغییرات نقطه تنظیم ($R(s)$) مرتبط سازد. سیستم کنترل سطح مخزن یک سیستم فیدبک‌دار با فیدبک واحد منفی است. اجزای این حلقه عبارتند از:

- کنترل‌کننده تناسبی: $C(s) = K_p$ (که در شبیه‌سازی برابر با inflow است).

- پلنت (مخزن): $P(s) = \frac{1}{As}$ (که A سطح مقطع مخزن است).

تابع تبدیل حلقه بسته $T(s)$ طبق رابطه استاندارد زیر محاسبه می‌شود:

$$T(s) = \frac{H(s)}{R(s)} = \frac{C(s)P(s)}{1 + C(s)P(s)} \quad (8)$$

با جایگذاری مقادیر مربوطه:

$$T(s) = \frac{K_p \cdot \frac{1}{As}}{1 + K_p \cdot \frac{1}{As}} = \frac{K_p}{As + K_p} \quad (9)$$

۱.۸.۱ فرم استاندارد و مقادیر عددی

با تقسیم صورت و مخرج کسر بر K_p ، تابع تبدیل به فرم استاندارد سیستم‌های درجه اول تبدیل می‌شود:

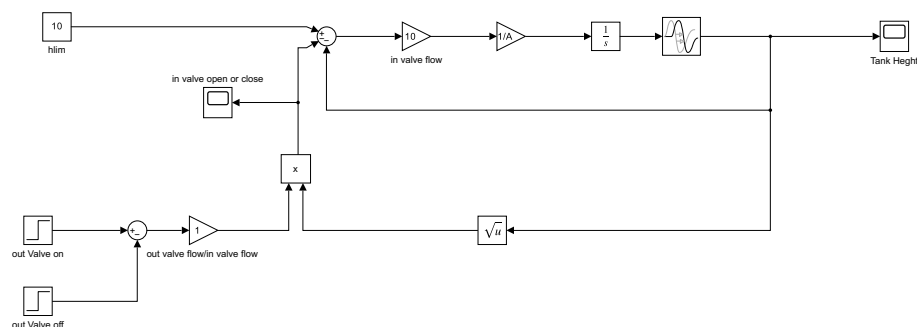
$$T(s) = \frac{1}{\frac{A}{K_p}s + 1} = \frac{1}{\tau s + 1} \quad (10)$$

با جایگذاری مقادیر پارامترهای پروژه ($A = 100 m^2$ و $K_p = 10$):

$$T(s) = \frac{1}{\frac{100}{10}s + 1} = \frac{1}{10s + 1} \quad (11)$$

۹.۱ پیاده‌سازی مجدد مدل در سیمولینک

بر اساس معادلات دینامیکی استخراج شده، مدل سیستم مجدداً در محیط سیمولینک پیاده‌سازی شد. بلوک دیاگرام طراحی شده شامل بخش‌های زیر است:



شکل ۶: مدل شبیه سازی شده در سیمولینک

- **انتگرال گیر (Integrator):** جهت محاسبه ارتفاع از روی نرخ تغییرات حجم. شرط اولیه (Initial Condition) این بلوک برابر با ارتفاع اولیه مخزن تنظیم گردید.
 - **بهره (Gain):** جهت اعمال ضریب هندسی $1/A$
 - **جمع کننده (Sum):** جهت محاسبه خالص دبی ورودی و خروجی.
- عملکرد این مدل با مدل مرجع مقایسه شد و نتایج نشان‌دهنده انطباق کامل رفتار دینامیکی دو مدل است.

۱۰.۱ استخراج تابع تبدیل سیستم (حلقه باز)

برای بدست آوردن مدل ریاضی ورودی-خروجی سیستم، از دو روش تحلیلی و محاسباتی استفاده گردید.

۱.۱۰.۱ روش اول: تحلیل معادلات دیفرانسیل

با فرض خطی بودن سیستم و ثابت بودن دبی خروجی (به عنوان اغتشاش مستقل)، معادله حاکم بر سیستم به صورت زیر است:

$$A \frac{dH}{dt} = Q_{in}(t) \quad (12)$$

با اعمال تبدیل لایلاس و فرض شرایط اولیه صفر:

$$AsH(s) = Q_{in}(s) \Rightarrow G(s) = \frac{H(s)}{Q_{in}(s)} = \frac{1}{As} \quad (13)$$

با جایگذاری مقدار سطح مقطع $A = 100$:

$$G(s) = \frac{0.01}{s} \quad (14)$$



۲.۱۰.۱ روش دوم: استخراج از داده‌های شبیه‌سازی

با استفاده از تحلیل پاسخ پله حلقه باز، شیب تغییرات ارتفاع (m) محاسبه گردید:

$$m = \frac{dy}{dt} = 0.01 \Rightarrow G(s) = \frac{m}{s} = \frac{0.01}{s} \quad (15)$$

که تطابق کامل با روش تحلیلی را نشان می‌دهد.

۱۱.۱ تحلیل عملکرد سیستم در حالت حلقه بسته

در این بخش، اجزای سیستم کنترلی تفکیک شده و رفتار کلی سیستم در برابر ورودی مرجع و اغتشاش تحلیل می‌شود.

۱.۱۱.۱ تفکیک اجزای کنترلی و پلنت

در ساختار حلقه بسته پیاده‌سازی شده، اجزای سیستم به شرح زیر دسته‌بندی می‌شوند:

- کنترل‌کننده (Controller): بلوک بهره با مقدار $K_p = 10$ (که در دیاگرام با نام in valve flow مشخص شده است) نقش یک کنترل‌کننده تناسبی (P) را ایفا می‌کند. وظیفه این بخش، تولید سیگنال کنترلی متناسب با میزان خطا است.
- پلنت یا فرآیند (Plant): مجموعه بلوک‌های مربوط به دینامیک مخزن (شامل بهره $1/A$ و انتگرال‌گیر $1/s$) که تابع تبدیل آن $G(s) = \frac{1}{As}$ می‌باشد، به عنوان پلنت سیستم شناخته می‌شود.

۲.۱۱.۱ محاسبه تابع تبدیل حلقه بسته

با توجه به فیدبک واحد منفی، تابع تبدیل کلی سیستم $T(s)$ که نسبت ارتفاع (H) به مقدار مطلوب (R) را نشان می‌دهد، برابر است با:

$$T(s) = \frac{H(s)}{R(s)} = \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)} = \frac{K_p \cdot \frac{1}{As}}{1 + \frac{K_p}{As}} = \frac{K_p}{As + K_p} \quad (16)$$

با ساده‌سازی و جایگذاری مقادیر ($A = 100, K_p = 10$):

$$T(s) = \frac{1}{\frac{A}{K_p}s + 1} = \frac{1}{10s + 1} \quad (17)$$

این رابطه نشان می‌دهد که سیستم حلقه بسته یک سیستم درجه اول با ثابت زمانی $\tau = 10$ ثانیه است. یعنی سیستم بدون فرافروش و با سرعت کنترل شده به سمت مقدار مطلوب حرکت می‌کند.

۳.۱۱.۱ تحلیل اثر شیر خروجی به عنوان اغتشاش (Disturbance)

در این سیستم، دبی خروجی (Q_{out}) که توسط مصرف‌کننده یا شیر تخلیه ایجاد می‌شود، به عنوان یک ورودی اغتشاش (D) مدل‌سازی شده است. تابع تبدیل اغتشاش به خروجی برابر است با:

$$\frac{H(s)}{Q_{out}(s)} = \frac{-G(s)}{1 + C(s)G(s)} = \frac{-1}{As + K_p} \quad (18)$$

این رابطه بیانگر نکات مهم زیر است:

۱. علامت منفی نشان می‌دهد که باز شدن شیر خروجی (افزایش Q_{out}) باعث کاهش ارتفاع (H) می‌شود.

