

Zyklotrons Handout für Physik-Klausurersatzleistung

Yimu Mao (Grammatik mit Chat-GPT)

10.12.2025

Was ist ein Zyklotron?

Ein Zyklotron ist ein **Teilchenbeschleuniger**, genauer gesagt ein **Kreisbeschleuniger**. Ein Magnetfeld lenkt die zu beschleunigenden Ionen in eine **spiralähnliche** Bahn, auf der die Beschleunigungsstrecke immer wieder durchlaufen wird; beschleunigt werden sie durch ein **elektrisches Feld**.

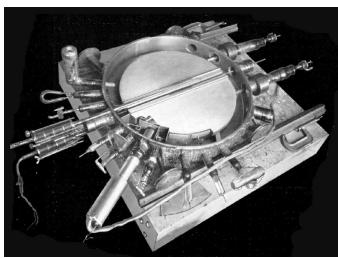


Abbildung 1: Zyklotron

Aufbau und wie funktioniert es?

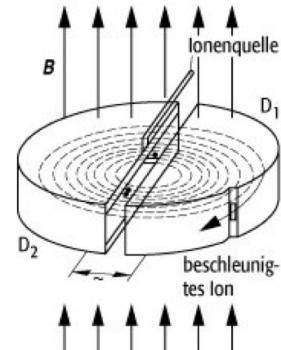
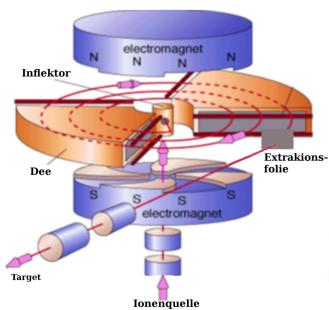


Abbildung 2: Aufbau(links) und Funktionsweise eines Zyklotrons(rechts)

Der Betrieb des Zyklotrons kann in 4 Bereiche unterteilt werden:

- Ionenerzeugung
- Ionenbeschleunigung
- Ionenextraktion
- Targetbestrahlung

Kernkomponenten: Magnet, Dees, Vakuumkammer, Teilchenquelle und Hochfrequenzgenerator

Wozu werden Zyklotrons verwendet?

- Produktion von Radiopharmaka
- Protonentherapie / Krebstherapie
- Teilchenphysik-Experimente
- Materialforschung / Bestrahlungstests
- Materialanalyse
- Ionenimplantation

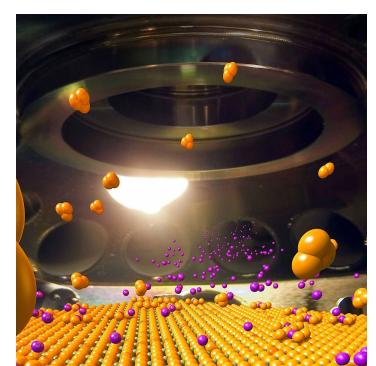
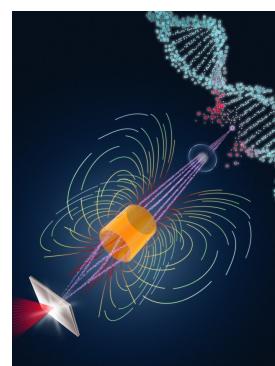
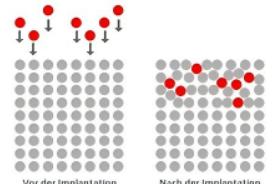


Abbildung 3: Aufbau(links) und Funktionsweise eines Zyklotrons(rechts)

1. Physikalische Grundlagen

Wir betrachten ein geladenes Teilchen (z.B. Proton oder Deuteron) mit der Ladung q und der Ruhemasse m_0 , das sich in einem homogenen, zeitlich konstanten Magnetfeld

$$\mathbf{B} = B \hat{\mathbf{z}}$$

bewegt. Die Geschwindigkeit des Teilchens in der Ebene $z = 0$ wird in Polarkoordinaten (r, φ) beschrieben:

$$\mathbf{v} = \dot{r} \hat{\mathbf{r}} + r\dot{\varphi} \hat{\varphi}.$$

Die Bewegung wird durch die Lorentzkraft bestimmt:

$$\frac{d}{dt}(\gamma m_0 \mathbf{v}) = q \mathbf{v} \times \mathbf{B},$$

mit relativistischem Lorentz-Faktor

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}, \quad v = |\mathbf{v}|.$$

