

فهرست:

3.....	1.
4 .....	1
6 .....	2
9 .....	3
12.....	4
14.....	5
20.....	6
22.....	ب: بخش دوم: کanal فرکانس گزین:
25.....	امتیازی .5
28.....	6
29.....	7
31.....	8. امتیازی
33.....	جمع بندی:

## 1. بخش اول: کانال باند باریک

در این پژوهه قصد داریم با مدل کردن کانال های وایرلس تک مسیره در طول ارسال سیگنال هایی با مودلاتیون های مختلف آشنا شویم. اطلاعات داده شده در این سوال به شرح زیر است.

کانال مورد بحث در این قسمت یک کانال باند باریک میباشد همچنین اینکه سیگنال دریافتی پس از نمونه برداری در لحظه  $m$  به صورت زیر خواهد بود:

$$y[m] = h[m]x[m] + \omega[m]$$

در رابطه‌ی بالا نویز و نیز کانال ما یک متغیر تصادفی مختلط گوسی است و لذا با توجه باینکه اندازه یک متغیر تصادفی گوسی، توضیع رایلی دارد پس عملاً در این بخش با یک کانال رایلی سروکار خواهیم داشت.

$$r(t) = r_I(t) + j r_Q(t) \xrightarrow{yields} |r| = \sqrt{|r_I|^2(t) + |r_Q|^2(t)} \sim Rayleigh$$

$$P_z(z) = \frac{z}{\sigma^2} e^{-\frac{z^2}{2\sigma^2}} , \quad z > 0$$

\* همچنین اینکه توجه شود که مطابق گفته سوال و در تمام قسمت‌های این بخش  $h$  به صورت متغیری گوسی مختلط با میانگین 0 و واریانس 1 تعریف شده است.

\* در مورد توضیع نویز نیز توجه شود که با در نظر گرفتن  $1 = E_s = E_s / \text{SNR}$  توان نویز را محاسبه میکنیم و با استفاده از دستور (`randn()`) نویز مختلط گوسی با توان‌های مختلف خواهیم ساخت.

\* همچنین اینکه در تمامی قسمت‌ها خطای محاسبه شده بصورت تئوری نیز بصورت دستی در محیط متلب وارد شده است و در کنار منحنی خطای بدست آمده از شبیه‌سازی ترسیم گشته است.

در ادامه و قبل از شروع تمرکز بر روی هریک از قسمت‌های این بخش قصد داریم روال کلی شبیه‌سازی‌ها در قسمت‌های مختلف را توضیح دهیم:

1. بطور کلی در تمامی قسمت‌های این بخش در مرحله اول میبایست سیگنال مودله شده را تشکیل دهیم که برای این کار برداری را تحت عنوان bits تشکیل خواهیم داد که شامل مقادیر 0 و 1 میباشد. سپس مناسب با نوع مودلاتیون سیگنال مودله شده را تشکیل خواهیم داد.

2. در مرحله بعدی به ازای SNR های مختلف و با استفاده از  $y[m]$  را بدست خواهیم آورد که بصورت ضرب نقطه‌ای در متلب قابل پیاده سازی است.

3. در این مرحله و مناسب با قسمت‌های مختلف پژوهه ممکن است نیاز باشد ضرب اصلاح ای را مانند روش MRC در  $y[m]$  ضرب نماییم تا موجب بهبود عملکرد سیستم شود و اثر fading را بهبود بخشد.

4. در مرحله بعد مناسب با نحوه تصمیم گیری بهینه و مقایسه با آستانه تصمیم گیری آشکارسازی را انجام خواهیم داد.  
5. در مرحله آخر نیز با شمردن تعداد بیت‌های خطا در دنباله‌های دریافتی و ارسالی بردار خطا را برای هریک از مقادیر SNR تشکیل خواهیم داد.

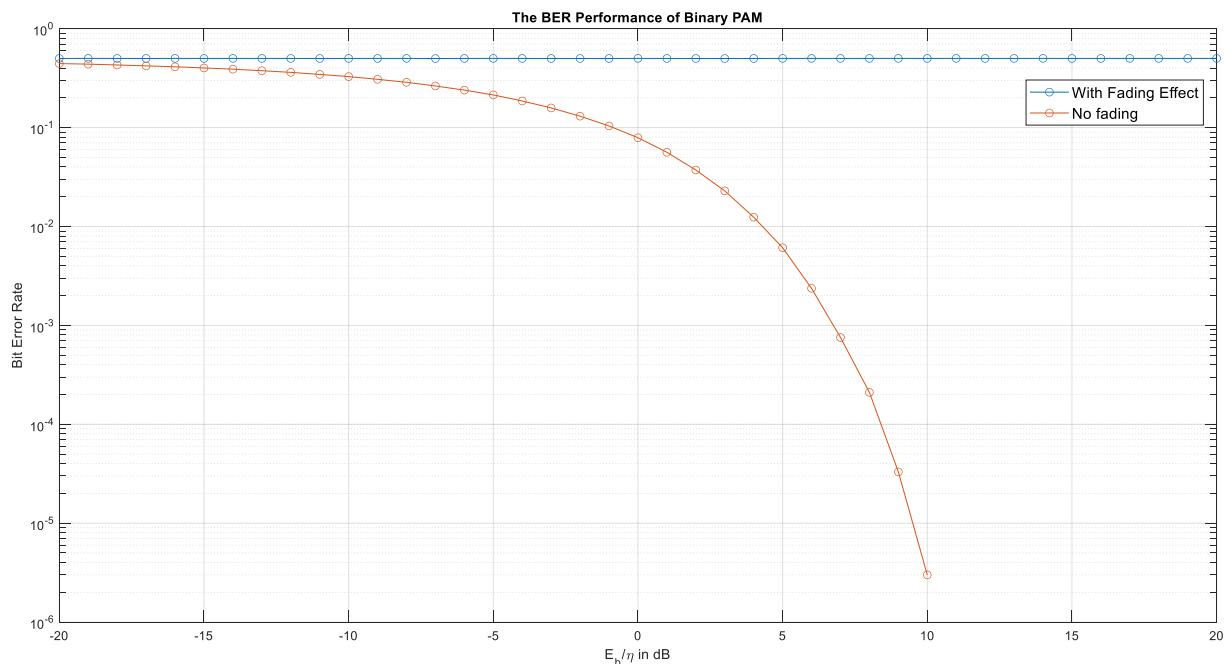
\* میدانیم اساسی ترین مشکل کانال‌های بیسیم باند باریک مربوط به مشکل fading میباشد که عملاً در این قسمت قصد داریم با بررسی راهکار‌های مختلف این اثر را بهبود دهیم و به احتمال خطای کمتری دست یابیم.

بعد از این توضیحات کلی اولیه درمورد روال کاری که انجام داده ایم در ادامه بطور خاص نتایج هریک از قسمت ها را گزارش میکنیم و به تحلیل موارد خواسته شده خواهیم پرداخت.

## .1

در این قسمت قصداریم از مودلاسیون BPSK برای ارسال داده ها استفاده نماییم.

به رویی که پیش تر نیز اشاره شد احتمال خطأ را به روش شبیه سازی در دو حالت درنظر گرفتن *fading* و همچنین عدم درنظر گرفتن محاسبه خواهیم کرد که نتایج آن درادامه ضمیمه خواهد گشت:



**Figure 1. Probability of Error for BPSK Modulation Using Fading and without using Fading.**

\* مطابق صورت سوال برای ترسیم احتمال خطأ در حالت بدون *fading* مقدار  $h[m]$  برابر یک لحاظ شده است.

تحلیل نتایج:

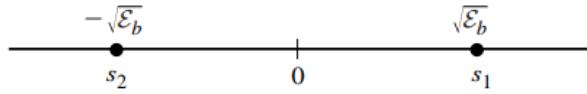
همانطوری که نمودار نیز نشان میدهد مادامی که  $h[m]$  حضور دارد و درواقع اثر *fading* خواهیم داشت احتمال خطأ پیرامون 0.5 نوسان میکند و این بدین معناست که عملاً تصمیم گیری بین 0 و 1 کاملاً ندوم انجام میگردد و آشکارسازی موفقی نداشته ایم. اما زمانی که مقدار  $h[m] = 1$  لحاظ گردیده است عملاً اثر *fading* حذف شده است و بالفایش SNR مطابق انتظار خطای کمتری خواهیم داشت و منحنی بصورت نزولی خواهد گشت.

