

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
دانشکده مهندسی هوافضا

درس کنترل تطبیقی
گرایش مهندسی فضایی

عنوان
تمرین ۲-۳

نگارش
فاطمه مقدسیان

استاد درس
دکتر فانی صابری

پاییز ۱۴۰۲

سیستم مرتبه چهار با تابع تبدیل که بصورت زیر آمده شده است را برای شناسایی سیستم در حالت پیوسته زمان انتخاب کرده شده است.

$$G(s) = \frac{10}{(s+1)(s+2)(s+3)(s+4)} \quad ۱$$

معادله دیفرانسیل سیستم به صورت زیر است :

$$y^{(4)} + 10 \ddot{y} + 35 \dot{y} + 50 y = 10 u \quad ۲$$

فیلتر مناسب و پایدار برای سیستم تعیین شده باید هم مرتبه با سیستم باشد بنابراین مرتبه فیلتر هم ۴ در نظر گرفته می شود و به صورت زیر است :

$$A_0 = S^4 + \lambda_1 S^3 + \lambda_2 S^2 + \lambda_3 S + \lambda_4 \quad ۳$$

که سیستم در حضور فیلتر به صورت زیر است :

$$y = \frac{A_0 - A}{A_0} y + \frac{B}{A_0} u \quad ۴$$

پارامتر های λ_n را طراح ، مشخص می کند:

$$\lambda_1 = 11, \lambda_2 = 36, \lambda_3 = 51, \lambda_4 = 25 \quad ۵$$

سیستم به این صورت نوشته می شود :

$$y = \frac{s^3 + s^2 + s + 1}{s^4 + 11s^3 + 36s^2 + 51s + 25} y + \frac{10}{s^4 + 11s^3 + 36s^2 + 51s + 25} u \quad ۶$$

که به صورت رگرسیون به صورت زیر نوشته می شود :

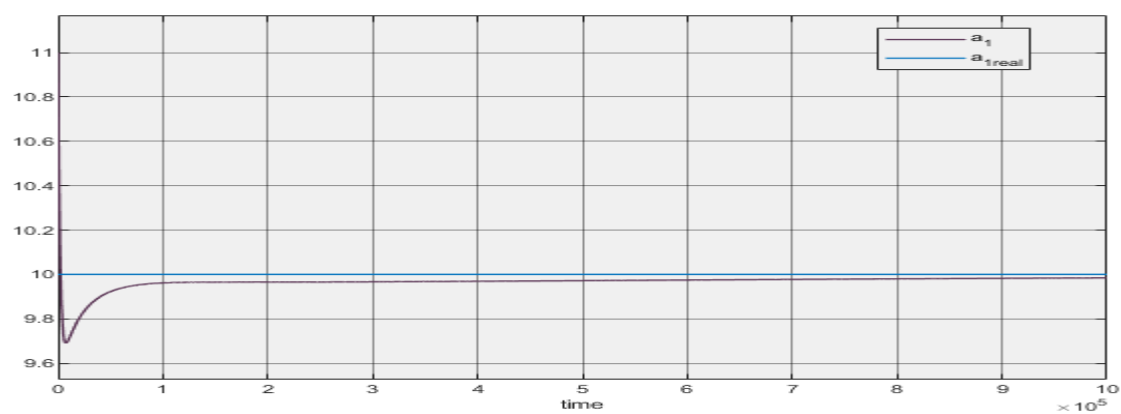
$$y = [\lambda_4 - a_4 \quad \lambda_3 - a_3 \quad \lambda_2 - a_2 \quad \lambda_1 - a_1] \begin{bmatrix} \frac{y}{A_0} \\ \frac{\dot{y}}{A_0} \\ \frac{\ddot{y}}{A_0} \\ \frac{\ddot{\ddot{y}}}{A_0} \end{bmatrix} + [b_0 \ 0 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} \frac{u}{A_0} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \gamma$$

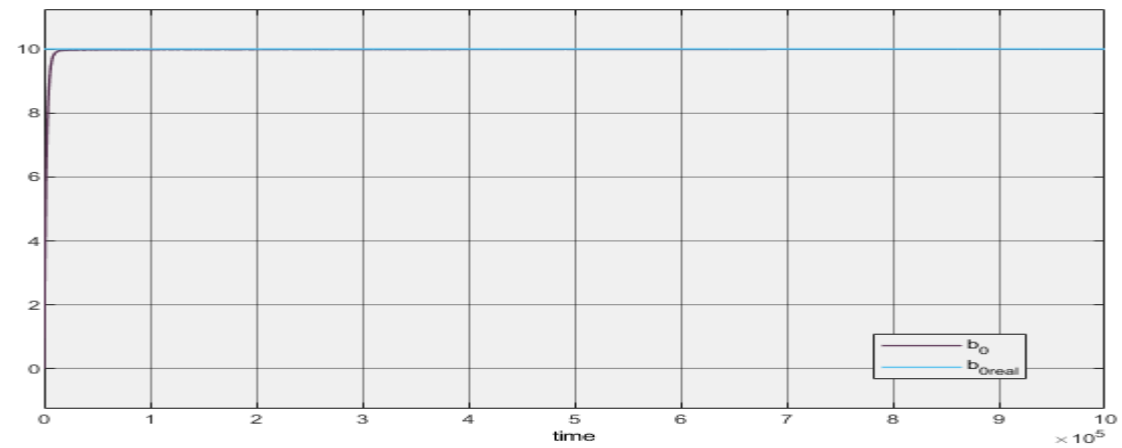
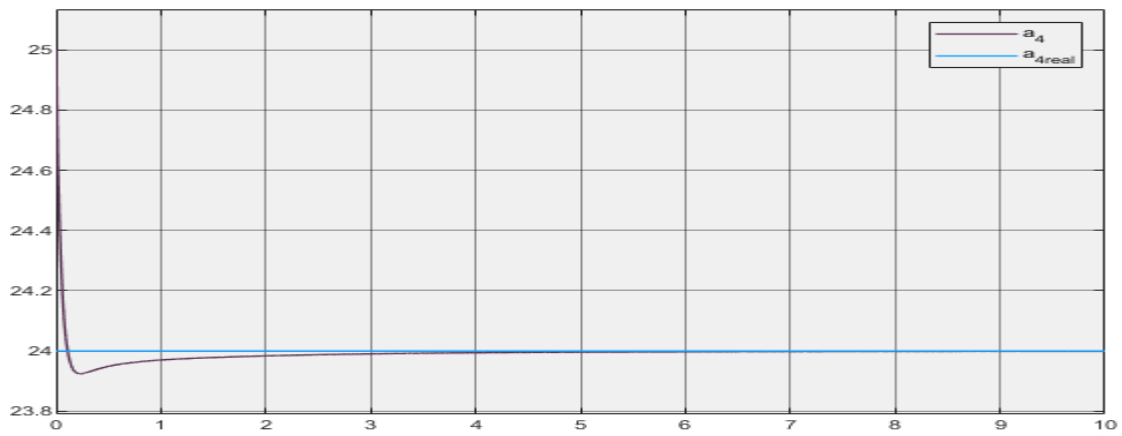
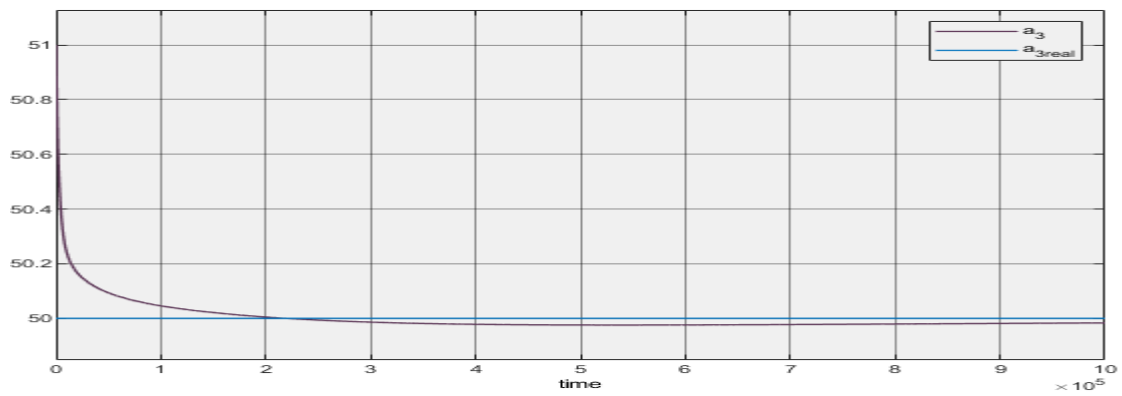
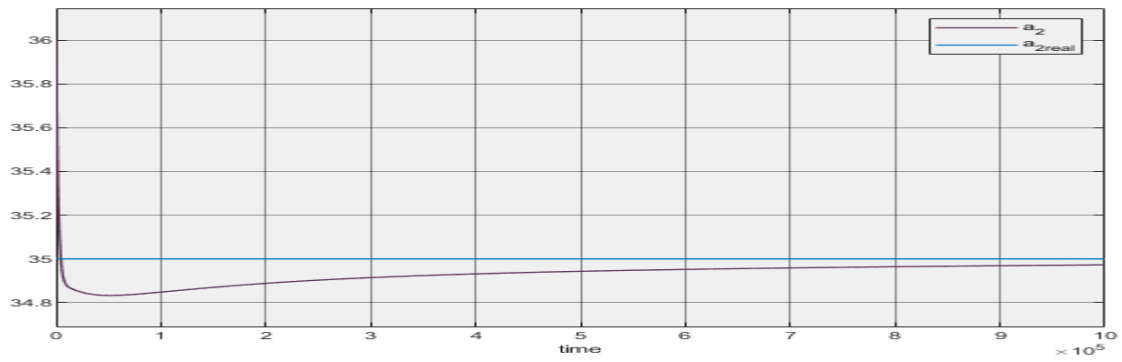
$$\theta = [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 10] \quad \lambda$$

$$\omega = \frac{1}{A_0} [y; \dot{y}; \ddot{y}; \ddot{\ddot{y}}; u] \quad \vartheta$$

$$y(t) = w(t)a \quad \textcolor{teal}{\text{J.}}$$

در مرحله اول تخمین گرادیان است که نمودار های زیر شناسایی سیستم با این تخمین گر است :





برای تخمین از ورودی رندم استفاده شده که مشاهده می شود ، پارامتر ها در مدت زمان شبیه سازی به پارامتر های واقعی سیستم همگرا شده اند. بهره تخمین در این حل برابر $p = 10$ بوده ، بهره مناسبی برای سیستم بوده و باعث افزایش نویز و آشفتگی در تخمین نشده است.

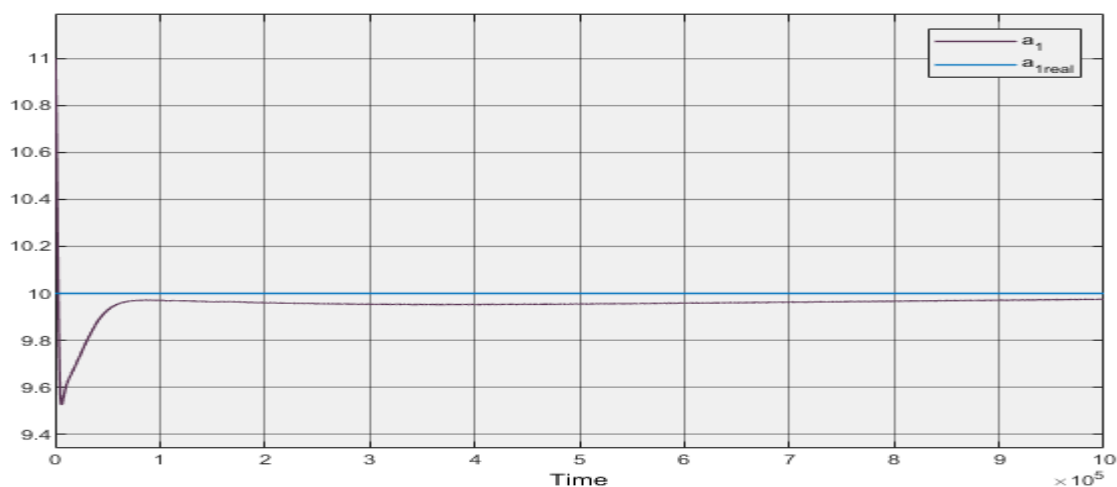
در روش بعدی از تخمین گر حداقل مجذور استاندارد استفاده می کنیم.

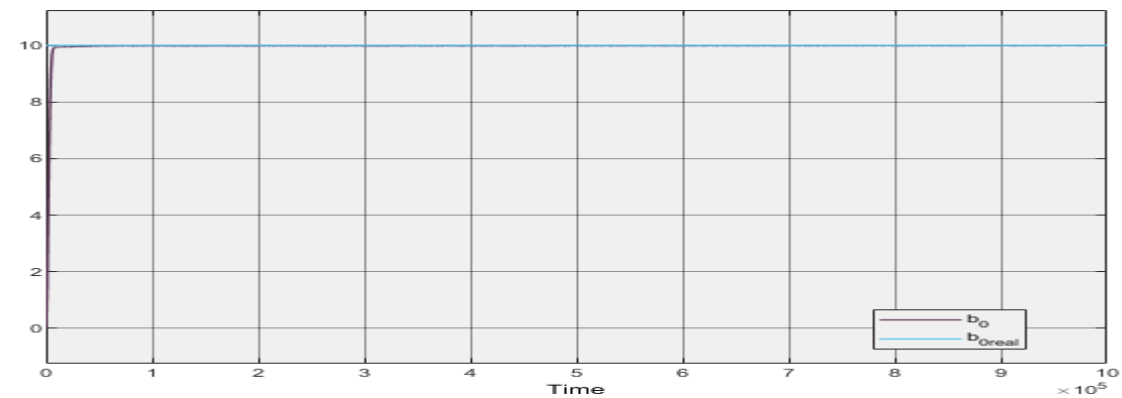
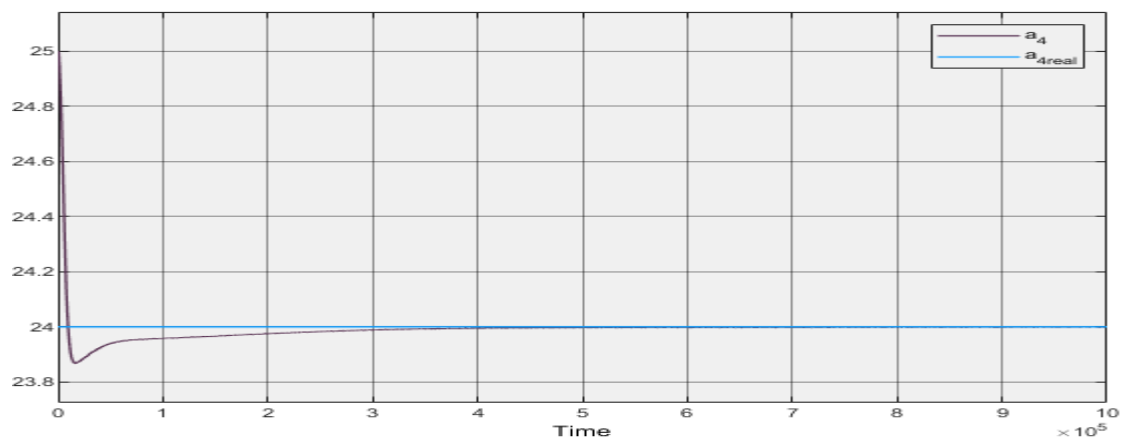
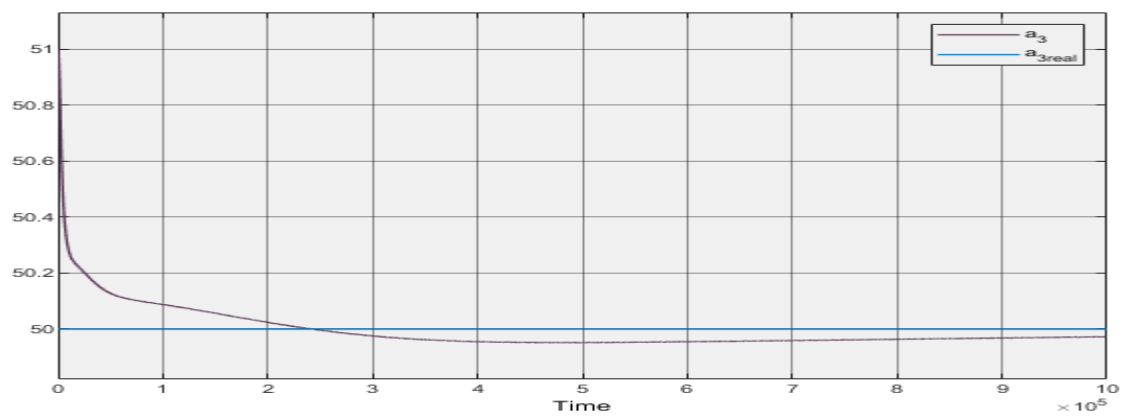
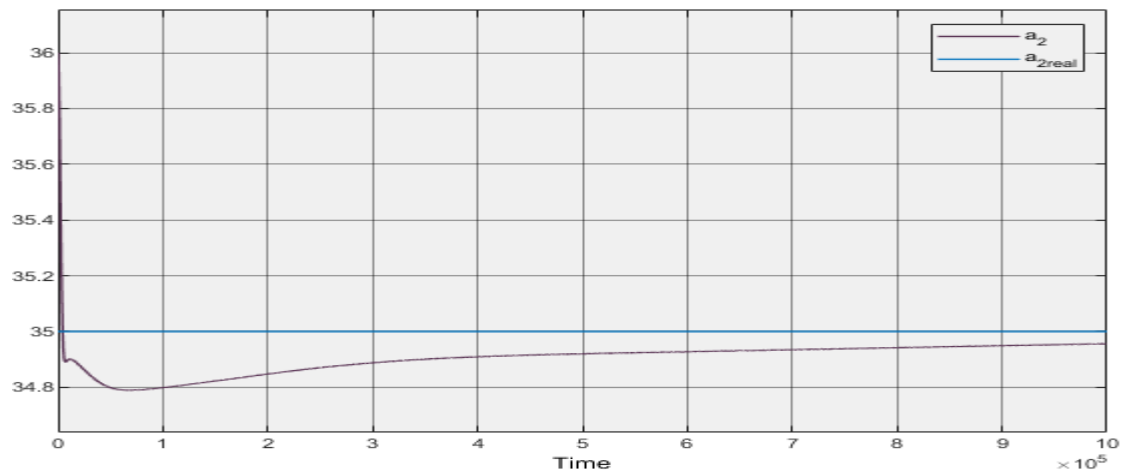
برای این کار در ابتدا باید یک مقدار اولیه برای $p(0)$ انتخاب کنیم که ماتریس قطری زیر را برای تخمین پارامتر های سیستم انتخاب کرده ایم.

با توجه به اینکه ماتریس کوواریانس فیلتر کالمن با مقدار اولیه نسبتا بزرگی است ، همگرایی پارامتر ها از روش گرادیان سریع تر بوده است.

برای مقایسه با روش گرادیان ماتریس $p(0)$ مطابق زیر بیان کرده ایم.

$$p(0) = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10 \end{bmatrix} \quad , ,$$





روش حداقل مجذور استاندارد نسبت به روش گرادیان نرم تر است اما پارامترهای را به خوبی روش گرادیان تخمین نزده است.

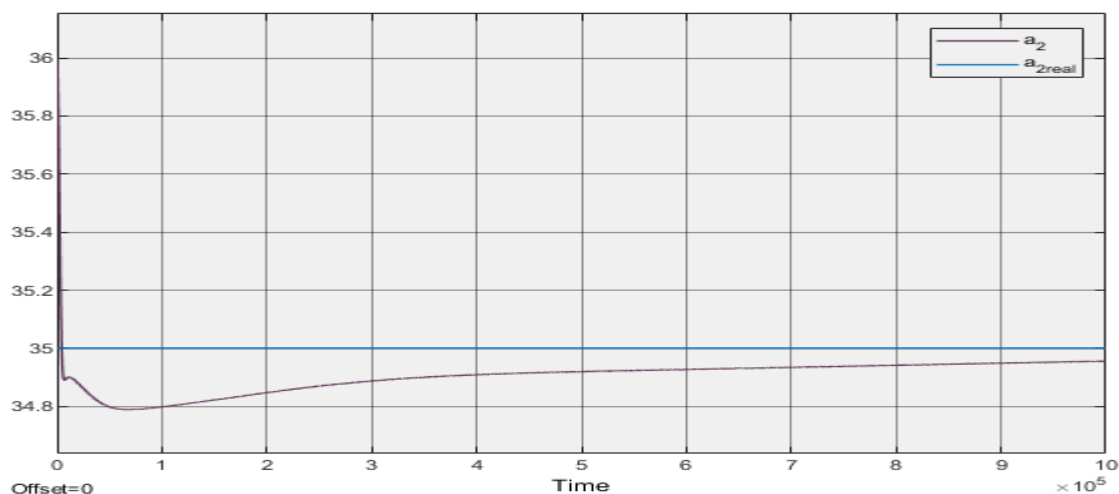
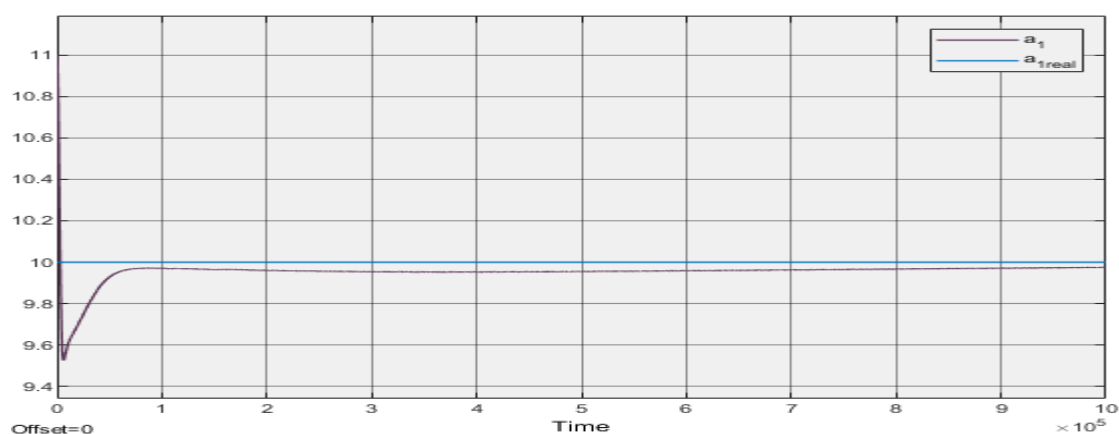
در بخش بعدی از تخمین گر حداقل مجذور با فراموشی نمایی استفاده می کنیم.