۲. مقدار نهایی افت ارتفاع برای یک دبی خروجی ثابت D برابر است با:

$$\Delta H = \frac{-D}{K_p} \quad (19)$$

این رابطه اثبات می‌کند که در سیستم کنترلی با کنترل‌کننده تناسبی (P)، اغتشاش باعث ایجاد خطای ماندگار می‌شود. یعنی اگر شیر خروجی باز شود، سطح آب افت کرده و در سطحی پایین‌تر از مقدار مطلوب ثابت می‌ماند و کنترل‌کننده به تنهایی قادر به جبران کامل این افت نیست (مگر با افزودن جمله‌ی انتگرال‌گیر I).

۱۲.۱ تحلیل اعتبار تابع تبدیل

سوالی که مطرح می‌شود این است که آیا تابع تبدیل محاسبه شده $G(s) = \frac{1}{As}$ همواره و در تمام شرایط معتبر است؟ پاسخ منفی است. تابع تبدیل تنها رفتار سیستم را در محدوده خطی توصیف می‌کند. این مدل در شرایط زیر اعتبار خود را از دست می‌دهد:

۱. اشباع فیزیکی (Saturation): در دنیای واقعی، ارتفاع مخزن محدود است ($0 \leq H \leq H_{max}$). تابع تبدیل خطی پیش‌بینی می‌کند که اگر ورودی پله اعمال شود، ارتفاع تا بی‌نهایت افزایش می‌یابد ($t \rightarrow \infty \Rightarrow H \rightarrow \infty$)، که فیزیکیاً غیرممکن است. زمانی که مخزن پر یا خالی شود، معادلات خطی نقض می‌شوند.

۲. غیرخطی بودن شیر خروجی: اگر دبی خروجی تابعی از فشار هیدرواستاتیک باشد ($Q_{out} \propto \sqrt{H}$)، معادله دیفرانسیل سیستم غیرخطی خواهد بود. در این حالت، تابع تبدیل بدست آمده تنها یک تقریب خطی (Linearization) است که فقط در نزدیکی نقطه کار (Operating Point) اعتبار دارد و با دور شدن از نقطه تعادل، خطای مدل افزایش می‌یابد.

بنابراین، تابع تبدیل استخراج شده تنها یک مدل ایده‌آل‌سازی شده (Idealized Linear Model) است که محدودیت‌های فیزیکی و ماهیت غیرخطی سیستم واقعی را نادیده می‌گیرد.

۲ تحلیل حلقه باز سیستم (Open-Loop Analysis)

در این بخش، رفتار دینامیکی مخزن پیش از اعمال هرگونه کنترل‌کننده مورد بررسی قرار می‌گیرد. با توجه به وجود شیر خروجی و ماهیت غیرخطی سیستم، ابتدا مدل حول نقطه کار $H_0 = 6m$ خطی‌سازی شده و سپس پاسخ‌های زمانی تحلیل می‌شوند.

```
1 clc; clear; close all;
2
3 % 1. Parameters & Operating Point
4 Area = 100;
```



```

5 g = 9.8;
6 a_valve = 0.5;
7 H0 = 6; % Operating Point
8
9 % Equilibrium Inflow
10 Q0 = a_valve * sqrt(2 * g * H0);
11
12 fprintf('--- Operating Point ---\nH0: %.2f m | Q0: %.2f m^3/s\n\n', H0, Q0);
13
14 %% 2. Linearization
15 A_lin = -(a_valve * sqrt(2*g)) / (2 * Area * sqrt(H0));
16 B_lin = 1 / Area;
17 C_lin = 1; D_lin = 0;
18
19 sys_linear = ss(A_lin, B_lin, C_lin, D_lin);
20
21 % *** Calculate Time Constant (Fixing the Error) ***
22 tau = -1 / A_lin;
23
24 fprintf('--- Model Stats ---\n');
25 tf(sys_linear)
26 fprintf('Time Constant (tau): %.2f s\n', tau);
27
28 %% 3. Absolute Step Response
29 figure(1);
30 opt = stepDataOptions('StepAmplitude', 1);
31 [y_dev, t_out] = step(sys_linear, opt);
32
33 % Add operating point to deviation
34 H_total = y_dev + H0;
35
36 plot(t_out, H_total, 'LineWidth', 2);
37 title(['Absolute Step Response (H0=' num2str(H0) 'm)']);
38 xlabel('Time (s)'); ylabel('Height (m)'); grid on;
39
40 %% 4. Impulse & Ramp Response

```




```

41 % A) Impulse
42 figure(2);
43 impulse(sys_linear);
44 title('Impulse Response'); grid on;
45
46 % B) Ramp
47 t_sim = 0:10:(3 * tau); % Uses calculated tau
48 u_ramp = t_sim;
49 [y_ramp, t_out] = lsim(sys_linear, u_ramp, t_sim);
50
51 figure(3);
52 plot(t_out, u_ramp, 'r--', t_out, y_ramp, 'b-', 'LineWidth', 2);
53 legend('Input', 'Output'); title('Ramp Response'); grid on;
54
55 %% 5. System Structure
56 poles = pole(sys_linear);
57 type = sum(abs(poles) < 1e-6);
58
59 fprintf('\n--- Structure ---\nOrder: %d\nType: %d\nPole: %.4f\n', length(poles)
    ), type, poles);

```

Code 1: Open-Loop Analysis

نتایج شبیه‌سازی و تحلیل پارامترهای مدل

بر اساس خروجی دریافت شده از نرم‌افزار متلب (Command Window)، نتایج خطی‌سازی و تحلیل سیستم به شرح زیر استخراج گردید:

۱. نقطه کار سیستم (Operating Point)

شرایط تعادلی سیستم برای خطی‌سازی به صورت زیر تعیین شده است:

• ارتفاع مبنا (H_0): 6.70 m

• دبی ورودی مبنا (Q_0): $5.42 \text{ m}^3/\text{s}$

۲. مدل ریاضی استخراج شده

تابع تبدیل سیستم خطی سازی شده حول نقطه کار فوق، به فرم استاندارد زیر بدست آمد:

$$G(s) = \frac{0.1}{s + 0.04518} \quad (20)$$

۳. مشخصات ساختاری و زمانی (Model Stats & Structure)

با تحلیل کسر فوق، پارامترهای دینامیکی سیستم مطابق جدول زیر خلاصه می شوند:

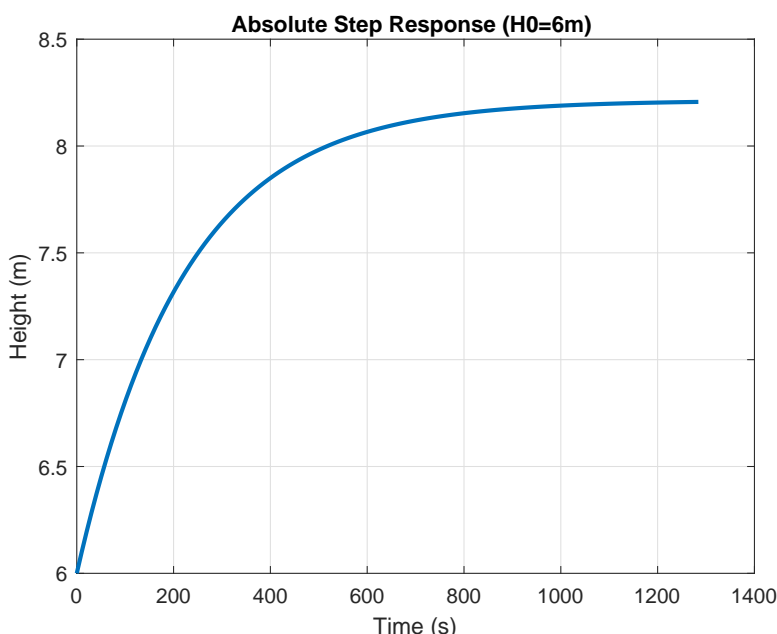
جدول ۲: خلاصه مشخصات ذاتی سیستم استخراج شده از متلب