حال قصداریم محاسبات مربوط به احتمال خطأ را برای حالت بدون *fading* بصورت تغوری نیز بدست آوریم:

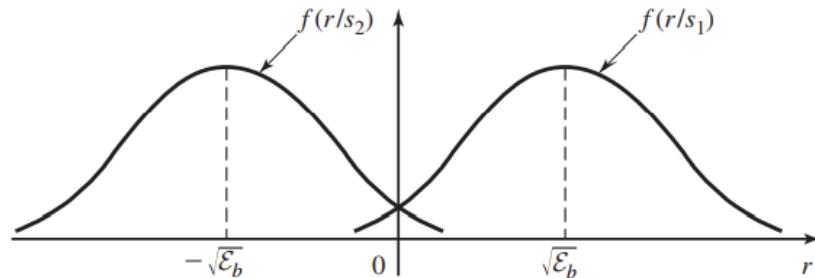
$$r = s_1 + n = \sqrt{\varepsilon_b} + n$$

$$f(r|s_1) = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} e^{-\frac{(r-\sqrt{\varepsilon_b})^2}{N_0}}$$

$$f(r|s_2) = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} e^{-\frac{(r+\sqrt{\varepsilon_b})^2}{N_0}}$$



**Figure 7.50** Signal points for antipodal signals.



**Figure 7.51** Conditional PDF's of two signals.

مطلوب مفهوم *maximum likelihood* با برابر قرار دادن  $f(r|s_1) = f(r|s_2)$  به آستانه تصمیم گیری بهینه دراین قسمت دست پیدا خواهیم کرد که مشخصا و با توجه به تصویر بالا برابر  $r = 0$  خواهد بود و لذا با این دانسته احتمال خطای بهینه را نیز محاسبه خواهیم کرد.

$$f(e|s_1) = \int_{-\infty}^{0} p(r|s_1) dr = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \int_{-\infty}^{0} e^{-\frac{(r-\sqrt{\varepsilon_b})^2}{N_0}} dr = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{-\sqrt{\frac{2\varepsilon_b}{N_0}}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx = Q\left(\sqrt{\frac{2\varepsilon_b}{N_0}}\right)$$

$$P_b = \frac{1}{2} P(e|s_1) + \frac{1}{2} P(e|s_2) = Q\left(\sqrt{\frac{2\varepsilon_b}{N_0}}\right)$$

$$P_b = 10^{-6} = Q\left(\sqrt{\frac{2\varepsilon_b}{N_0}}\right) \rightarrow Q^{-1}(10^{-6}) = 4.7534 \rightarrow \sqrt{\frac{2\varepsilon_b}{N_0}} = 4.7534 \rightarrow 22.595 = 2SNR$$

$$SNR = 11.2975 = 10.53 dB$$

.2

همانطور که درخش ابتدایی نیز بیان شد درین قسمت ما علاوه بر این راهکار هایی برای افزایش کارایی و کاهش خطای خواهیم بود و لذا درین سوال قصد داریم بازی هر سمبول صفر یا یک، دو بیت  $[0,1]$  و یا  $[a,1]$  ارسال نماییم و بررسی کنیم که این امر بهبودی حاصل خواهد کرد یا خیر.

در قسمت ابتدایی قصد داریم تا بطور کامل و باستفاده از مفهوم *maximum likelihood* نحوه تصمیم گیری بهینه و احتمای خطا ناشی از آن را محاسبه نماییم.

ابتدا توضیع هر تایم اسلات را بررسی میکنیم و سپس با توجه به این امر که در هر تایم اسلات مستقل از قبلی است میتوانیم توضیع مشترک  $\bar{V}$  را محاسبه نماییم.

\* همچنین توجه شود که عموماً در مقابل با چنین مسائلی که با توضیع های یک گاوی مختلط مقابل هستیم ترجیح میدهیم که بخش های اندازه و فاز و یا قسمت موهومی و حقیقی آنها را هنگام استفاده از *log-maximum likelihood* برابر قراردهیم. (درواقع هر کدام که محاسبات ساده تری را فراهم می آورد).

$$H = 0 \xrightarrow{\text{yields}} (U_0, U_1) = (a, 0)$$

$$H = 1 \xrightarrow{\text{yields}} (U_0, U_1) = (0, a)$$

$$H = 0 \xrightarrow{\text{yields}} V_0 = aH_0 + n_0, \quad V_1 = n_1$$

$$H = 1 \xrightarrow{\text{yields}} V_0 = n_0, \quad V_1 = aH_1 + n_1$$

$$H = 0 \xrightarrow{\text{yields}} V_0 \sim \mathcal{CN}(0, N_0 + a^2), \quad V_1 \sim \mathcal{CN}(0, N_0)$$

$$H = 1 \xrightarrow{\text{yields}} V_0 \sim \mathcal{CN}(0, N_0), \quad V_1 \sim \mathcal{CN}(0, N_0 + a^2)$$

\* همانطور که بالا نیز اشاره شد متغیرهای مربوط به هر تایم اسلات مستقل از هم خواهند و لذا میتوانیم توضیع مشترک آنها را از ضرب توضیع های آنها بدست آوریم.

\* همچنین اینکه ما در اینجا قصد داریم از *log-maximum likelihood* استفاده نماییم و نحوه تصمیم گیری بهینه را استخراج نماییم و اما تریک ریاضی که در این معادله بکار میبریم برابر قرار نهادن قسمت های حقیقی و موهومی است که در اینجا برای سادگی کار قسمت حقیقی را برابر هم قرار داده ایم که توضیعی مشترک گاوی خواهند داشت.

$$\Lambda(\mathbf{y}) \begin{matrix} \geq \\ < \end{matrix} 0, \quad \begin{matrix} \mathbf{x}_A \\ \mathbf{x}_B \end{matrix}$$

$$\Lambda(\mathbf{y}) := \ln \left\{ \frac{f(\bar{v}|\mathbf{x}_A)}{f(\bar{v}|\mathbf{x}_B)} \right\}$$

\* با نوشتن توابع توضیع یاد شده در بالا و اندکی محاسبات ریاضی به ضابطه *log-maximum likelihood* خواهیم رسید:

$$f(v_0, v_1 | H_0) = a \exp \left\{ -\frac{|v_0|^2}{a^2 + N_0} - \frac{|v_1|^2}{N_0} \right\}$$

$$f(v_0, v_1 | H_1) = a \exp \left\{ -\frac{|v_0|^2}{N_0} - \frac{|v_1|^2}{a^2 + N_0} \right\}$$

$$\xrightarrow{\text{yields}} \Lambda(v_0, v_1) := \ln \left\{ \frac{f(v_0, v_1 | H_0)}{f(v_0, v_1 | H_1)} \right\} = \frac{[|v_0|^2 - |v_1|^2]a^2}{(a^2 + N_0)N_0}$$

بنابراین تصمیم گیری بهینه بدین صورت است که اگر  $|v_0|^2 - |v_1|^2 < 0$  صفر ارسال شده است و اگر  $|v_0|^2 - |v_1|^2 > 0$  یک ارسال شده است.

\* این قضیه بصورت شهودی نیز قابل استنباط بود که اگر اندازه سمبل در تایم اسلات اول بزرگ از اندازه سمبل در تایم اسلات دوم باشد 0 ارسال شده است و درصورتی که اندازه سمبل در تایم اسلات دوم بزرگ تر از اندازه سمبل در تایم اسلات اول باشد 1 ارسال شده است.

\* همچنین اینکه درمورد رابطه نهایی به دست آمده توجه شود که یک طرفین وسطین ساده انجام شده است که ما را به رابطه ی تصمیم گیری بهینه می رساند.

در ادامه قصدداریم احتمال خطرا محاسبه نماییم:

$$\begin{aligned} P_e &= \frac{1}{2} P\{ |v_1|^2 > |v_0|^2 |H = 0\} + \frac{1}{2} P\{ |v_0|^2 > |v_1|^2 |H = 1\} \\ &= \frac{1}{2} P\{ |v_1|^2 - |v_0|^2 > 0 |H = 0\} + \frac{1}{2} P\{ |v_0|^2 - |v_1|^2 > 0 |H = 1\} \end{aligned}$$

\* با توجه به ضابطه های بالا میبایست در قدم اول  $CDF$  تفاضل دو متغیر تصادفی  $exponential$  را بدست آوریم که در ادامه محاسبه خواهد شد:

(توجه شود که توان 2 اندازه یک متغیر تصادفی گوسی مختلط یک متغیر تصادفی  $exponential$  خواهد بود).

$$P[W] = \int_z P[W | Z = z] f_z(z) dz$$

$$X \sim exp(\lambda) \quad , \quad Y \sim exp(\mu)$$

$$\begin{aligned} P[Y - X \leq t] &= P[Y \leq t + X] = \int_0^\infty P[Y \leq t + x | X = x] f_x(x) dx \\ &= \int_0^\infty P[Y \leq t + x] f_x(x) dx = \int_0^\infty P[Y \leq t + x] f_x(x) dx = \int_0^\infty F_Y(t + x) f_x(x) dx \\ &= \int_0^\infty (1 - e^{-\mu(t+x)}) \lambda e^{-\lambda x} dx = \lambda \int_0^\infty e^{-\lambda x} dx - \lambda e^{-\mu t} \int_0^\infty e^{-(\lambda+\mu)x} dx \\ &= \lambda \left[ \frac{e^{-\lambda x}}{-\lambda} \right]_0^\infty - \lambda e^{-\mu t} \left[ \frac{e^{-(\lambda+\mu)x}}{-(\lambda+\mu)} \right]_0^\infty = 1 - \frac{\lambda e^{-\mu t}}{\lambda + \mu} \end{aligned}$$

$$\xrightarrow{\text{yields}} F_{Y-X}(t) = 1 - \frac{\lambda e^{-\mu t}}{\lambda + \mu}$$

حال باستفاده از توضیع  $CDF$  بدست آمده میتوانیم احتمال خطأ را به فرم بسته بدست آوریم:

$$P_e = \frac{1}{2} (1 - F_{Y-X}(0)) + \frac{1}{2} F_{X-Y}(0) = \frac{1}{2} \frac{N_0}{N_0 + a^2 + N_0} + \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{N_0 + a^2}{N_0 + a^2 + N_0} \right) = \frac{N_0}{a^2 + 2N_0}$$

\* نکته بسیار حائز اهمیت این است که در این مثال خاص باتوجه باینکه ما هر بیت ارسالی را با 2 بیت مودله کردیم تعریف  $SNR$  نسبت به حالت  $BPSK$  اندکی متفاوت خواهد شد و لذا خواهیم داشت:

$$SNR := \frac{\text{average received signal energy per (complex) symbol time}}{\text{noise energy per (complex) symbol time}}$$