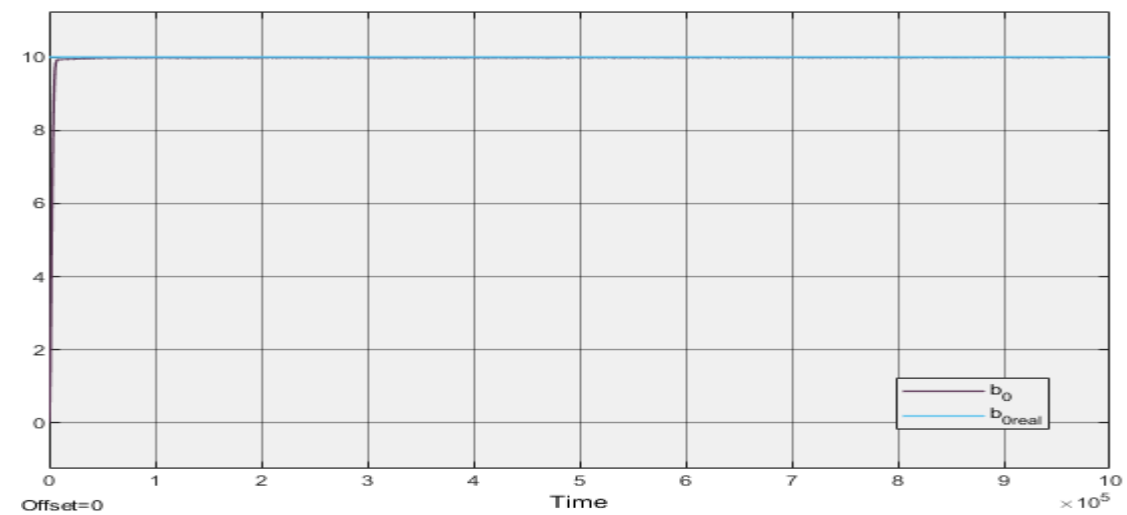
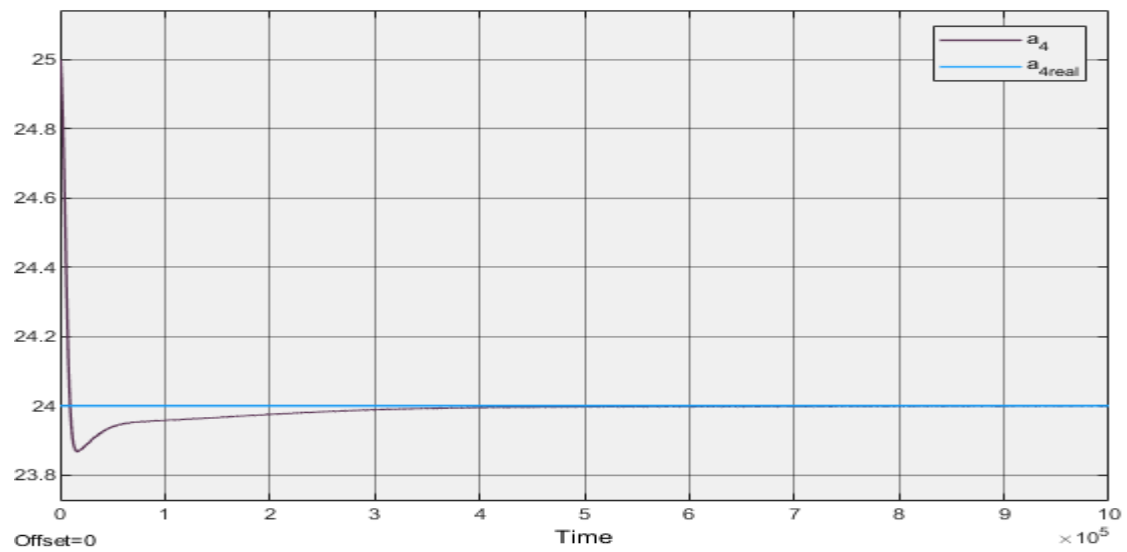
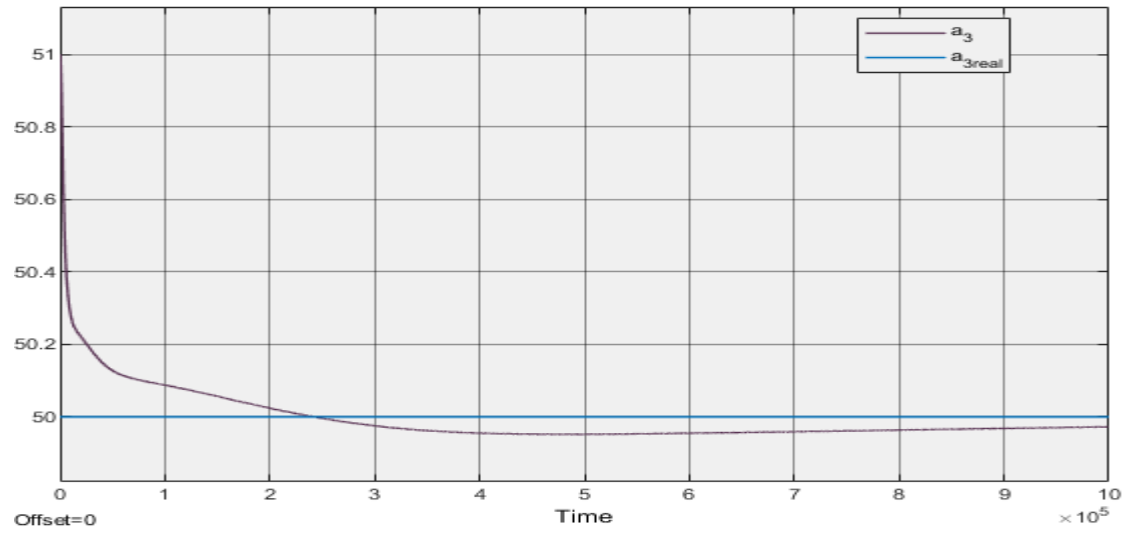
و ضریب فراموشی نمایی را مطابق زیر تعیین شده است:

$$\lambda(t) = e^{-100t} \quad ۱۲$$

دلیل انتخاب این بخاطر ماتریس W دائماً تحریک کننده است $\lambda(t)$ باید در نهایت به سمت صفر همگرا بشود. تا انفجار ماتریس کوواریانس اتفاق نیافتد. برای حل این مشکل از حداقل مجذور با فراموشی متغیر استفاده می شود.

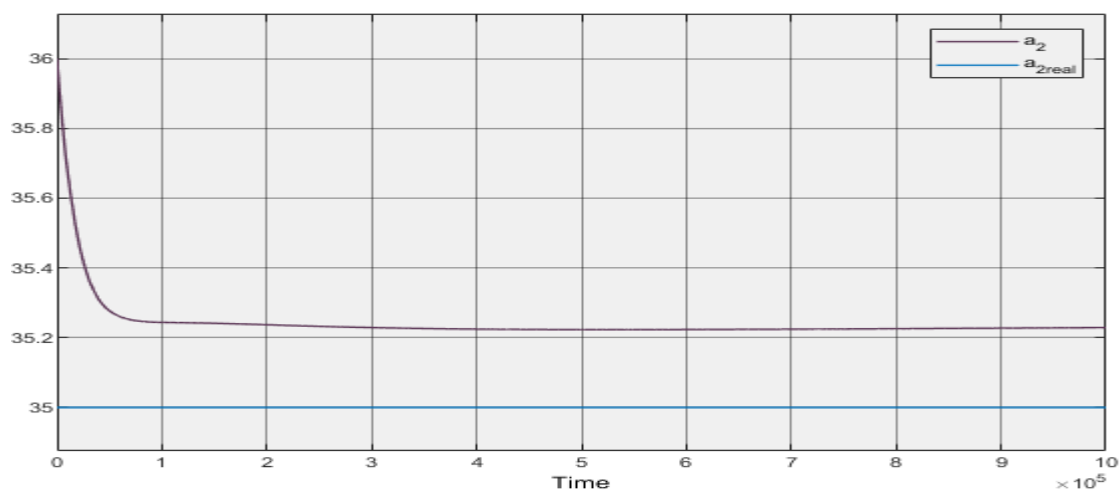
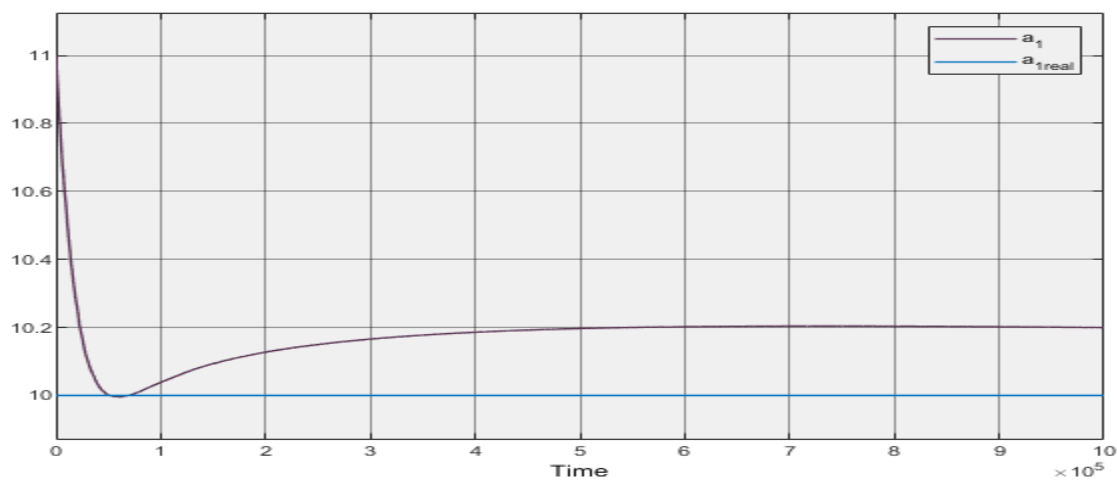
نمودارهای زیر برای فراموشی نمایی است.

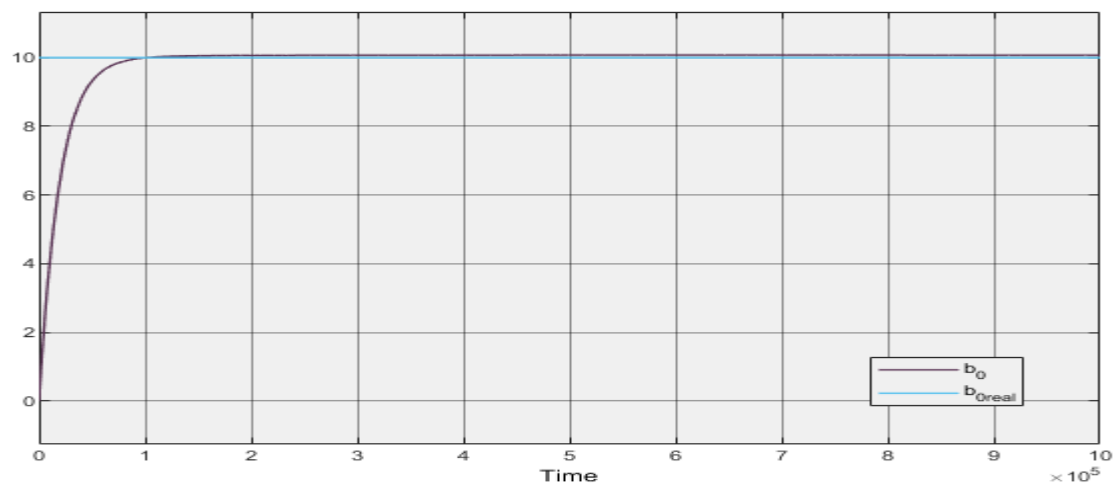
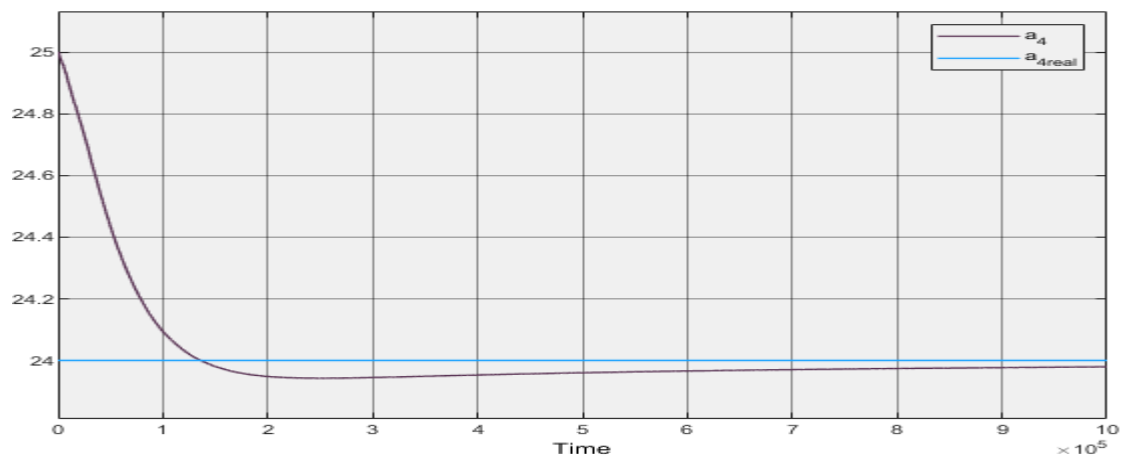
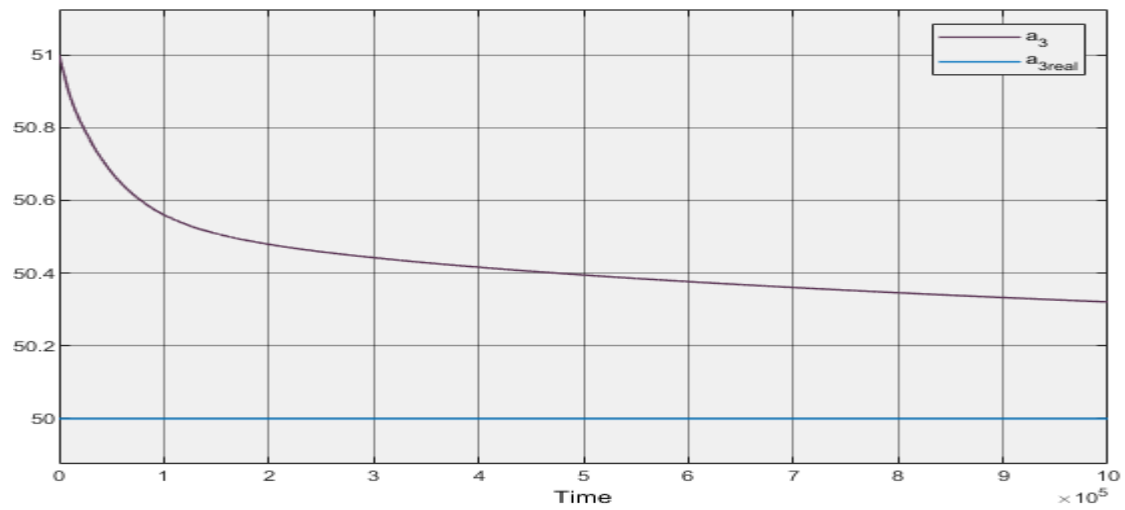




برای حل مشکل ضریب فراموشب نمایی، از ضریب فراموشب متغیر (BGF) استفاده می کنیم.

در این بخش با توجه به انتخاب k_0 و همین طور λ_0 به انتخاب این دو مقدار بسیار وابسته است تخمین پارامترها به طوری که نسبت به بخش های قبلی خطا زیاد تر است.

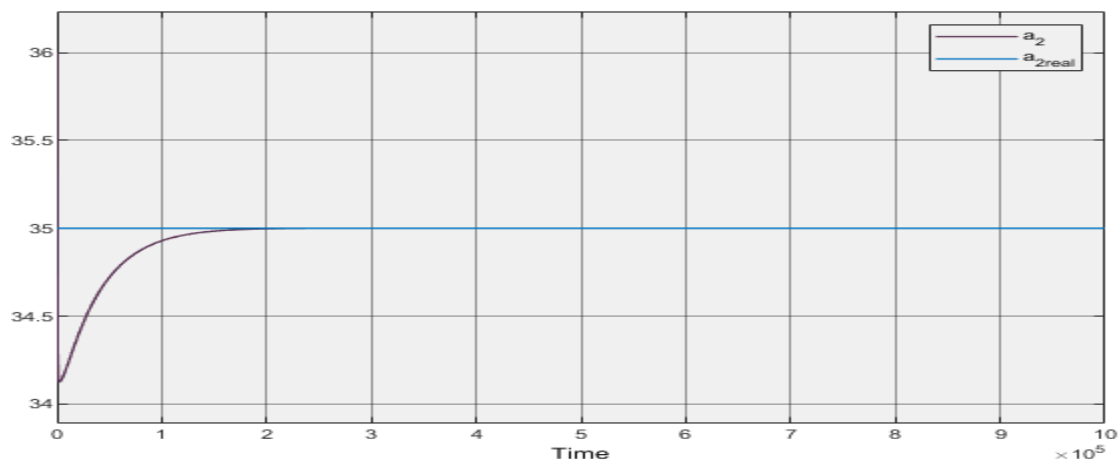
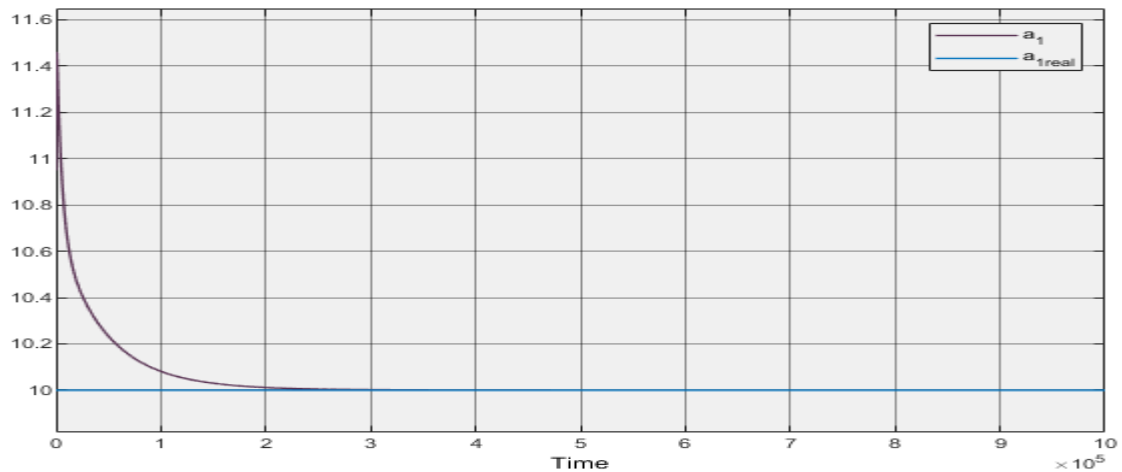


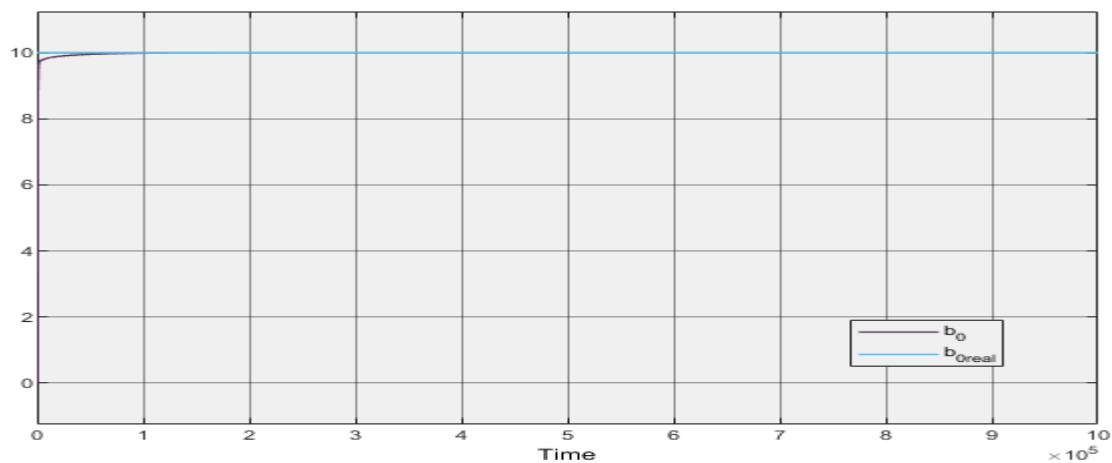
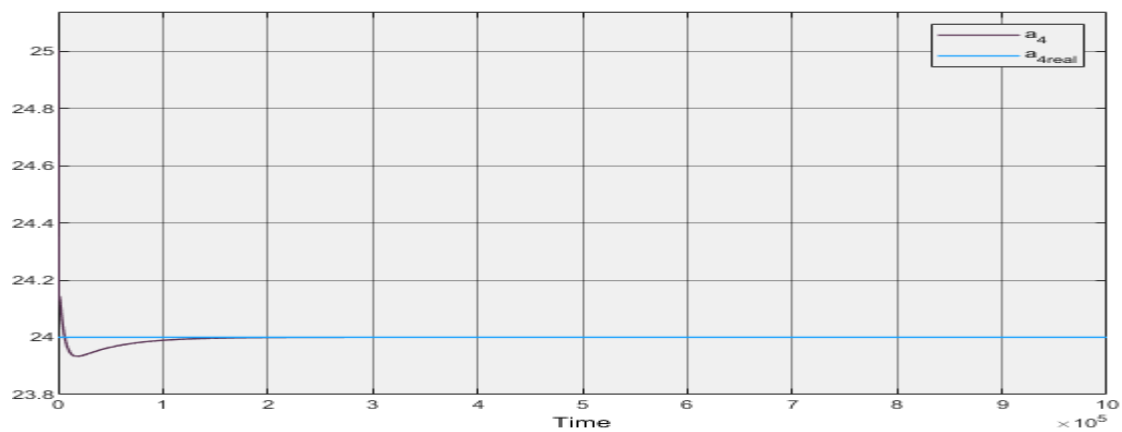
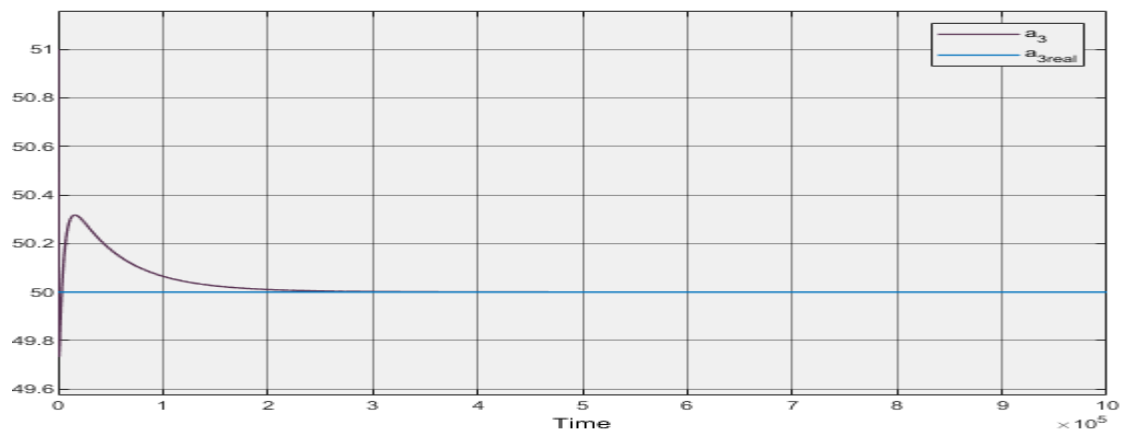


در این بخش برای روش گرادیان با ورودی سینوسی و ورودی پله، شناسایی سیستم انجام می دهیم. شناسایی پارامترهای اولیه با استفاده از ورودی سینوسی انجام شده است برای اینکه شناسایی سیستم به درستی انجام شود ورودی پایا برای سیستم انتخاب کرده ایم

$$u = \sin t + \sin 2t + \sin 3t + \sin 5t \quad ۱۳$$

نمودارهای زیر برای روش گرادیان با ورودی سینوسی است.