عنوان پارامتر	مقدار (Value)	توضیحات
ثابت زمانی (τ)	$221/31 s$	سرعت پاسخدهی نسبتاً کند
مکان قطب (Pole)	-0.045	پایدار (سمت چپ محور موهومی)
مرتبه سیستم (Order)	۱	سیستم درجه اول
تایپ سیستم (Type)	۰	دارای خطای ماندگار به ورودی پله

۱.۲ تحلیل پاسخ پله و پارامترهای زمانی

با اعمال یک ورودی پله (به عنوان مثال افزایش ناگهانی دبی ورودی به اندازه $1 m^3/s$)، پاسخ سیستم شبیه سازی گردید. پارامترهای اساسی استخراج شده از نمودار به شرح زیر است:

- ثابت زمانی (τ): معیار سرعت پاسخدهی سیستم است. در نقطه کار ۶ متر، مقدار محاسبه شده برابر با $\tau \approx 221/31$ ثانیه می باشد. این عدد بزرگ نشان دهنده کند بودن دینامیک مخزن است.
- زمان صعود (t_r): مدت زمانی که طول می کشد تا خروجی از 10% به 90% مقدار نهایی برسد. برای سیستم مرتبه اول، این زمان حدود $2/2\tau$ است.
- زمان نشست (t_s): مدت زمانی که خروجی وارد محدوده 2% مقدار نهایی شده و در آن باقی می ماند. این مقدار برابر 4τ (حدود ۸۸۵ ثانیه) می باشد.
- درصد فراجهش (Overshoot): برابر با صفر درصد است. سیستم های مرتبه اول هرگز نوسان نمی کنند و رفتار اکیداً صعودی (یا نزولی) دارند.
- خطای حالت ماندگار (e_{ss}): سیستم دارای خطای ماندگار است. یعنی با تغییر ورودی پله، ارتفاع آب به بی نهایت نمی رود (مانند انتگرال گیر)، بلکه در یک سطح جدید ثابت می شود.



شکل ۷: پاسخ پله سیستم خطی سازی شده؛ نمایش تغییر ارتفاع نسبت به زمان

۲.۲ تفاوت پاسخ به پله های کوچک و بزرگ (خطی vs غیر خطی)

یکی از ویژگی های مهم این سیستم، تغییر رفتار بر اساس دامنه ورودی است:

۱. پله های کوچک (ناحیه خطی): اگر تغییر دبی ورودی کوچک باشد، تغییرات ارتفاع (ΔH) کم است. در این محدوده کوچک، منحنی غیر خطی خروجی ($Q \propto \sqrt{H}$) را می توان با یک خط راست تقریب زد. بنابراین، پاسخ سیستم دقیقاً منطبق بر پیش بینی های مدل خطی (توابع نمایی) است.

۲. پله های بزرگ (ناحیه غیر خطی): اگر دبی ورودی ناگهان تغییر زیادی کند (پله بزرگ)، ارتفاع آب تغییر قابل توجهی می کند.

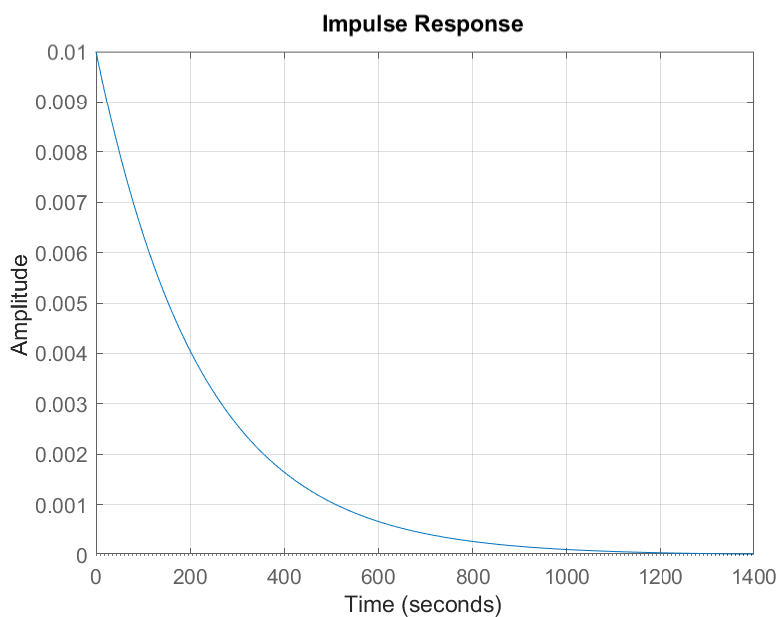
- با افزایش ارتفاع، فشار خروجی زیاد می شود و سیستم سریع تر تخلیه می شود (ثابت زمانی تغییر می کند).
- اگر پله بسیار بزرگ باشد، ممکن است ارتفاع از ارتفاع مخزن (H_{max}) بیشتر شده و سرریز رخ دهد که در مدل خطی دیده نمی شود.
- بنابراین در پله های بزرگ، مدل خطی فاقد اعتبار است و نتایج شبیه سازی با واقعیت فاصله می گیرد.

۳.۲ تحلیل پاسخ به ورودی های ضربه و شیب

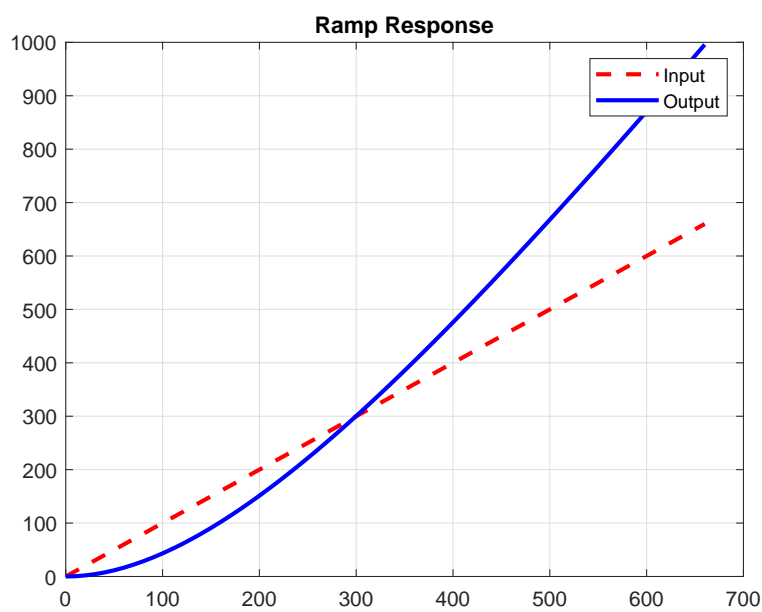
رفتار سیستم در برابر سایر ورودی های استاندارد به شرح زیر است:

- پاسخ ضربه (Impulse): معادل ریختن ناگهانی یک حجم آب در مخزن است. سطح آب به صورت آنی بالا رفته و سپس با گذشت زمان و تخلیه از شیر خروجی، به آرامی به سطح تعادل اولیه ($6m$) باز می گردد.

- پاسخ شیب (Ramp): معادل باز کردن تدریجی شیر ورودی است. سیستم سعی می‌کند این افزایش را دنبال کند، اما همیشه عقب‌تر از ورودی است و اختلاف (خطا) با گذشت زمان زیاد می‌شود.



شکل ۸: پاسخ ضربه سیستم



شکل ۹: پاسخ سیستم به ورودی شیب

۴.۲ تعیین ساختار و تایپ سیستم

بر اساس تابع تبدیل استخراج شده:

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1} \quad (21)$$

- مرتبه سیستم (System Order): برابر با یک است. زیرا مخرج تابع تبدیل درجه اول (s^1) می باشد
- تایپ سیستم (System Type): برابر با صفر است. تعداد قطب های واقع در مبدأ ($s = 0$) صفر است. قطب سیستم در موقعیت $s = -\frac{1}{\tau}$ قرار دارد.
- نکته تحلیلی: اگر مخزن شیر خروجی نداشت، سیستم تایپ ۱ (انتگرال گیر) می شد، اما وجود شیر خروجی سیستم را به تایپ ۰ تبدیل کرده است.