\* در واقع در این حالت انرژی میانگین سیگنال دریافتی برابر  $\frac{a^2}{2}$  میباشد و لذا مقدار  $SNR$  بصورت زیر در رابطه احتمال خطأ جایگذاری خواهد شد:

$$SNR := \frac{a^2}{2} \xrightarrow{yields} P_e = \frac{1}{2(1 + SNR)}$$

\* به روشنی که پیش تر نیز اشاره شد احتمال خطأ را به روش شبیه سازی محاسبه خواهیم کرد و مطابق خواسته سوال به همراه حل ناشی از تئوری دریک منحنی ترسیم خواهیم کرد که نتایج آن در ادامه ضمیمه خواهد گشت:

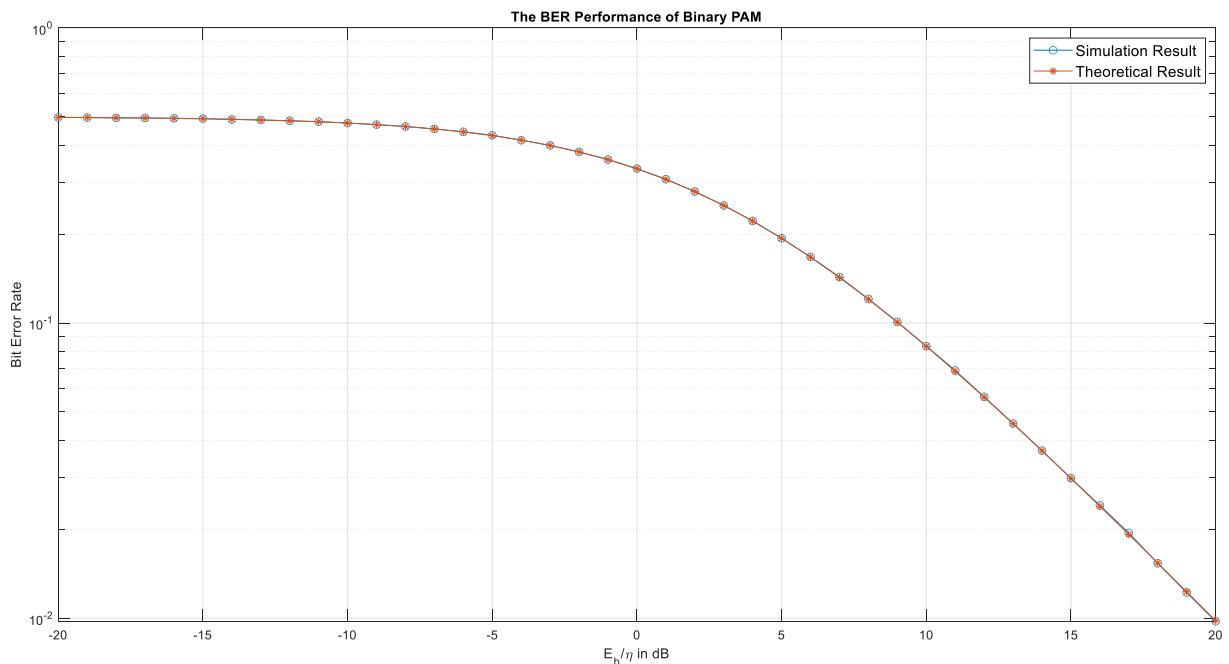


Figure 2. Probability of Error for Binary Modulation ( [a,0] & [0,a] pulse modulation )

\* همانطوری که مشاهده میشود هردو منحنی مربوط به شبیه سازی و حل تئوری کاملاً روی هم قرار خواهند گرفت که نشانگر درست بودن شبیه سازی است. همچنین اینکه در این حالت دیده میشود که تا حد خوبی توانسته ایم بر اثر *fading* غلبه نماییم و روند نزولی بالافرایش  $SNR$  داشته باشیم.

\* حال قصد داریم بینیم بازی چه مقداری از  $SNR$  به احتمال خطای  $10^{-6}$  دست پیدا خواهیم کرد و درواقع بازی یک مقدار یکسان از احتمال خطای بررسی نماییم که روند نزولی بودن خطای در دو حالت بدون اثر *fading* و با اثر *fading* و اما استفاده از مدولاسیون جدید به چه صورت است.

$$P_b = 10^{-6} = \frac{1}{2(1 + SNR)} \rightarrow \frac{1}{2 * 10^{-6}} = (1 + SNR) \rightarrow SNR = 499999$$

$$SNR = 56.99 dB$$

$$\text{Different with previous part } |56.99 - 10.53| = 46.46 dB$$

\* همانطوری که ملاحظه میشود تفاوت نسبت محسوسی و زیادی خواهیم داشت و این نشان میدهد که علی رغم بهبودی حاصل شده در عملکرد و همچنین بهبودی احتمال خطای در حضور *fading* اما همچنان نسبت به حالت بدون *fading* فاصله زیادی خواهیم داشت زیرا همین احتمای خطای در حالت بدون *fading* در  $SNR=10.53$  گرفته ایم در حالی که در حالت مدولاسیون این سوال این احتمال خطای در  $SNR=56.99$  گرفته ایم.

### 3.

همانطور که درخش ابتدایی نیز بیان شد در این قسمت ما علاوه بر دنبال راهکارهایی برای افزایش کارایی و کاهش خطای خواهیم بود و لذا در این سوال قصد داریم با دردست داشتن اطلاعات کانال درگیرنده و همچنان با استفاده از مدولاسیون *BPSK* عملکرد سیستم را بهبود بخشیم.

\* در این قسمت ما مطابق روش *MRC* تک شاخه عمل خواهیم کرد و با ضرب یک ضریب خاص که در ادامه بیان خواهد شد سعی میکنیم تاثیر *fading* را کاهش دهیم.

\* همچنین اینکه در این قسمت ما همچنان از آستانه مقایسه صفر برای آشکاری سازی و درواقع تصمیم گیری استفاده خواهیم کرد.

\* ضریبی که در این قسمت استفاده میکنیم  $\frac{h^*}{|h|} = a$  خواهد بود. همانطور که مشخص است اندازه این ضریب برابر یک خواهد بود و لذا مدامی که این ضریب در  $y_m$  ضرب خواهد شد نویز سیستم همچنان میانگین صفر و واریانس  $N_0$  خواهد داشت زیرا اندازه این ضریب برابر یک خواهد بود و لذا اندازه کانال به عنوان ضریبی در پشت  $x$  یا سمبول ارسالی باقی خواهد ماند که از قرار داده شدن مقادیر منفی جلوگیری خواهد کرد و میتواند موجب بهبود عملکرد سیستم گردد.

$$y_m = |h|x_m + \omega$$

\* در ادامه قصد داریم بصورت تئوری احتمال خطای سیستم را محاسبه نماییم:

$$P_e = \frac{1}{2}f(y_m < 0) + \frac{1}{2}f(y_m > 0) = \frac{1}{2}Q\left(\frac{a|h|}{\sqrt{\frac{N_0}{2}}}\right) + \frac{1}{2}Q\left(\frac{-a|h|}{\sqrt{\frac{N_0}{2}}}\right) = Q\left(\frac{a|h|}{\sqrt{\frac{N_0}{2}}}\right) = Q(\sqrt{2|h|^2SNR})$$

\* همانطور که مشاهده میشود با توجه به متغیر تصادفی بودن احتمال خطای میباشد روی آن متوسط گیری انجام دهیم تا به ضابطه احتمال خطای متوسط اشاره شده در صورت سوال دست یابیم:

$$\bar{P}_s = \int_0^{\infty} P_s(\gamma) p_{\gamma_s}(\gamma) d\gamma$$

\* توجه شود که توزیع کاتال رایلی است و لذا با دردست داشتن هردوتابع زیر انتگرال گیری خواهیم کرد تا به مقدار متوسط خطای دست پیدا نماییم:

$$p_{\gamma_s}(\gamma) d\gamma = p(r) dr$$

$$p(r) = \frac{r}{\sigma^2} e^{\frac{-r^2}{2\sigma^2}}$$

$$\gamma = \frac{r^2 T_s}{2 \sigma_n^2}$$

$$d\gamma = \frac{r T_s}{\sigma_n^2} dr$$

$$p_{\gamma_s}(\gamma) = \frac{\sigma_n^2}{\sigma^2 T_s} e^{-\gamma \frac{\sigma_n^2}{\sigma^2 T_s}}$$

$$p_{\gamma_s}(\gamma) = \frac{1}{\bar{\gamma}_s} e^{\frac{-\gamma}{\bar{\gamma}_s}}$$

$$p_{\gamma_b}(\gamma) = \frac{1}{\bar{\gamma}_b} e^{\frac{-\gamma}{\bar{\gamma}_b}}$$

\* با انتگرال گیری در طول روابط بالا خواهیم داشت:

$$\overline{P_b} = \frac{1}{2} \left[ 1 - \sqrt{\frac{\bar{\gamma}_b}{\bar{\gamma}_b + 1}} \right]$$

\* به روشنی که پیش تر نیز اشاره شد احتمال خطای را به روش شبیه سازی محاسبه خواهیم کرد و مطابق خواسته سوال به همراه حل ناشی از تئوری دریک منحنی ترسیم خواهیم کرد که نتایج آن در ادامه ضمیمه خواهد گشت:

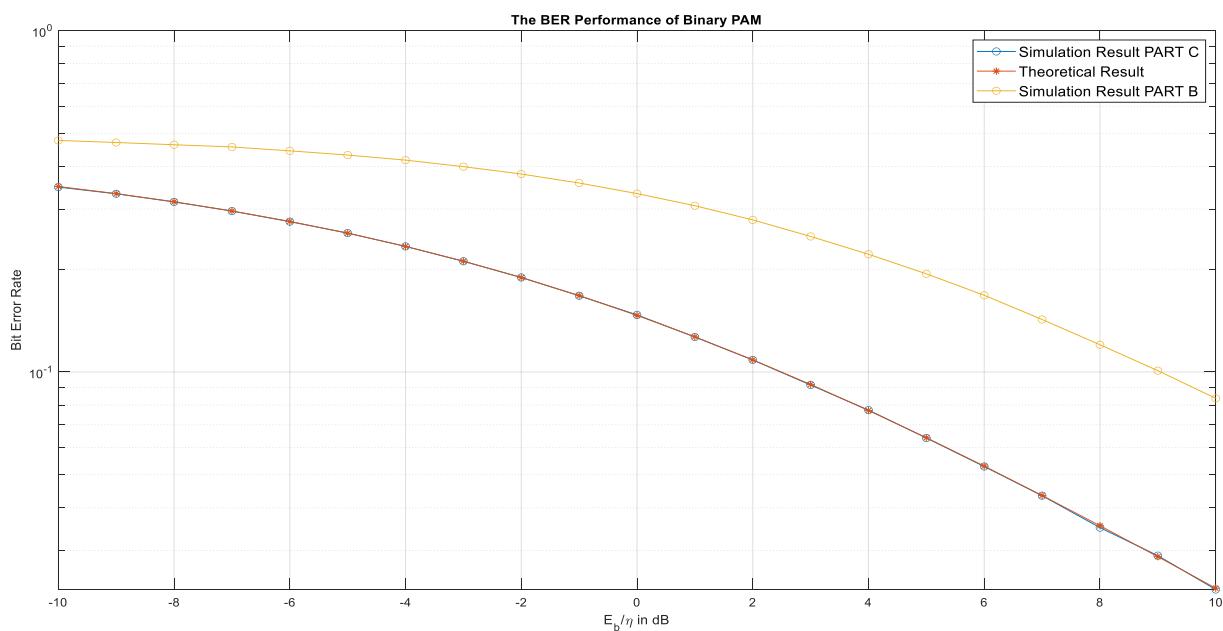


Figure 3. Probability of Error for Binary Modulation during known channel

\* همانطوری که مشاهده میشود هردو منحنی مربوط به شبیه سازی و حل تئوری کاملاً روی هم قرار خواهند گرفت که نشانگر درست بودن شبیه سازی است. همچنین اینکه در این حالت دیده میشود که تا حد خوبی توانسته ایم بر اثر *fading* غلبه نماییم و روند نزولی بالافرایش *SNR* داشته باشیم و همچنین در مقایسه با سوال دوم که از مودلاتسیون  $[a,0],[0,a]$  استفاده کردیم عملکرد بهتری خواهیم داشت زیرا به وضوح در طول سیگنال به نویزهای یکسان احتمال خطای کمتری خواهیم داشت.

\* حال با استفاده از رابطه تئوری بدست آمده قصدداریم محاسبه کنیم که برای رسیدن به احتمال خطای  $10^{-6}$  حداقل میزان *SNR* چقدر است؟

$$\frac{1}{2} \left[ 1 - \sqrt{\frac{\bar{\gamma}_b}{\bar{\gamma}_b + 1}} \right] = 10^{-6} \quad \xrightarrow{\text{yields}} \quad \bar{\gamma}_b = 249999 = 53.98 \text{ dB}$$

درادامه قصدداریم بازی اخیرین نقطه نمودار یعنی  $SNR=10dB$  بررسی نماییم که دو نمودار چند  $dB$  با هم اختلاف خواهند داشت:

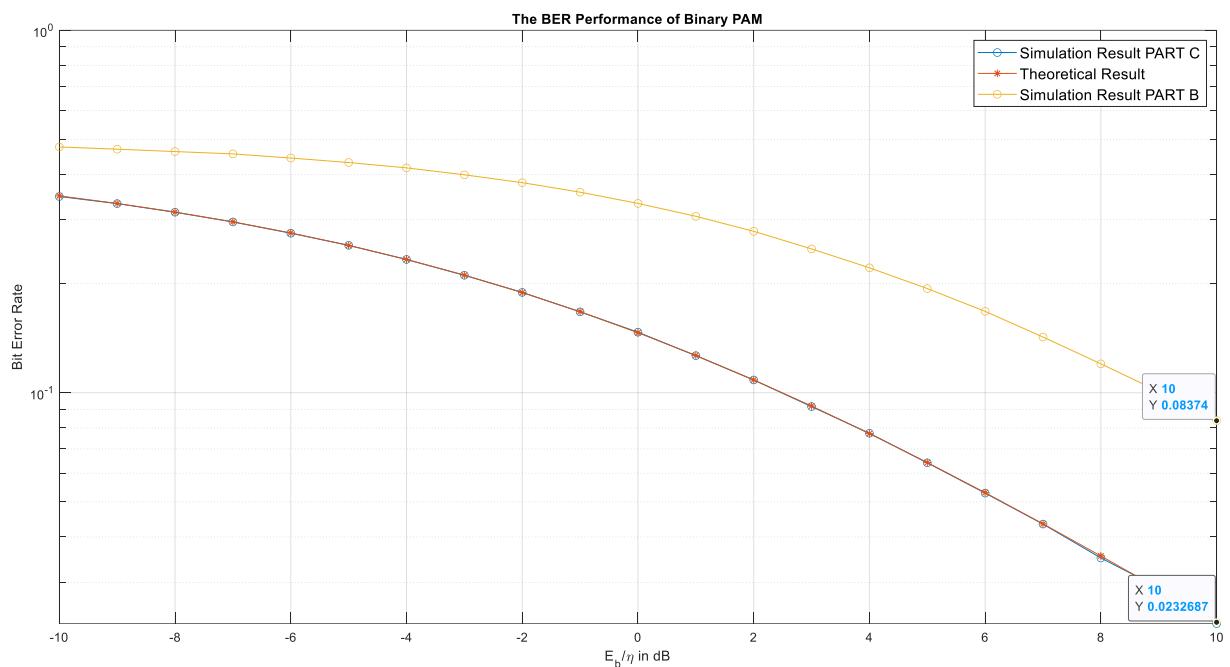


Figure 4. Difference of two curves during same signal to noise ratio

Different with previous part  $10\log|0.0232687-0.08374|=12.18 \text{ dB}$

\* همانطور که مشاهده میشود در  $SNR=10dB$  اختلاف قابل ملاحظه ای خواهند داشت و همچنین مطابق با روند نزولی نمودارها این اختلاف بالافرایش *SNR* همچنان افزایش خواهد یافت لذا نسبت به سوال دوم در این حالت با دانستن اطلاعات کanal بهبود قابل توجهی خواهیم داشت که خود اثباتی بر برتری این روش برای رسیدن به عملکرد بالاتر میباشد.

\* بله مطابق محاسبات بالا دانستن اطلاعات کanal در گیرنده نسبت به ندانستن آن مزیت بسیار قابل توجهی داشته است و عملکرد سیستم را افزایش داده است.

همانطور که درخش ابتدایی نیز بیان شد درین قسمت ما عملاً به دنبال راهکار هایی برای افزایش کارایی و کاهش خطا خواهیم بود و لذا درین سوال قصد داریم با دردست داشتن اطلاعات کanal درگیرنده ولی درینجا باستفاده از مودلاسیون *QPSK* عملکرد سیستم را بهبود بخشیم.

\* تفاوتی که درین سوال در مقایسه با بقیه حالات خواهیم داشت نوع مودلاسیون هست که درین سوال *QPSK* میباشد و لذا برای ساختن دنباله ارسالی بعد از تشکیل یک بردار رندوم بازی مقادیر کمتر از 0.25 مقدار دنباله را برابر 1+ لحاظ خواهیم کرد بازی مقادیر بین بازه [0.25,0.5] مقدار دنباله را برابر  $j+1$  قرار خواهیم داد بازی مقادیر بین بازه [0.5,0.75] مقدار دنباله را برابر 1- لحاظ خواهیم کرد و همچنین بازی مقادیر بین بازه [0.75,1] لحاظ خواهیم کرد.

\* تفاوت بعدی که این سوال با قسمت قبل خواهد داشت درمورد نحوه تصمیم گیری بهینه برای آشکارسازی خواهد بود که طبعاً مطابق مفاهیم *QPSK* میباشد زاویه سمبول دریافتی را برسی نماییم اگر این زاویه درمحدوده [-45,+45] باشد سمبول آشکارسازی شده +1 خواهد بود اگر این زاویه درمحدوده [+45,+135] باشد سمبول آشکارسازی شده  $j+1$  خواهد بود اگر این زاویه درمحدوده [+135,-135] باشد سمبول آشکارسازی شده  $j-1$  خواهد بود.

\* درین قسمت نیز ما مطابق روش *MRC* تک شاخه عمل خواهیم کرد و با ضرب یک ضریب خاص که درادمه بیان خواهد شد سعی میکنیم تاثیر *fading* را کاهش دهیم.