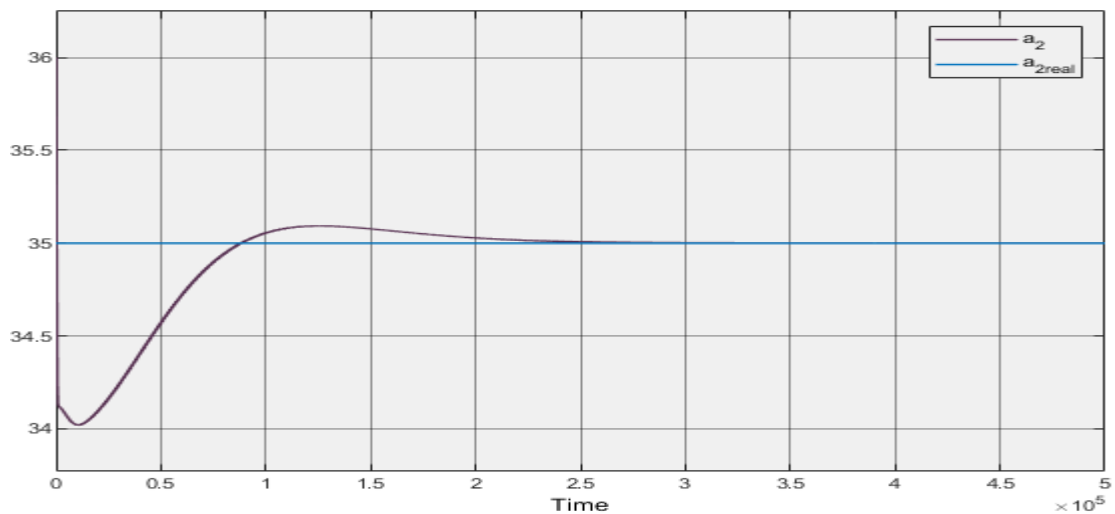
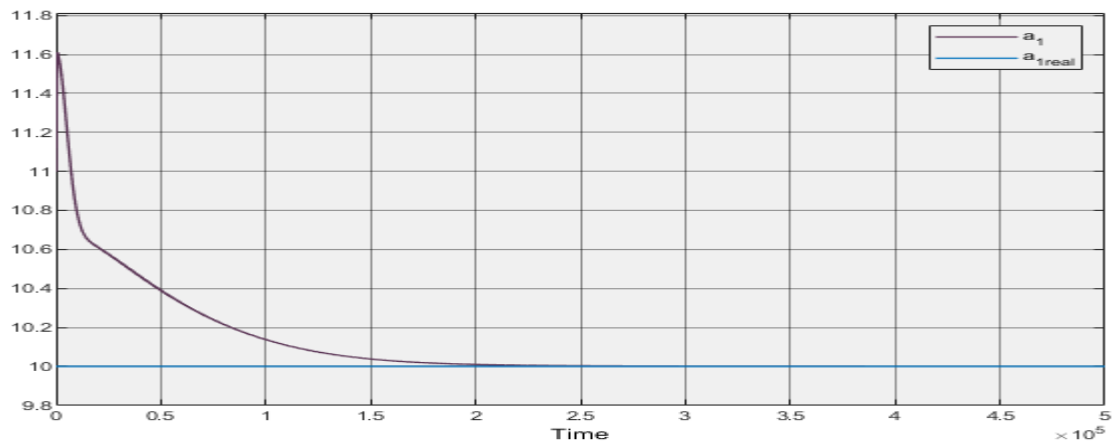


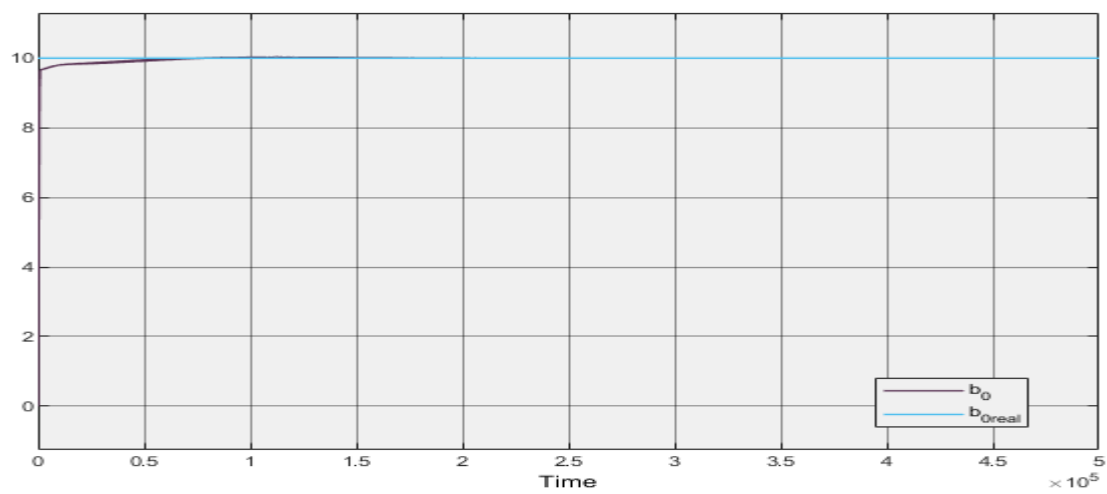
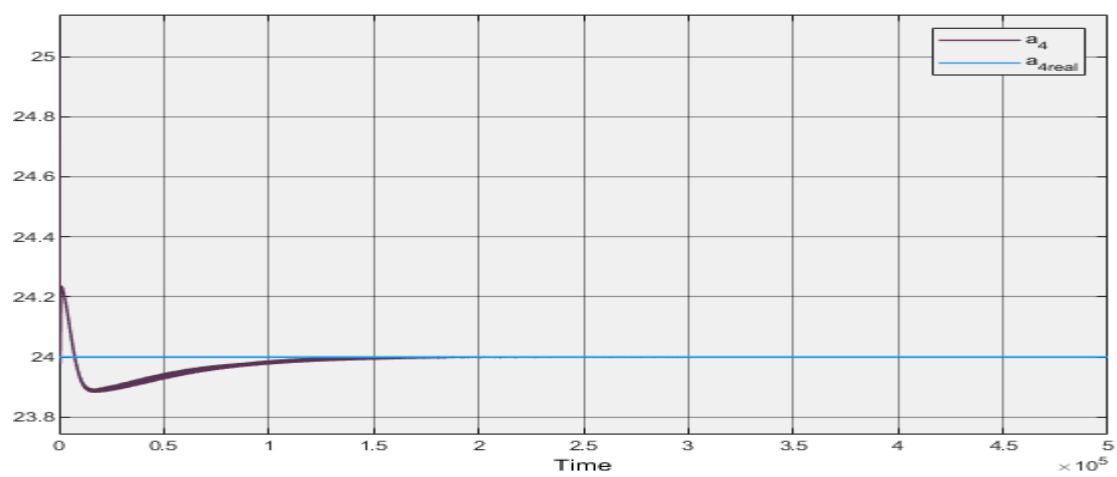
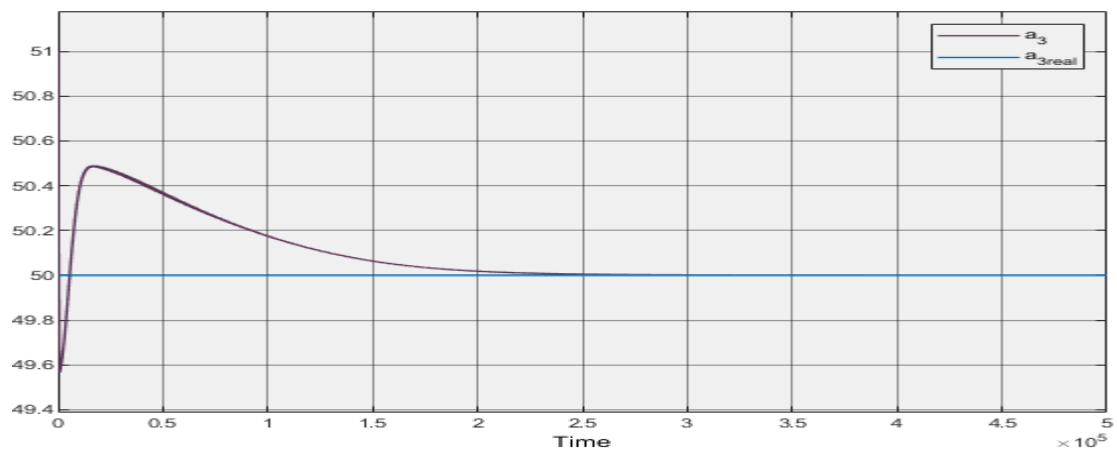


با توجه به نمودارهای بالا تخمین پارامترها با ورودی پایا سیستمی بهتر از ورودی رندم عمل کرده است و پارامترها دقت و سریعتر به مقادیر اولیه خود رسیده اند.

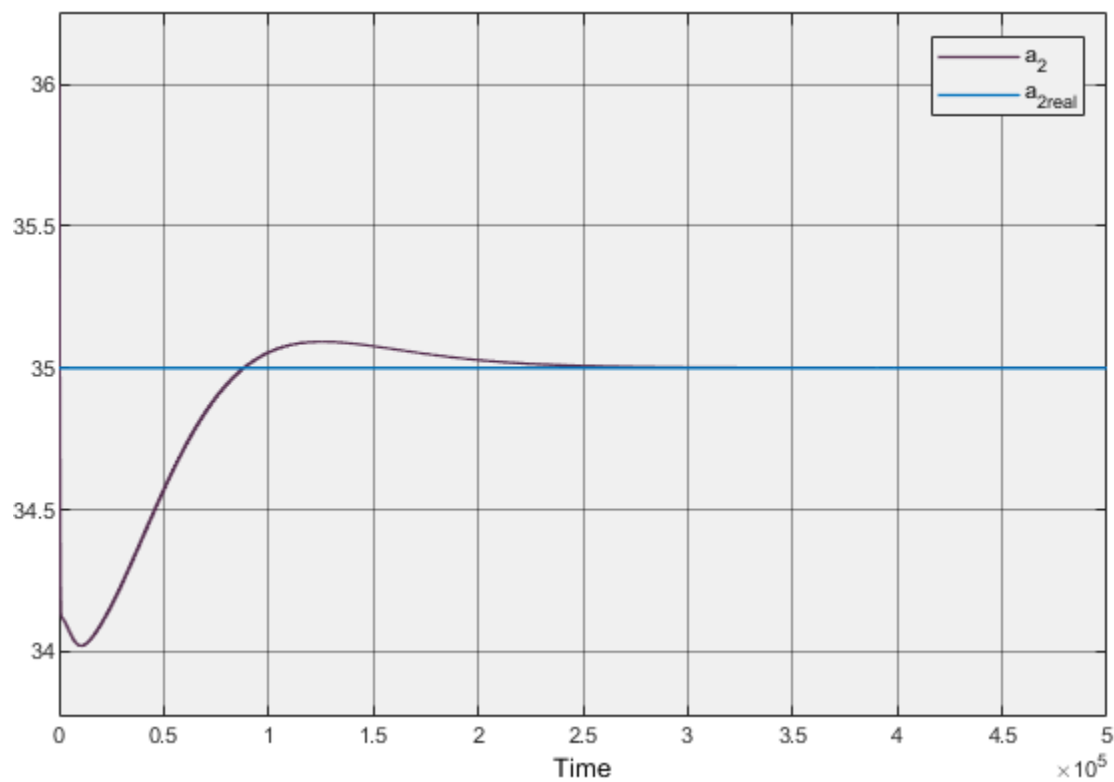
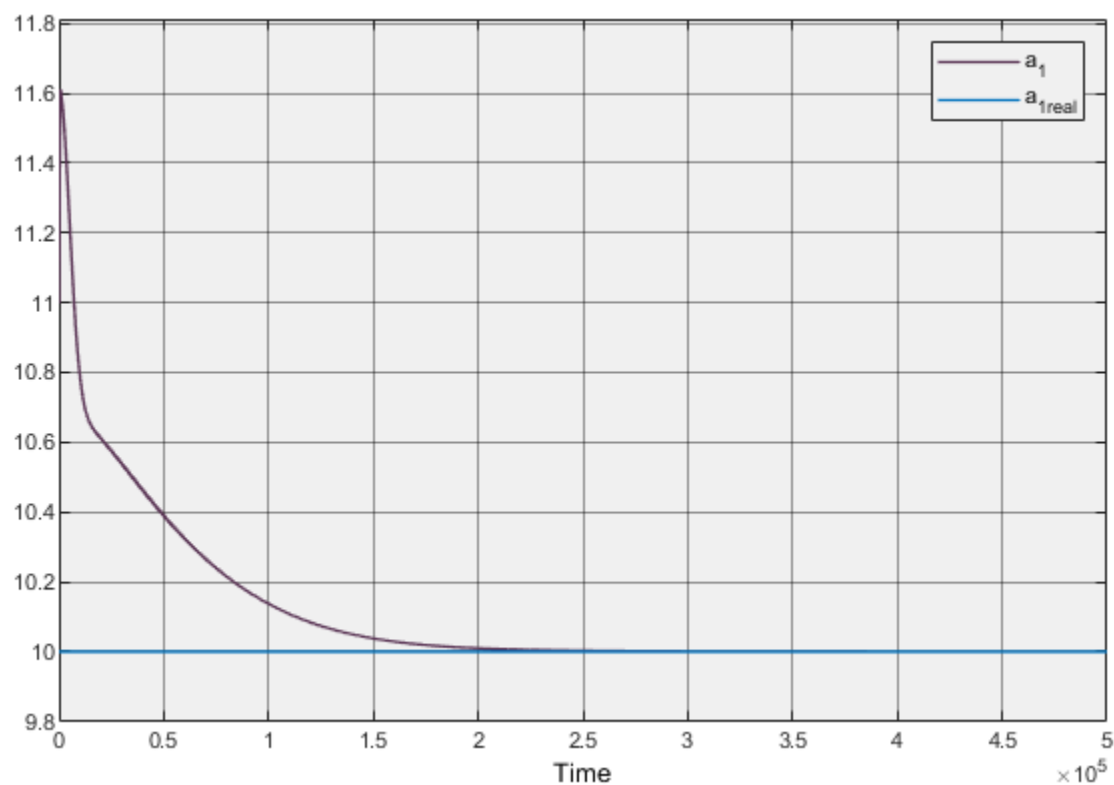
روش حداقل مجذور استاندارد نسبت به روش گرادیان سریعتر در ورودی سیستم عمل کرده است و ورودی پایا به مقادیر صحیح سیستم، شناسایی را همگرا کرده است.

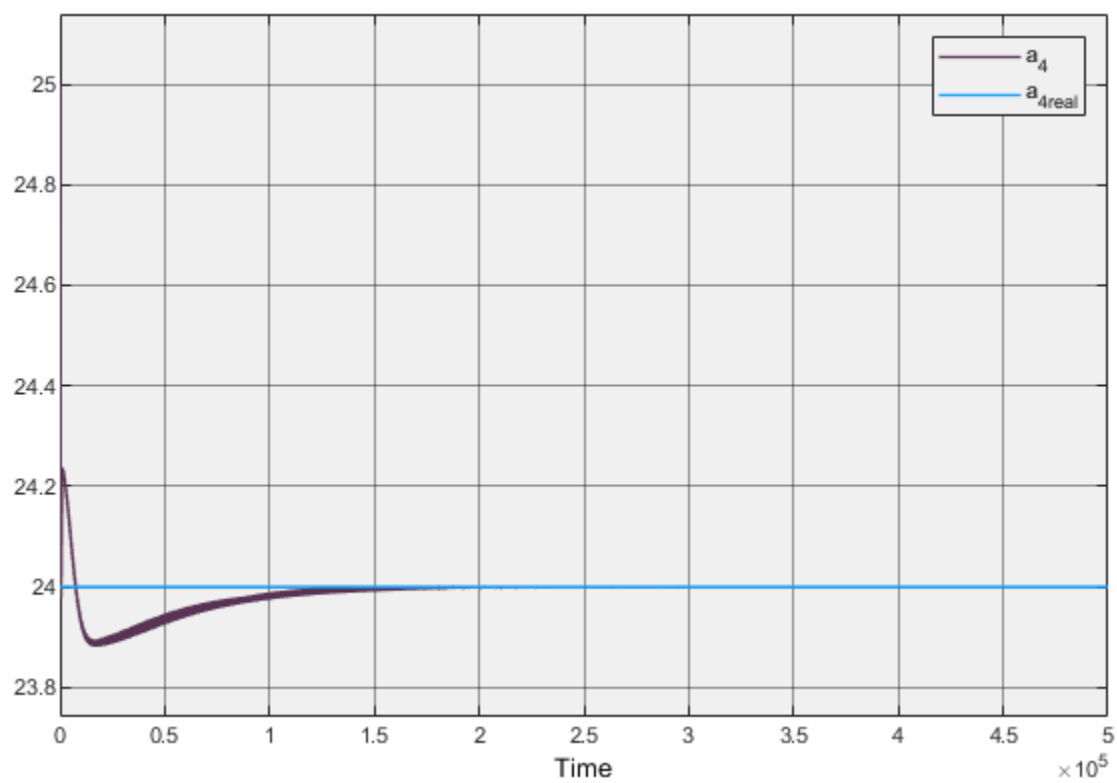
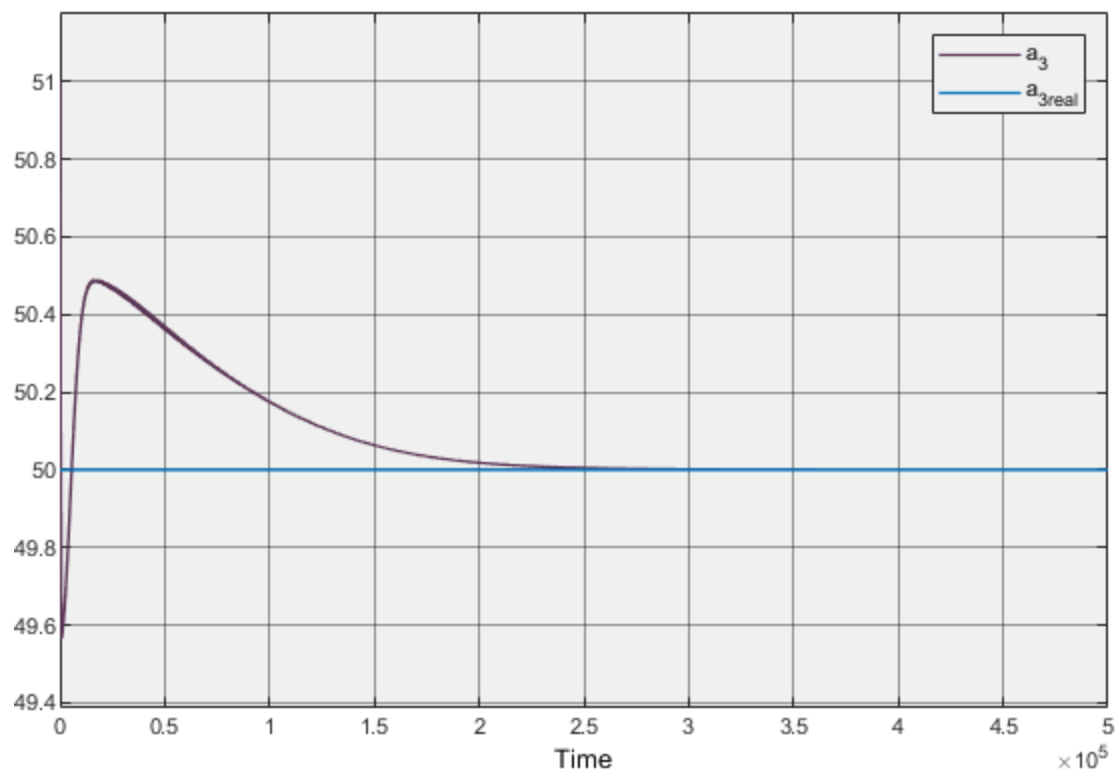
نمودارهای زیر برای روش تخمین گر حداقل مجذور استاندارد است. مشکلی که در این شبیه سازی اتفاق افتاد که در حالت ورودی رندم اتفاق نیافتاده بود انفجار ماتریس کوواریانس بوده است که برای این منظور زمان شناسایی کمتر از بقیه حالت ها در نظر گرفته شده است.

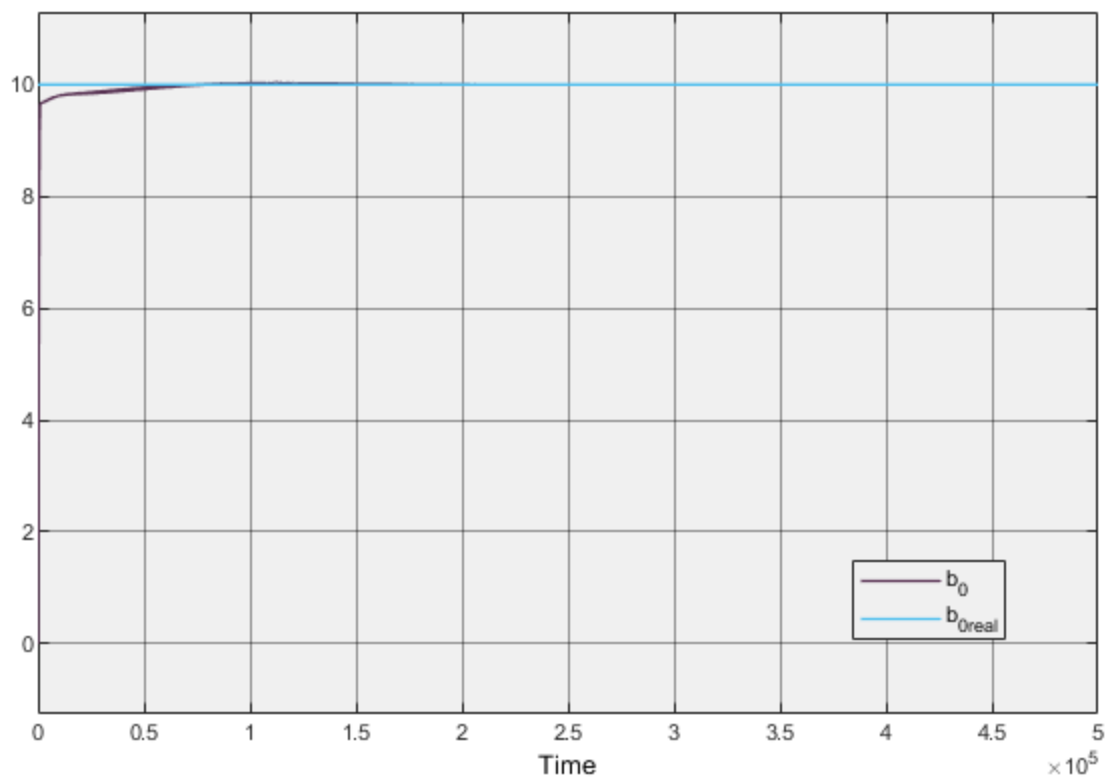




نمودار های پایین شناسایی سیستمک با حداقل مجذور با فراموشی نمایی است که نسبت به حداقل مجذور استاندارد کندتر عمل کرده است اما به پارامتر های دقیق سیستم رسیده است.



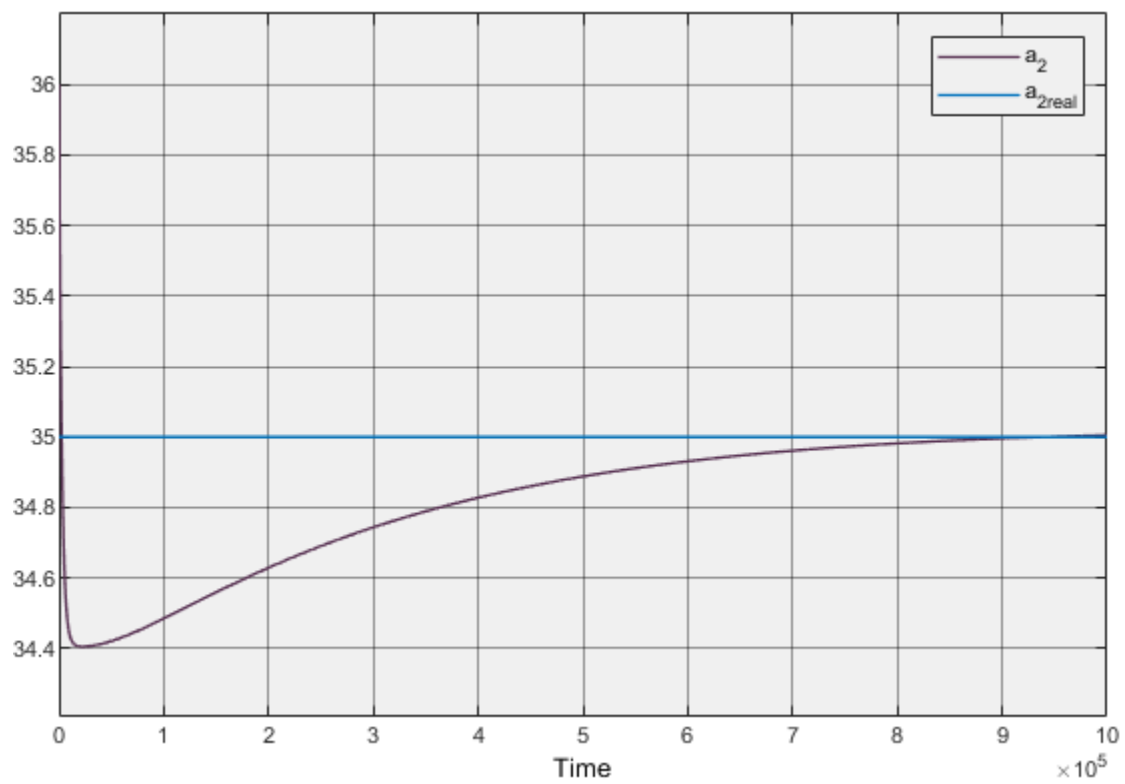
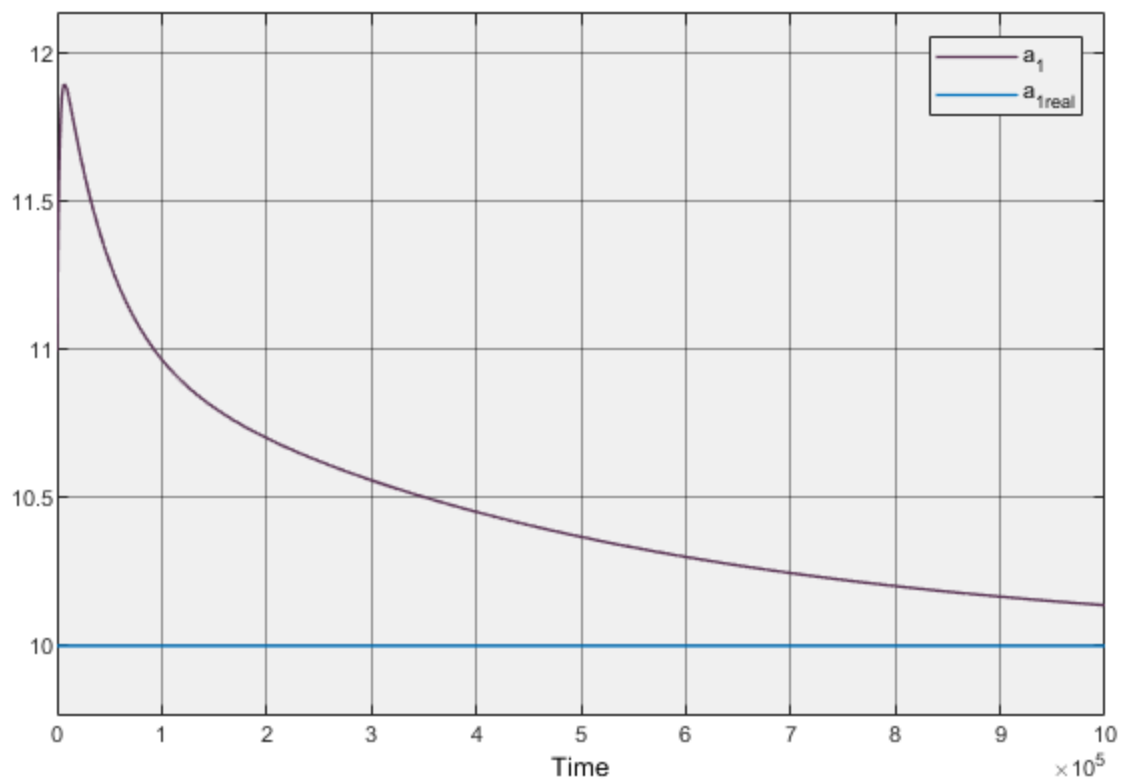


