

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
دانشکده مهندسی هوافضا

درس کنترل تطبیقی
گرایش مهندسی فضایی

عنوان
تمرین شماره ۲-۲

نگارش
فاطمه مقدسیان

استاد درس
دکتر فانی صابری

پاییز ۱۴۰۲

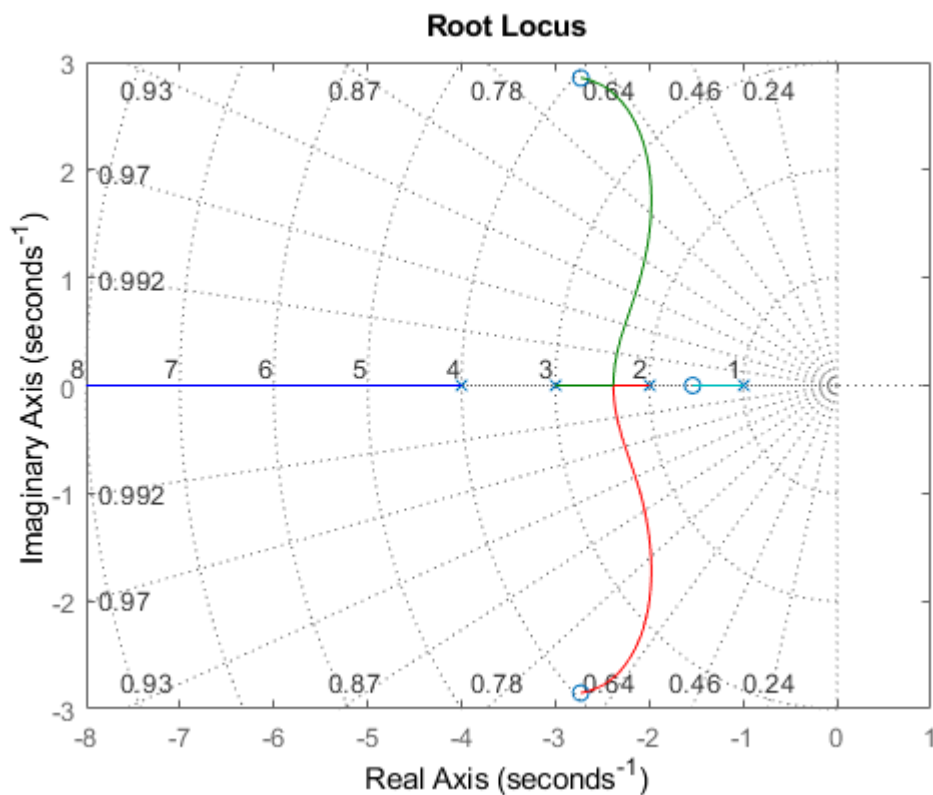
سیستم مرتبه ۴ زیر یک سیستم پیوسته و پایدار است که قطب و صفر های آن مانند شکل ۱ هستند.

$$G(s) = \frac{s^3 + 7s^2 + 24s + 24}{(s + 1)(s + 2)(s + 3)(s + 4)} \quad ۱$$

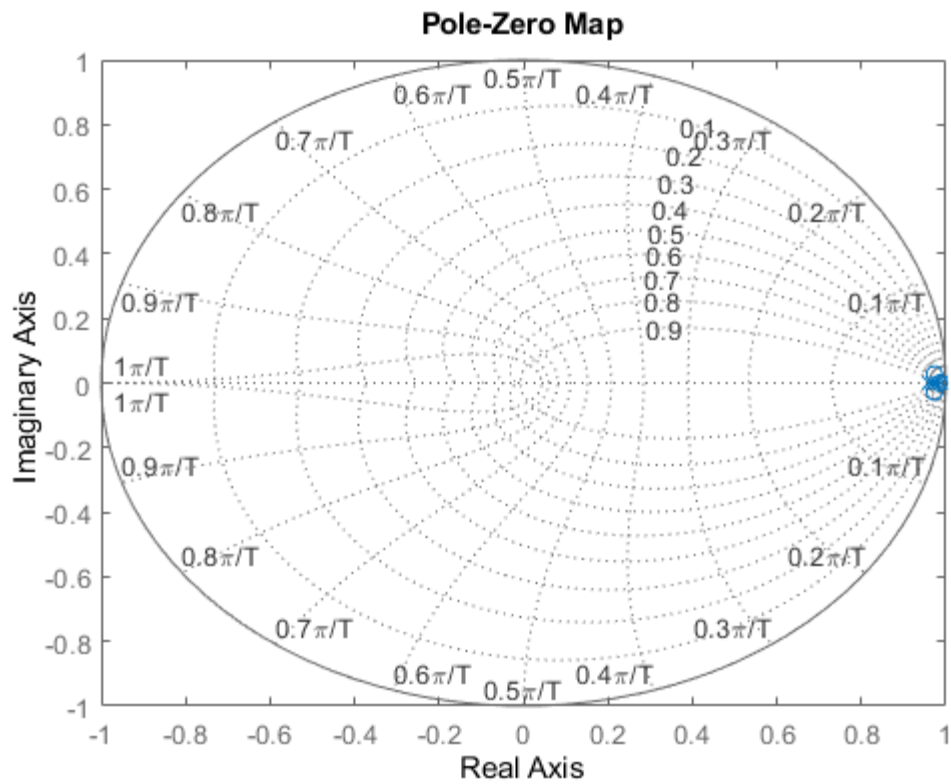
معادله ۱ ، تابع تبدیل این سیستم مرتبه ۴ است.

که در سیستم گسسته زمان به صورت زیر نوشته می شود:

$$G(z) = \frac{0.009853 z^3 - 0.02887 z^2 + 0.0282 z - 0.009187}{z^4 - 3.901 z^3 + 5.708 z^2 - 3.711 z + 0.9048} \quad ۲$$



شکل ۱ مکان هندسی صفر و قطب های سیستم در فضای پیوسته زمان

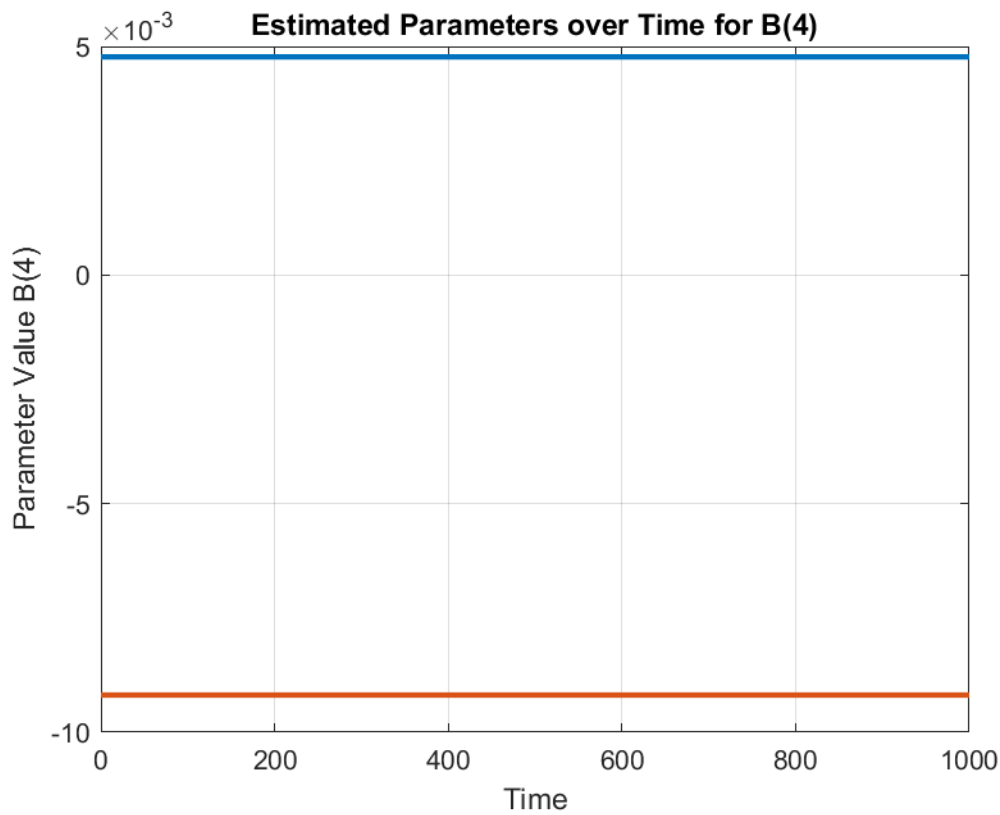


شکل ۲ مکان هندسی صفر و قطب های سیستم در فضای گسسته زمان

مدل سیستم غیر خطی آن برابر:

$$\begin{aligned}
 y(t) = & 3.901y(t-1) - 5.707y(t-2) + 3.711y(t-3) \\
 & - 0.904837y(t-4) + 0.009u(t-1) \\
 & - 0.028u(t-2) + 0.028u(t-3) - 0.009u(t-4)
 \end{aligned}$$

با توجه به نکته تحرک پایا ، برای ورودی پله باید یک پارامتر تخمین زده بشود. که در اینجا یکی از پارامتر ها را تخمین زده شده است.