\* توجه کنیم که ازآنجا که احتمال خطای *BPSK* در عدم حضور *QPSK* برابر احتمال خطای *PSK* خواهد بود ( البته بین تفاوت که *SNR* در حالت *QPSK* دو برابر *SNR* در حالت *PSK* خواهد بود)

لذا برای محاسبه ای احتمال خطای سیستم با دانستن اطلاعات کanal روال مشابهی مانند سوال قبل پیش خواهیم گرفت و لذا خواهیم داشت:

$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{2a^2}{N_0}}\right) \quad \text{while for QPSK: } \text{SNR} = \frac{2a^2}{N_0} \quad \xrightarrow{\text{yields}} \quad P_e = Q\left(\sqrt{\text{SNR}}\right)$$

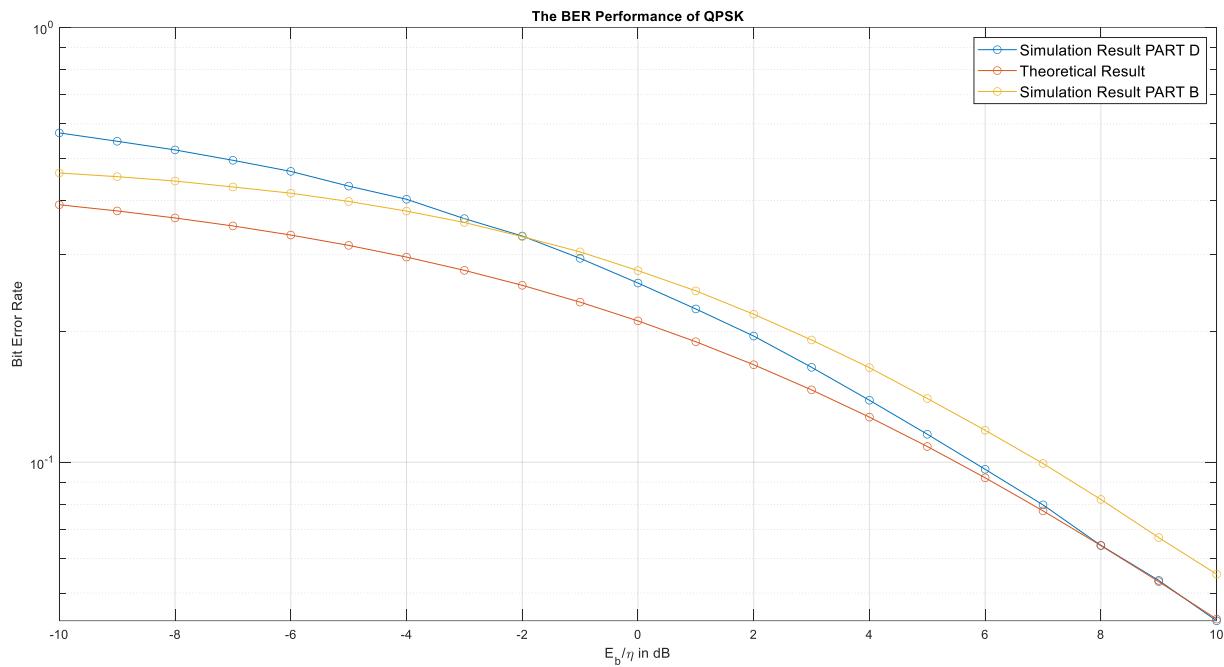
\* بنابراین با درنظر گرفتن این احتمال خطای *QPSK* و همچنین با لحاظ کردن ضریب *MRC* به رابطه ای زیر برای احتمال خطای خواهیم رسید که البته متغیری تصادفی است و برای رسیدن به احتمال خطای متوسط میباشد روی توضیع کanal انتگرال گیری نماییم:

$$P_e = Q\left(\sqrt{|h|\text{SNR}}\right)$$

\* ولذا بعد از انتگرال گیری روی توضیع کanal که رایلی خواهد بود به رابطه ای زیر خواهیم رسید که با جایگزین کردن  $\frac{\text{SNR}}{2}$  در رابطه بدست آمده در قسمت قبل نیز میتوانستیم به رابطه زیر نایل شویم:

$$\overline{P_b} = \frac{1}{2} \left[ 1 - \sqrt{\frac{\bar{\gamma}_b/2}{\bar{\gamma}_b/2 + 1}} \right] = \frac{1}{2} \left[ 1 - \sqrt{\frac{\bar{\gamma}_b}{\bar{\gamma}_b + 2}} \right]$$

\* به رویی که پیش تر نیز اشاره شد احتمال خطای را به روش شبیه سازی محاسبه خواهیم کرد و مطابق خواسته سوال به همراه حل ناشی از تئوری دریک منحنی ترسیم خواهیم کرد که نتایج آن درادامه ضمیمه خواهد گشت:



**Figure 5. Probability of Error for QPSK Modulation during known channel**

\* همانطوری که مشاهده میشود هردو منحنی مربوط به شبیه سازی و حل تئوری در  $SNR$  های بالا کاملاً روی هم قرار خواهند گرفت که نشانگر درست بودن شبیه سازی است. همچنین اینکه دراین حالت دیده میشود که تا حد خوبی توانسته این بر اثر *fading* غلبه نماییم و روند نزولی بالفزايش  $SNR$  داشته باشیم و همچنین در مقایسه با سوال دوم که از مودلاسیون  $[a,0],[0,a]$  استفاده کردیم عملکرد بهتری خواهیم داشت زیرا بهوضوح در طول سیگنال به نویزهای یکسان احتمال خطای کمتری خواهیم داشت [البته توجه شود که این مقایسه برای  $SNR$  های بالا درست است و برای  $SNR$  های پایین طبق منحنی های بالا نتایج ناشی از سوال 2 به مرتبه بهتر از نتایج سوال 4 میباشد.]

Different with previous part  $10\log|0.0232687-0.07374|=6.18 \text{ dB}$

\* دراین سوال نیز بازای  $SNR$  بالا احتمال خطای ناشی از  $QPSK$  از احتمال خطای ناشی از سوال دوم که از مودلاسیون  $[a,0],[0,a]$  استفاده کردیم عملکرد بهتری خواهیم داشت و طبعاً محاسبات نیز نشان میدهد که  $6dB$  در  $SNR$  های بالا بین منحنی ها اختلاف وجود دارد که نشان میدهد دراین حالت نیز نسبت به سوال دوم بهبود عملکرد داریم و منحنی خطای پایین تر قرار خواهد گرفت.

## .5

همانطور که درخش ابتدایی نیز بیان شد دراین قسمت ما علاوه بر دنبال راهکار هایی برای افزایش کارایی و کاهش خطا خواهیم بود. دراین قسمت ایده *Diversity* در زمان را پیاده سازی خواهیم کرد. همچنین اینکه نوع مودلاتیون همچنان *BPSK* خواهد بود و نحوه بهینه تصمیم گیری نیز همان مقایسه با آستانه صفر خواهد بود.

\* توجه شود که دراین سوال سیگنال ارسالی یکسان است و تنها همان سیگنال را به تعداد  $L$  بار ارسال خواهیم کرد. همچنین اینکه میدانیم داشتن اطلاعات کanal درگیرنده به عنوان جزء جدایی ناپذیر سیستم های *Diversity* است و لذا درینجا نیز فرض میکنیم که اطلاعات کanal را درگیرنده دردست خواهیم داشت.

\* الگوریتم کار بدین صورت است که ما دراین سوال  $L$  بردار  $h$  تعریف خواهیم کرد و سپس درطول هریک و بازای  $SNR$  های مختلف سیگنال خروجی را بدست خواهیم آورد ، سپس هریک از مسیرها در ضرب  $MRC$  مرتبط با خود ضرب خواهند شد و درنهایت تمامی سیگنال های  $\gamma_m$  وارد بلاک جمع شونده خواهند شد.

\* عملیات تصمیم گیری و آشکارسازی نیز روی خروجی جمع شونده مانند هر ساختار *Diversity* دیگری انجام خواهد شد و درنهایت بردار احتمال خطا بصورت شبیه سازی برای آن محاسبه خواهد شد.

\* توجه شود که دراین سوال نیز به دلیل متغیر بودن ضابطه خطا میباشد توزیع کanal را دراین حالت نیز بدست آوریم و با متوسط گیری روی آن به احتمال خطای متوسط دست پیدا کنیم که ضابطه احتمال خطای ناشی از تئوری را بدست خواهد داد.

\* در ادامه قصد داریم به محاسبات تئوری مربوط باین سوال پردازیم و به سوالات وارد دراین قسمت پاسخ دهیم:

**الف: توضیح دهید در این روش، فاصله زمانی بین ارسال سمبلهها چقدر باید باشد؟**

مادامی که از *Diversity* در زمان استفاده میکنیم فاصله های زمانی میباشد از  $T_c$  کanal بیشتر باشند تا ضرب *fading* هر ارسال از یکدیگر مستقل باشند.