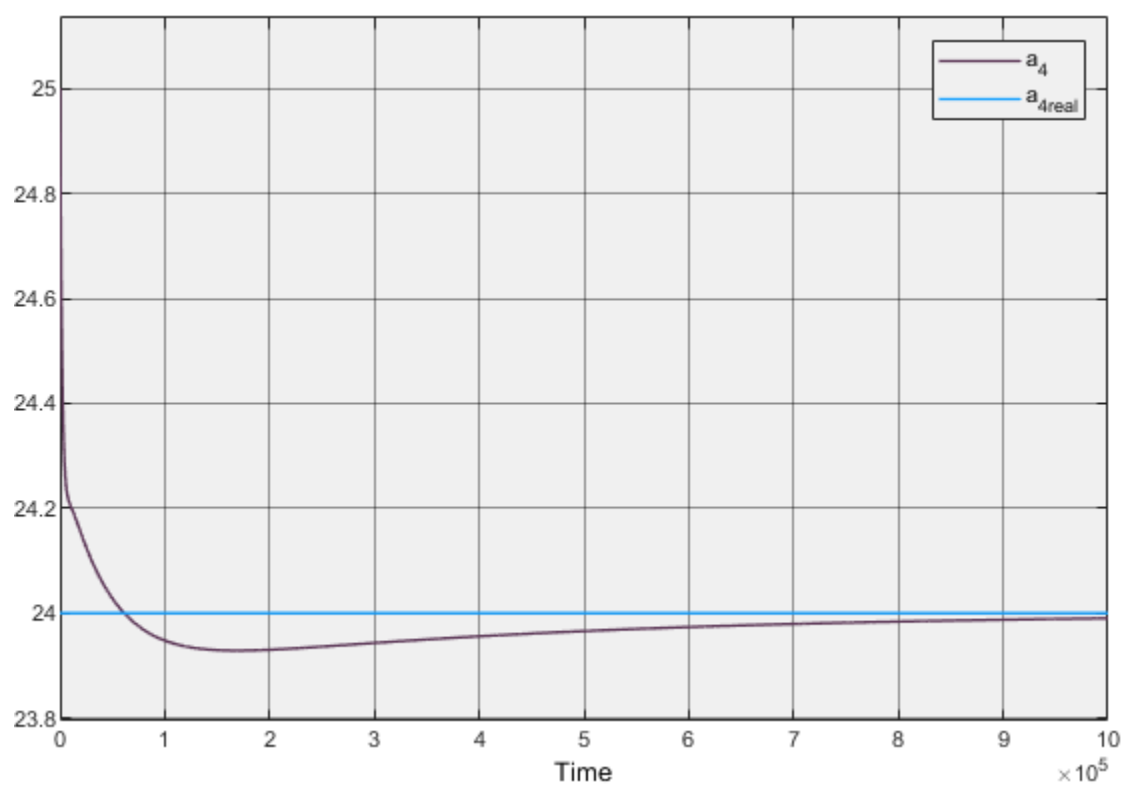
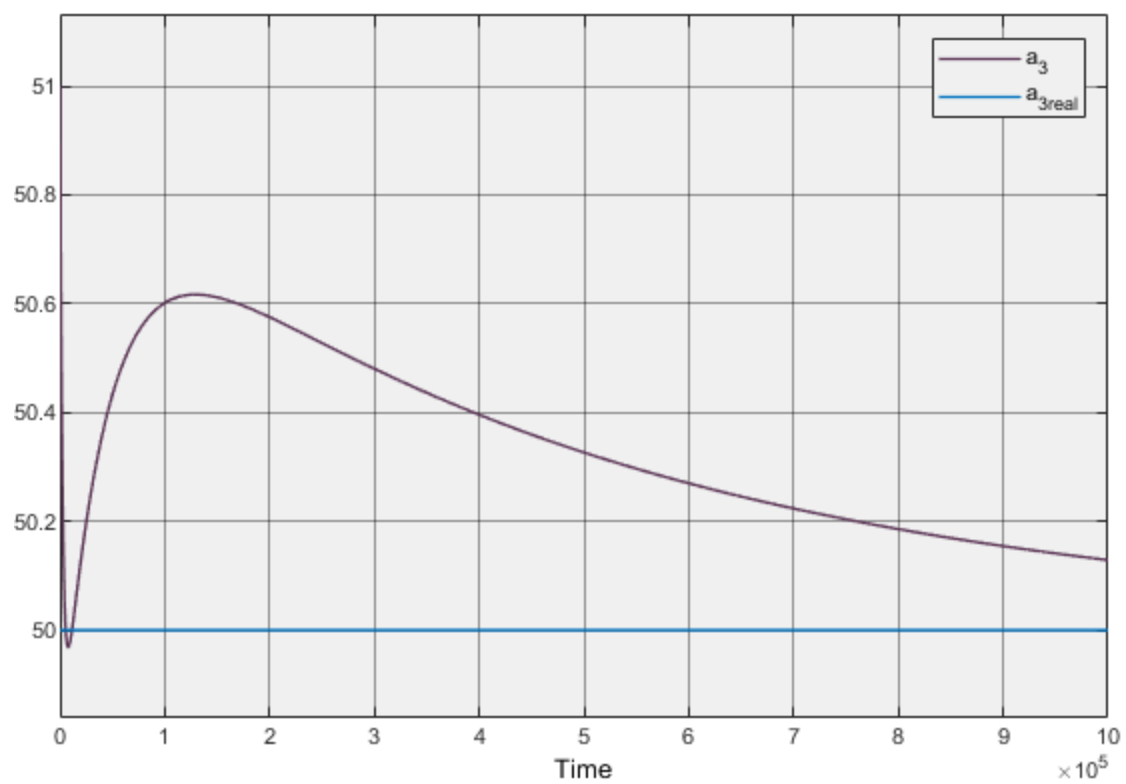


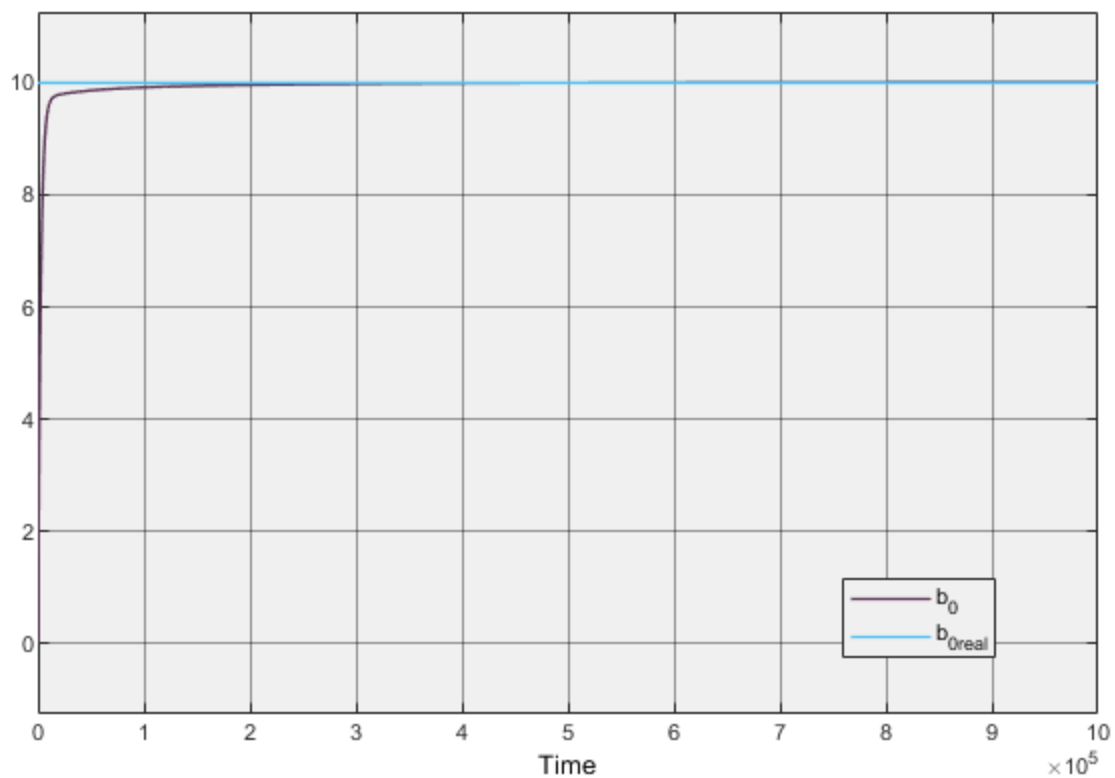
ورودی سینوسی برای تخمین گر مجذور با فراموشی متغیر (BGF) به صورت نمودار های زیر است.

در این حالت ، شناسایی سیستم نسبت به روش های قبلی با ورودی سینوسی کندتر عمل کرده است اینطور که با 10^6 ثانیه به مقادیر اصلی سیستم نرسیده است.

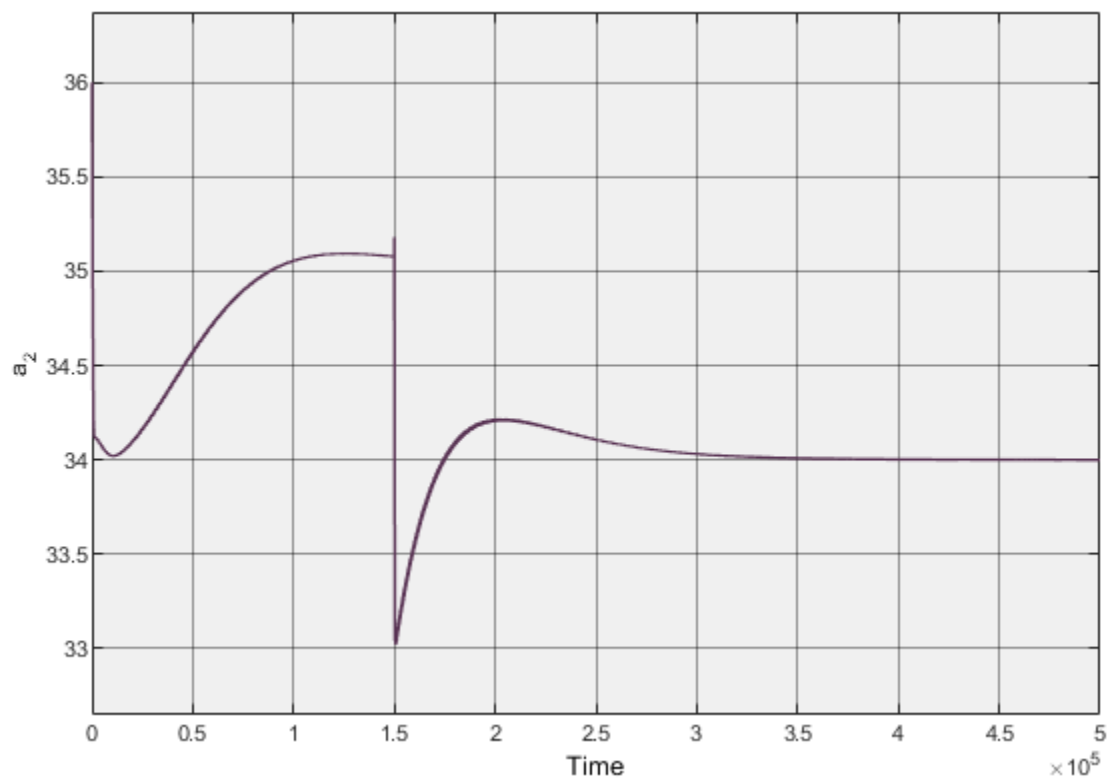
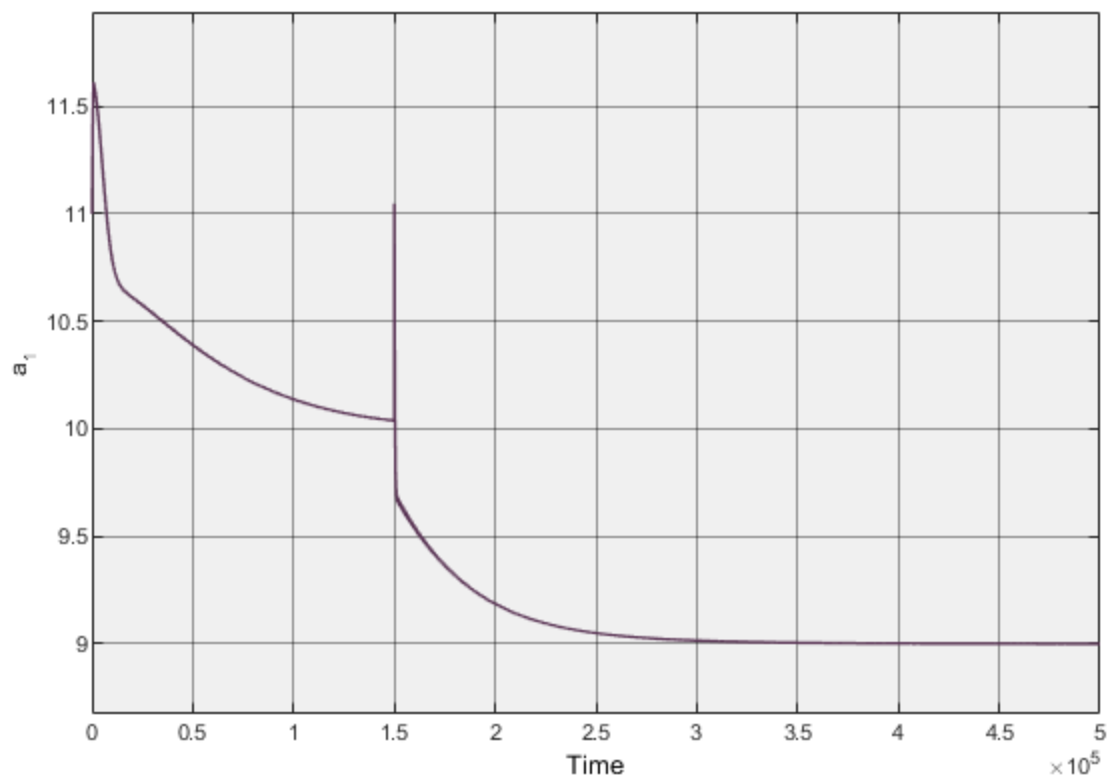
ورودی سینوسی در حقیقت شناسایی بهتری نسبت به ورودی رندم داشته است.

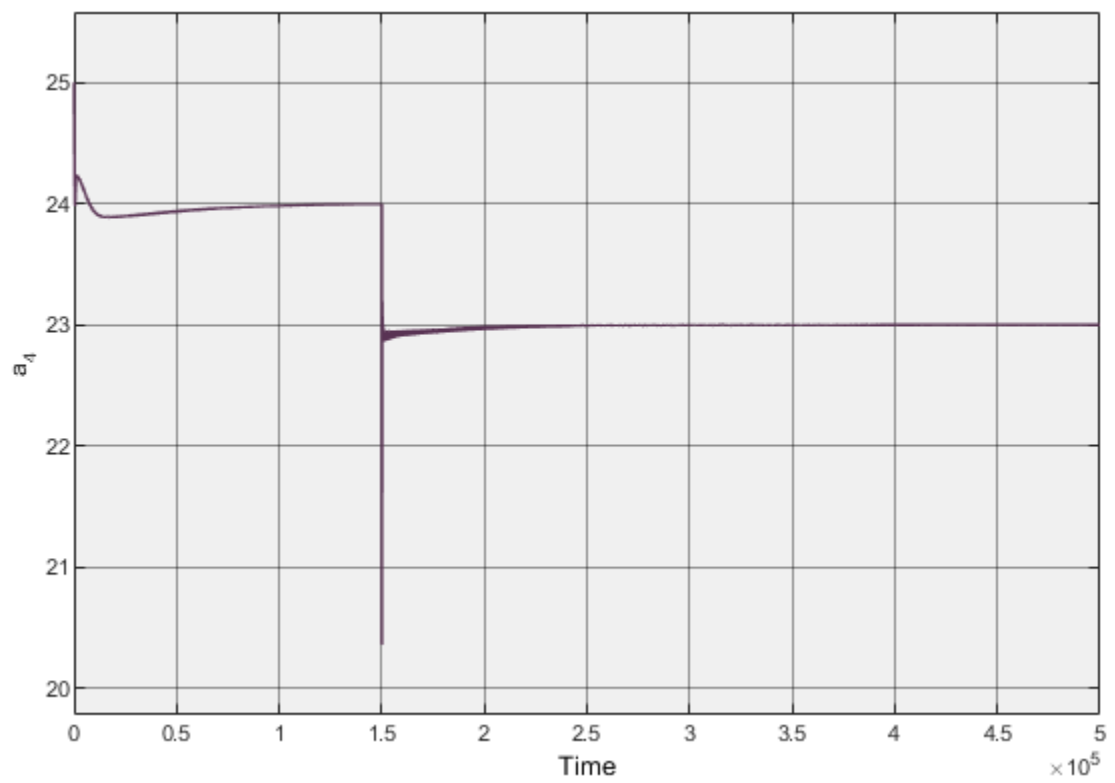
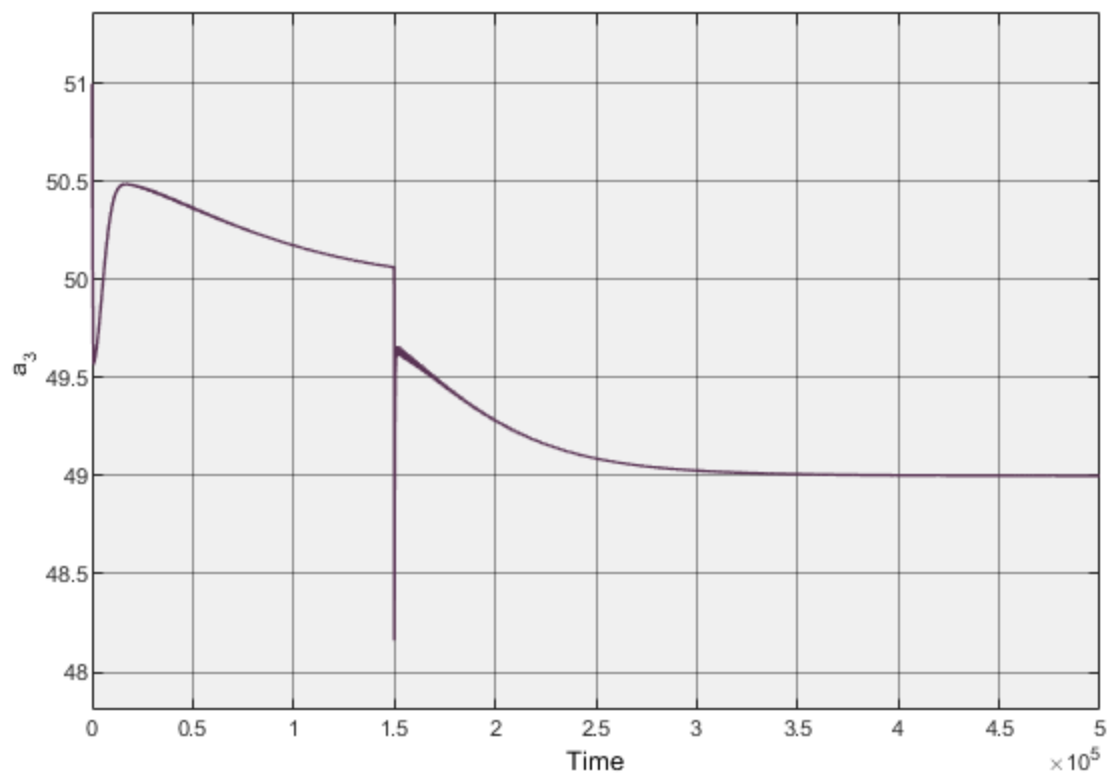


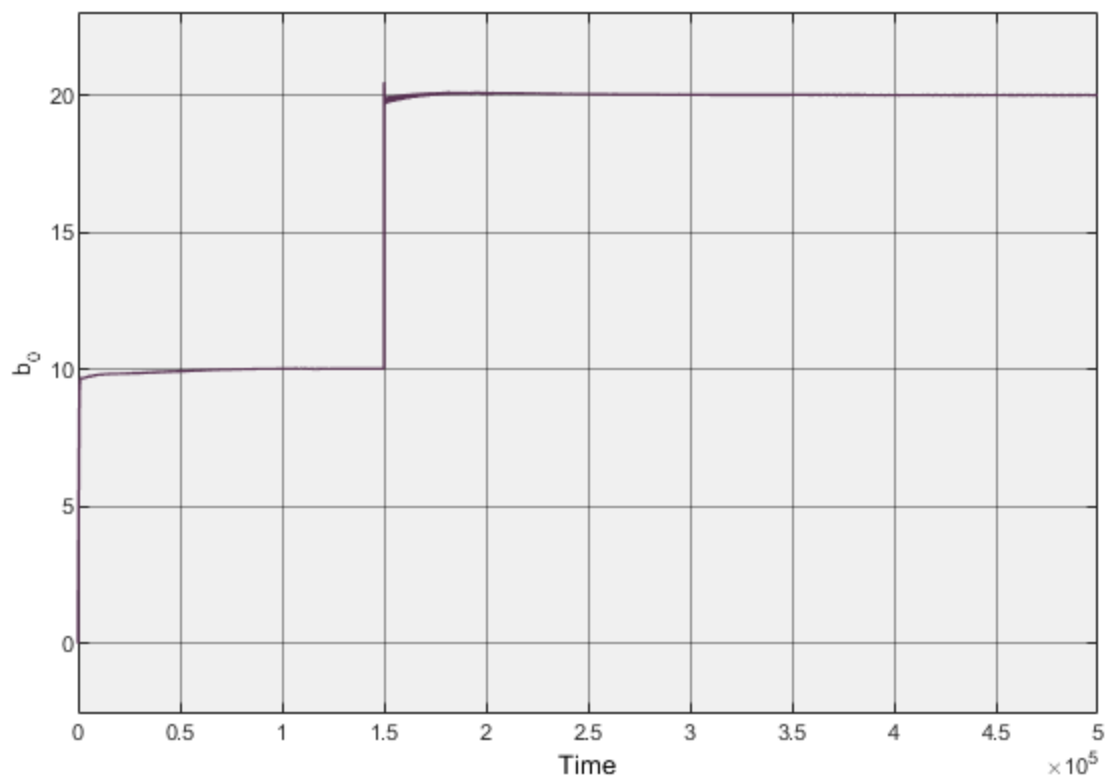




در بخش بعدی برای تغییرات ناگهانی پارامترهای سیستم برای هر کدام از روش‌ها تحلیل می‌کنیم.
در اولین بخش تغییرات ناگهانی پارامترهای سیستم در روش حداقل مجذور با فراموشی نمایی را بررسی می‌کنیم.