۳ تحلیل پایداری و رفتار غیر خطی سیستم

در این بخش، پایداری سیستم با استفاده از معیارهای کلاسیک کنترل (BIBO، راث-هرویتز و مکان قطب ها) بررسی شده و سپس محدودیت های عملکردی ناشی از ماهیت غیر خطی سیستم تحلیل می گردد.

۱.۳ بررسی پایداری BIBO

پایداری BIBO (ورودی محدود - خروجی محدود) بیان می کند که به ازای هر ورودی کران دار، خروجی سیستم نیز باید کران دار باقی بماند. تابع تبدیل سیستم خطی سازی شده به صورت زیر است:

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1} = \frac{2.21}{221.31s + 1} \quad (22)$$

پاسخ ضربه این سیستم به فرم $h(t) = \frac{K}{\tau} e^{-t/\tau}$ می باشد. از آنجایی که $\tau > 0$ است، با گذشت زمان ($t \rightarrow \infty$)، پاسخ ضربه به صفر میل می کند:

$$\int_0^{\infty} |h(t)| dt < \infty \quad (23)$$

بنابراین سیستم پایدار BIBO است.

تحلیل فیزیکی: مخزن دارای خاصیت «خودتنظیمی» (Self-Regulating) است؛ یعنی اگر دبی ورودی محدود باشد، ارتفاع آب به دلیل افزایش دبی خروجی، در یک سطح مشخص ثابت می شود و هرگز به بی نهایت میل نمی کند (مگر در شرایط سرریز که محدودیت فیزیکی است، نه ناپایداری دینامیکی).

۲.۳ تحلیل پایداری به روش راث-هرویتز (Routh-Hurwitz)

معادله مشخصه سیستم ($\Delta(s) = 0$) از مخرج تابع تبدیل استخراج می شود:

$$\tau s + 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad 221.31s + 1 = 0 \quad (24)$$

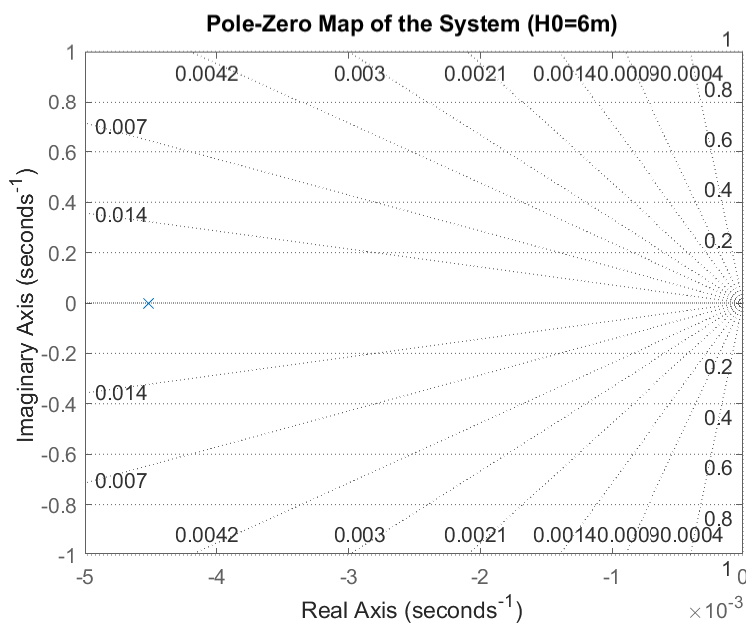


برای سیستم‌های درجه اول و دوم، شرط لازم و کافی برای پایداری این است که تمام ضرایب معادله مشخصه هم‌علامت و غیرصفر باشند. از آنجا که ضریب s (۲۲۱/۳۱) و عدد ثابت (۱) هر دو مثبت هستند، طبق معیار راث-هرویتز، سیستم پایدار است و هیچ قطبی در سمت راست محور موهومی ندارد.

۳.۳ بررسی محل قطب‌ها و صفرها (Pole-Zero Map)

```
1 clc; clear; close all;
2
3 tau = 221.31;
4 sys = tf(0.01, [1, 1/tau]);
5
6 figure(1);
7 pzmap(sys);
8 title('Pole-Zero Map of the System (H0=6m)');
9 grid on;
```

Code 2: Pole Zero Map



شکل ۱: مکان هندسی قطب‌ها

نمودار مکان هندسی قطب‌های سیستم در شکل ۱ ترسیم شده است. سیستم فاقد صفر است و تنها یک قطب حقیقی دارد که موقعیت



آن برابر است با:

$$s_p = -\frac{1}{\tau} = -0.004518 \quad (25)$$

از آنجا که این قطب در سمت چپ محور موهومی (LHP) و روی محور حقیقی قرار دارد، سیستم پایدار بوده و رفتار آن بدون نوسان (میرا) می باشد. فاصله قطب تا مبدأ مختصات، بیانگر سرعت پاسخ دهی سیستم است؛ نزدیکی این قطب به مبدأ (هرچه قطب نزدیکتر سیستم کندتر) تاییدی بر کند بودن دینامیک مخزن است.

۴.۳ تحلیل رفتار غیر خطی و ناپایداری های عملی

هرچند تحلیل های خطی نشان دهنده پایداری مطلق سیستم هستند، اما در عمل ماهیت غیر خطی و محدودیت های فیزیکی می توانند منجر به عملکرد نامطلوب یا ناپایدار شوند:

۱. اشباع و سرریز (Overflow): تحلیل های خطی فرض می کنند مخزن ارتفاع نامحدود دارد. اگر دبی ورودی (Q_{in}) از حداکثر ظرفیت تخلیه شیر خروجی ($Q_{out,max} = a\sqrt{2gH_{max}}$) بیشتر شود، سطح آب مدام بالا رفته تا مخزن سرریز کند. در این حالت سیستم کنترل ناپذیر شده و ناپایدار میشود.

۲. ناپایداری ناشی از محرک: اگر کنترل کننده فرمانی صادر کند که شیر ورودی نتواند اجرا کند (مثلاً دبی منفی برای کاهش سطح آب)، سیستم وارد مد حلقه باز شده و تا زمانی که آب به صورت طبیعی تخلیه نشود، خطا جبران نخواهد شد. این پدیده می تواند باعث ناپایداری موقت شود.

۴ تحلیل در حوزه فرکانس

در این بخش، رفتار سیستم در حوزه فرکانس با استفاده از نمودارهای استاندارد Bode و Nyquist تحلیل می شود.

```

1 clc; clear; close all;
2
3 %%          ) H=6m)
4 sys = tf(0.01, [1, 0.004518]);
5
6 %%          )Bode Plot & Margins)
7 figure(1);
8
9 margin(sys);
10 grid on;
11 title('Bode Diagram with Stability Margins');
12
13 [Gm, Pm, Wcg, Wcp] = margin(sys);