**محاسبات و توضیحات مربوط به حل تئوری:**

\* اگر بخواهیم استدلالی مشابه سوال سوم بیان نماییم درینجا نیز یکسری شاخه داریم که هر کدام از آنها ضابطه احتمال خطای خود را از همان ضابطه ( $Qfunc$ ) مربوط به مودلاتیون *BPSK* خواهند گرفت و همچنین اینکه یک بلاک جمع شونده داریم که هر کدام از تایم اسلات ها در ضرب مربوطه به خودش ضرب میشود و سپس در بلاک جمع شونده همگی جمع میشوند لذا بصورت شهودی قیاسی با سوال سوم نیز میتوانیم فرض کنیم که ضربی که میباشد ضرب شود باید از جنس زیر باشد:

$$y = h x_1 + w$$

$$y = [y_1, \dots, y_L]^t$$

$$h = [h_1, \dots, h_L]^t$$

$$w = [w_1, \dots, w_L]^t$$

$$\frac{h^*}{\|h\|} y = \|h\| x_1 + \frac{h^*}{\|h\|} w$$

$$\|h\|^2 = \sum_{l=1}^L |h_l|^2$$

\* با توجه به روابط بالا میتوانیم با تعمیم دادن این روابط ضابطه احتمال خطا را برای حالت *MRC* بیان نماییم:

(توجه کنید که با توجه باینکه در گیرنده  $MRC$  داریم ضرایب میباشد طوری انتخاب شوند که فازها کنسل شوند و بخش مطلوب سیگнал دریافتی بعد از بلاک جمع شونده منجر به ماکزیمم شدن  $SNR$  خروجی گردد).

$$Q(\sqrt{2||h||^2 SNR})$$

$$||h||^2 = \sum_{l=1}^L |h_l|^2$$

\* با توجه به تعریف پاسخ کانال میتوانیم بدست آوریم که توضیع کانال ما یک یک متغیر تصادفی *Chi-square* با  $2L$  درجه آزادی است.  
وتابع توزیع آن بصورت زیر است:

$$f(x) = \frac{1}{(L-1)!} x^{L-1} e^{-x}$$

\* حال کافی است از ضابطه احتمال خطای روی توضیع بدست آمده انتگرال بگیریم و احتمال خطای متوسط را بدست آوریم:

$$P_e = \int_0^\infty Q(\sqrt{2xSNR})f(x)dx$$

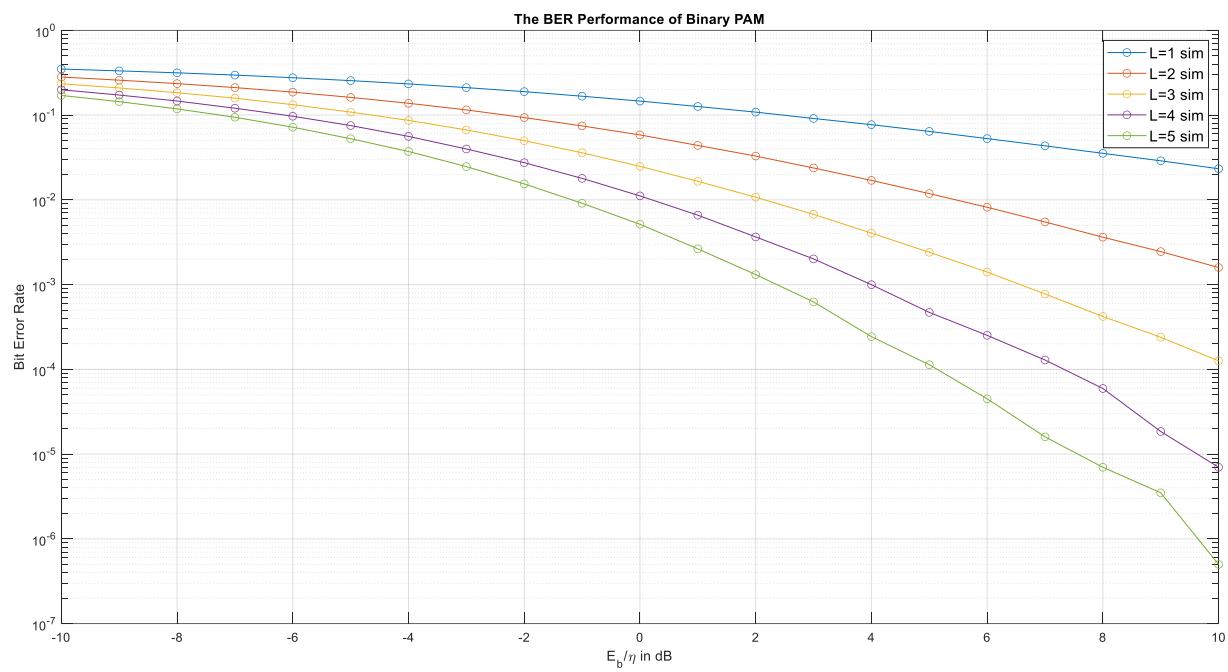
انتگرال بالا انتگرال پیچیده‌ای است و محاسبه دقیق حل بسته آن به توضیحات و بک گراند مفصلی نیاز دارد لذا با صرف نظر از نحوه بدست آمدن و مراجعه به مراجع جواب نهایی آن را که مدنظر ماست از این خواهیم داد:

$$P_e = \left(\frac{1-\mu}{2}\right)^L \sum_{l=0}^{L-1} \binom{L-1+l}{l} \left(\frac{1+\mu}{2}\right)^l$$

$$\mu =: \sqrt{\frac{SNR}{1+SNR}}$$

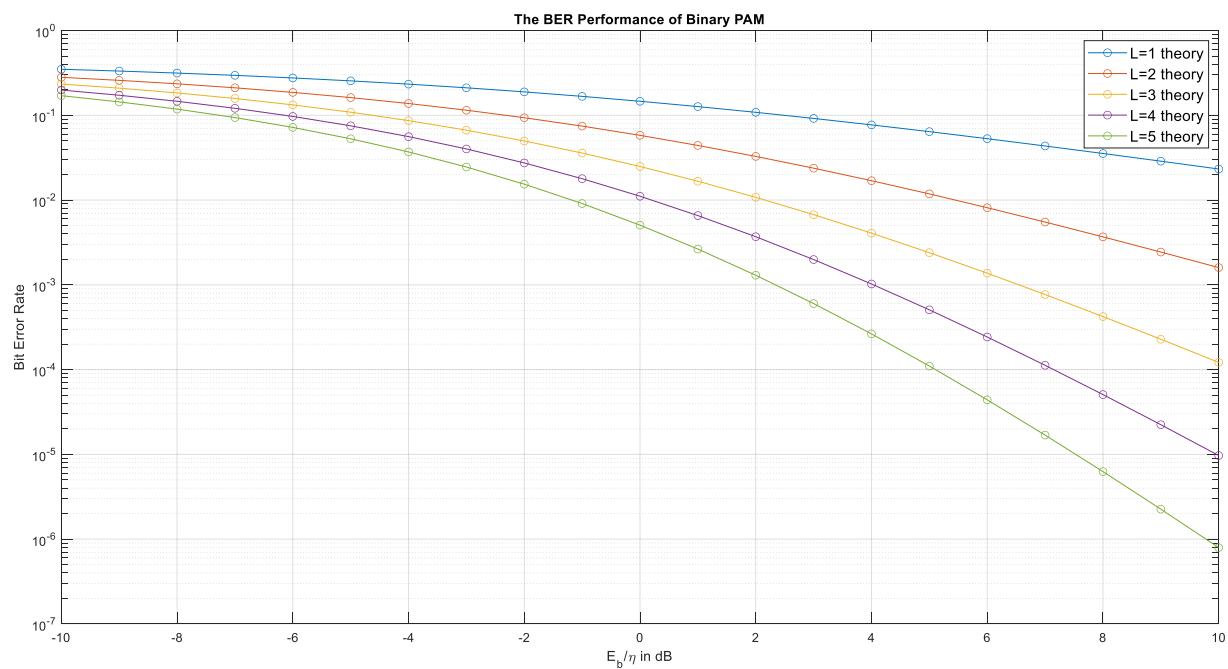
\* نحوه تصمیم گیری بهینه همچنان مقایسه با آستانه صفر خواهد بود باین علت که همچنان از مودلاسیون *BPSK* استفاده خواهیم کرد.  
همچین اینکه در ادامه قصد داریم ضابطه تئوری بدست آمده در بالا را در محیط متلب پیاده سازی کنیم و به همراه نتایج شبیه سازی در کنار هم ترسیم نماییم.

\* همچنین اینکه در ادامه به ترتیب تمامی منحنی‌های مربوط به حل شبیه سازی و همچنین منحنی‌های مربوط به حل تئوری خواهند آمد و پس از آنها منحنی‌های ناشی از شبیه سازی و تئوری بازی مقادیر مختلف  $L$  ترسیم خواهند شد و مشاهده می‌شود که شبیه سازی بسیار دقیق بوده و تمامی منحنی‌ها کاملاً بر روی یکدیگر قرار گرفته‌اند!



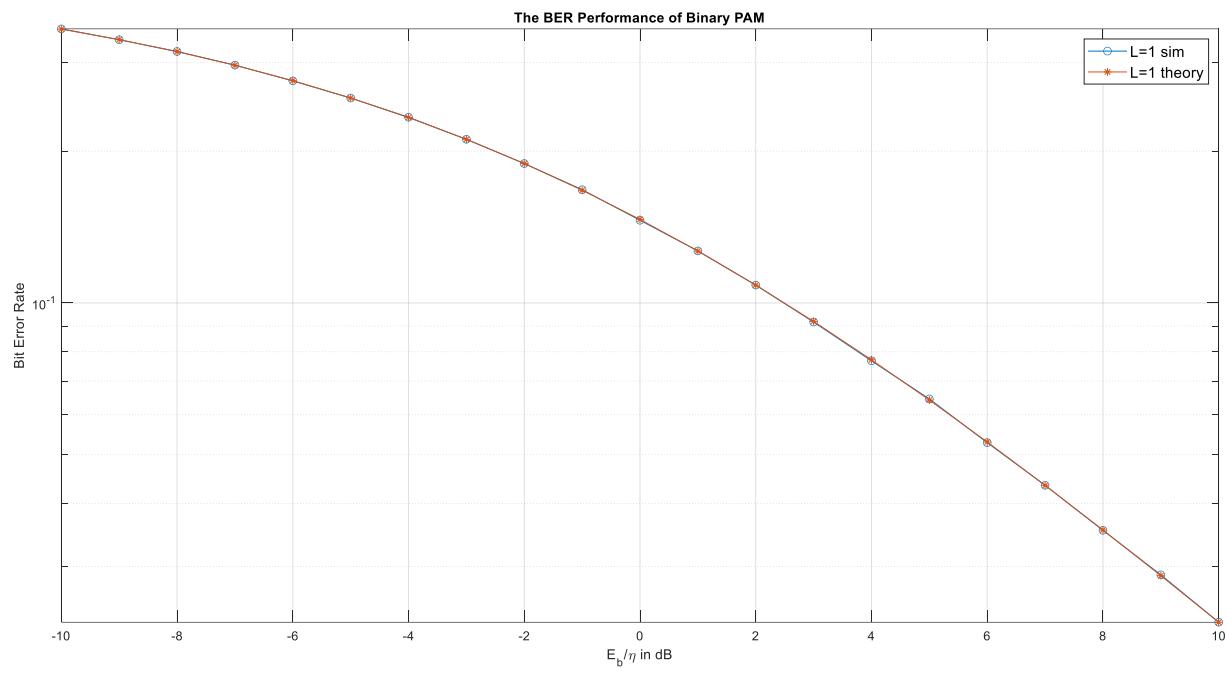
**Figure 6. Probability of Error for BPSK Modulation during known channel(Time Diversity #Sim)**