شکل ۳ شناسایی سیستم آفلاین با ورودی پله

جدول ۱ مقادیر تخمین‌های پارامترهای سیستم با ورودی پله و مقدار تابع معیار

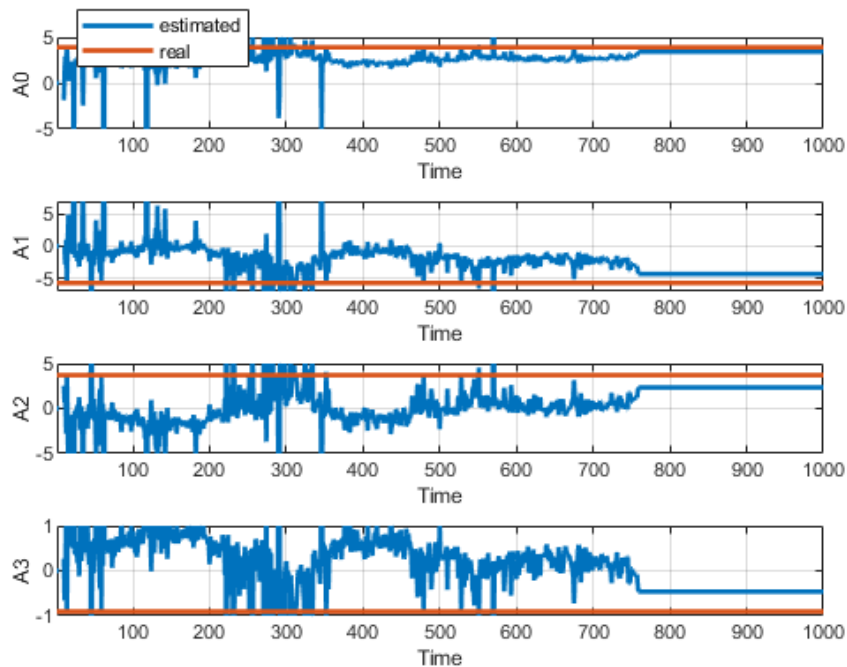
a(0)	a(1)	a(2)	a(3)	b(1)	b(2)	b(3)	b(4)
NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	NAN	0.0048
$v = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^t (y(i) - \phi^T(i)\theta)^2 = \text{NAN}$							

The figure consists of two vertically stacked plots sharing a common x-axis labeled 'Time' ranging from 1 to 10.

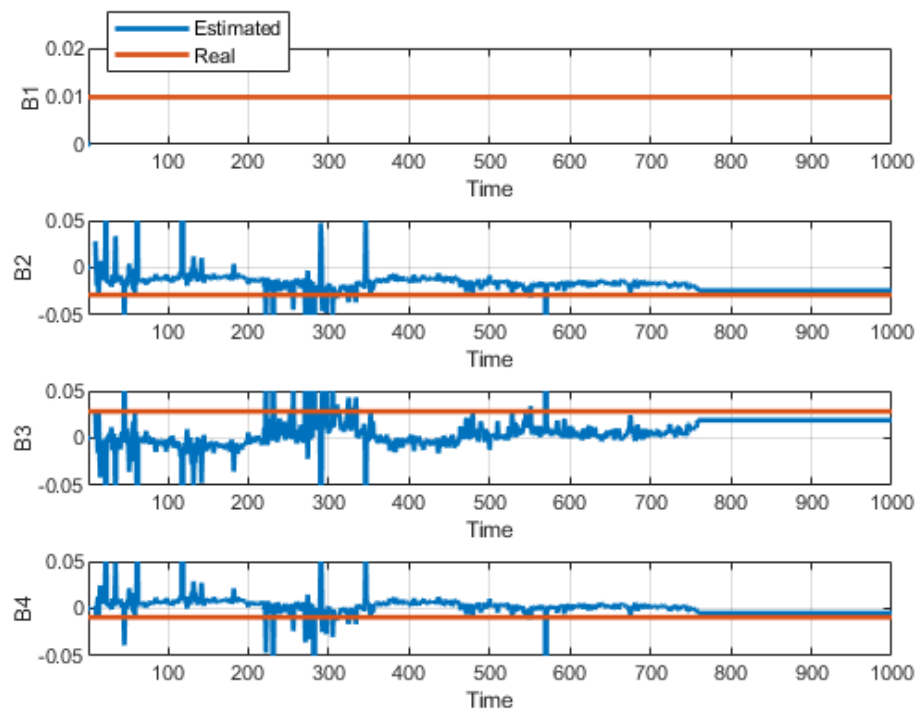
The top plot shows the variable y on the y-axis, ranging from -400 to 400. The blue line represents y as a step function that is 0 for $1 \leq \text{Time} < 6$ and jumps to 1 for $6 \leq \text{Time} \leq 10$.

The bottom plot shows the variable u on the y-axis, ranging from -10 to 10. The blue line represents u as a step function that is 0 for $1 \leq \text{Time} < 5$, jumps to 1 for $5 \leq \text{Time} < 6$, and jumps back to 0 for $6 \leq \text{Time} \leq 10$.

a(0)	a(1)	a(2)	a(3)	b(1)	b(2)	b(3)	b(4)
3.4144	-4.2945	2.3442	-0.4641	0.0099	-0.0241	0.0189	-0.0047
$v = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^t (y(i) - \phi^T(i)\theta)^2 = 1.1896e - 26$							



شکل ۵ شناسایی سیستم آفلاین با ورودی پالسی برای مقادیر a_0 ، a_1 ، a_2 و a_3

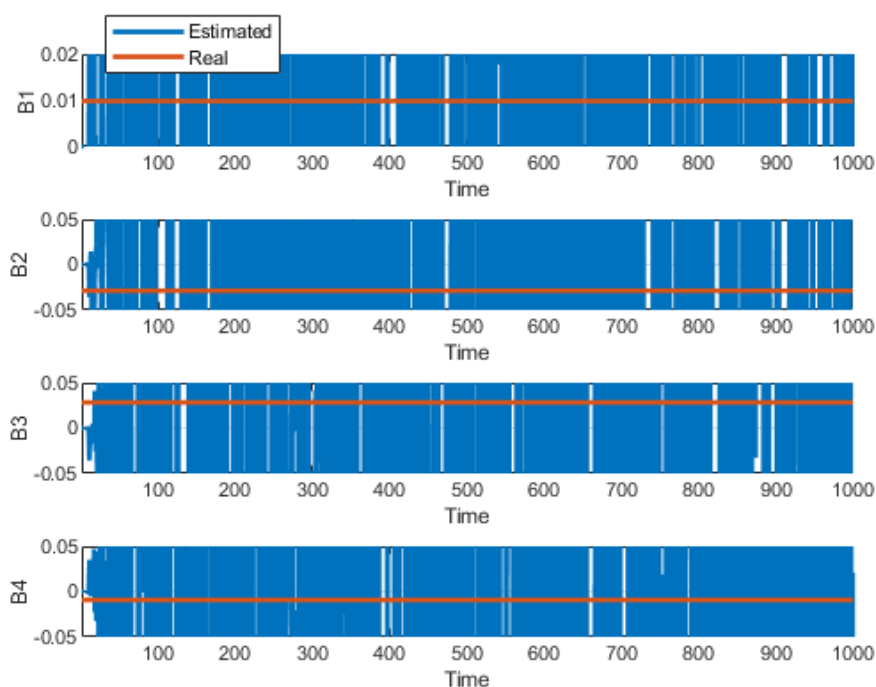


شکل ۶ شناسایی سیستم آفلاین با ورودی پالسی برای مقادیر b_1 ، b_2 ، b_3 و b_4

ورودی سینوسی تحرک کننده پایا مرتبه دو است که می تواند ۲ پارامتر با آن تخمین زده بشود به همین دلیل ۴ تابع سینوسی با فرکانس های مختلف را با هم جمع کردیم که بتوانیم ۸ پارامتر سیستم را تخمین بزنیم.

جدول ۳ مقادیر تخمین های پارامتر های سیستم با ورودی سینوسی و مقدار تابع معیار

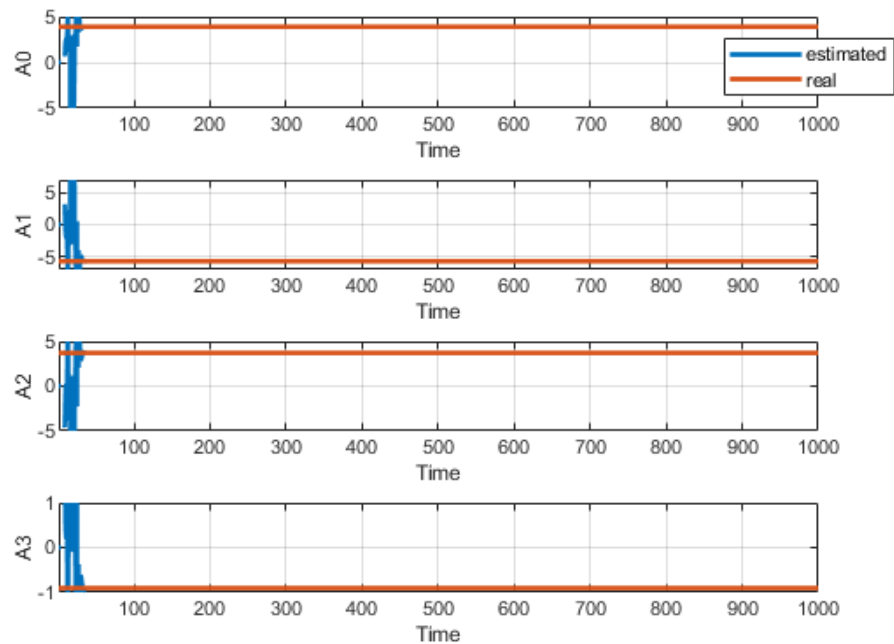
a(1)	a(2)	a(3)	a(4)	b(1)	b(2)	b(3)	b(4)	b(5)
1.9230	-0.4659	-0.9251	0.4641	nan	nan	nan	nan	nan
$v = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^t (y(i) - \phi^T(i)\theta)^2 = 4.0786e - 06$								



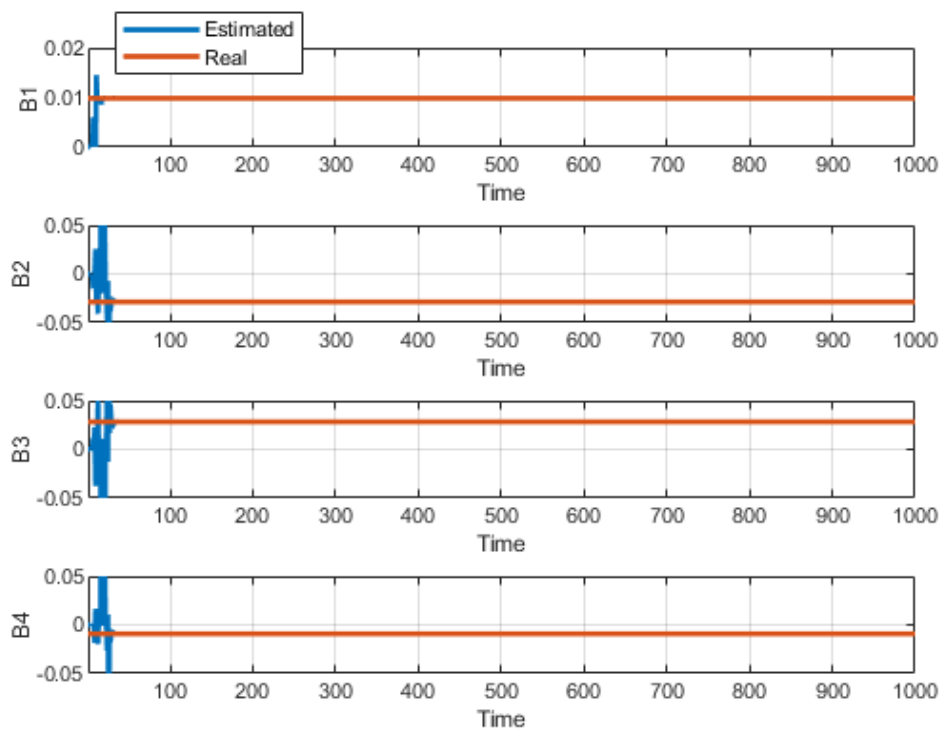
شکل ۷ شناسایی سیستم آفلاین با ورودی سینوسی برای مقادیر b1 ، b2 ، b3 و b4