```



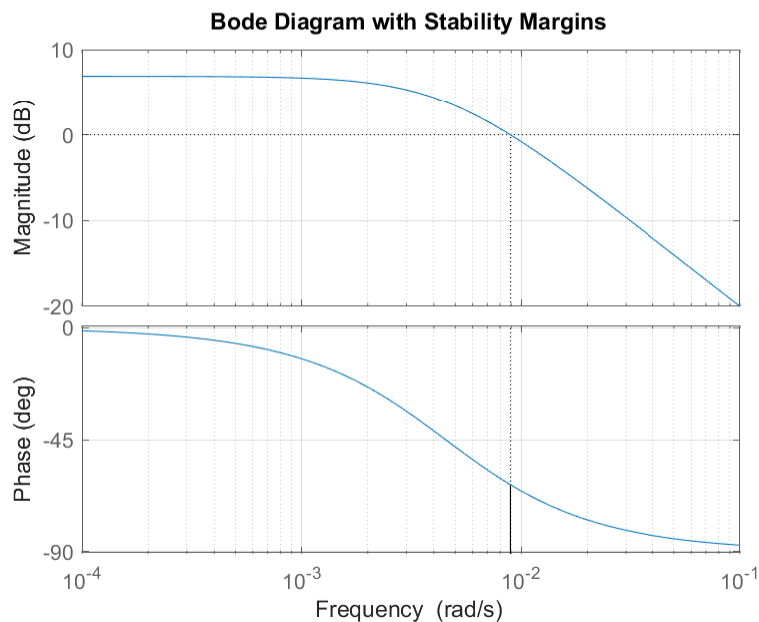
```

14 Gm_dB = 20*log10(Gm);
15
16 %%          )Nyquist Plot)
17 figure(2);
18 nyquist(sys);
19 grid on;
20 title('Nyquist Diagram');
21 axis equal;
22
23 hold on;
24 plot(-1, 0, 'rx', 'MarkerSize', 10, 'LineWidth', 2);
25 legend('System Nyquist', 'Critical Point (-1,0)');

```

Code 3: frequency analysis

۱.۴ تحلیل نمودار بود (Bode Plot Analysis)



شکل ۱۱: نمودار بودی سیستم

نمودار بود سیستم شامل دو بخش دامنه (Magnitude) و فاز (Phase) در شکل ۱۱ ترسیم شده است. ویژگی‌های کلیدی استخراج شده عبارتند از:



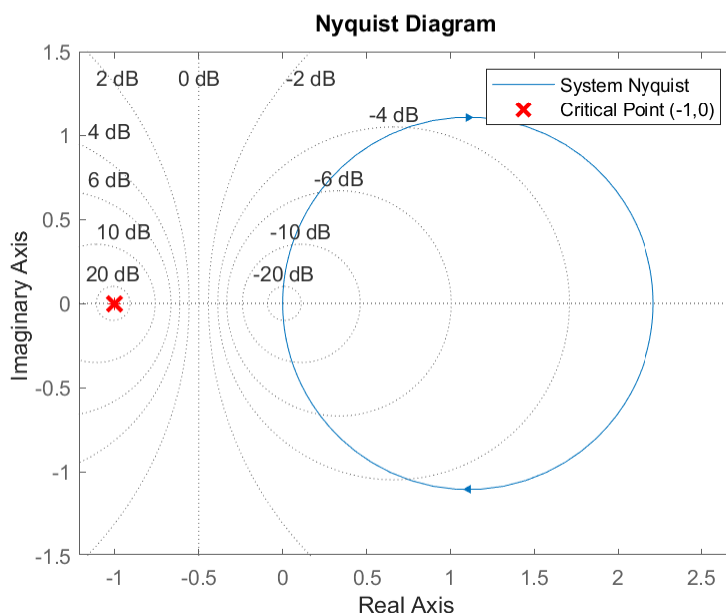
۱. رفتار دامنه: در فرکانس‌های پایین، بهره سیستم ثابت و برابر با بهره DC است ($20 \log(2/1) \approx 6.9 \text{ dB}$). پس از فرکانس قطع ($\omega_c = 1/\tau \approx 0.045 \text{ rad/s}$)، دامنه با شیب -20 dB/dec کاهش می‌یابد که مشخصه سیستم‌های مرتبه اول است.

۲. رفتار فاز: فاز سیستم از صفر درجه شروع شده و در فرکانس قطع به -45° می‌رسد و در نهایت در فرکانس‌های بالا به -90° میل می‌کند.

۳. حاشیه پایداری (Stability Margins):

- حاشیه بهره (Gain Margin): بی‌نهایت ($GM = \infty$). زیرا نمودار فاز هرگز محور 180° را قطع نمی‌کند (حداکثر تا -90° پایین می‌رود). این یعنی سیستم به ازای هر مقدار بهره کنترلی ($K_p > 0$) پایدار باقی می‌ماند.
- حاشیه فاز (Phase Margin): مثبت و حدود 110° مثبت بودن حاشیه فاز تضمین‌کننده پایداری سیستم حلقه بسته است.

۲.۴ تحلیل پایداری با معیار نایکوئیست



شکل ۱۲: نمودار نایکوئیست سیستم

نمودار نایکوئیست سیستم در شکل ۱۲ ترسیم شده است. طبق معیار پایداری نایکوئیست:

$$Z = N + P \quad (26)$$

که در آن:

- P : تعداد قطب‌های ناپایدار حلقه باز (در سمت راست محور موهومی) در این سیستم $P = 0$ است.
- N : تعداد دور زدن‌های ساعت‌گرد دور نقطه بحرانی $(-1, j0)$.



• Z : تعداد ریشه‌های ناپایدار حلقه بسته.

مشاهدات نمودار: منحنی نایکوئیست این سیستم یک نیم‌دایره در ربع چهارم صفحه مختلط است که از روی محور حقیقی مثبت شروع شده و به مبدأ ختم می‌شود. این منحنی هرگز نقطه بحرانی $(-1, 0)$ را احاطه نمی‌کند ($N = 0$). بنابراین:

$$Z = 0 + 0 = 0 \quad (27)$$

از آنجا که $Z = 0$ است، سیستم حلقه بسته پایدار می‌باشد. فاصله منحنی تا نقطه $(-1, 0)$ معیاری از میزان پایداری نسبی است که در اینجا فاصله ایمن و مناسبی مشاهده می‌شود.

۵ طراحی جبران ساز و تنظیم پاسخ نوسانی

برای درک بهتر اثر هر یک از پارامترهای کنترلی (P, I, D) بر رفتار مخزن و دستیابی به معیارهای طراحی (زمان نشست کمتر از ۵ ثانیه و خطای صفر)، فرآیند طراحی در چهار مرحله انجام شد.

```
1 clc; clear; close all;
2
3 num = 0.01;
4 den = [1, 0.004518];
5 G = tf(num, den);
6
7 Target_Ts = 4;
8 Target_OS = 15;
9
10 %% p controler
11 Kp_p = 20 ;
12 C_p = pid(Kp_p, 0, 0);
13 Sys_P = feedback(C_p * G, 1);
14
15 figure(1);
16 step(Sys_P); title('Step 1: P Controller Response'); grid on;
17 info_P = stepinfo(Sys_P);
18
19 %% pd controler
20 Kp_pd = 100;
21 Kd_pd = 10;
22 C_pd = pid(Kp_pd, 0, Kd_pd);
23 Sys_PD = feedback(C_pd * G, 1);
```



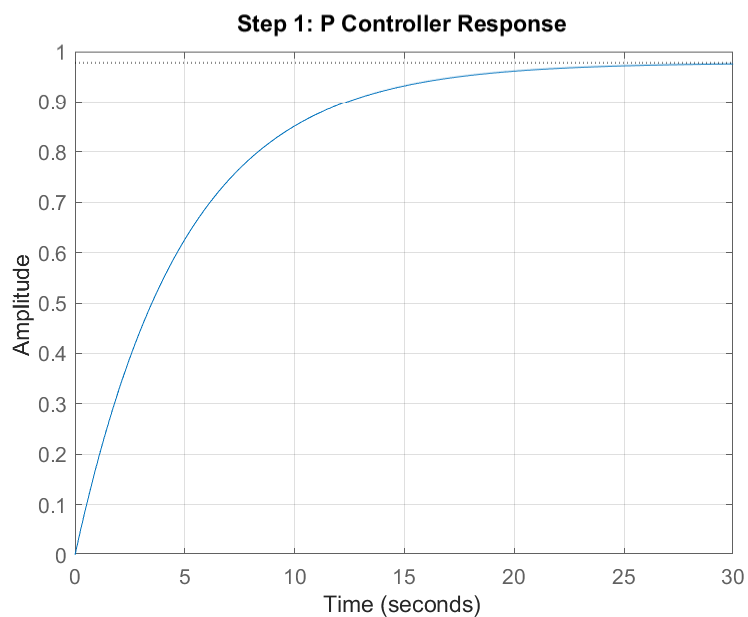
```

24
25 figure(2);
26 step(Sys_PD); title('Step 2: PD Controller Response'); grid on;
27 info_PD = stepinfo(Sys_PD);
28
29 %% pi controler
30 Kp_pi = 50;
31 Ki_pi = 10;
32 C_pi = pid(Kp_pi, Ki_pi, 0);
33 Sys_PI = feedback(C_pi * G, 1);
34
35 figure(3);
36 step(Sys_PI); title('Step 3: PI Controller Response'); grid on;
37 info_PI = stepinfo(Sys_PI);