2. Polare Bewegungsgleichungen

In Polarkoordinaten ergeben sich die Bewegungsgleichungen:

$$\text{Radial: } \gamma m_0 (\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2) = 0, \quad (1)$$

$$\text{Tangential: } \gamma m_0 (r\ddot{\varphi} + 2\dot{r}\dot{\varphi}) = 0 \quad (2)$$

Für eine nahezu konstante Kreisbahn ($\dot{r} \approx 0$) reduziert sich die Gleichung auf:

$$\gamma m_0 r\dot{\varphi}^2 = qBr\dot{\varphi} \Rightarrow \dot{\varphi} = \frac{qB}{\gamma m_0}.$$

Die lineare Bahngeschwindigkeit ist:

$$v_\varphi = r\dot{\varphi} = \frac{qBr}{\gamma m_0}.$$

3. Explizite Trajektoriengleichung

Idealfall (konstante Kreisbahn):

$$r(t) = r_0, \quad \varphi(t) = \dot{\varphi}t + \varphi_0$$

Kartesische Koordinaten:

$$x(t) = r_0 \cos(\dot{\varphi}t + \varphi_0), \quad y(t) = r_0 \sin(\dot{\varphi}t + \varphi_0)$$

mit

$$\dot{\varphi} = \frac{qB}{\gamma m_0}, \quad v_\varphi = r_0\dot{\varphi}$$

Allgemeiner Fall (mit radialer Bewegung $\dot{r} \neq 0$):

$$\gamma m_0 (\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2) = 0, \quad \gamma m_0 (r\ddot{\varphi} + 2\dot{r}\dot{\varphi}) = 0$$

Diese Gleichungen zeigen, dass die Bahn nicht exakt kreisförmig ist, und der Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}$ leicht variieren kann, wenn $\dot{r} \neq 0$ (Winkelimpuls nicht exakt konserviert).

4. Einflussfaktoren auf die Geschwindigkeit

Die Geschwindigkeit eines geladenen Teilchens im Zyklotron hängt von mehreren Faktoren ab:

- **Magnetfeldstärke B :** Höheres B erhöht die Lorentz-Kraft, daher größere Winkel- und Bahngeschwindigkeit.
- **Teilchenladung q :** Größere Ladung erhöht die Geschwindigkeit.
- **Teilchenmasse m_0 :** Schwerere Teilchen bewegen sich langsamer bei gleichem Magnetfeld.
- **Relativistische Effekte γ :** Bei hohen Geschwindigkeiten ($v \sim c$) vergrößert γ die effektive Masse, wodurch Winkel- und Bahngeschwindigkeit reduziert werden.
- **Bahnradius r :** Lineare Geschwindigkeit $v_\varphi = r\dot{\varphi}$ steigt mit Radius.
- **Radiale Geschwindigkeit \dot{r} :** Wenn die Bahn nicht exakt kreisförmig ist, beeinflusst \dot{r} die Winkelgeschwindigkeit und damit die Gesamtlaufgeschwindigkeit.

5. Zusammenfassung

- Für niedrige Geschwindigkeiten ($v \ll c$) gilt klassisch:

$$\dot{\varphi} = \frac{qB}{m_0}, \quad v_\varphi = r \frac{qB}{m_0}.$$

- Für relativistische Geschwindigkeiten:

$$\dot{\varphi} = \frac{qB}{\gamma m_0}, \quad v_\varphi = \frac{qBr}{\gamma m_0}.$$

- Die allgemeine Trajektorie wird durch die Gleichungen mit \dot{r} und $\dot{\varphi}$ bestimmt; Abweichungen von der Kreisbahn führen zu Variation von $\dot{\varphi}$.