در حالت استفاده از یک فرکانس

a(0)	a(1)	a(2)	a(3)	b(1)	b(2)	b(3)	b(4)
3.9015	-5.7078	3.7112	-0.9048	0.0099	-0.0289	0.0282	-0.0092
$v = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^t (y(i) - \phi^T(i)\theta)^2 = 3.7036e - 16$							

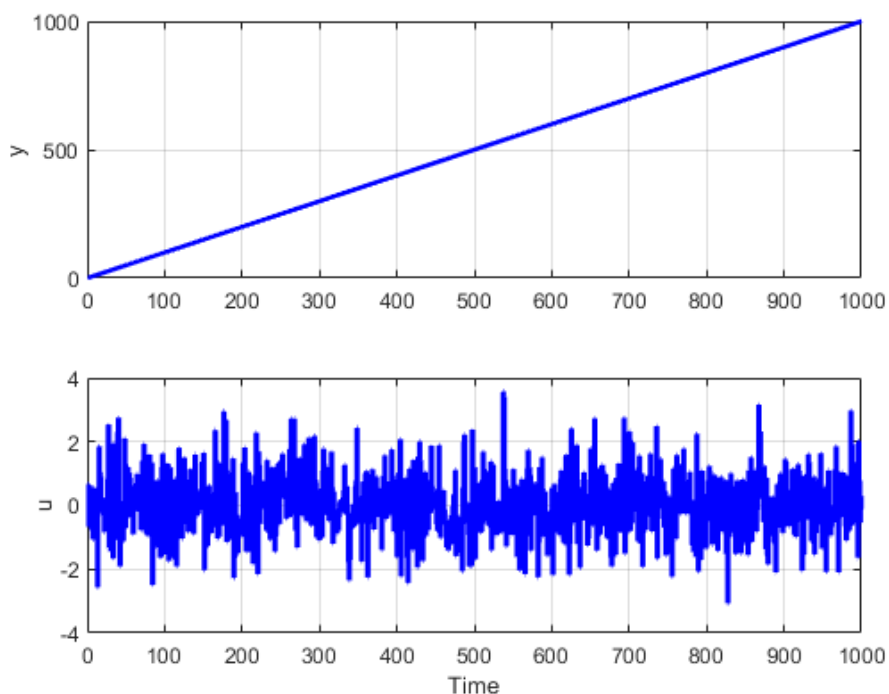


شکل ۹ شناسایی سیستم آفلاین با ورودی سینوسی برای مقادیر a_0 ، a_1 ، a_2 و a_3



شکل ۱۰ شناسایی سیستم آفلاین با ورودی سینوسی برای مقادیر b_1 ، b_2 ، b_3 و b_4

ورودی رندم (نویزی) تحرک کننده پایا از مرتبه n است ، بنابراین می توانیم با آن بینهایت پارامتر شناسایی کنیم.

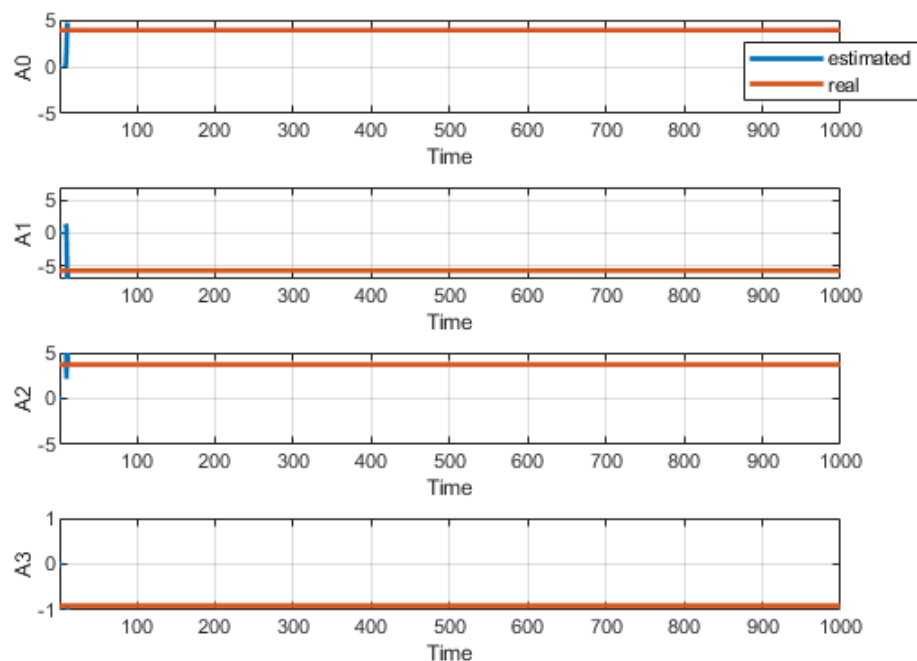


شکل ۱۱ ورودی و خروجی سیستم با ورودی نویز

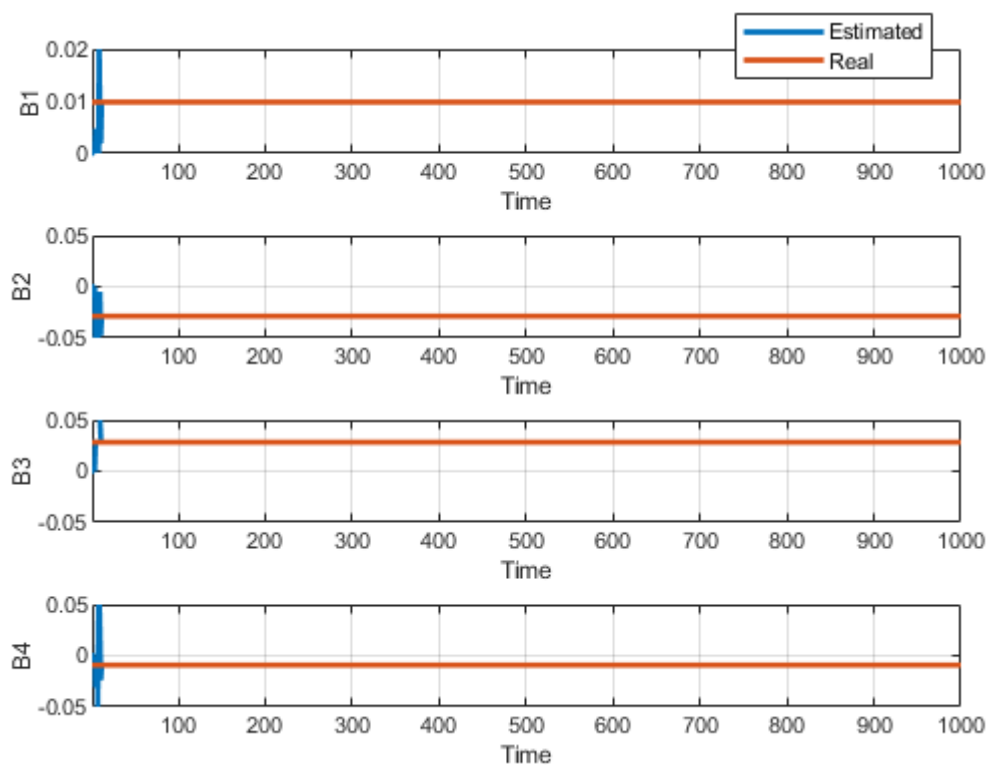
با توجه به شکل ۱۱ ، ورودی نویز هم سیستم را ناپایدار می کند.

جدول ۵. مقادیر تخمین‌های پارامترهای سیستم با ورودی نویز و مقدار تابع معیار

a(0)	a(1)	a(2)	a(3)	b(1)	b(2)	b(3)	b(4)
3.9015	-5.7078	3.7111	-0.9048	0.0099	-0.0289	0.0282	-0.0092
$v = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^t (y(i) - \phi^T(i)\theta)^2 = 3.8622e - 13$							