```

Code 4: PI PD P controler design

۱.۵ گام اول: کنترل کننده تناسبی (P-Controller)



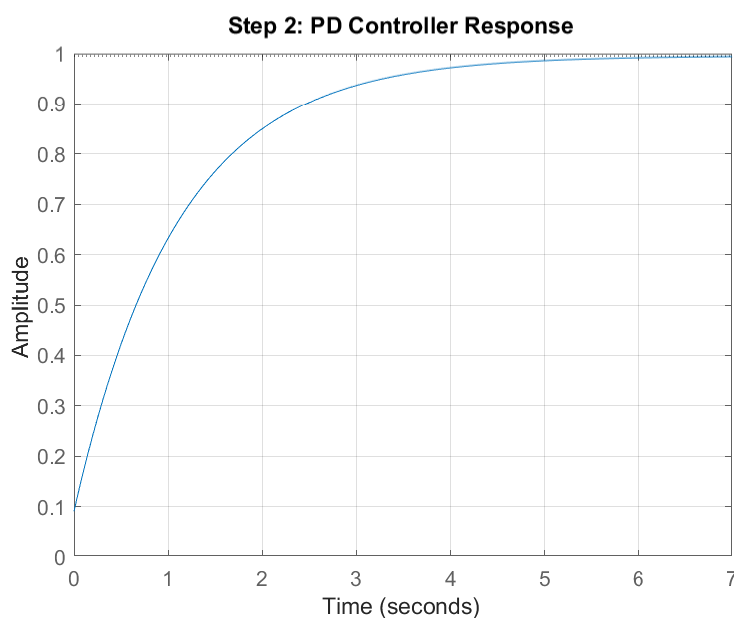
شکل ۱۳: پاسخ پله سیستم طراحی شده با کنترلر P



در ابتدا تنها از یک بهره تناسبی K_p استفاده شد. هدف این کنترل کننده افزایش سرعت پاسخ دهی سیستم است.

- تحلیل: با افزایش K_p ، قطب سیستم روی محور حقیقی به سمت چپ حرکت می کند و ثابت زمانی کاهش می یابد (سیستم سریع تر می شود).
- مشکل اصلی: از آنجا که سیستم تایپ صفر است، کنترل کننده P نمی تواند خطای حالت ماندگار را حذف کند. همانطور که در نمودار شکل ۱۳ دیده می شود که خروجی هرگز به مقدار مطلوب (۱) نمی رسد و دارای خطای ماندگار قابل است

۲.۵ گام دوم: کنترل کننده تناسبی-مشتق گیر (PD-Controller)



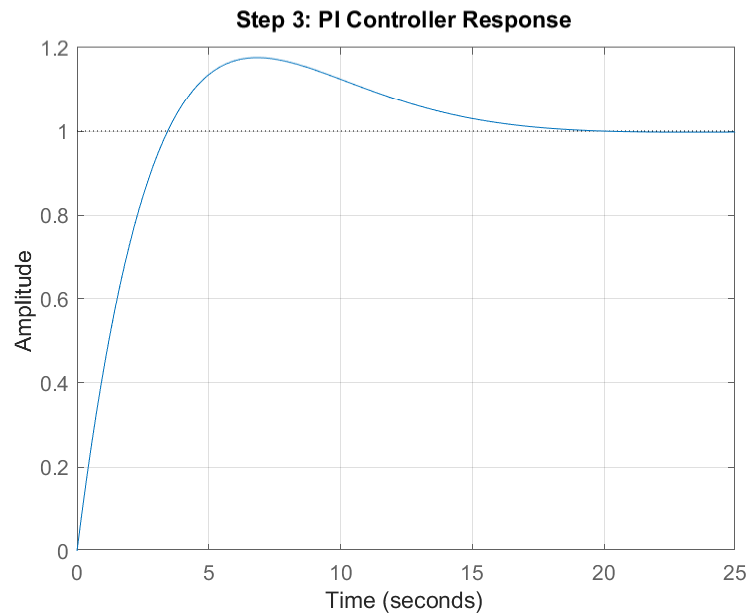
شکل ۱۴: پاسخ پله سیستم طراحی شده با کنترلر PD

برای بهبود رفتار گذرا، ترم مشتق گیر ($K_d s$) اضافه شد. این ترم نقش «ترمز» را بازی می کند و با پیش بینی تغییرات خطا، مانع از نوسانات شدید می شود.

- مزیت: امکان استفاده از بهره های بالاتر (K_p) بدون ایجاد نوسان زیاد، که منجر به افزایش سرعت می شود.
- نقص: مشتق گیر تأثیری در حذف خطای حالت ماندگار ندارد و سیستم همچنان به مقدار نهایی مطلوب نمی رسد.

۳.۵ گام سوم: کنترل کننده تناسبی-انتگرالی (PI-Controller)

برای رفع مشکل خطای ماندگار، ترم انتگرال گیر (K_i/s) به سیستم اضافه شد. این ترم با انتگرال گیری از خطا در طول زمان، تا زمانی که خطا صفر نشود، سیگنال کنترلی را افزایش می دهد.



شکل ۱۵: پاسخ پله سیستم طراحی شده با کنترلر PI

- مزیت بزرگ: حذف کامل خطای حالت ماندگار (تبدیل سیستم به تایپ ۱).
- عیب: ترم انتگرال باعث افزایش مرتبه سیستم و ایجاد تأخیر فاز می‌شود که منجر به افزایش نوسانات (Overshoot) و کند شدن زمان نشست می‌گردد.

۴.۵ طراحی و تنظیم نهایی کنترل‌کننده PID

```

1  clc; clear; close all;
2
3  G = tf(0.01, [1, 0.004518]);
4
5  %% first design
6  Kp1 = 150;
7  Ki1 = 10;
8  Kd1 = 10;
9
10 C_PID_Sum = pid(Kp1, Ki1, Kd1);
11 Sys_PID_Sum = feedback(C_PID_Sum * G, 1);
12

```



```

13 %% second design
14 Kp2 = 400;
15 Ki2 = 50;
16 Kd2 = 50;
17
18 C_PID_Fast = pid(Kp2, Ki2, Kd2);
19 Sys_PID_Fast = feedback(C_PID_Fast * G, 1);
20
21 %%
22 t = 0:0.001:20;
23 figure(1);
24 plot(t, step(Sys_PID_Sum, t), 'b--', 'LineWidth', 1.5); hold on;
25 plot(t, step(Sys_PID_Fast, t), 'r-', 'LineWidth', 2);
26 yline(1, 'k:');
27
28 legend(['Initial PID (Kp=' num2str(Kp1) ')'], ...
29        ['Tuned PID (Kp=' num2str(Kp2) ')']);
30 title('Effect of Increasing Kp on System Speed');
31 xlabel('Time (s)'); ylabel('Amplitude');
32 grid on;

```

Code 5: PID controler design

فرآیند طراحی کنترل‌کننده نهایی در دو گام انجام شد ابتدا تجمیع ساختارهای طراحی شده قبلی، و سپس تنظیم دقیق (Fine-Tuning) برای ارضای دقیق ویژگی‌های زمانی.