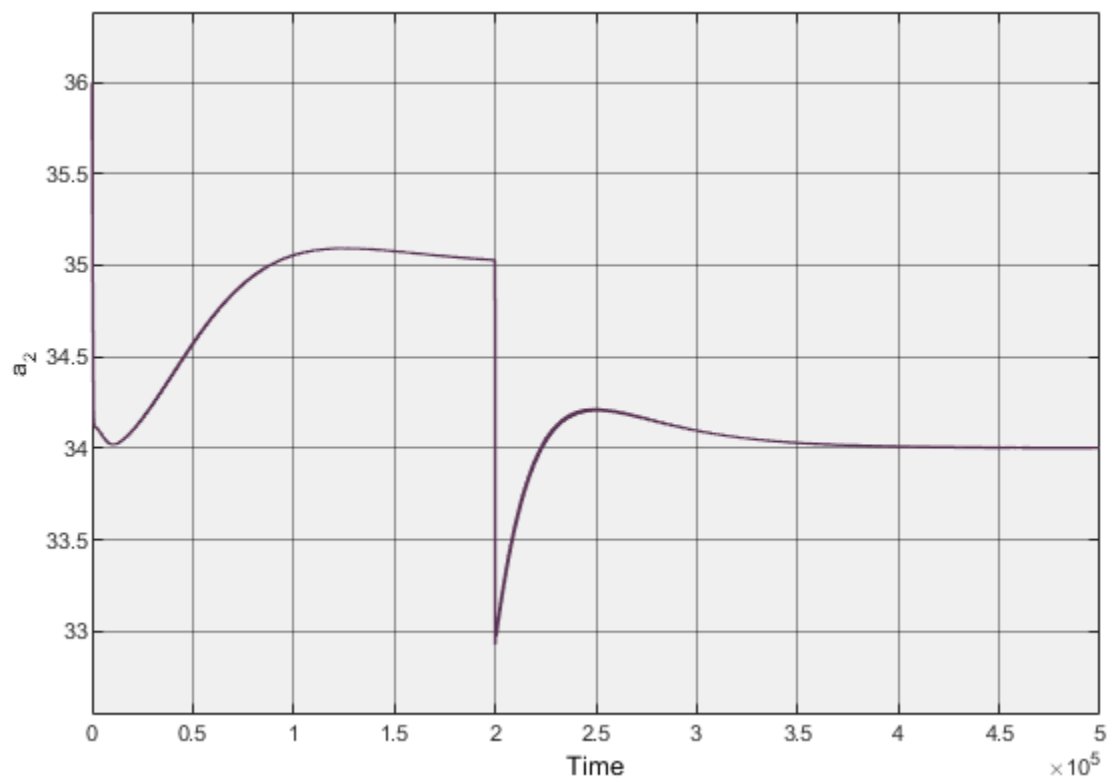
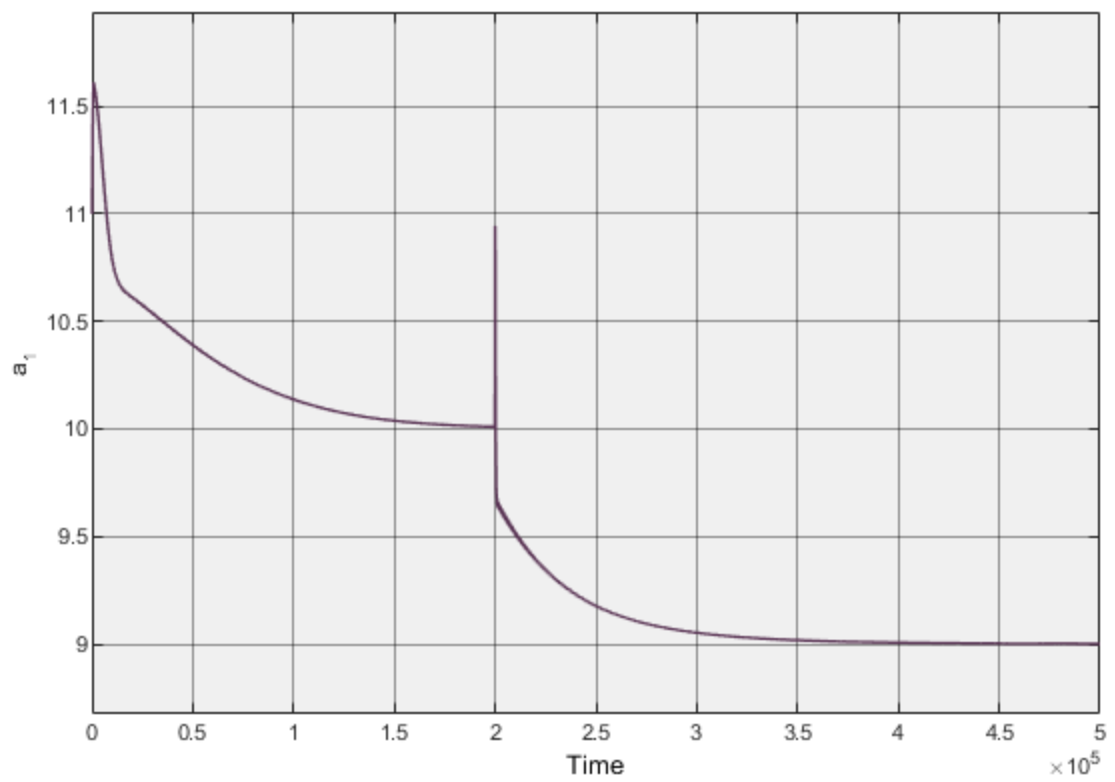


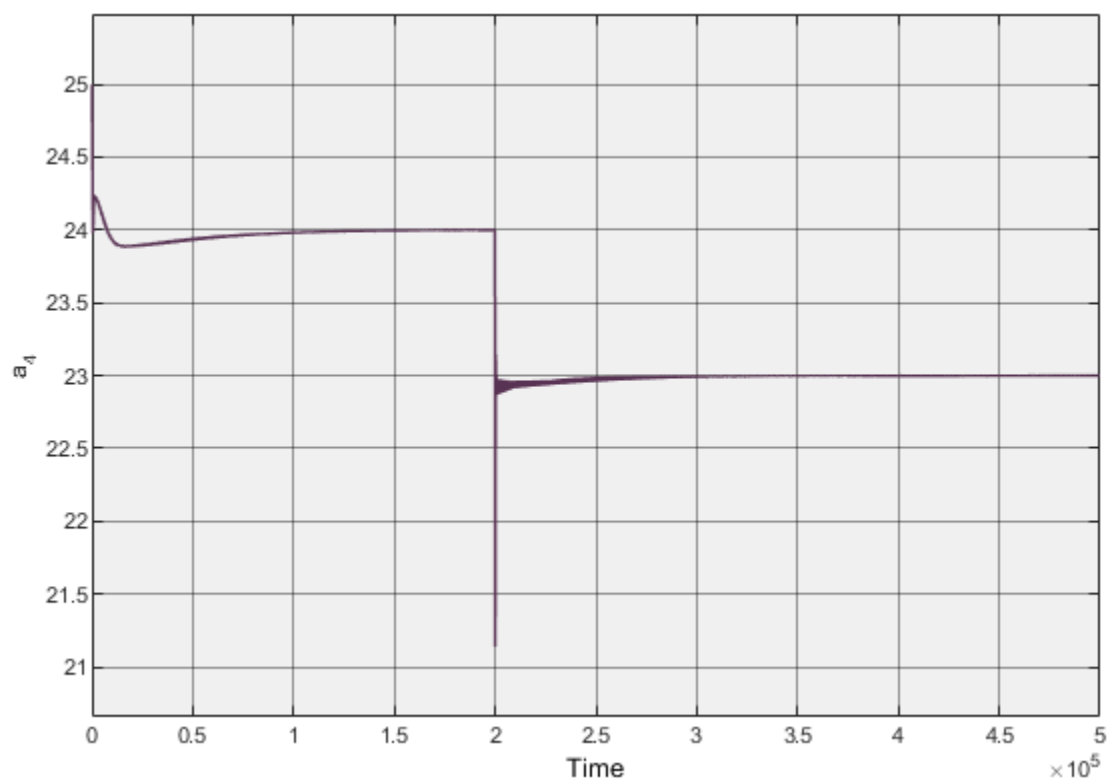
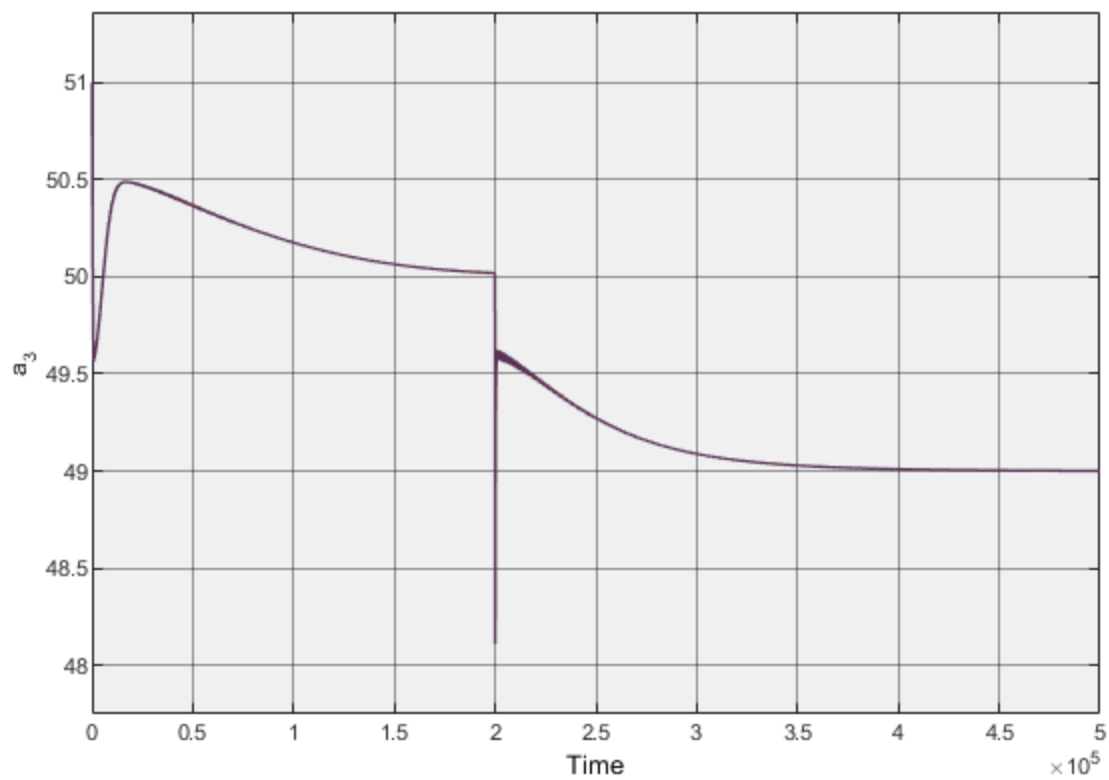


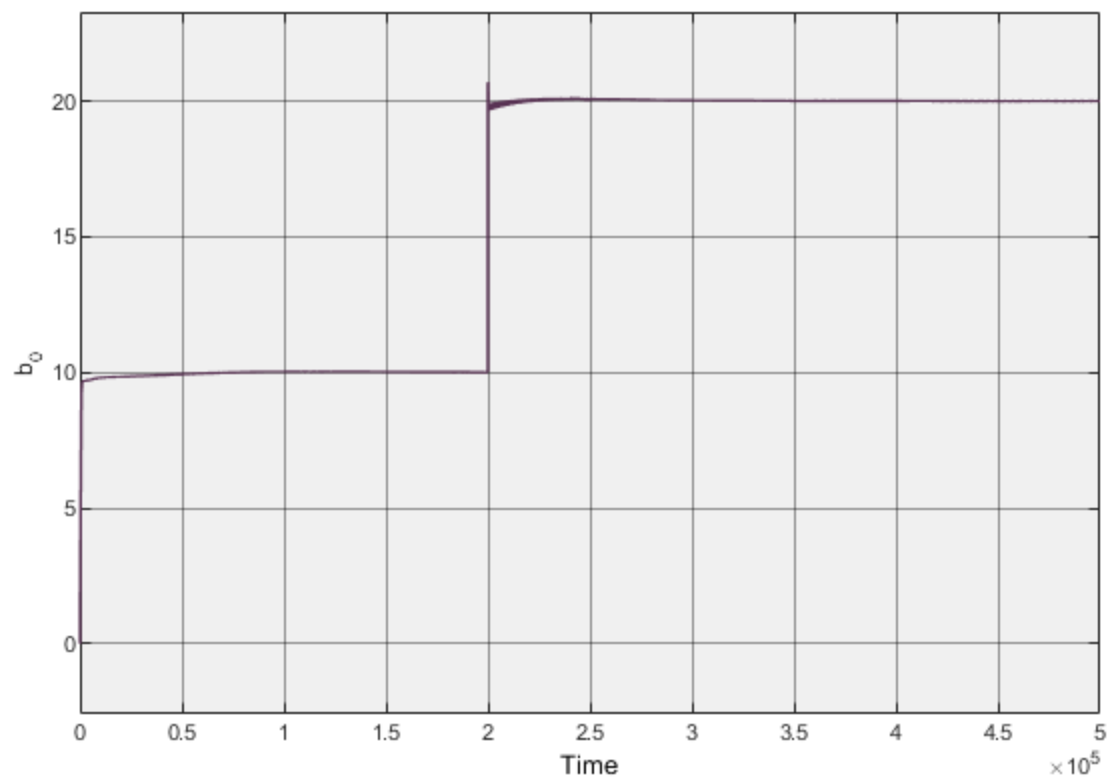
همان طور که مشاهده می شود شناسایی با تغییر ناگهانی پارامتر ها هم به درستی انجام شده است و بعد از زمان تغییر شناسایی با مقدار جدید سیستم انجام شده است. مقادیر شناسایی به مقدار جدید پارامتر های سیستم همگرا شده است.

با استفاده از روش حداقل مجذور استاندارد هم تغییر ناگهانی پارامتر های سیستم را بررسی کرده ایم که به صورت نمودار های زیر است.

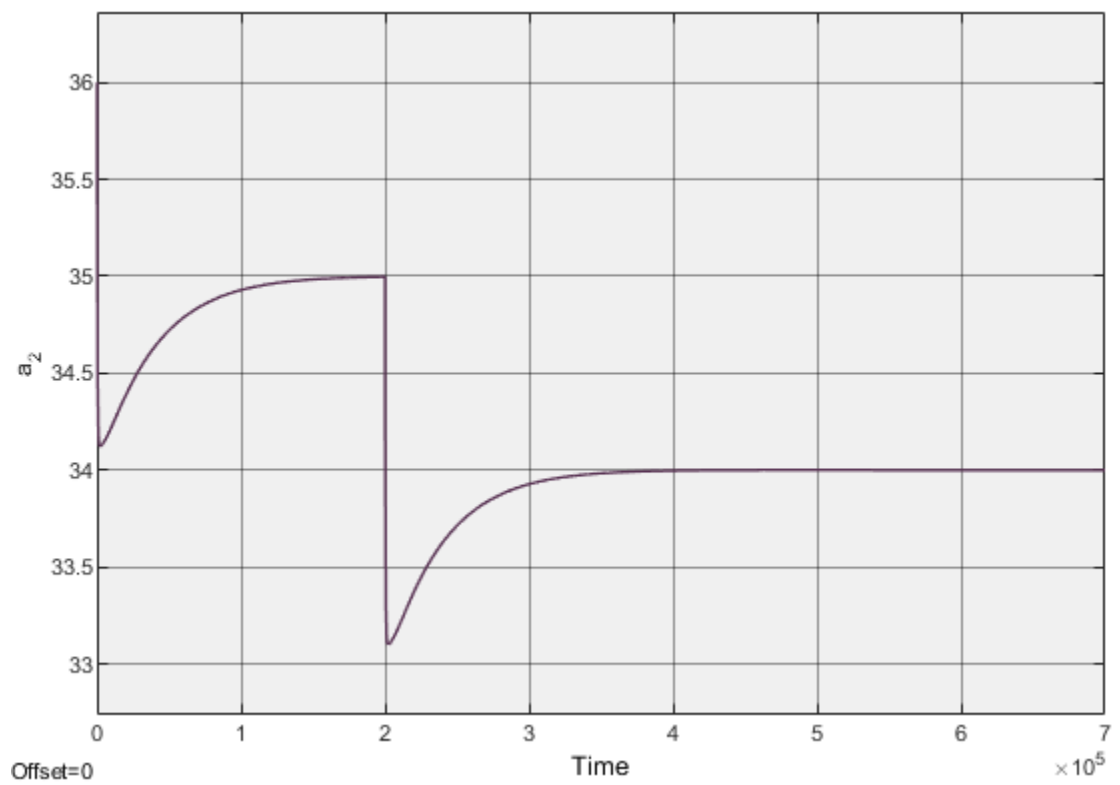
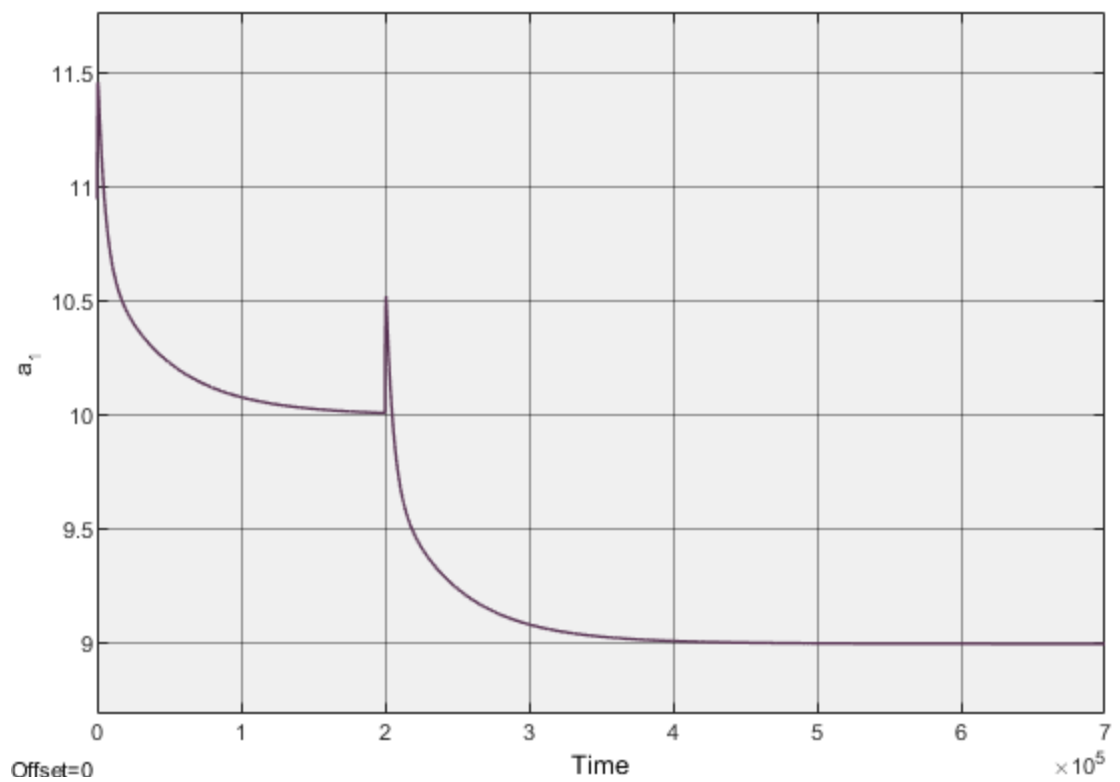
و در این روش هم پارامتر ها به درستی تخمین زده شده اند.

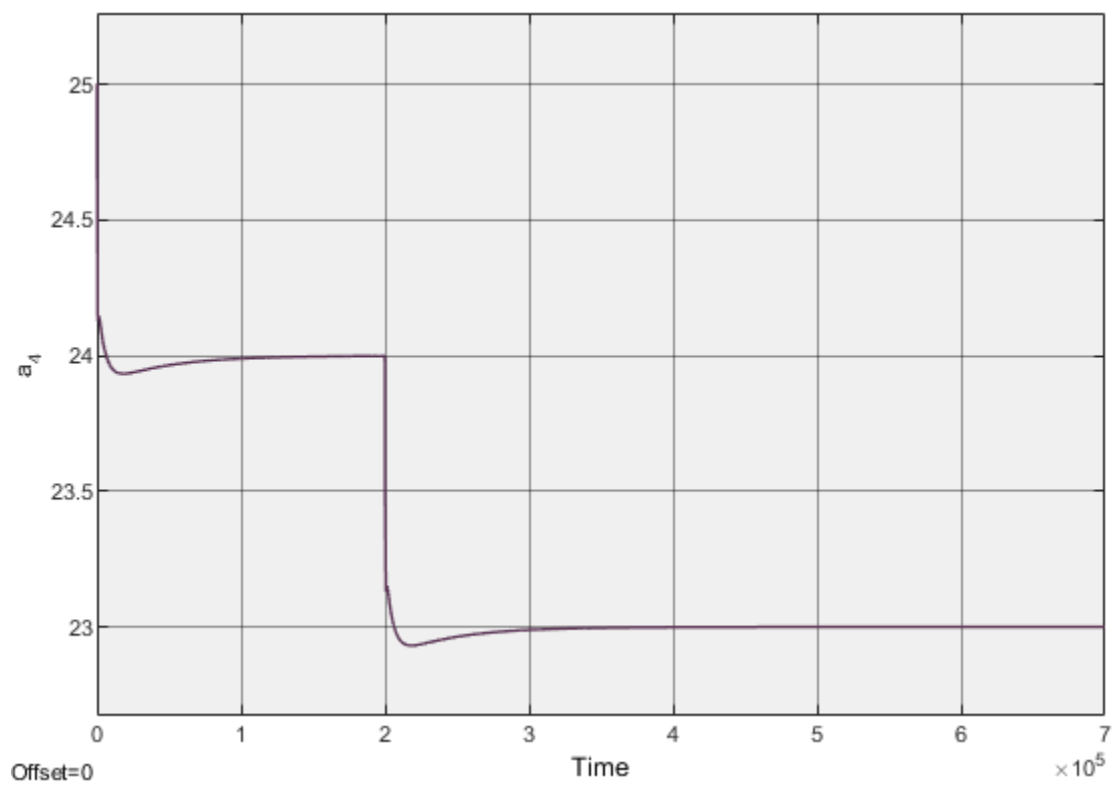
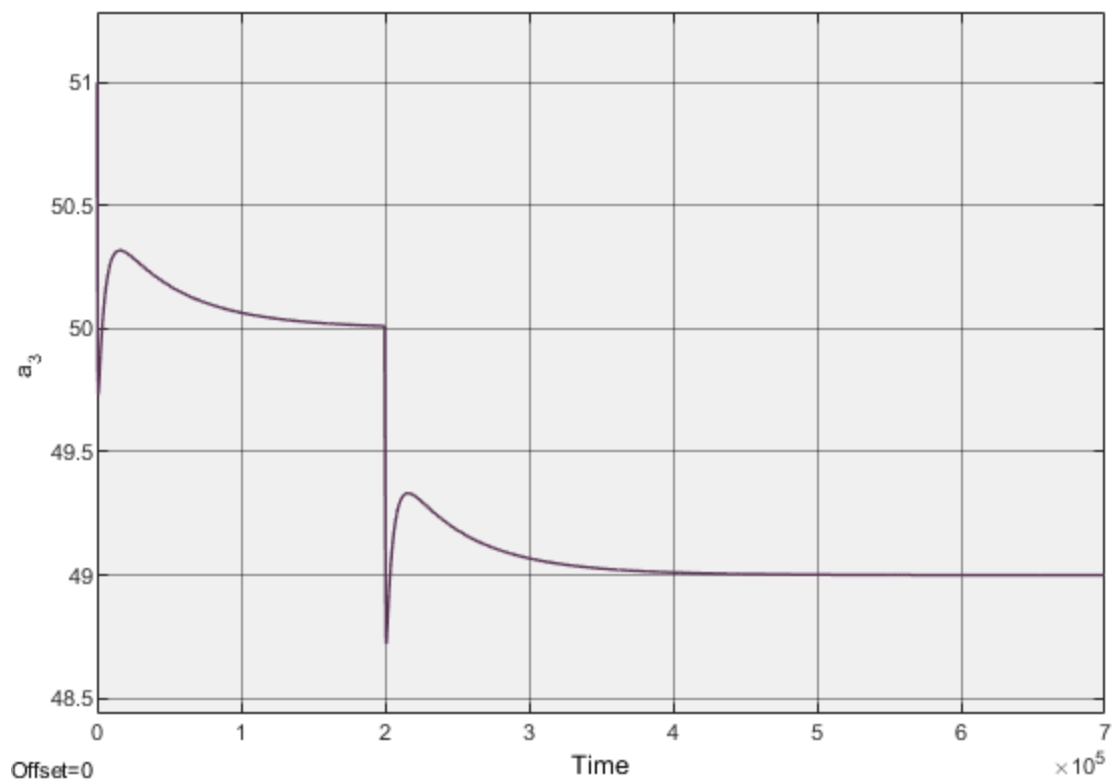