شکل ۱۲ شناسایی سیستم آفلاین با ورودی نویزی برای مقادیر a_0 ، a_1 ، a_2 و a_3

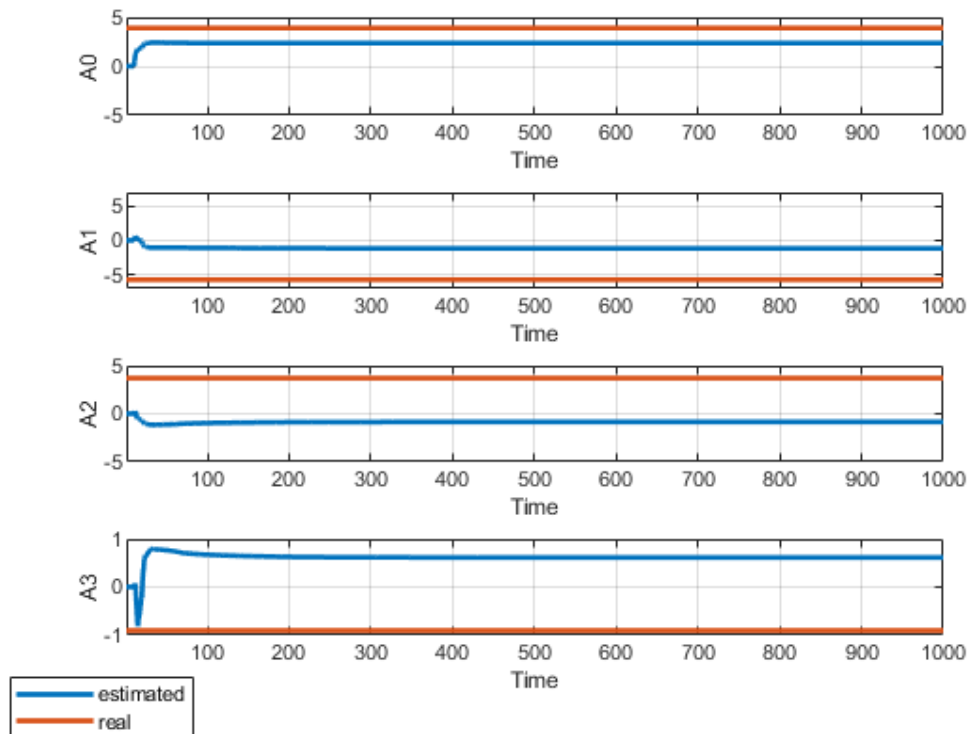


شکل ۱۳ شناسایی سیستم آفلاین با ورودی نویزی برای مقادیر b_1 ، b_2 ، b_3 و b_4

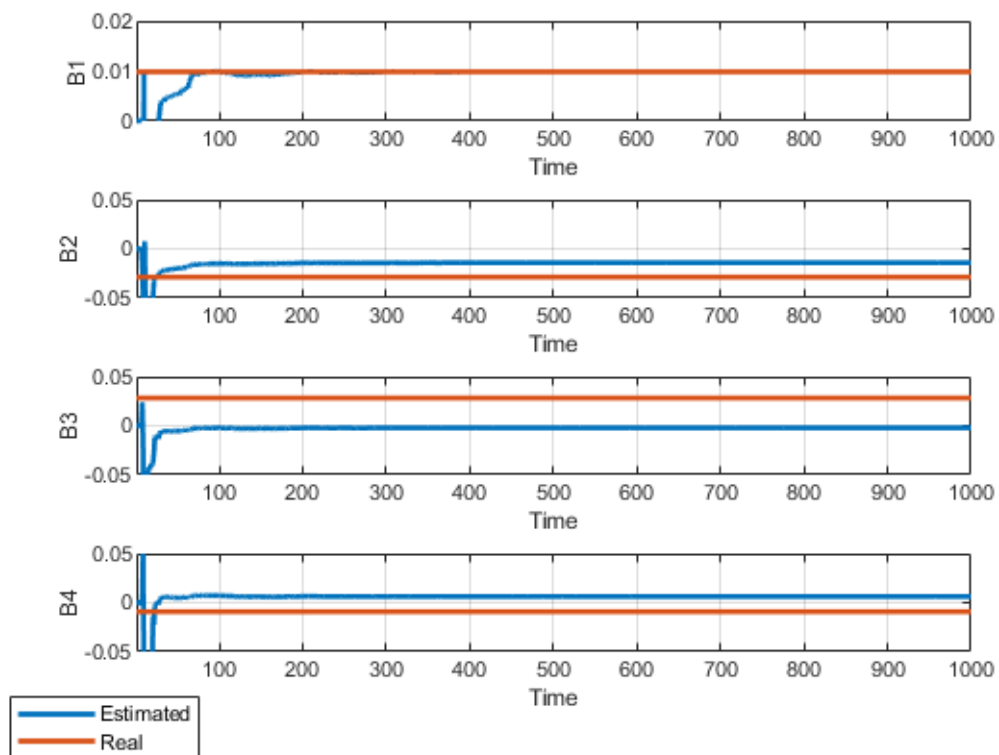
با توجه به تابع معیار ورودی های مختلف ، ورودی سینوسی با ۴ فرکانس مختلف ، بهترین شناسایی برای پارامتر های سیستم بوده است.

برای این سیستم مرتبه ۴ بهترین مرتبه است ، چون با این مرتبه می توان تمام پارامتر های سیستم را تخمین زد . مرتبه های پایین تر ، پارامتر های کمتری را تخمین می زند و مرتبه های بالاتر از ۴ بیشتر از ۸ پارامتر سیستم تخمین می زنند که به اصطلاح ، $over\ fitting$ و $under\ fitting$ اتفاق می افتد.

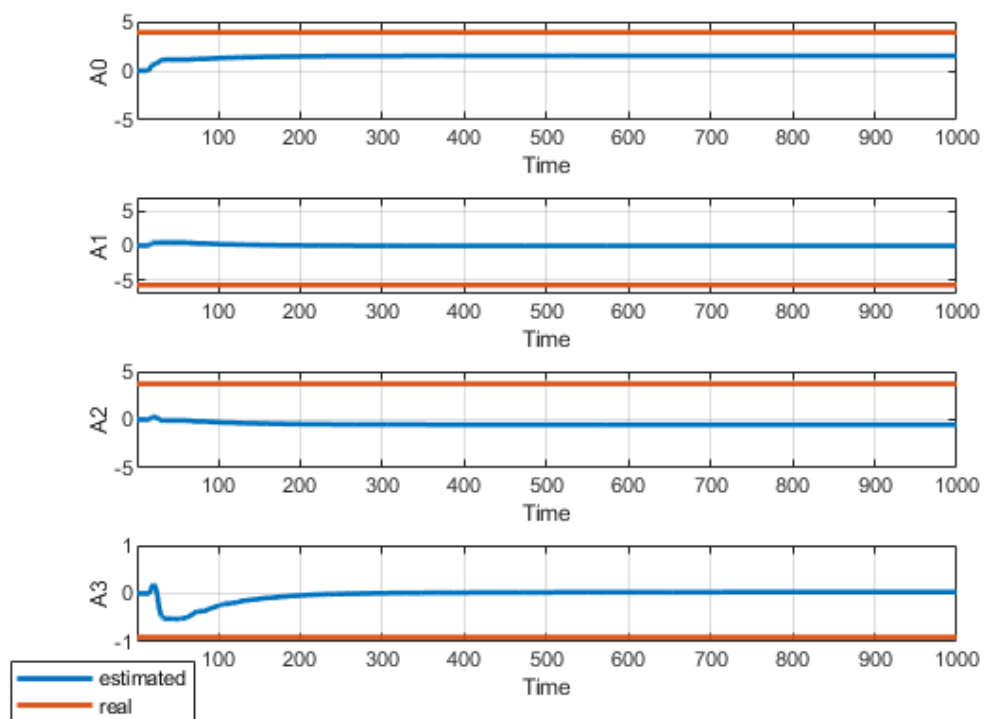
برای شناسایی سیستم آنالین (مینیمم مربعات بازگشتی) برای ورودی نویزی (رندم) به صورت زیر است:



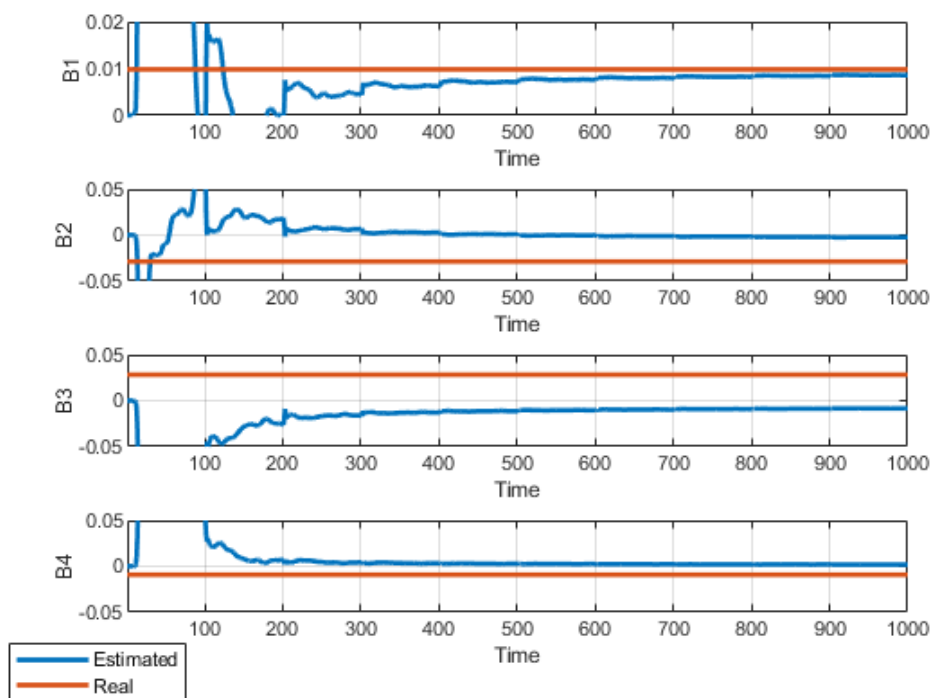
شکل ۱۴ شناسایی سیستم آنالین با ورودی نویزی برای مقادیر a_0 ، a_1 ، a_2 و a_3



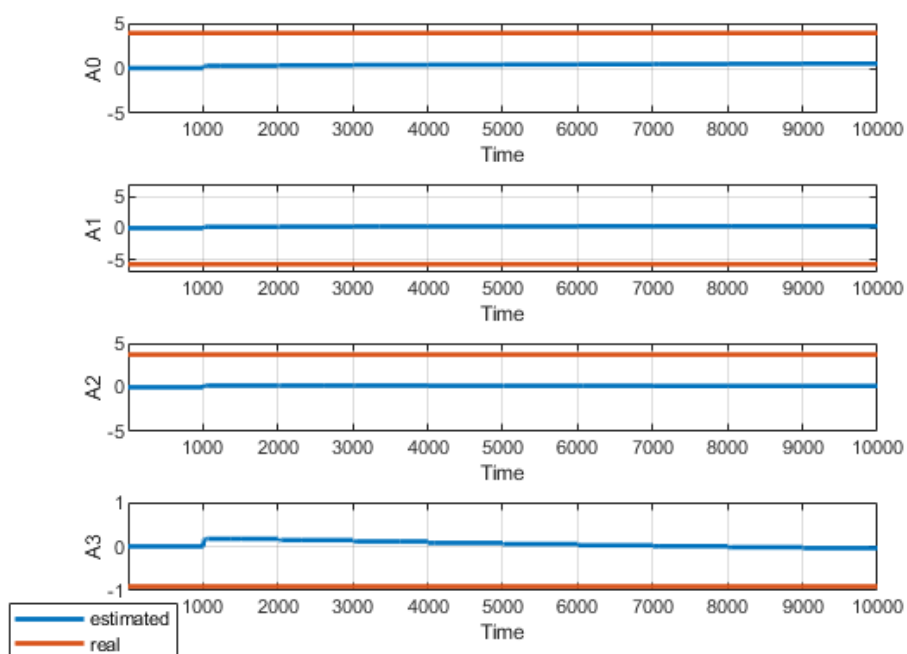
شکل ۱۵ شناسایی سیستم آنلایین با ورودی نویزی برای مقادیر b_1 ، b_2 ، b_3 و b_4