۱.۴.۵ گام اول: تجمیع جبران‌سازها (Initial Design)

در ابتدا، پارامترهای کنترل‌کننده PID از حاصل جمع جبری جبران‌سازهای PD و PI که در بخش‌های قبل طراحی شده بودند، استخراج گردید:

$$K_{p_{sum}} = 100 + 50 = 150, \quad K_i = 10, \quad K_d = 10 \quad (28)$$

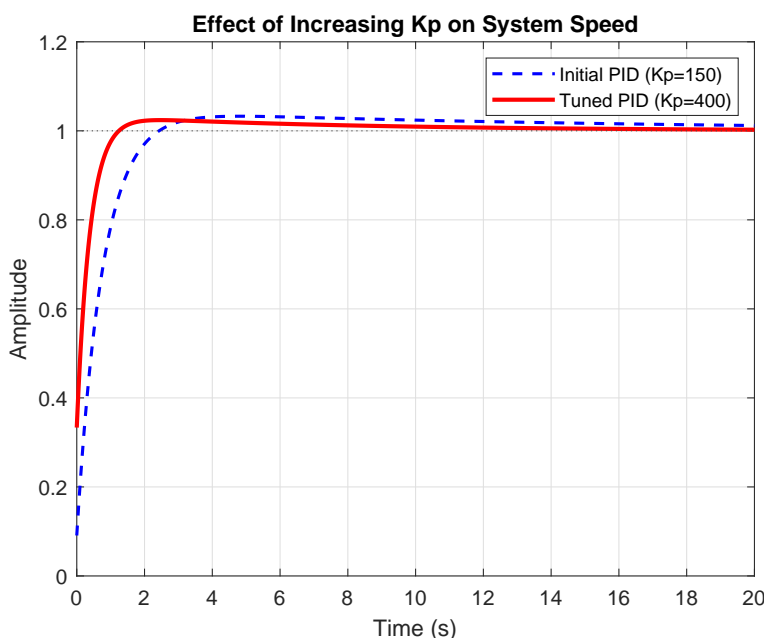
با شبیه‌سازی سیستم با این ضرایب (منحنی آبی‌رنگ در شکل ۱۶)، مشاهده شد که اگرچه سیستم پایدار است و خطای ماندگار صفر دارد، اما افزودن ترم انتگرال‌گیر باعث ایجاد تأخیر فاز و کند شدن نسبی سیستم شده است. زمان نشست در این حالت فراتر از حد مطلوب مهندسی (بسیار نزدیک به مرز ۵ ثانیه یا بیشتر) بود.



۲.۴.۵ گام دوم: تنظیم دقیق جهت افزایش سرعت و پایداری (High Speed Tuning)

برای جبران کندی ذاتی سیستم و کاهش زمان نشست به مقادیر بسیار کمتر از ۵ ثانیه، ضرایب دوباره بازطراحی شدند بدین منظور، مقادیر ضرایب به صورت $(K_p = 400, K_i = 50, K_d = 50)$ تنظیم مجدد شدند:

- افزایش شدید بهره تناسبی $(K_p = 400)$: مقدار K_p از 150 به 400 افزایش یافت. این تغییر باعث میشود که سیستم سریعتر سعی کند به مقدار مطلوب برسد
- تقویت انتگرال گیر $(K_i = 50)$: برای اینکه خطای ماندگار با سرعت بیشتری حذف شود افزایش دادیم
- افزایش بهره مشتق گیر $(K_d = 50)$: افزایش K_p و K_i ذاتاً باعث نوسانی شدن سیستم می شود. برای خنثی کردن این اثر، بهره مشتق گیر از 10 به 50 افزایش یافت تا مانند یک ترمز موثر عمل کرده و میرایی لازم (Damping) را برای جلوگیری از فرابرجش فراهم کند.
- اثر نهایی بر پاسخ: همانطور که در نمودار قرمز رنگ **شکل ۱۶** مشخص است، زمان نشست به طور چشمگیری کاهش یافته و سیستم بسیار چابک تر شده است.



شکل ۱۶: پاسخ پله سیستم طراحی شده با کنترلر های PID

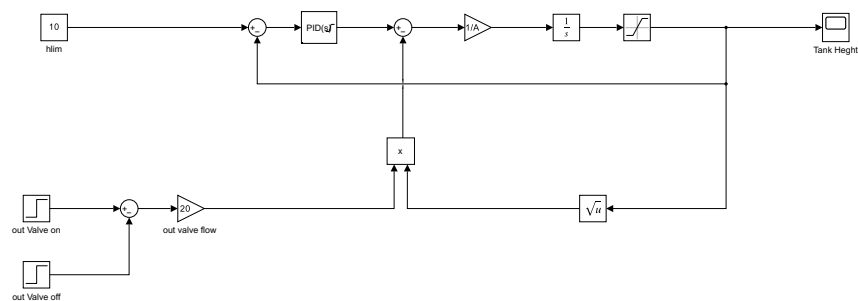


جدول ۳: مقایسه نهایی پارامترها و عملکرد تمام کنترل‌کننده‌ها

خطا	$OS\%$	T_s	T_r	K_d	K_i	K_p	کنترل‌کننده
دارد	۰	۱۹/۱۳	۱۰/۷۴	۰	۰	۲۰	(P)
دارد	۰	۴/۱۸	۲/۴۱	۱۰	۰	۱۰۰	(PD)
۰	۱۷/۶	۱۵/۹۶	۲/۵۹	۰	۱۰	۵۰	(PI)
۰	۳/۳	۱۲/۶۵	۱/۴۵	۱۰	۱۰	۱۵۰	(PID _۱)
۰	۱۴/۵	۱/۱۲	۰/۶۵	۵۰	۵۰	۴۰۰	(PID _۲)

۶ شبیه‌سازی و ارزیابی عملکرد در محیط سیمولینک

در این بخش، عملکرد نهایی سیستم کنترل سطح مایع در محیط شبیه‌سازی Simulink مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. مدل پیاده‌سازی شده شامل تمامی دینامیک‌های غیرخطی مخزن، می‌باشد.



شکل ۱۷: شبیه‌سازی سیستم با کنترلر PID در محیط سیمولینک

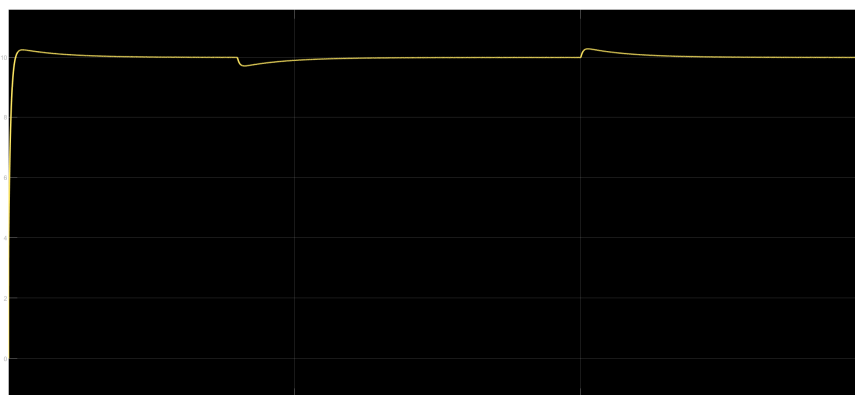
۱.۶ تحلیل رفتار سیستم در برابر اغتشاش (Disturbance Analysis)

به منظور بررسی مقاومت سیستم در برابر تغییرات ناگهانی بار، سناریوی زیر پیاده‌سازی گردید:

- شرایط اولیه: منبع خالی می‌باشد سیستم شروع به پر کردن منبع می‌کند
- اعمال اغتشاش ($t = 40s$): یک تغییر پله‌ای در خروجی (باز شدن ناگهانی شیر مصرف‌کننده) اعمال می‌شود.
- حذف اغتشاش ($t = 100s$): شرایط به حالت عادی باز می‌گردد.