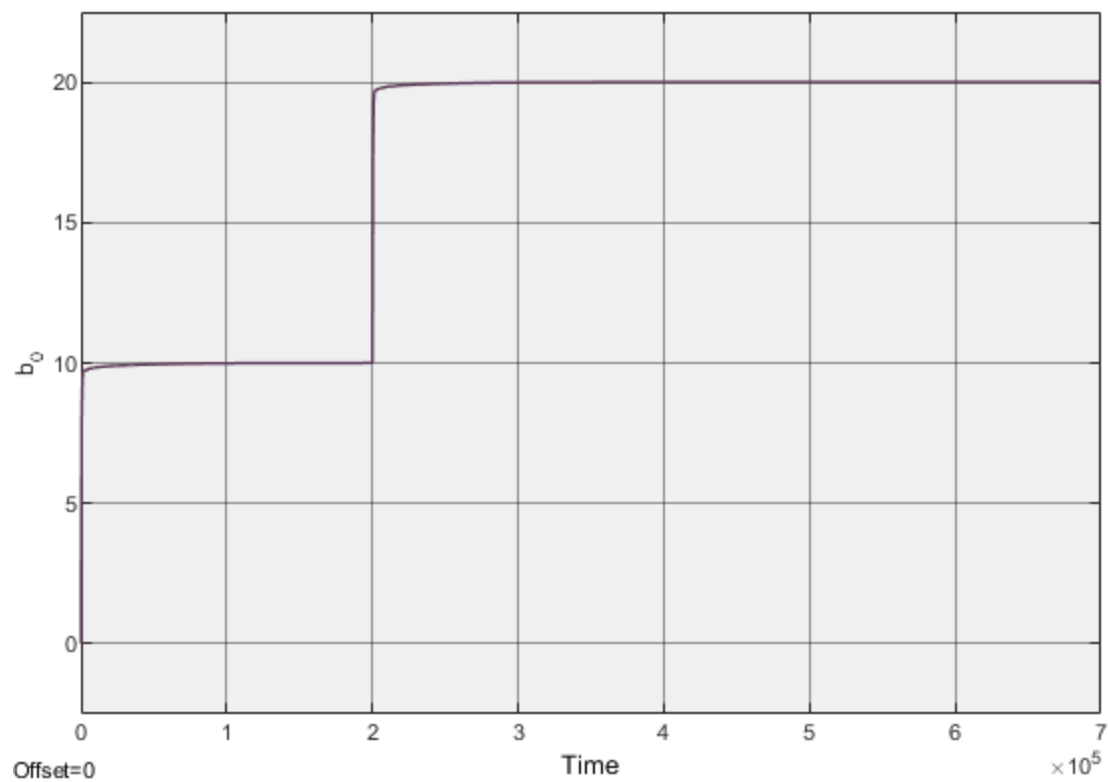




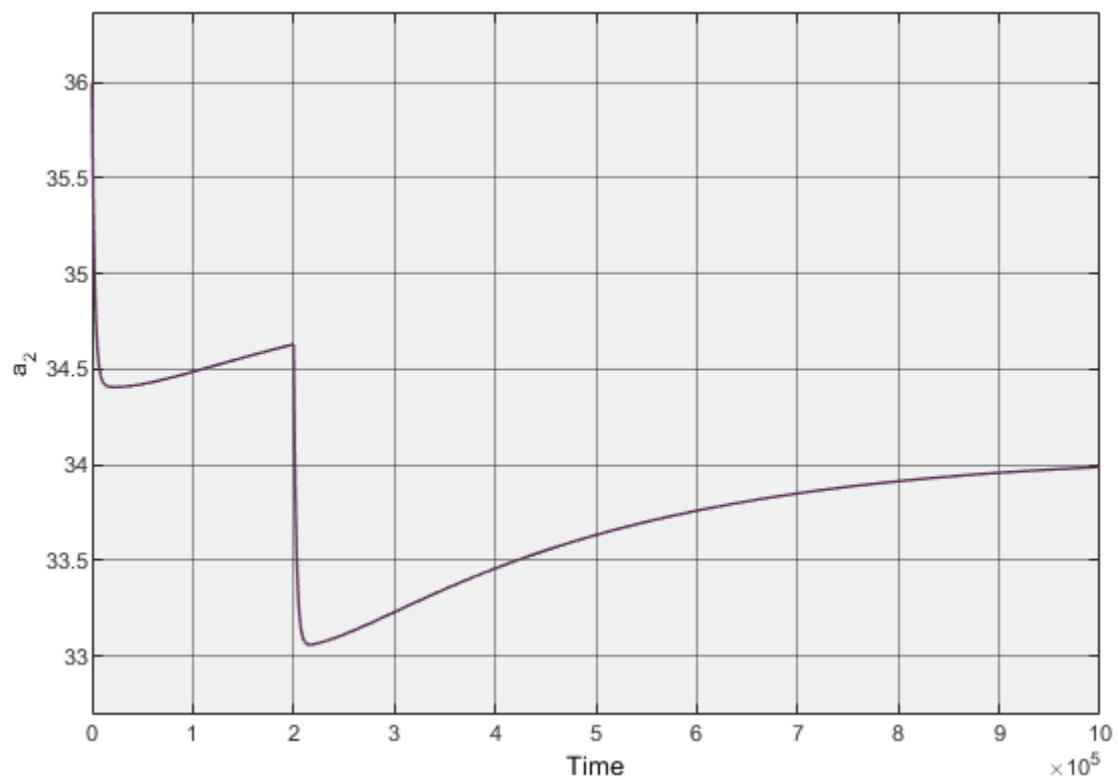
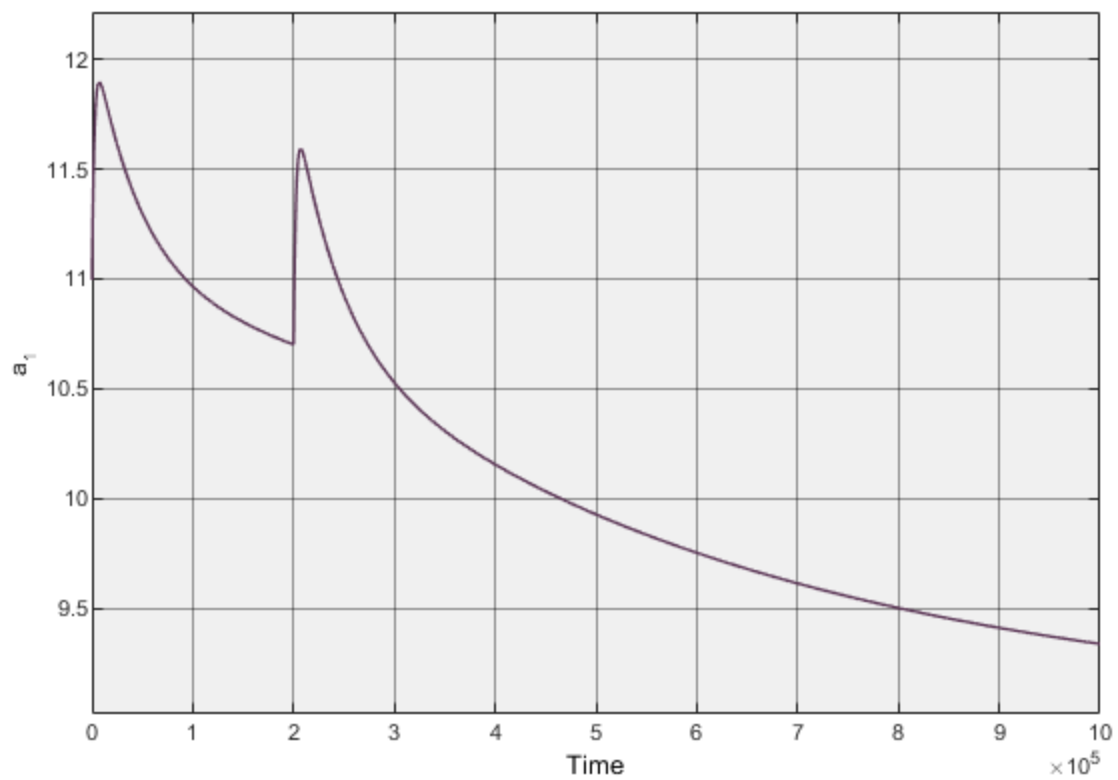
نمودارهای بعدی بررسی تغییرات ناگهانی پارامترهای سیستم برای روش گرادیان است. که در این روش با تغییر ناگهانی پارامترهای سیستم همگرایی به پارامترهای اصلی سیستم انجام شده است.

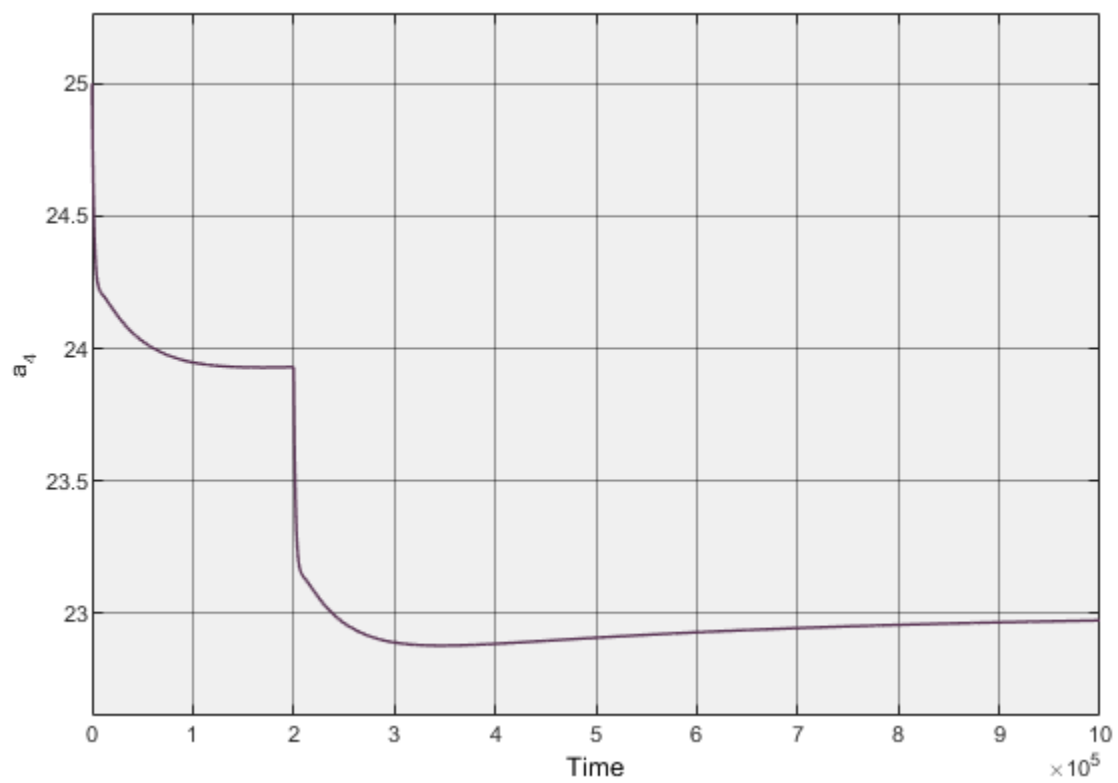
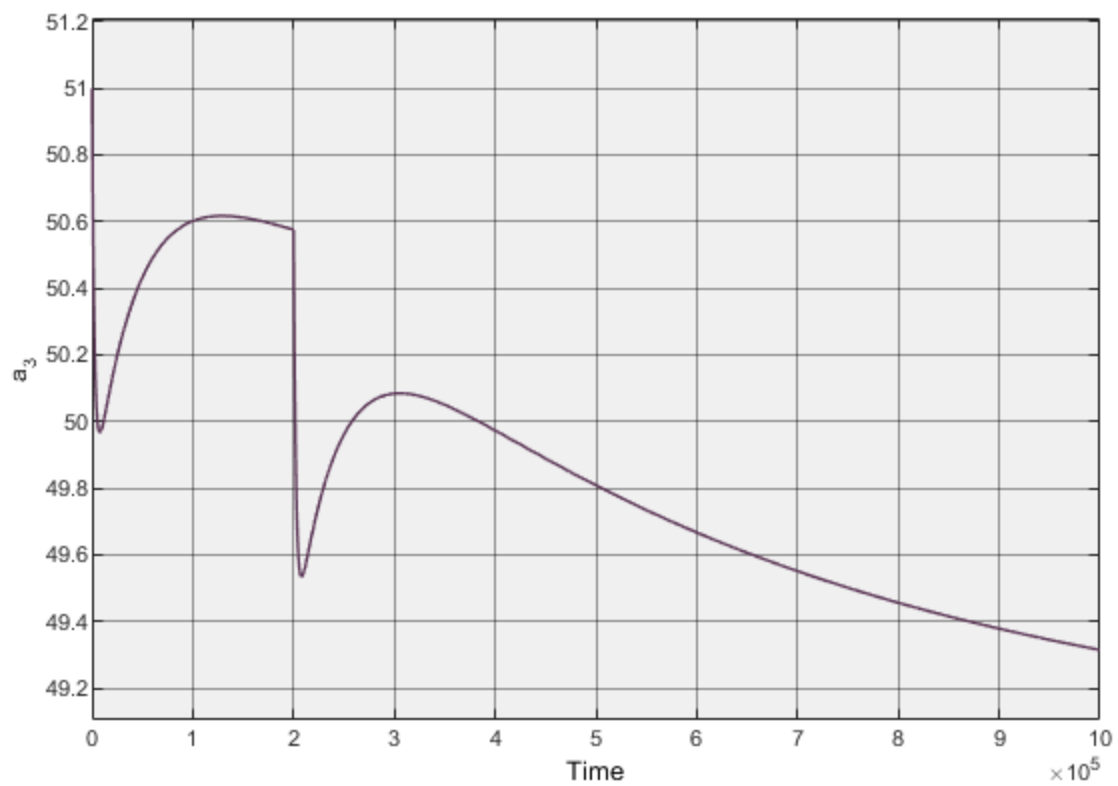


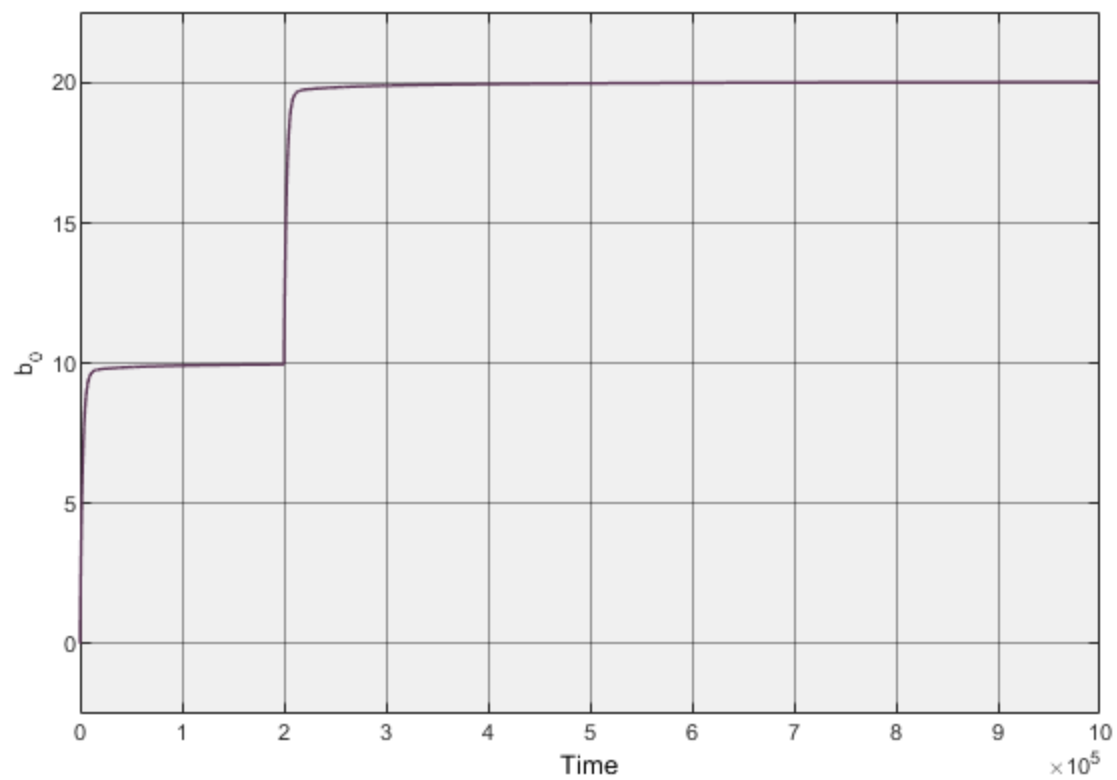




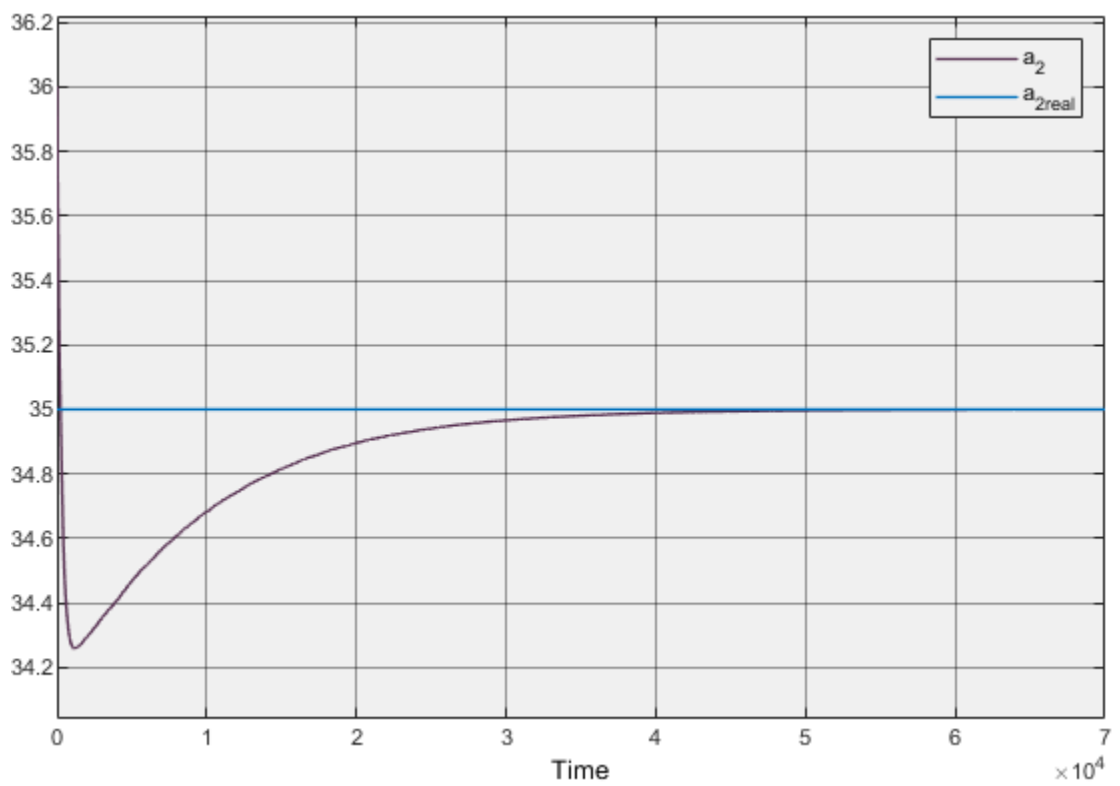
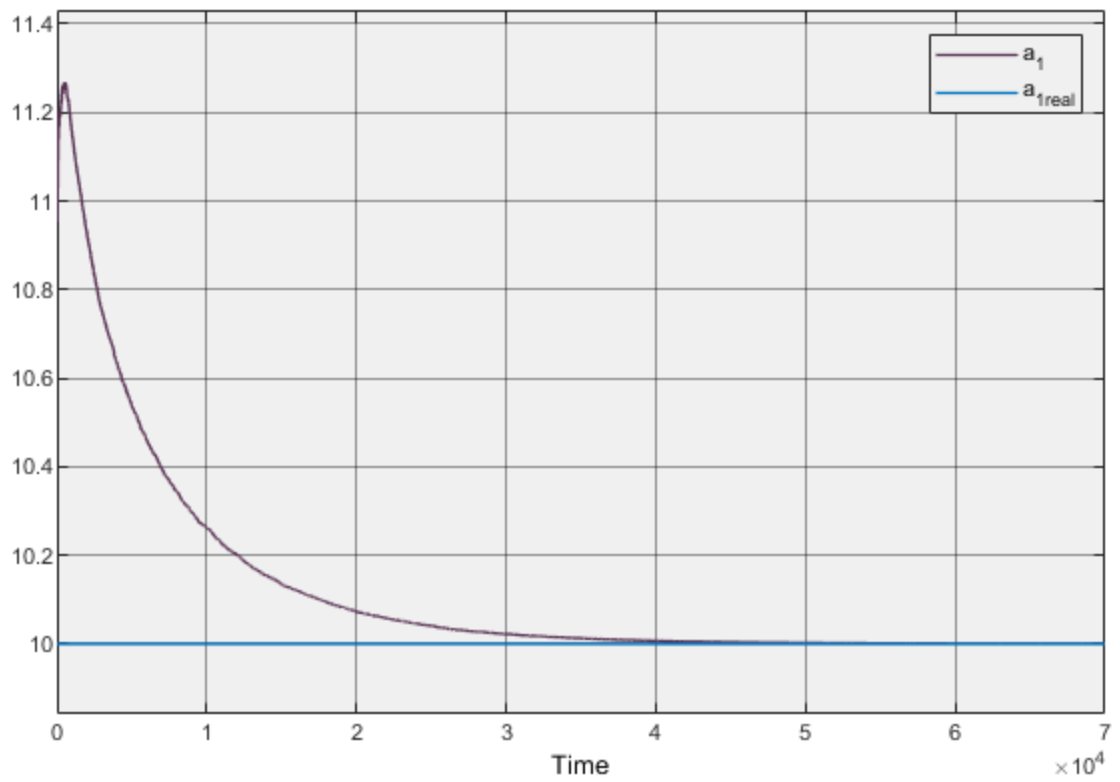
و در این بخش تغییر ناگهانی پارامترها با استفاده از روش حداقل مجذور با فراموشی متغیر را بررسی می کنیم.