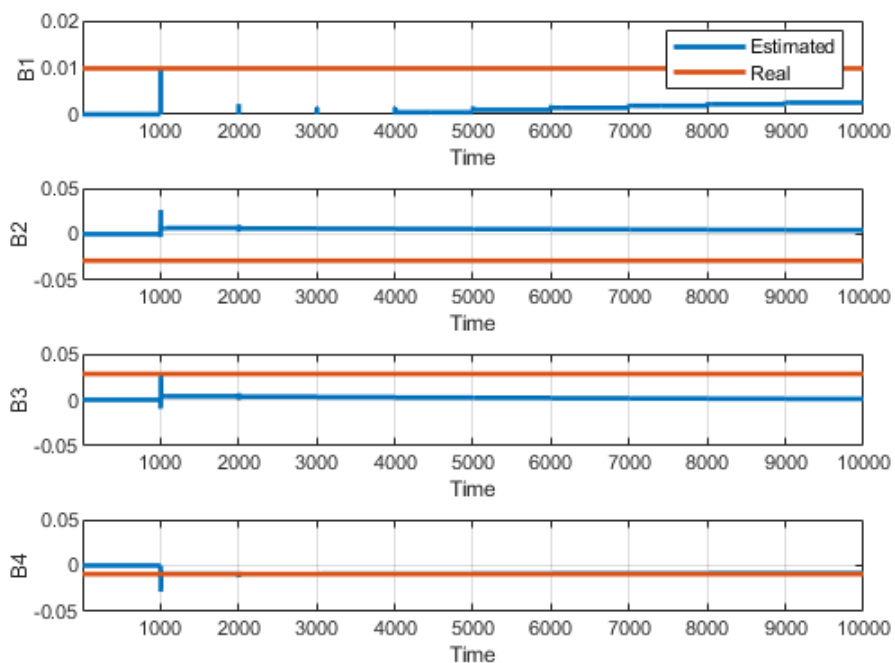
شکل ۱۶ شناسایی سیستم آنلایین با ورودی سینوسی برای مقادیر a_0 ، a_1 ، a_2 و a_3



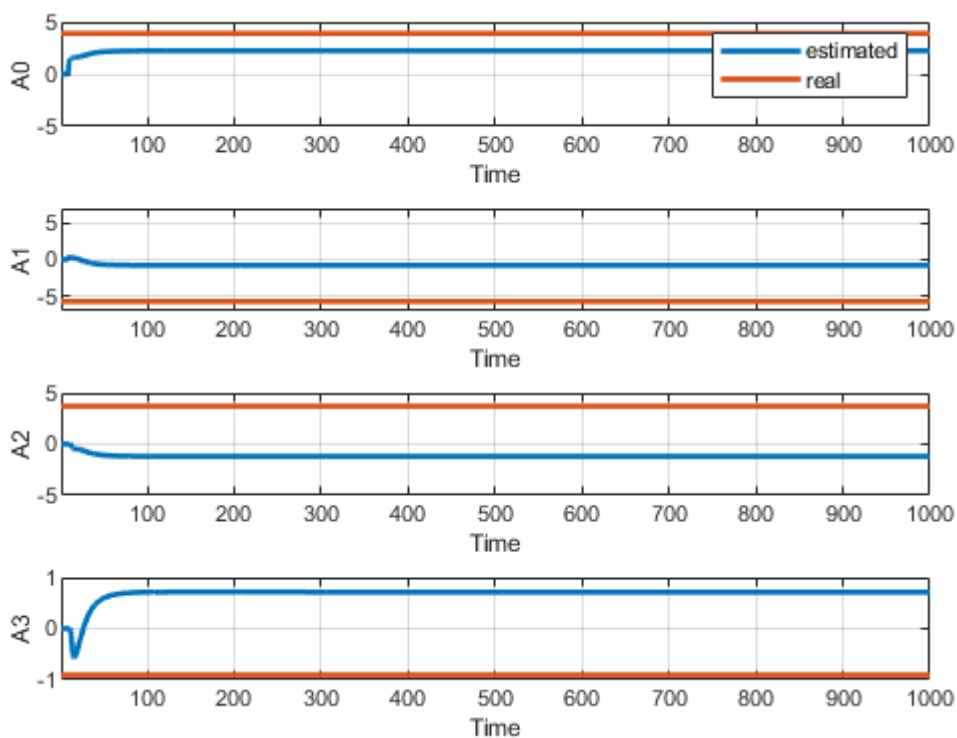
شکل ۱۷ شناسایی سیستم آنلاین با ورودی سینوسی برای مقادیر b_1 ، b_2 ، b_3 و b_4



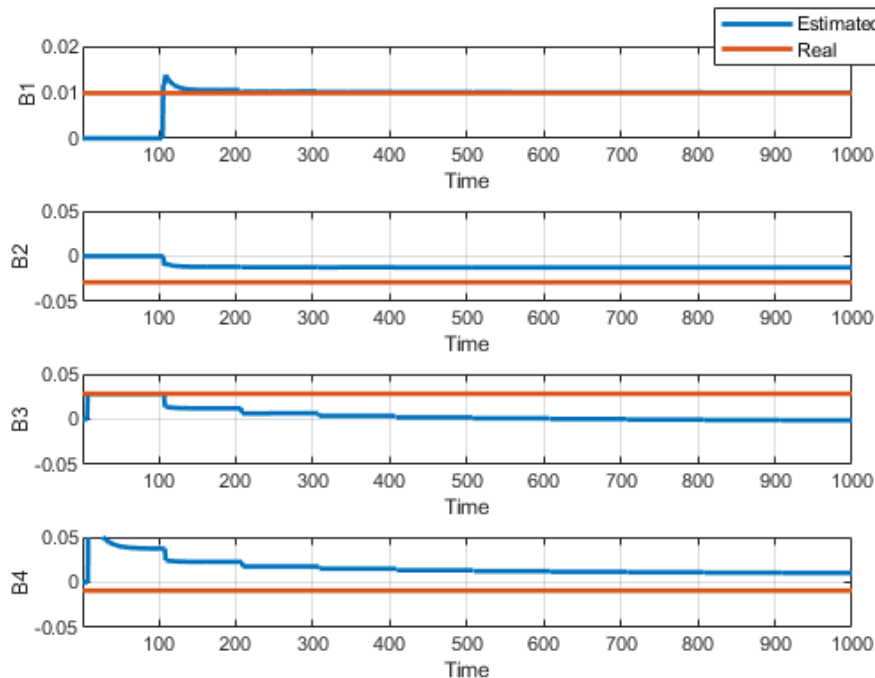
شکل ۱۸ شناسایی سیستم آنلاین با ورودی پله برای مقادیر a_0 ، a_1 ، a_2 و a_3



شکل ۱۹ شناسایی سیستم آنالین با ورودی پله برای مقادیر b_1 ، b_2 ، b_3 و b_4



شکل ۲۰ شناسایی سیستم آنالین با ورودی پالسی برای مقادیر a_0 ، a_1 ، a_2 و a_3



شکل ۲۱ شناسایی سیستم آنالین با ورودی پله برای مقادیر b_1 ، b_2 ، b_3 و b_4

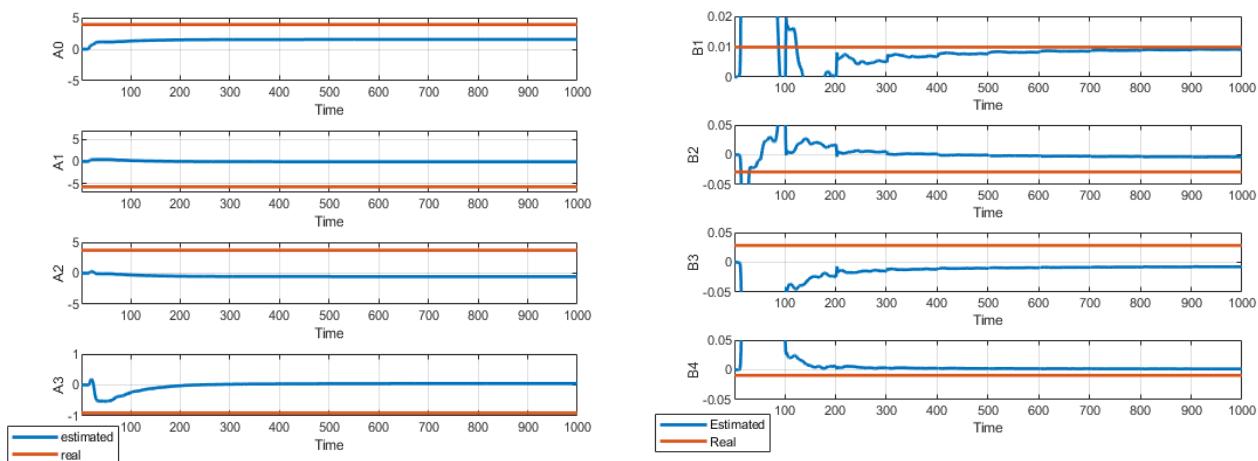
در این شناسایی آنالین هم سیستم در مقابل ورودی سینوسی بهتر شناسایی می شود.

در این قسمت با استفاده از ضریب فراموشی λ که کمتر از ۱ است مثلاً بیشتر ۰.۹۵ یا ۰.۹۹ است توانایی دارای افت ایجاد می کنیم. در این حالت وزن خطاهای آخر سیستم بیشتر از خطاهای اولیه است در حقیقت سیستم خطاهای اولیه خود را فراموش می کند و هر چه مقدار ضریب فراموشی کمتر باشد، خطاهای اولیه سریعتر فراموش می شوند.