تحلیل نمودار پاسخ زمانی



شکل ۱۸: پاسخ زمانی سیستم در محیط سیمولینک؛ افت سطح آب بین ثانیه ۴۰ تا ۱۰۰ ناشی از اشباع شیر ورودی در برابر اغتشاش شدید است

شکل ۱۸ پاسخ سیستم به این سناریو را نشان می‌دهد. نکات قابل توجه در این نمودار عبارتند از:

۱. پایداری اولیه ($0 < t < 40$): سیستم با دقت بسیار بالا روی ارتفاع ۱۰ متر تنظیم شده و خطای حالت ماندگار صفر است.
۲. رخداد اغتشاش و اشباع فیزیکی ($40 < t < 100$): در لحظه $t = 40s$ با افزایش ناگهانی خروجی، سطح آب شروع به افت می‌کند. ولی سیستم با افزایش ورودی آب باز به سطح ۱۰ متر باز می‌گردد
۳. بعد حذف اغتشاش تا سیستم متوجه بسته شدن شیر خروجی شود و شیر ورودی رو ببندد مقداری آب ذخیره شده و از سطح ارتفاع تعیین شده بالاتر می‌رود و چون موتور توانایی مکش ندارد در همان ارتفاع میماند

۷ تحلیل اثر نویز و طراحی فیلتر جهت مقاوم‌سازی سیستم

در محیط‌های صنعتی، عواملی نظیر تلاطم سطح آب هنگام پر شدن مخزن و ارتعاشات مکانیکی، باعث ایجاد نویز روی سیگنال اندازه‌گیری شده توسط سنسور سطح می‌شوند. در این بخش، اثر این نویز بر عملکرد کنترل‌کننده و راهکارهای مقابله با آن بررسی شده است.

۱.۷ شبیه‌سازی و مشاهده اثر مخرب نویز

با افزودن یک نویز گوسی سفید ($N(0, \sigma^2)$) به مسیر فیدبک، دو پدیده متفاوت مشاهده شد:

۱. روی خروجی (سطح آب): به دلیل خاصیت انتگرالی و کند بودن دینامیک مخزن (عملکرد به عنوان فیلتر پایین‌گذر طبیعی)، سطح آب تغییرات نوسانی شدیدی نشان نمی‌دهد.



۲. روی سیگنال کنترلی (شیر ورودی): مشکل اصلی در اینجا رخ می‌دهد. ترم مشتق‌گیر (D) در کنترل‌کننده PID حساسیت شدیدی به فرکانس‌های بالا دارد ($s \times Noise$). مشتق نویز باعث تولید سیگنال‌های کنترلی با دامنه بزرگ و فرکانس بالا می‌شود. این پدیده موجب باز و بسته شدن مداوم و سریع شیر شده و منجر به استهلاک مکانیکی شدید و خرابی زودرس عملگر می‌گردد.

۲.۷ راهکار: فیلتر پایین‌گذر و تحلیل مصالحه (Trade-off)

برای حذف نویز فرکانس بالا، استفاده از یک فیلتر پایین‌گذر مرتبه اول (LPF) در مسیر فیدبک پیشنهاد می‌شود:

$$H_{filter}(s) = \frac{1}{T_f s + 1} \quad (29)$$

که در آن T_f ثابت زمانی فیلتر است. افزودن این فیلتر یک چالش اساسی بین «کیفیت حذف نویز» و «پایداری سیستم» ایجاد می‌کند:

- مزیت (حذف نویز): فیلتر با تضعیف فرکانس‌های بالا، سیگنال ورودی به مشتق‌گیر را هموار کرده و از لرزش شیر جلوگیری می‌کند.
- عیب (تأخیر فاز): فیلتر پایین‌گذر ذاتاً باعث ایجاد تأخیر فاز ($Phase\ Lag$) در حلقه کنترلی می‌شود. زاویه فاز اضافه شده برابر است با $\phi = -\arctan(\omega T_f)$.
- تحلیل پایداری: این تأخیر فاز مستقیماً از حاشیه فاز ($Phase\ Margin$) سیستم می‌کاهد. اگر T_f بیش از حد بزرگ انتخاب شود (فیلترینگ سنگین)، حاشیه فاز به سمت صفر میل کرده و سیستم ناپایدار می‌شود.

نتیجه‌گیری طراحی: مقدار T_f باید به گونه‌ای انتخاب شود که نویز را حذف کند اما فرکانس قطع آن ($1/T_f$) بسیار بزرگتر از پهنای باند سیستم کنترلی باشد تا دینامیک اصلی سیستم را نکند.

۸ بررسی امکان‌پذیری کاهش ثابت زمانی به یک ثانیه

ثابت زمانی ذاتی سیستم مخزن در حال حاضر حدود $\tau \approx 221$ ثانیه است. کاهش این مقدار به ۱ ثانیه (افزایش سرعت سیستم به میزان ۲۲۰ برابر) نیازمند تغییرات بنیادین در پارامترهای فیزیکی یا استراتژی کنترلی است.

۱.۸ تحلیل تغییرات پارامترهای فیزیکی

ثابت زمانی سیستم حلقه باز از رابطه $\tau = \frac{V_A}{a\sqrt{g}}$ بدست می‌آید. برای اینکه $\tau \rightarrow 1s$ شود، باید صورت کسر کوچک یا مخرج آن بسیار بزرگ شود:

۱. تغییر ابعاد مخزن (A): سطح مقطع مخزن باید حدود ۲۲۰ برابر کوچکتر شود. این یعنی تبدیل مخزن به یک لوله باریک عمودی. در این حالت ظرفیت ذخیره‌سازی از دست می‌رود.
۲. تغییر خروجی (a): مساحت دریچه خروجی باید ۲۲۰ برابر بزرگتر شود. این یعنی عملاً کف مخزن کاملاً باز باشد که دیگر مخزن نخواهد بود.

نتیجه: تغییر فیزیکی برای رسیدن به این عدد غیرعملی است.



۲.۸ تحلیل تغییرات کنترلی

در روش کنترلی، ما با استفاده از فیدبک قوی، مکان قطب‌های حلقه بسته را جابجا می‌کنیم. اگر بخواهیم ثابت زمانی حلقه بسته ۱ ثانیه باشد، باید قطب غالب سیستم در $s = -1$ قرار گیرد. تقریب معادله مشخصه با کنترل‌کننده تناسبی (K_p) برابر است با:

$$s + (a_{sys} + K_p K_{plant}) = 0 \Rightarrow a_{sys} + 1 K_p = 1 \quad (30)$$

با حل این معادله، بهره تناسبی مورد نیاز حدود $100 \approx K_p$ بدست می‌آید.

۱.۲.۸ چالش اصلی: محدودیت انرژی (Actuator Saturation)

اگرچه روی کاغذ با $K_p = 100$ می‌توان به ثابت زمانی ۱ ثانیه رسید، اما در عمل با یک مانع فیزیکی روبرو هستیم: برای اینکه سطح آب تانکر در ۱ ثانیه به مقدار مطلوب برسد، حجم عظیمی از آب باید در یک لحظه وارد مخزن شود.

$$Q_{in} = A \times \frac{dh}{dt} \approx 100 \times \frac{1m}{1s} = 100 m^3/s \quad (31)$$

تأمین دبی 100 متر مکعب بر ثانیه نیازمند پمپ‌های صنعتی غول‌پیکر و لوله‌های بسیار قطور است. شیر ورودی فعلی بلافاصله اشباع شده و سیستم عملاً نمی‌تواند سریع‌تر از نرخ حداکثر جریان شیر پر شود. بنابراین، رسیدن به ثابت زمانی ۱ ثانیه تنها با تغییر کنترل‌کننده امکان‌پذیر نیست و نیازمند تغییر سخت‌افزاری (پمپ و شیر بسیار قوی‌تر) است.



گیت‌هاب (GitHub).