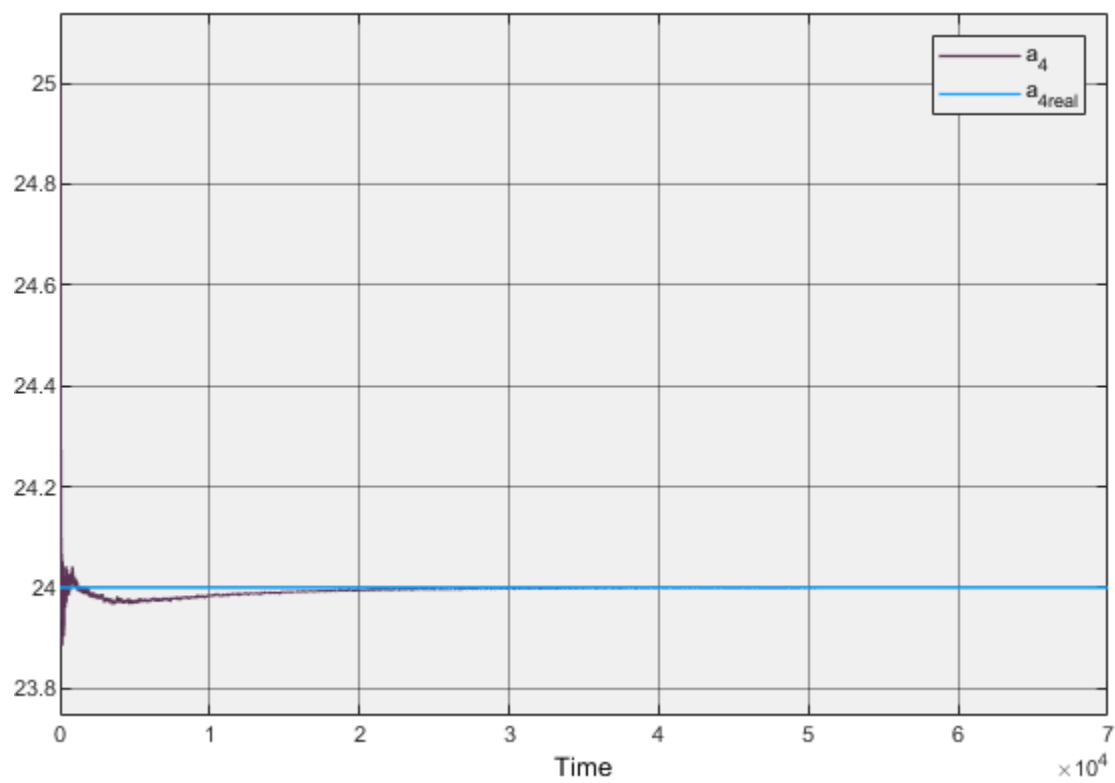
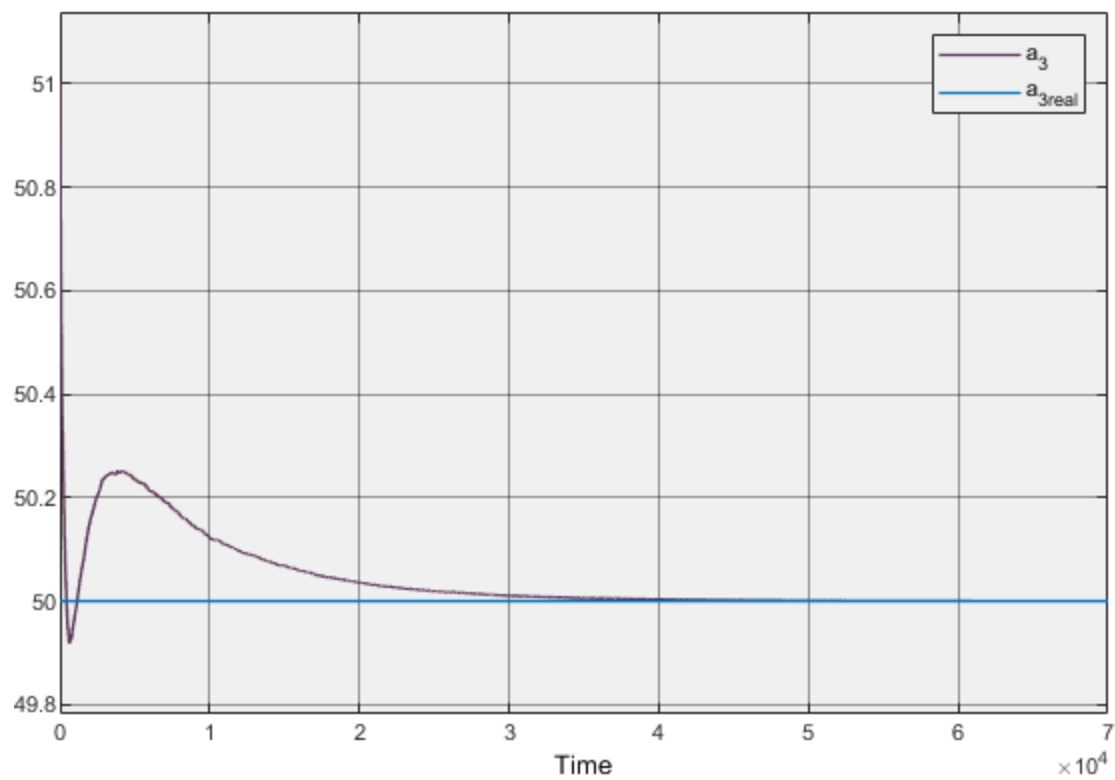


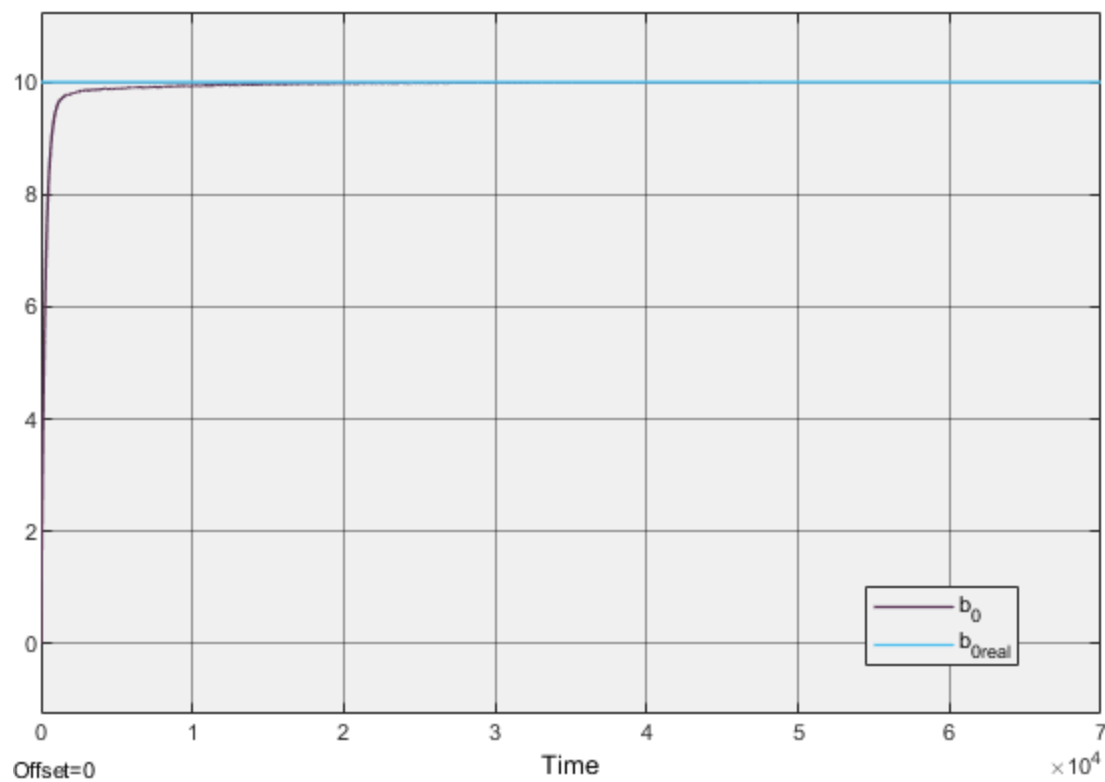




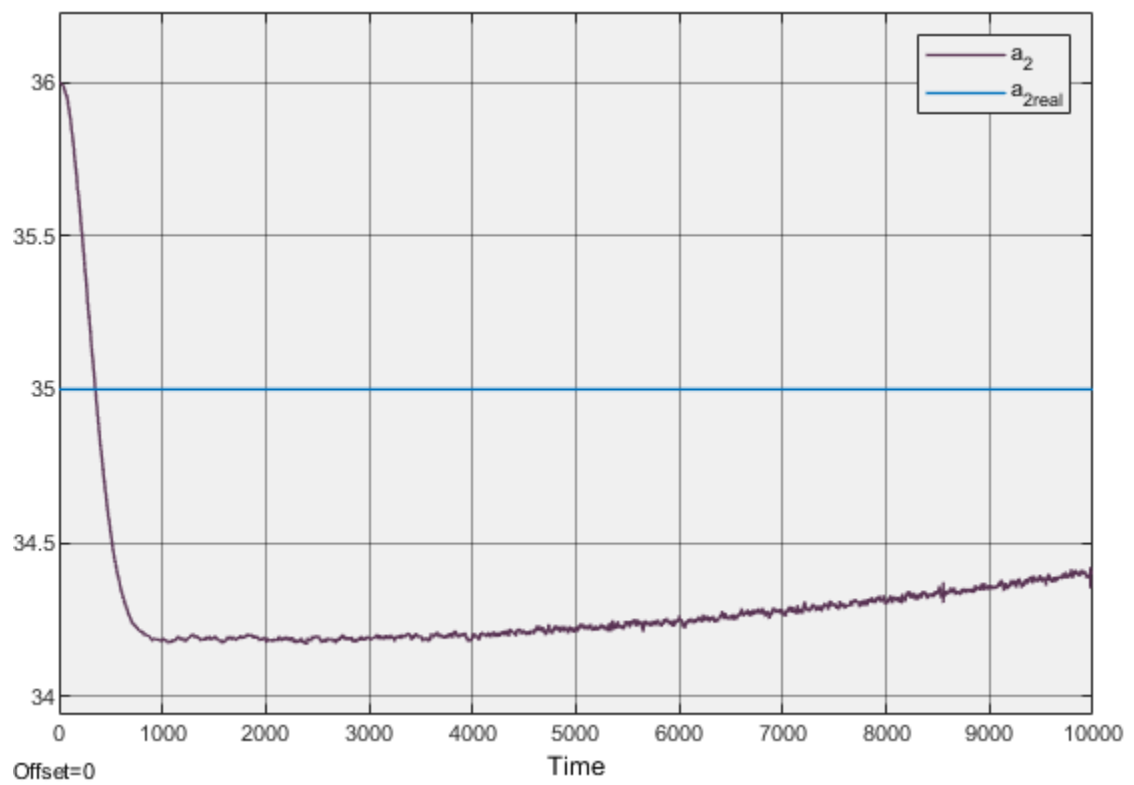
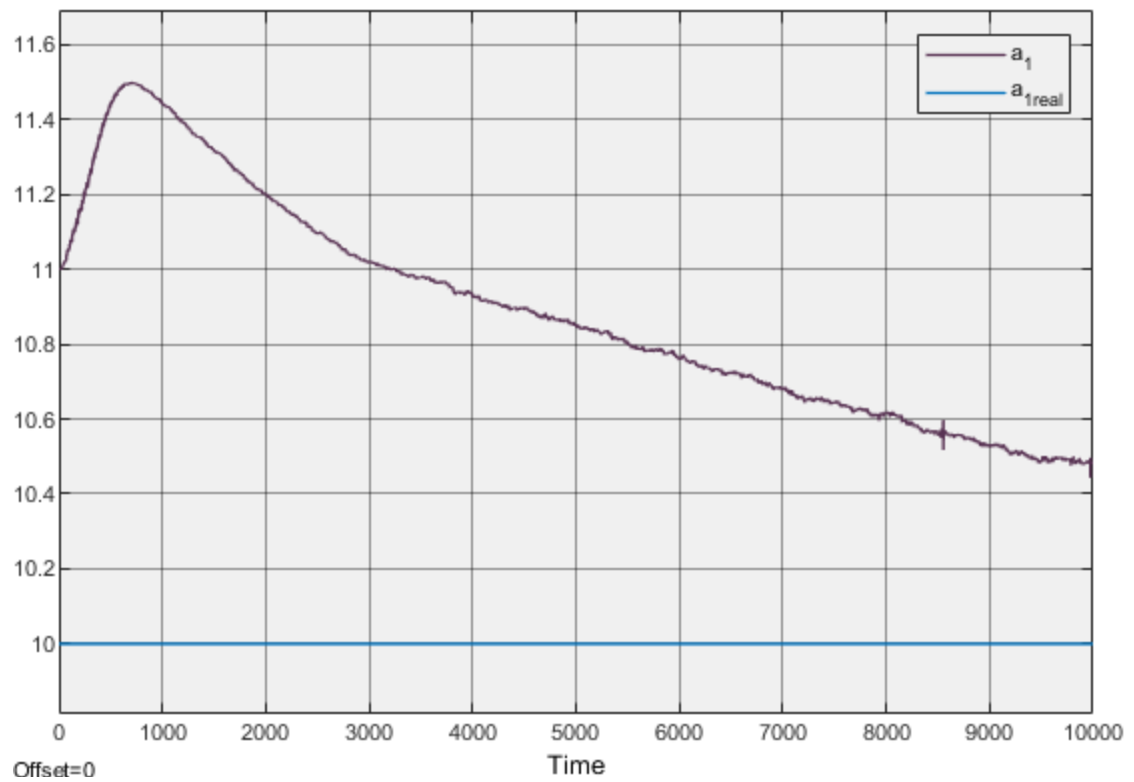
در بخش بعدی حضور نویز سفید را در تخمین پارامترها بررسی می کنیم .

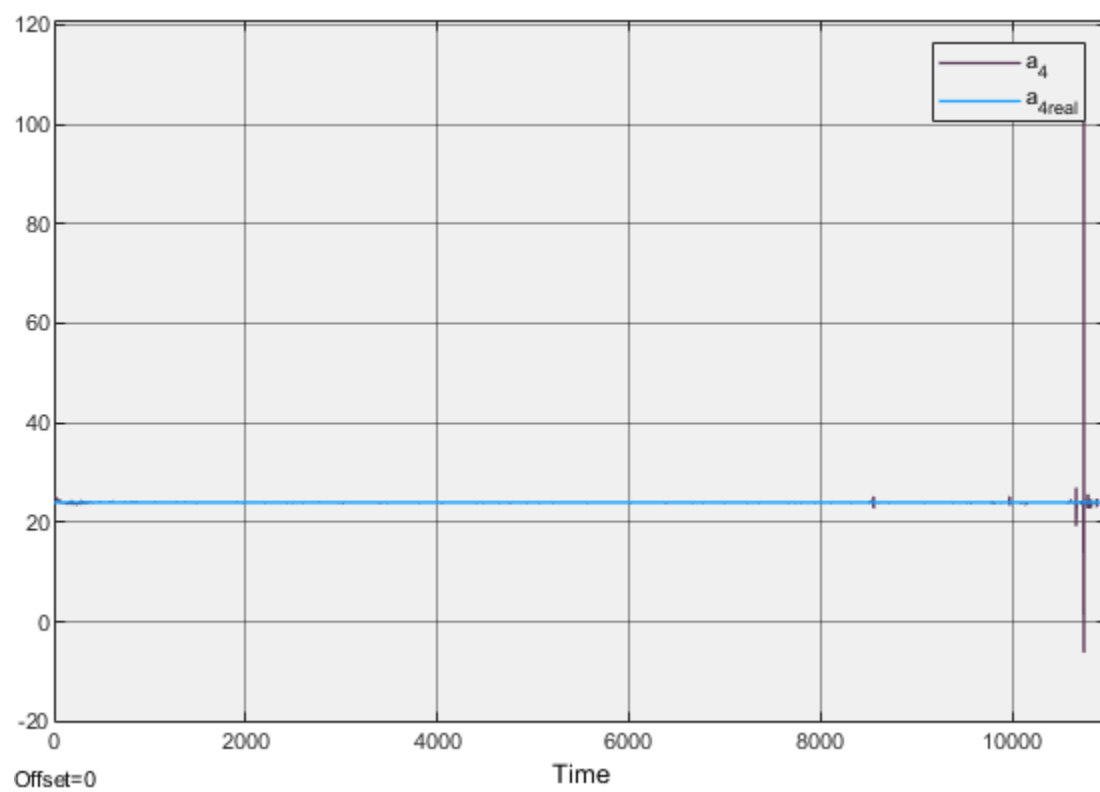
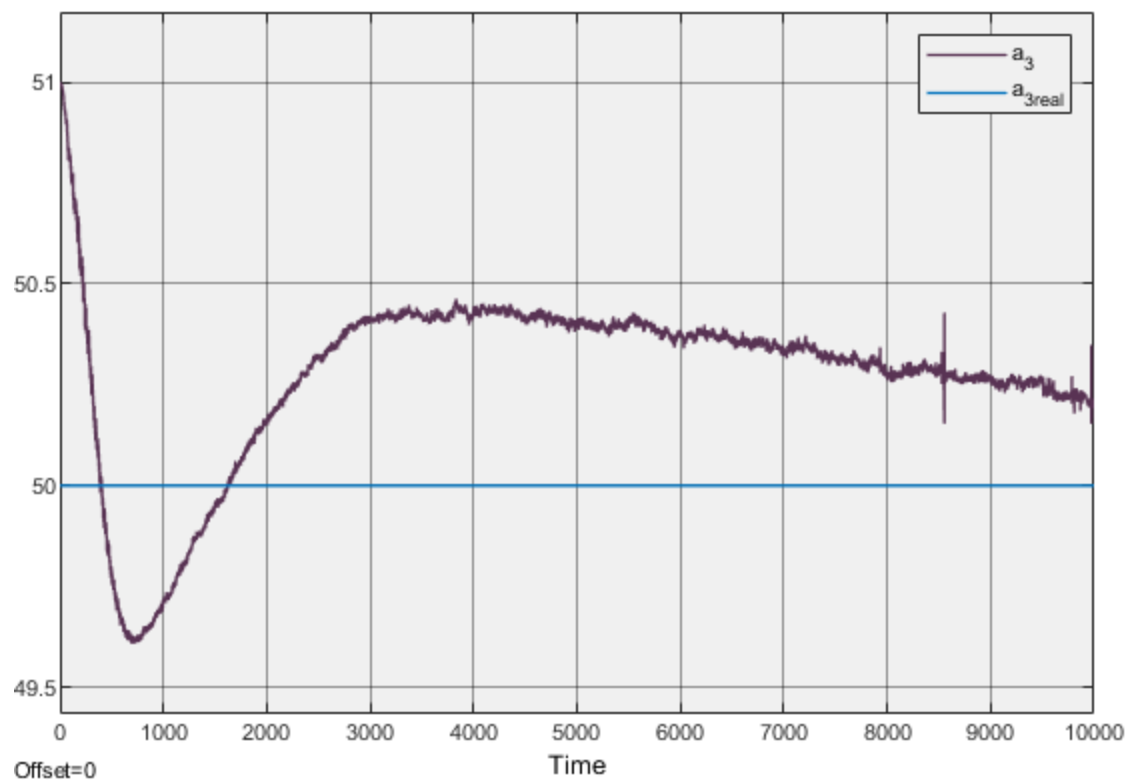


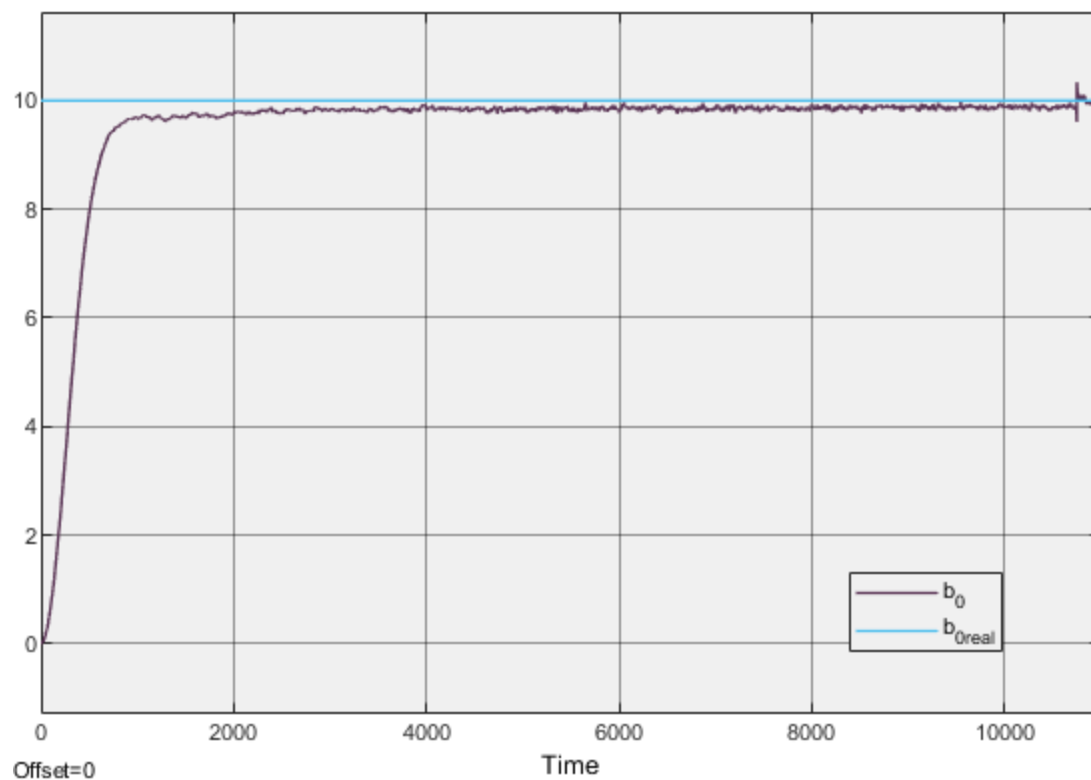




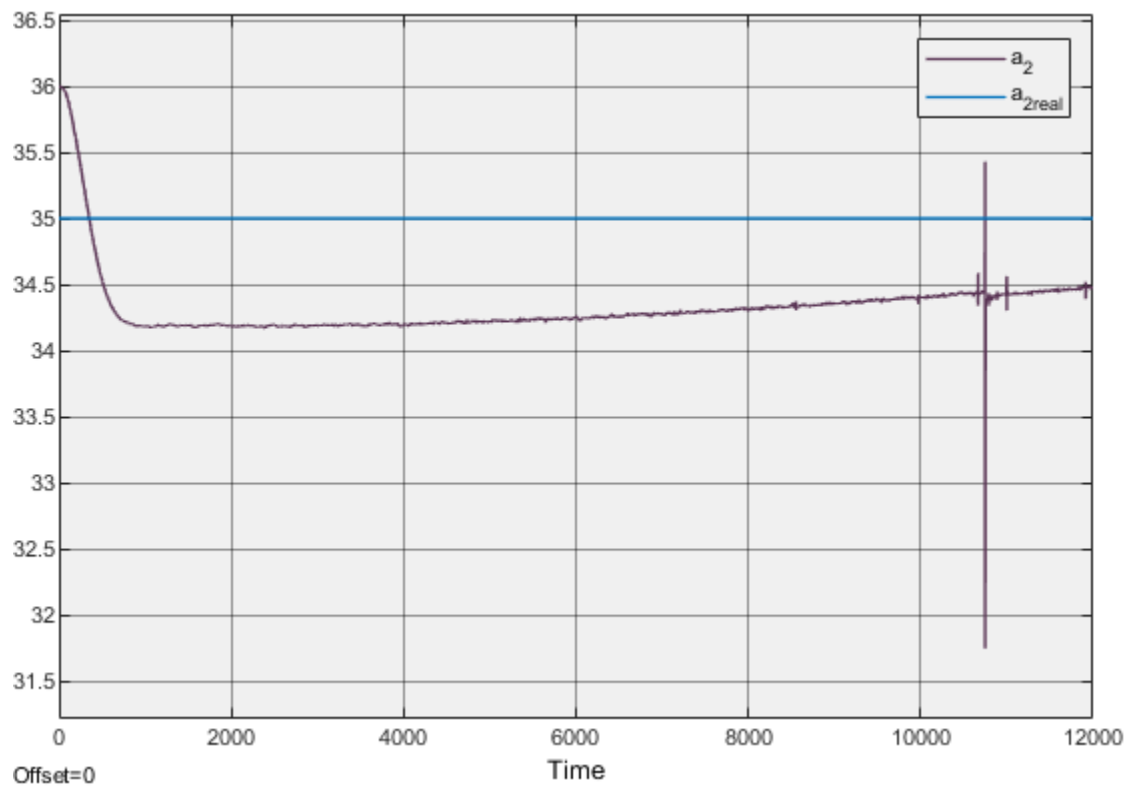
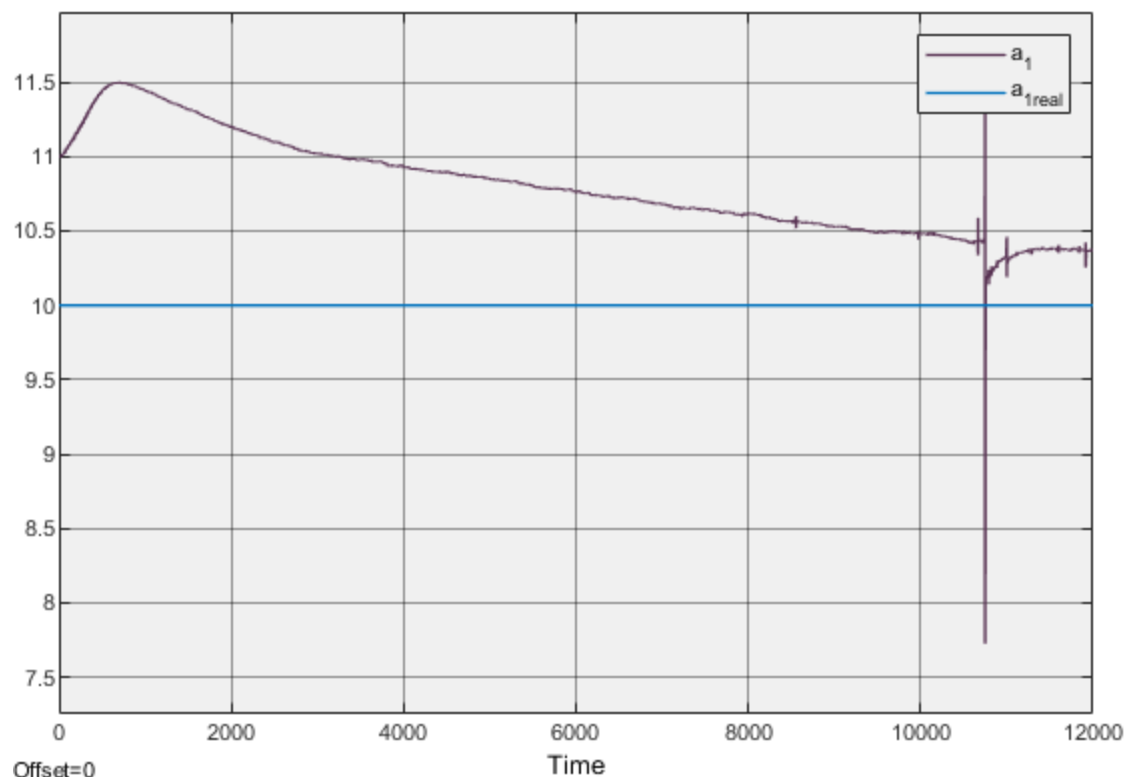
۴ شکل بالا تخمین پارامتر های سیستم با روش گرادیان است ، که مشاهده می شود شناسایی خوب بوده و نسبت به حالتی که نویز وجود نداشت همگرایی حتی سریعتر انجام شده است.