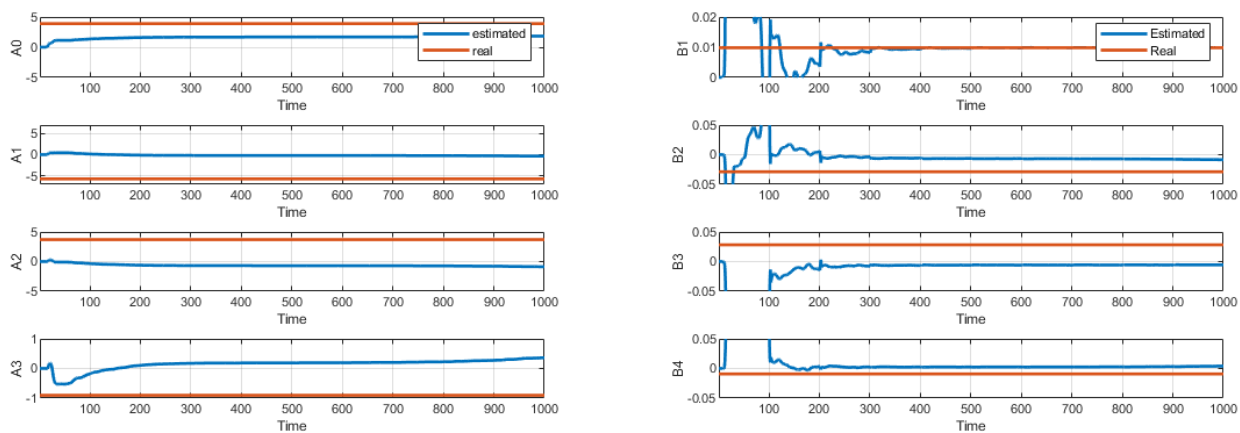
در کل کاهش ضریب فراموشی باعث میشود :

- الگوریتم بسیار حساس شده و تخمین پارامترها سریعتر به مقادیر واقعی می رسند.
- الگوریتم نسبت به نویز حساس تر شده اگر ضریب فراموشی کمتر از ۱ باشد تخمین پارامترها همگرا نگردیده و حول مقادیر واقعی نوسان می کند.

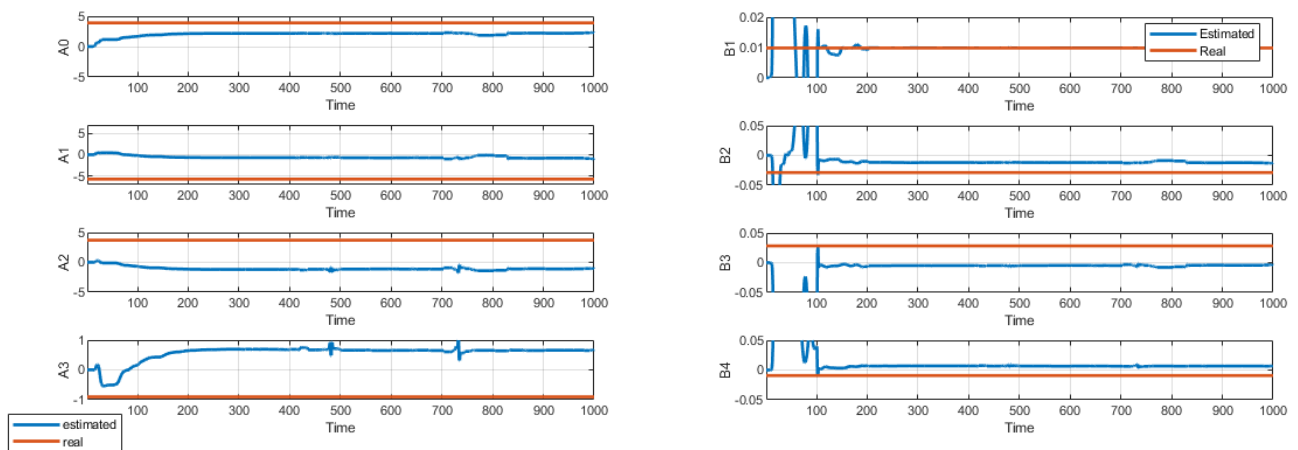
با توجه به اینکه برای شناسایی آنالین هم ورودی سینوسی بهترین ورودی بوده است. ضریب فراموشی کمتر از یک را روی این تابع فقط در شکل های پایین نمایش داده شده است.



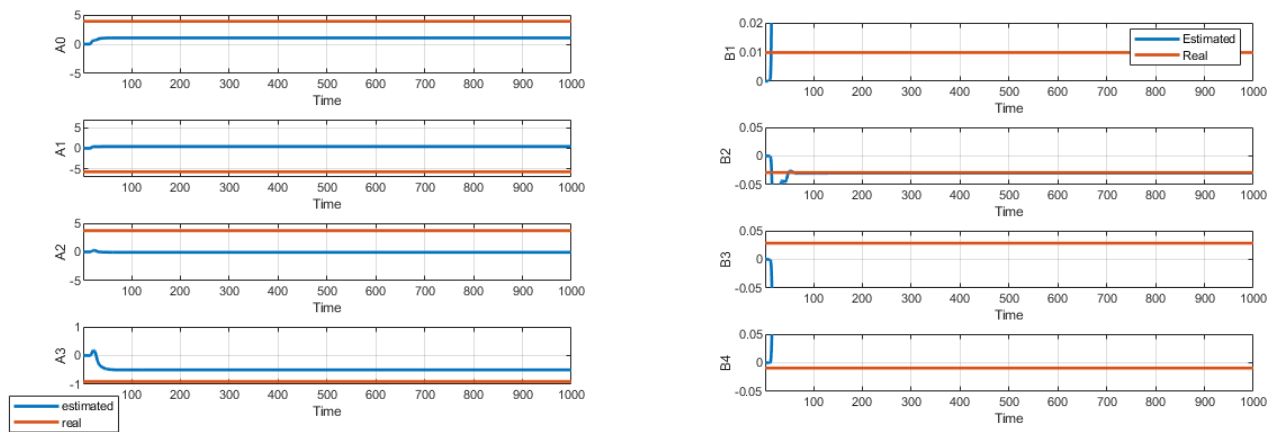
شکل ۲۲ شناسایی سیستم آنالین با ورودی سینوسی با ضریب فراموشی 0.999



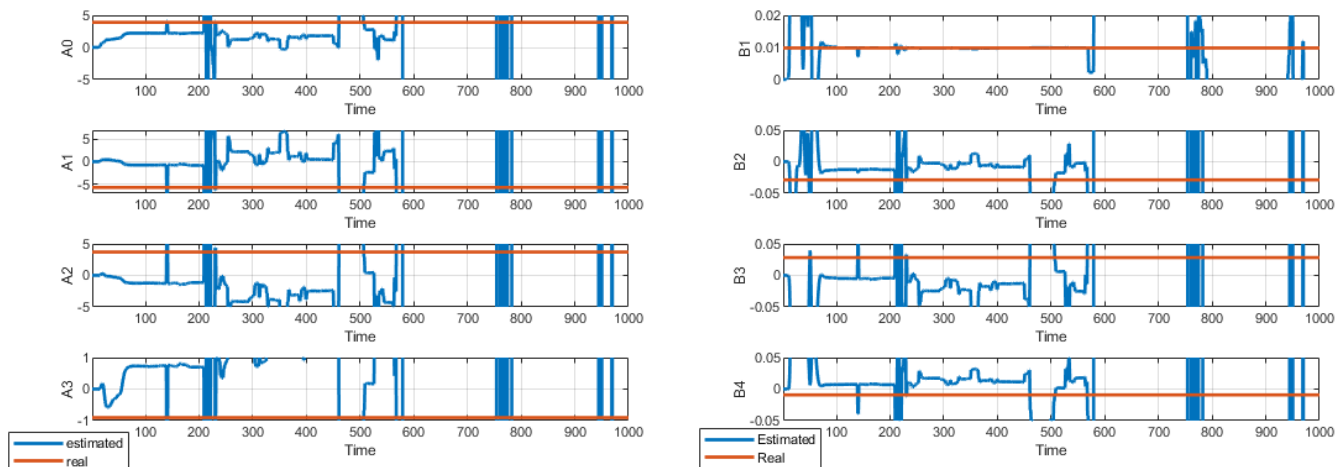
شکل ۲۳ شناسایی سیستم آنالین با ورودی سینوسی با ضریب فراموشی 0.99



شکل ۲۴ شناسایی سیستم آنلاین با ورودی سینوسی با ضریب فراموشی 0.95



شکل ۲۵ شناسایی سیستم آنلاین با ورودی سینوسی با ضریب فراموشی 1.1



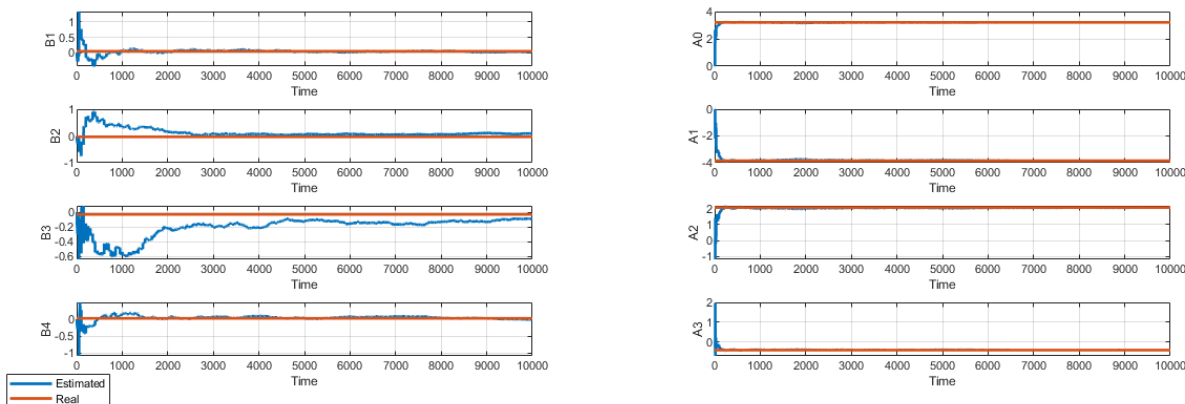
شکل ۲۶ شناسایی سیستم آنلاین با ورودی سینوسی با ضریب فراموشی 0.8

همان طور که در شکل ۲۶ مشاهده می شود کمتر شدن مقدار ضریب فراموشی باعث نوسانی شدن سیستم شناسایی شده و به مقدار واقعی همگرا نمی شود. در مقابل در شکل ۲۵ تابع سریع به همگرایی رسیده است. در شناسایی آنلاین مینیمم مربعات بازگشتی که با نویز سفید همراه است، همگرایی شناسایی پارامترهای سیستم به صورت زیر است.