\* منحنی های شبیه سازی بازی مقادیر مختلف  $L$  ترسیم شده اند و مشاهده میکنیم که با افزایش مقدار  $L$  بهبود عملکرد داریم و احتمالات خطای پایین تر قرار میگیرند که این قضیه با شهود و منطق ما نیز همخوانی دارد و انتظار داریم با استفاده از ارسال های بیشتر عملکرد بهتری داشته باشیم و خطای کمتری دریافت کنیم.

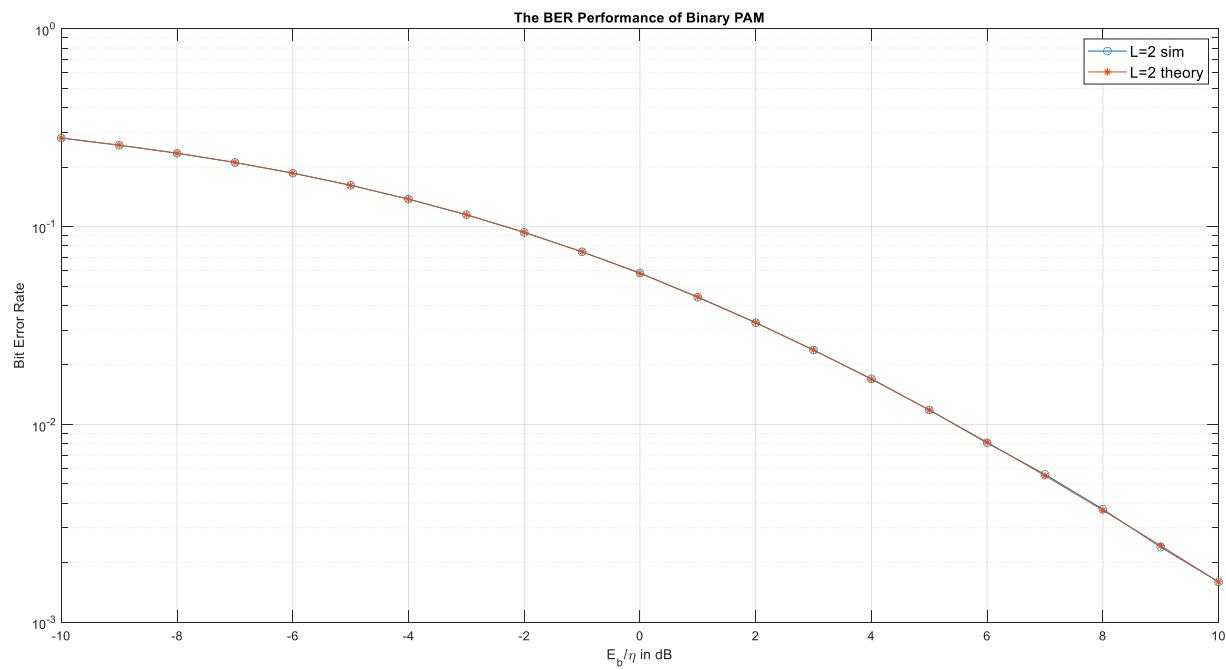


**Figure 6. Probability of Error for BPSK Modulation during known channel(Time Diversity #Theory)**

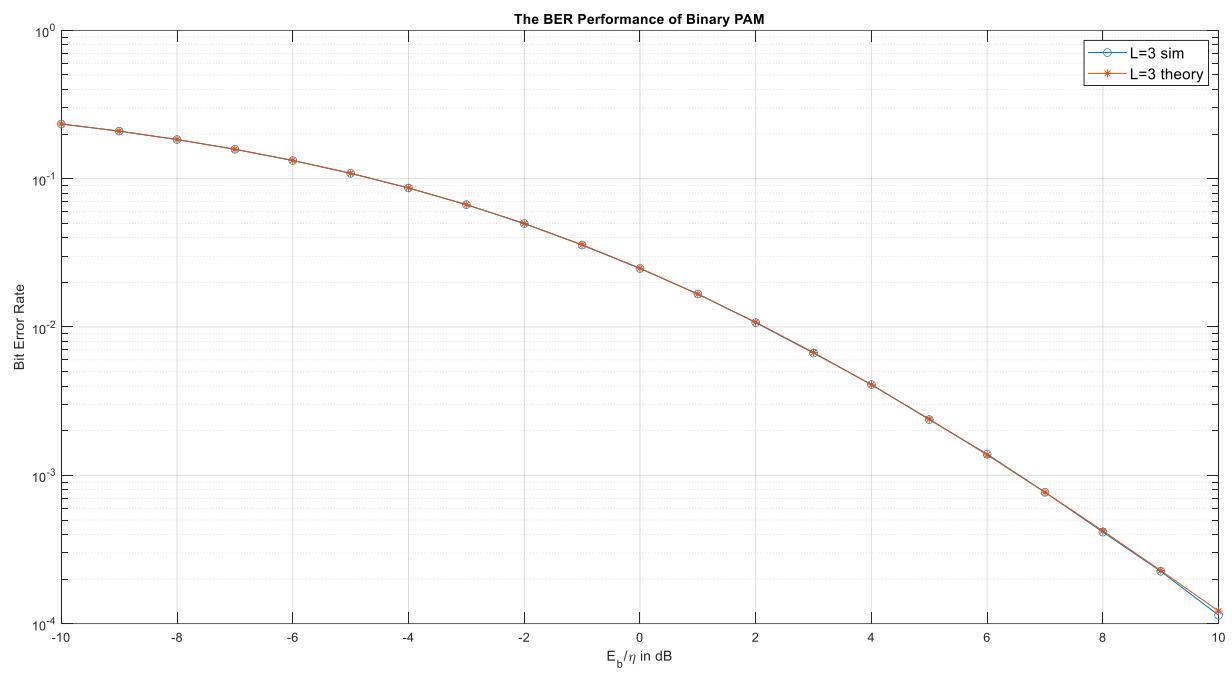
\* منحنی های تئوری بازای مقادیر مختلف  $L$  ترسیم شده اند و مشاهده میکنیم که با افزایش مقدار  $L$  بهبود عملکرد داریم و احتمالات خطأ پایین تر قرار میگیرند که این قضیه با شهود و منطق ما نیز همخوانی دارد و انتظار داریم با استفاده از ارسال های بیشتر عملکرد بهتری داشته باشیم و خطای کمتری دریافت کنیم.



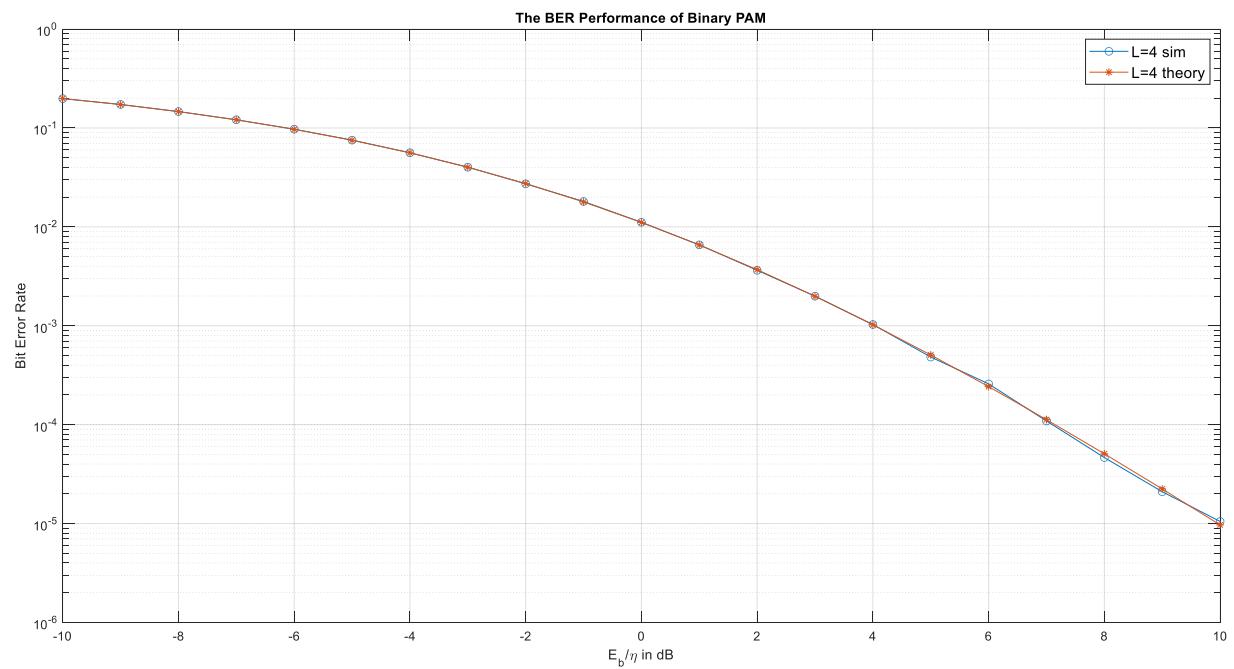
**Figure 7. Probability of Error for BPSK Modulation during known channel(Time Diversity #Sim)**