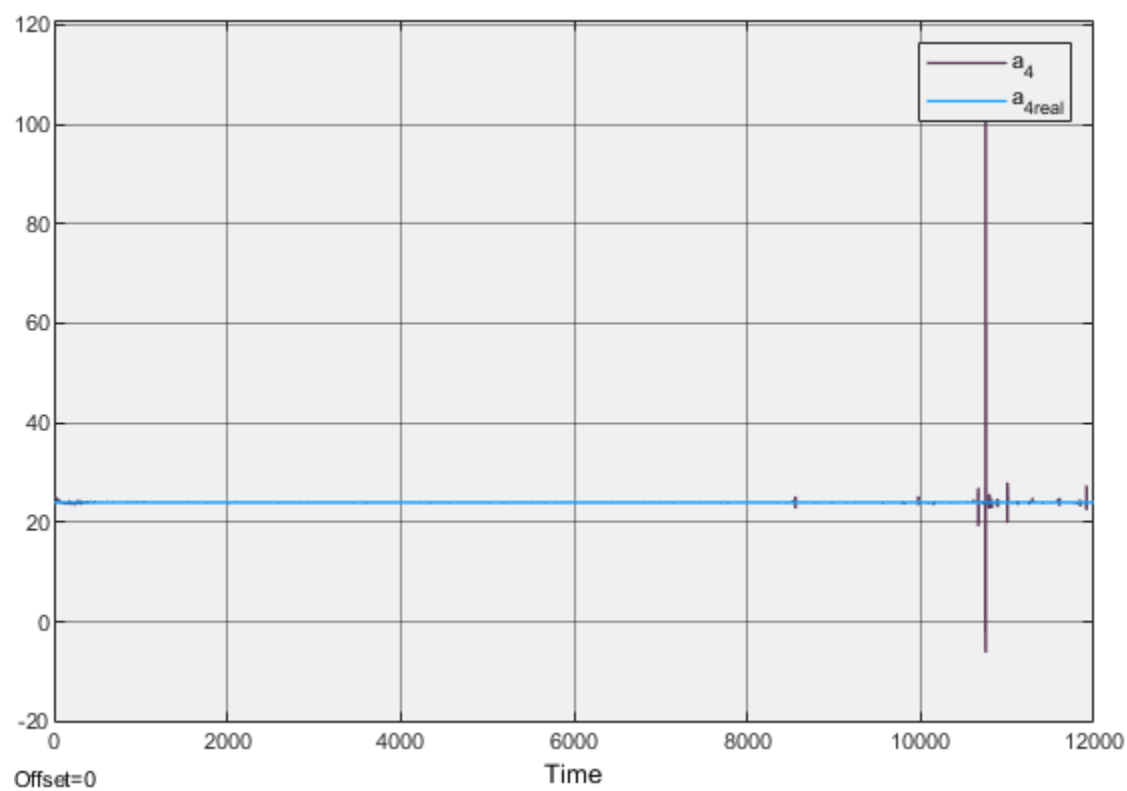
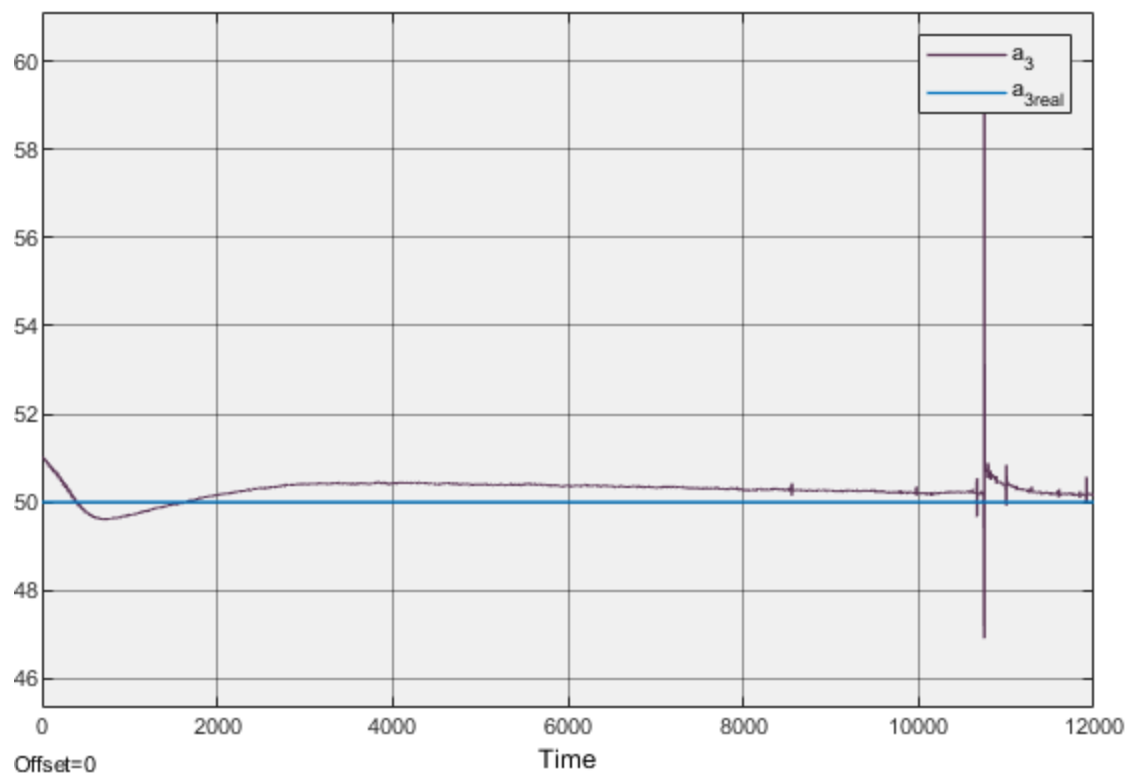


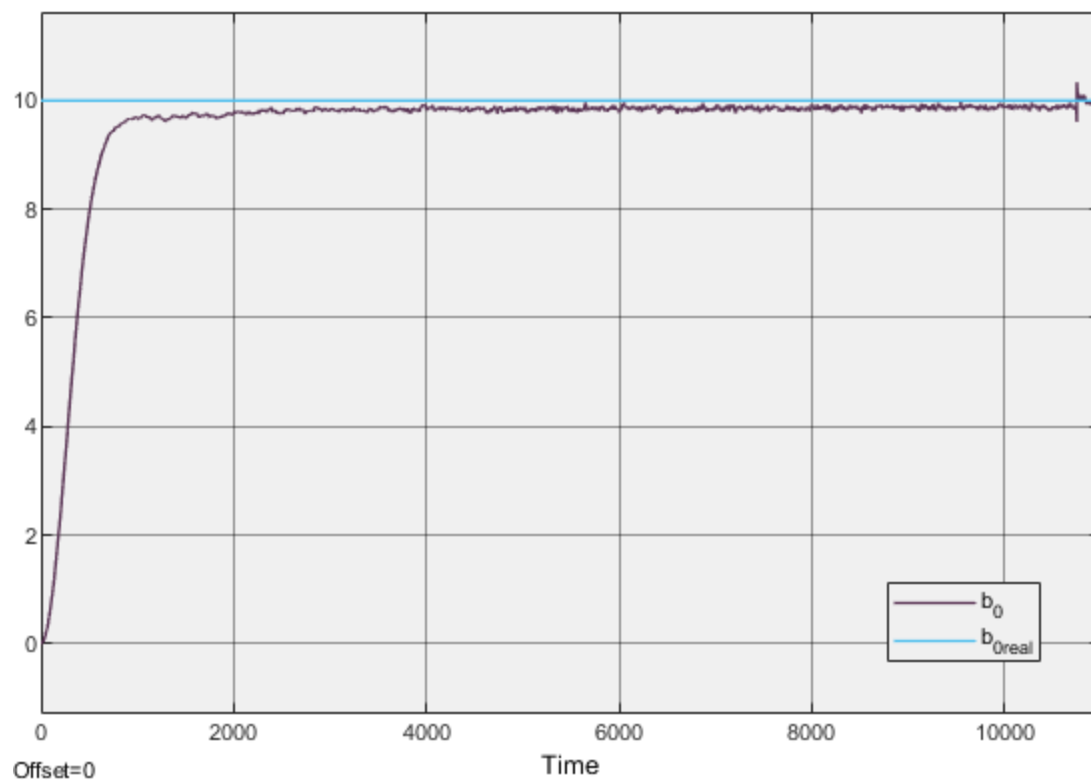




در شکل بالا تخمین پارامترهای با استفاده از حداقل مجذور استاندارد انجام شده است که در تخمین پارامتر b_0 به خوبی عمل کرده است اما برای سایر پارامترها این اتفاق نیافتاده، تابع ورودی هم پایا از مرتبه ۶ بوده که مناسب این تخمین بوده است (سه تابع با فرکانسهای مختلف سینوسی).

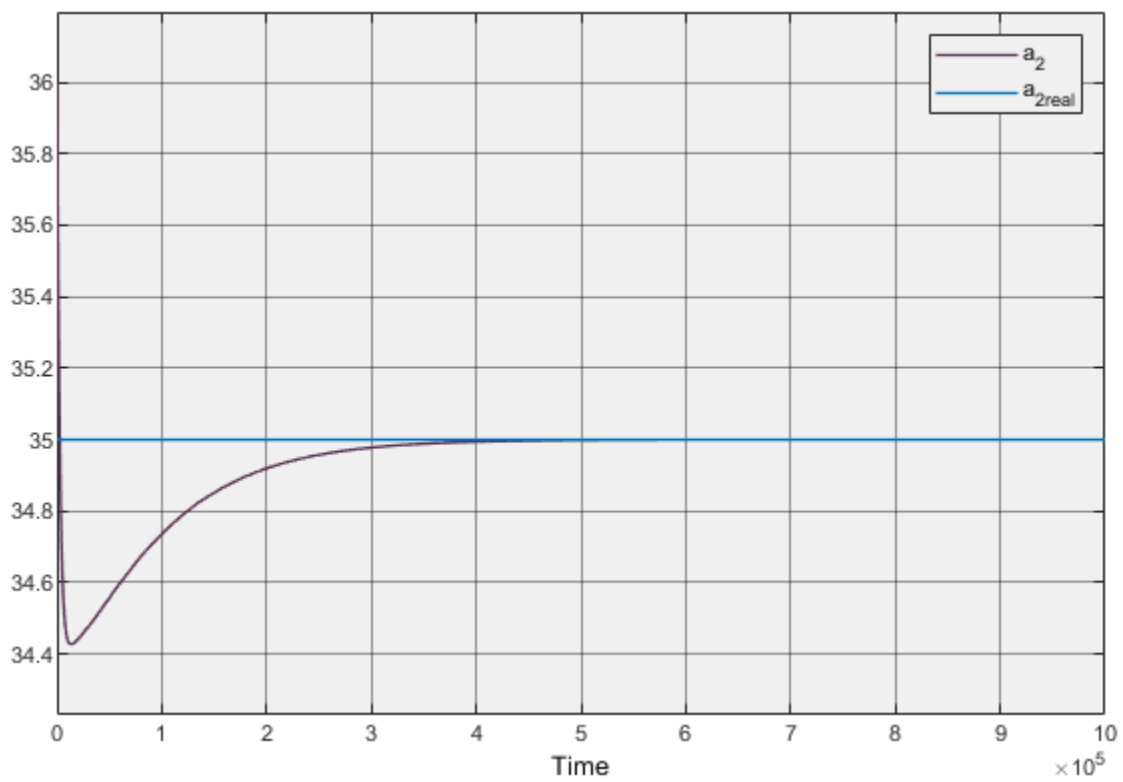
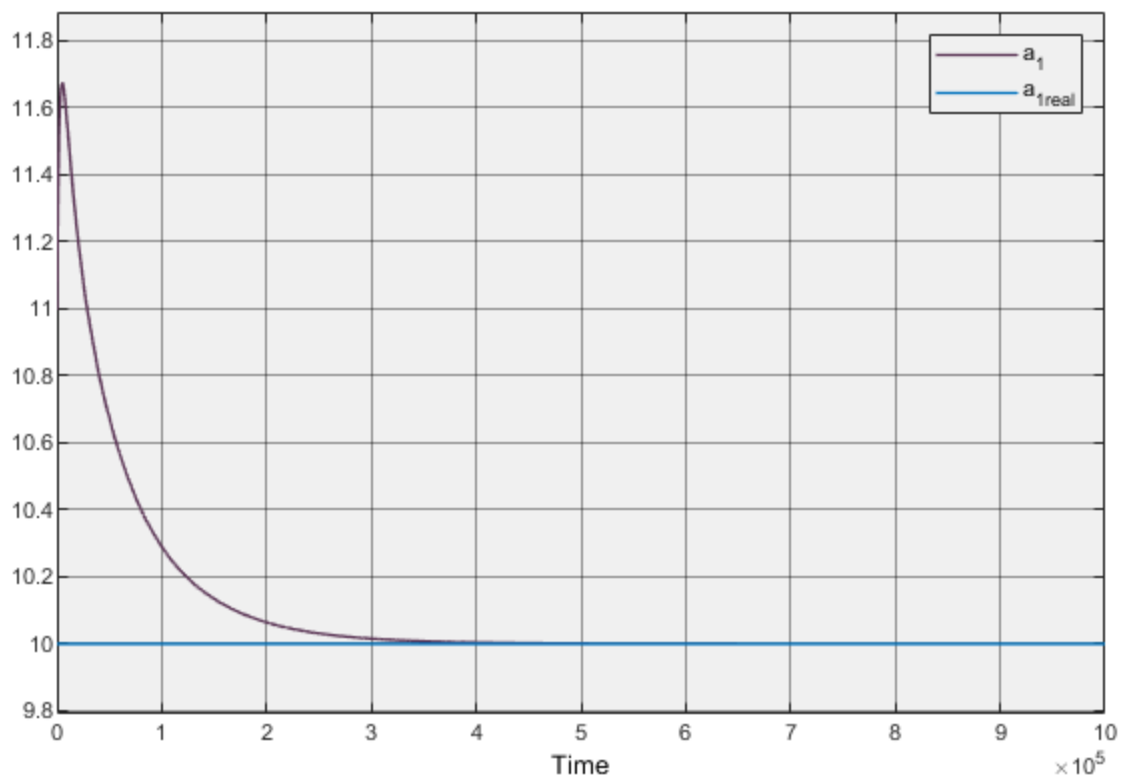


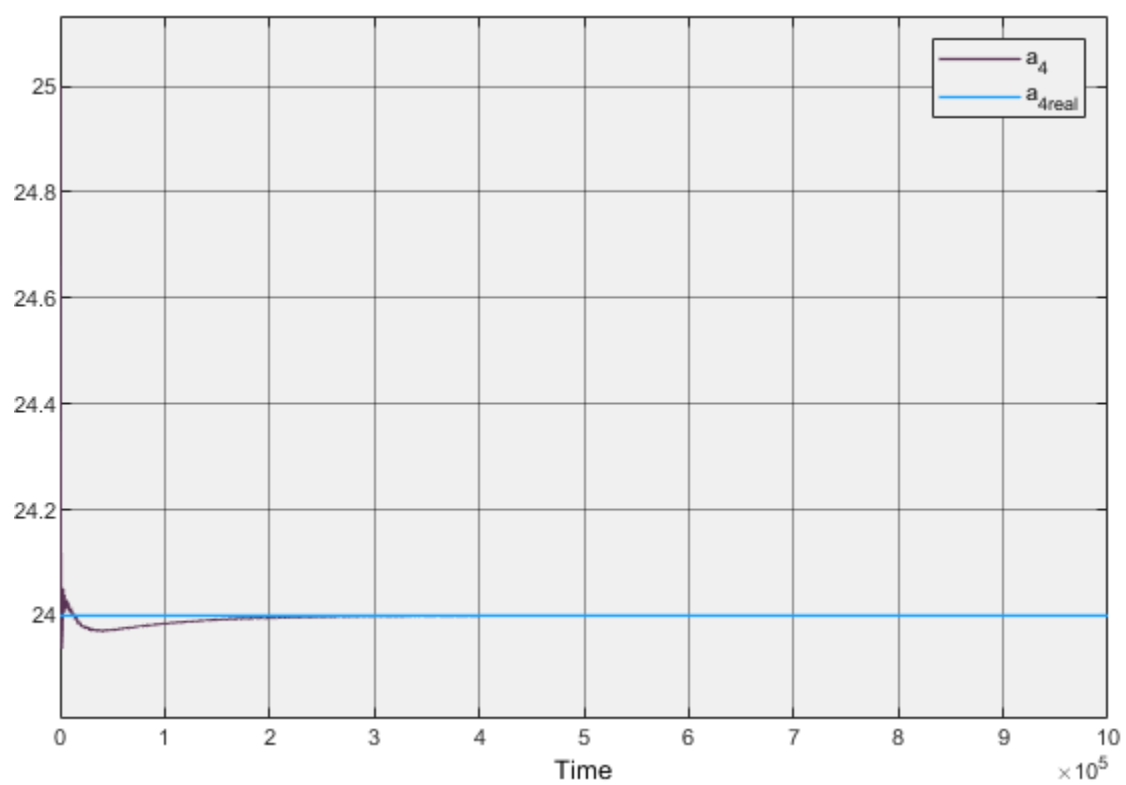
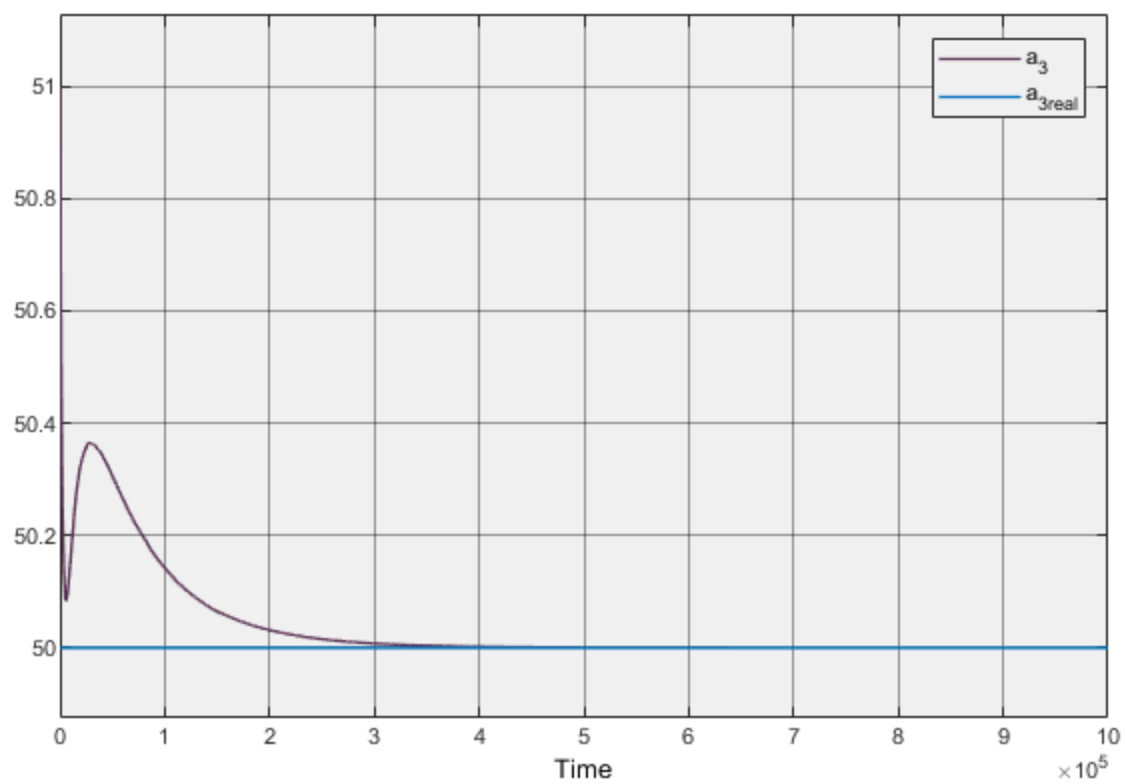


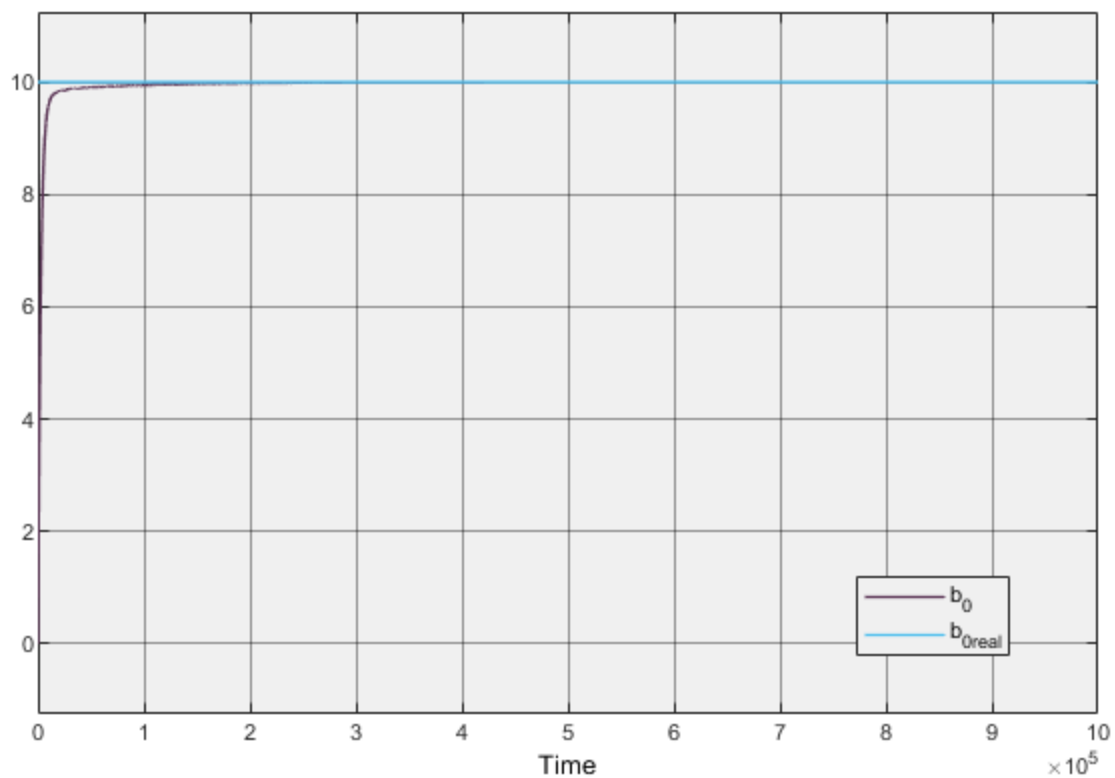


برای تخمین پارامترهای در حضور نویز سفید در روش حداقل مجذور با فراموشی نمایی، شناسایی به خوبی انجام شده است.

مشکلی که وجود داشته است این است که در حضور نویز ماتریس کوواریانس سریع تر انفجار نمایی دارد.







در روش BGF، نویز سفید کمک کننده در تخمین پارامترهای بوده با اینکه در حالت بدون نویز در این ثانیه به مقدار پارامترهای واقعی سیستم نرسیده اما در حضور نویز این اتفاق افتاده و تخمین پارامترها به مقادیر واقعی همگرا شده است.

ورودی سیستم همانند روش های قبلی پایا از مرتبه ۶ بوده است.