برای این بخش با توجه به اینکه سیستم در حضور نویز پایداری خود را از دست داده است. از سیستم زیر برای نمودارها و تحلیلها استفاده شده است.

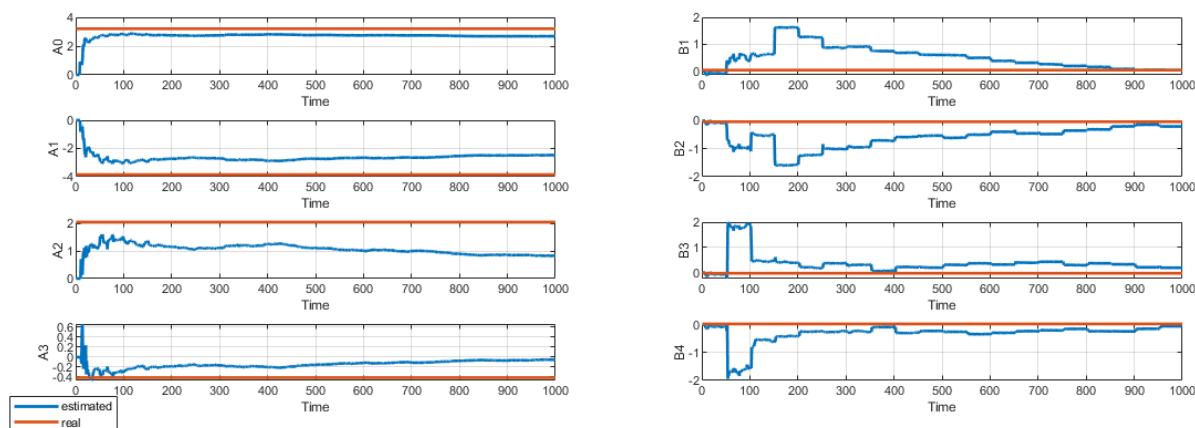
$$G(z) = \frac{0.04269z^3 - 0.0332z^2 - 0.03096z + 0.02414}{z^4 - 3.207z^3 + 3.853z^2 + 0.4107}$$

۴



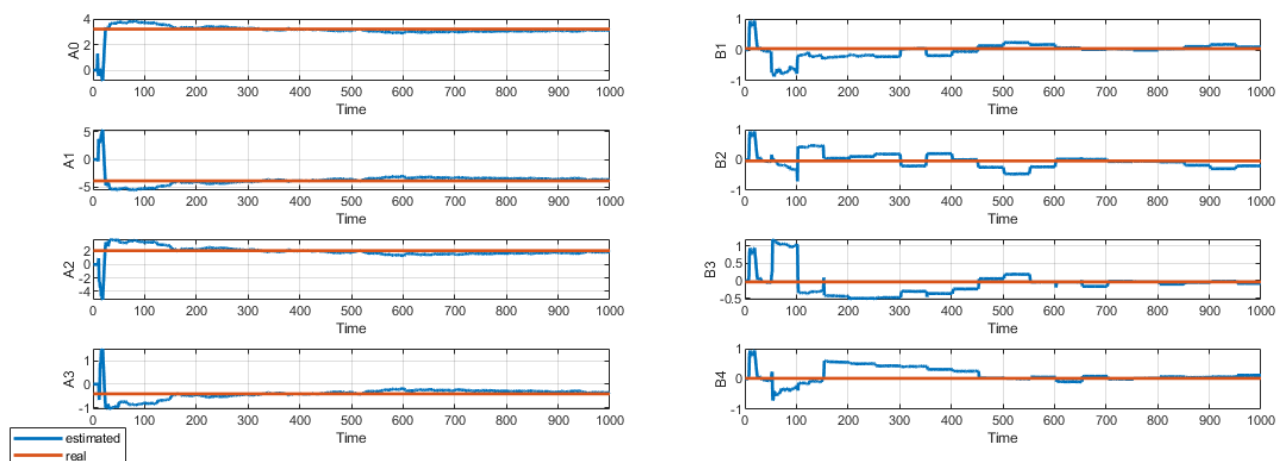
شکل ۲۷ شناسایی آنلاین پارامترهای سیستم در حضور نویز سفید

ورودی شکل ۲۷، تابع پله بوده است. شناسایی در حضور نویز سفید، نسبت به زمانی که نویز وجود نداشت بهتر است و شناسایی خوب انجام شده است.



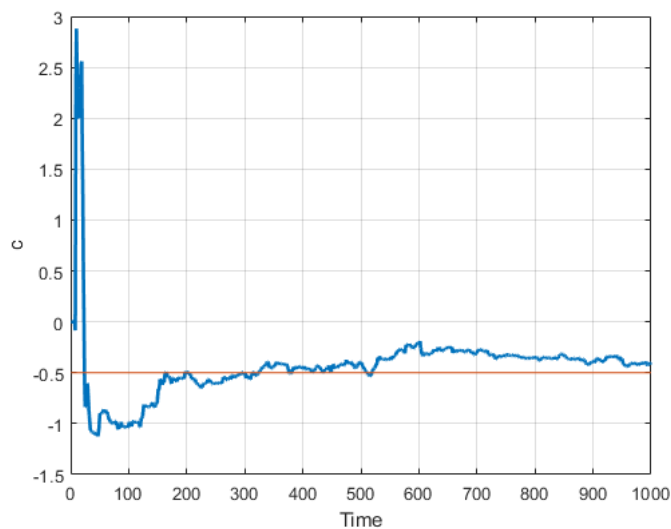
شکل ۲۸ شناسایی آنلاین پارامترهای سیستم در حضور نویز رنگی

اما در حضور نویز رنگی شناسایی درست انجام نمی شود که برای حل مشکل شناسایی سیستم در حضور نویز رنگی از الگوریتم ELS استفاده می شود.



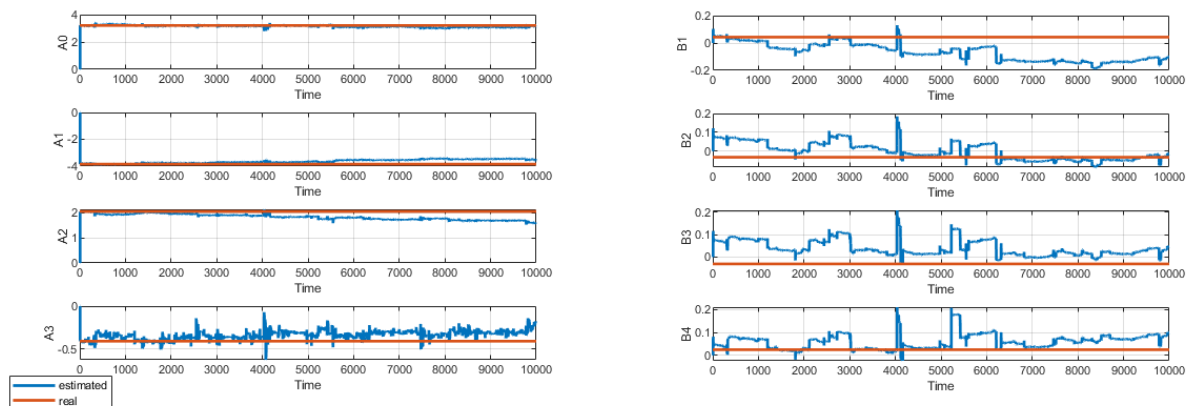
شکل ۲۹ شناسایی پارامترهای سیستم در حضور نویز رنگی با الگوریتم ELS

همان طور که در شکل ۲۹ نشان داده می شود استفاده از الگوریتم ELS که یک الگوریتم توسعه یافته مینیمم مربعات بازگشتی (شناسایی آنلاین) است، شناسایی بهتری را در حضور نویز رنگی نشان داده است. دلیل بر این است که در این الگوریتم، ضریب نویز رنگی هم شناسایی می شود که نویز یک عدم قطعیت به حساب در این الگوریتم به حساب نمی آید.



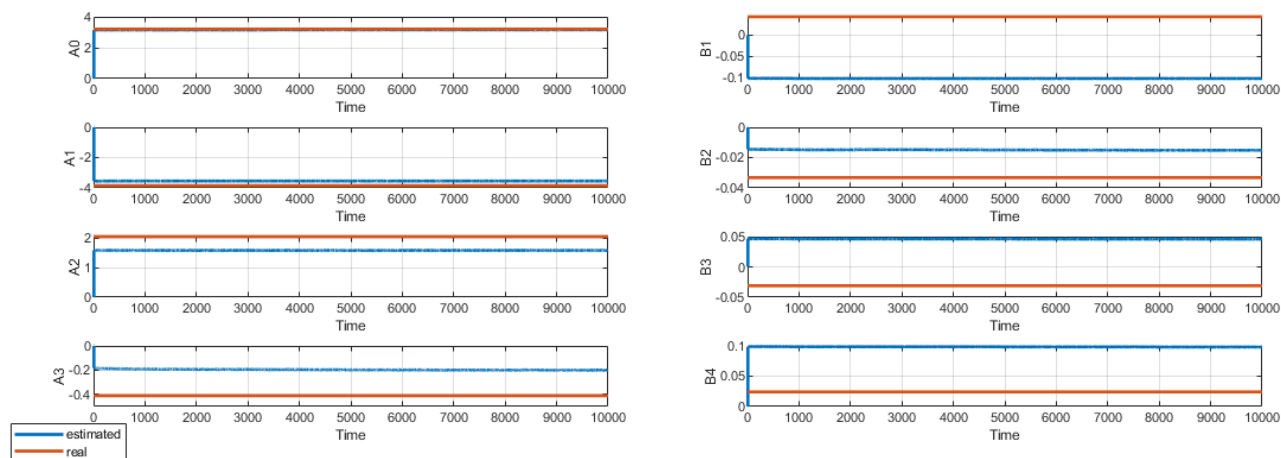
شکل ۳۰ شناسایی ضریب نویز رنگی در الگوریتم ELS

الگوریتم تصویرگر کازمارز ، فرض بر این است که داده ها بدون خطا تولید شده است.



شکل ۳۱ شناسایی سیستم با استفاده از الگوریتم کازمارز

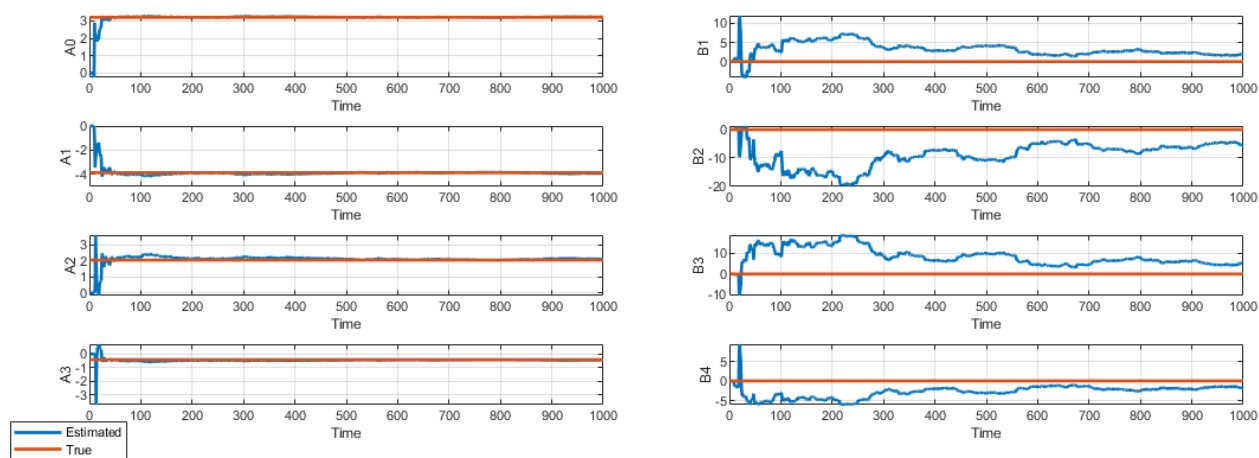
در الگوریتم کازمارز ، اندازه ورودی و خروجی که بزرگ باشد یا کوچک روی همگرایی سیستم اثر می گذارد و با آن می توانیم سرعت همگرایی را تنظیم کنیم.



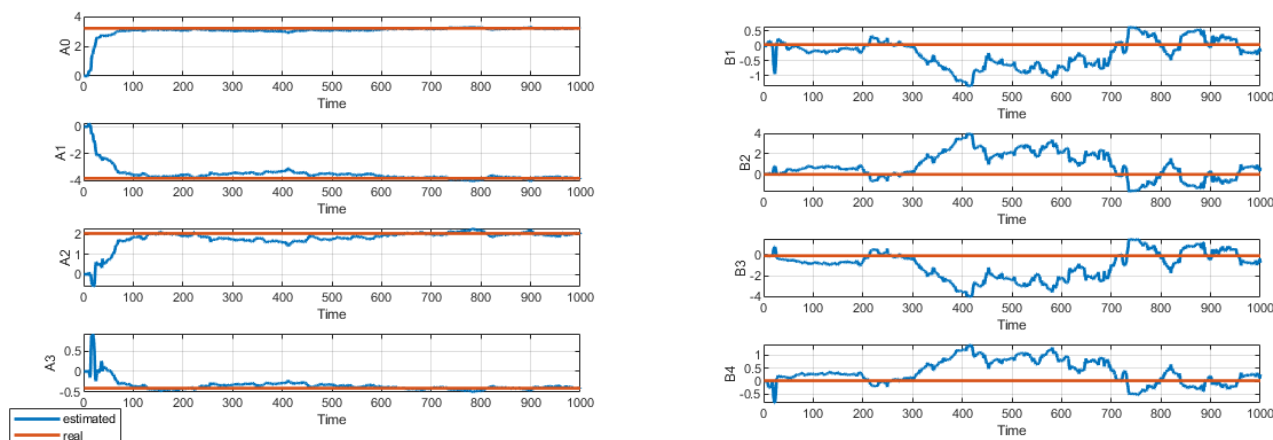
شکل ۳۲ شناسایی سیستم با استفاده از الگوریتم LMS

همان طور که از شکل ۳۲ می توان متوجه شد که الگوریتم LMS کندتر به پارامتر های اصلی سیستم همگرا می شود و در این شبیه سازی به پارامتر های اصلی نرسیده است.

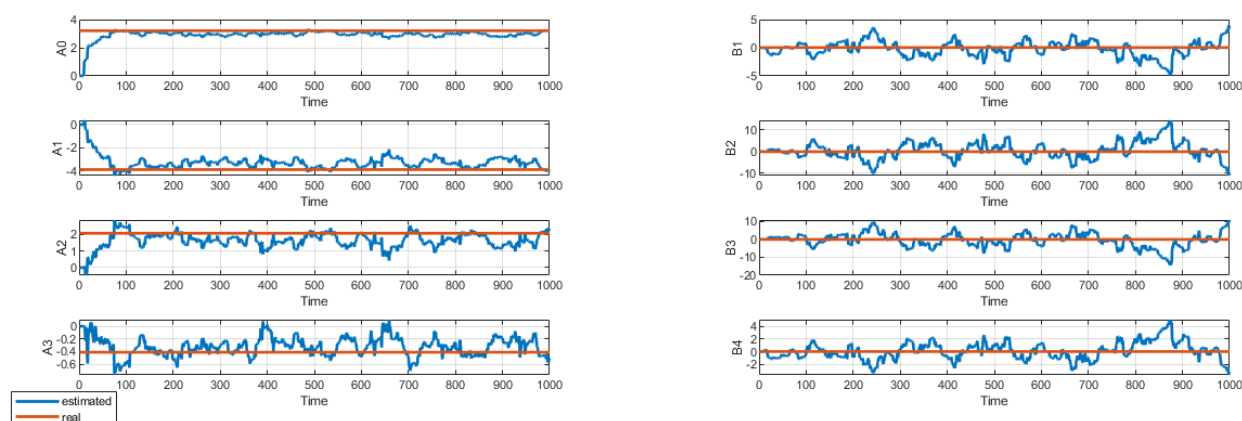
در قسمت بعدی تغییرات آهسته پارامتر ها در حالتی که ضریب فراموشی ۱ ، ۰.۹۹ و ۰.۹۵ است آورده شده است.



شکل ۳۳ تخمین پارامتر های سیستم در حالتی که تغییرات آهسته دارد با ضریب فراموشی ۱



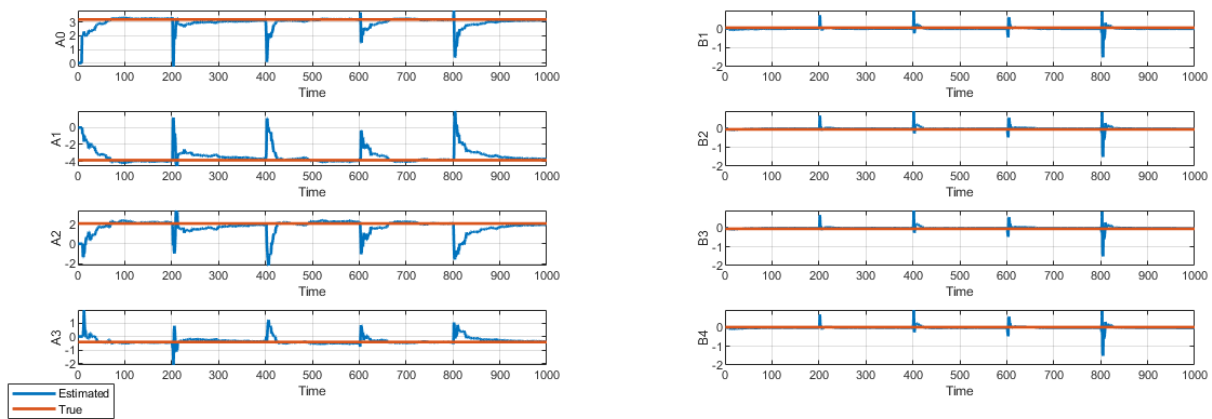
شکل ۳۴ تخمین پارامترهای سیستم در حالتی که تغییرات آهسته دارد با ضریب فراموشی 0.99



شکل ۳۵ تخمین پارامترهای سیستم در حالتی که تغییرات آهسته دارد با ضریب فراموشی 0.95

زمانی که سیستم تغییرات پارامتریک داشته باشد چه آهسته و چه سریع خوب جواب نمی دهد ، برای بهتر جواب دادن این تغییرات را بسیار جزئی در نظر گرفته شده است و هر ۲۰۰ دور محاسبه پارامتر ها ، تغییرات انجام شده است. با تغییر P روی سرعت همگرایی اثر می گذارد و تغییر پارامتر ها سیستم روی پاسخ نهایی سیستم اثر می گذارد.

ورودی که برای شناسایی این سیستم در نظر گرفته شده است ورودی سینوسی با ۴ فرکانس مختلف است.



شکل ۳۶ تغییر ناگهانی پارامترهای سیستم با استفاده از الگوریتم مینیمم مربعات بازگشتی مبتنی بر
پریودیک رستینگ ماتریس کوواریانس

در این بخش تغییر ناگهانی پارامترها مبتنی بر پریودیک رستینگ ماتریس کوواریانس داریم که در جواب نهایی تغییری ایجاد نشده است و در هر ۲۰۰ ثانیه تنظیم شده است که ماتریس کوواریانس صفر شود که با اینکه یک پیک در این نقاط داریم اما باز سیستم شناسایی توانایی تخمین درست پارامترها را داشته و توانسته است به همگرایی برسد. در کل این کار کمک می کند که انفجار ماتریس کوواریانس اتفاق نیافتد.