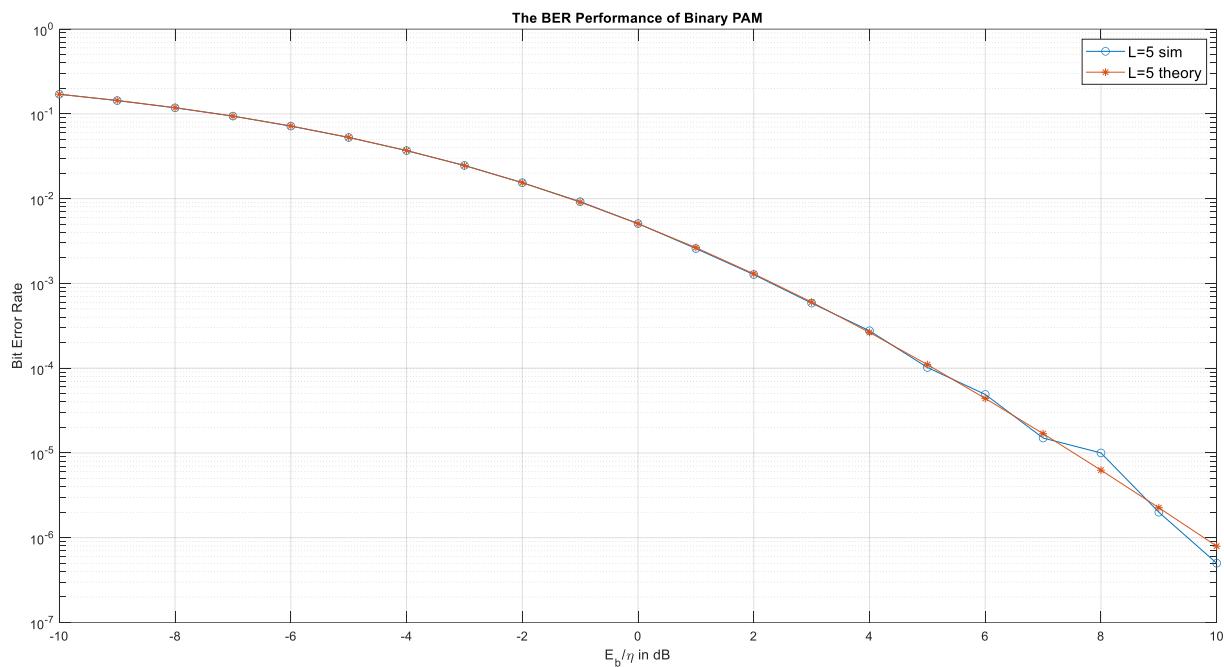
**Figure 8. Probability of Error for BPSK Modulation during known channel(Time Diversity #Sim)**



**Figure 9. Probability of Error for BPSK Modulation during known channel(Time Diversity #Sim)**



**Figure 10. Probability of Error for BPSK Modulation during known channel(Time Diversity #Sim)**



**Figure 11. Probability of Error for BPSK Modulation during known channel(Time Diversity #Sim)**

\* منحنی های بالا نیز مقایسه تئوری با شبیه سازی را بازای هریک از مقادیر  $L$  به تصویر میکشند که بخوبی نشان میدهند دقیق شبیه سازی انجام شده بسیار بالا بوده است و همخوانی دقیقی با نتایج تئوری داشته است.

\* تحلیل منحنی ها : انتظار داریم با افزایش تعداد ارسال ها در زمان احتمال خطای کمتری داشته باشیم و در واقع منحنی های پایین تر قرار بگیرند.

.6

همانطور که در بخش ابتدایی نیز بیان شد در این قسمت ما عملاً به دنبال راهکارهایی برای افزایش کارایی و کاهش خطای خواهیم بود. در این قسمت ایده *Diversity* در مکان را پیاده سازی خواهیم کرد. همچنین اینکه نوع مودلاتیون همچنان *BPSK* خواهد بود و نحوه بهینه تصمیم‌گیری نیز همان مقایسه با آستانه‌ی صفر خواهد بود.

\* در این سوال مطابق خواسته سوال حالت دو آنتن فرستنده ( $Rx=2$ ) و یک آنتن گیرنده ( $Rx=1$ ) خواسته شده است و لذا همین حالت در شبیه سازی‌ها ملاک پیاده سازی بوده و پیاده سازی شده است.

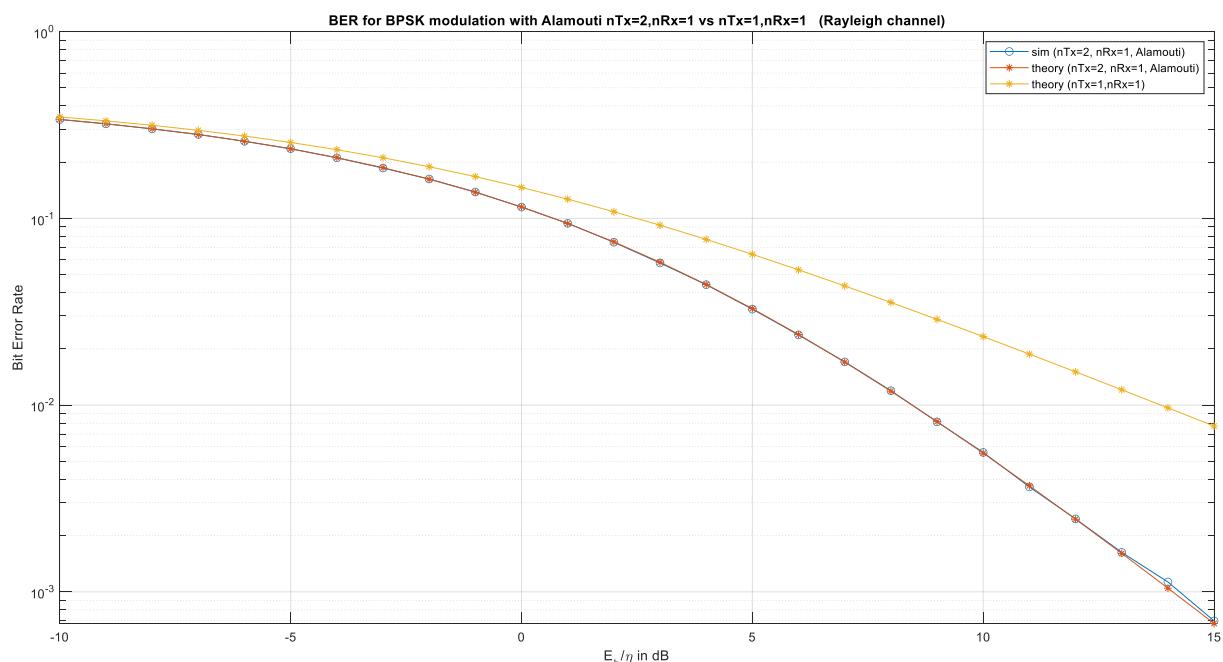
**توضیح دهید چگونه می‌توان با استفاده از این ساختار، سیستم سوال 5 (دایورسیتی در زمان) را پیاده سازی کرد؟**

در سیستم سوال پنج به دنبال این بودیم که در  $L$  بازه‌ی زمانی متولی سیگنال مودله شده را روی کانال بفرستیم و لذا برای پیاده سازی سیستم گفته شده با استفاده از ساختار الموتی کافی است که همان یک سیگنال خاص را از طریق  $L$  آنتن و دریک تایم اسلات بفرستیم. در واقع یک سمبل را در  $L$  اسلات زمانی به وسیله  $L$  آنتن فرستاد به گونه‌ای که هر اسلات زمانی به وسیله یک آنتن فرستاده شود.

\* در ادامه قصد داریم که بوسیله نکات مطرح شده در صورت سوال سیستم الموتی با دو آنتن فرستنده و یک آنتن گیرنده را پیاده سازی کنیم.

نکته‌ای که مطرح است این است که علی‌رغم اینکه در صورت سوال اشاره‌ای به حل تئوری نشده است ولی من حل تئوری را با مراجعه به مراجع بدست آوردم و به همراه شبیه سازی ترسیم کردم که بتوانم دید بهتری نسبت به دقیق بودن حل شبیه سازی داشته باشم.

در ادامه منحنی مربوط به شبیه سازی در کنار حل تئوری ترسیم شده است همانطور که مشاهده می‌شود منحنی‌ها کاملاً بر روی یکدیگر قرار گرفته‌اند.



**Figure 12. Probability of Error for BPSK Modulation during known channel(Alamouti #Sim)**

\* همچنین اینکه از آنجا که در این سوال نیز از مودلاتیون *BPSK* استفاده کرده ایم لذا نحوه تصمیم‌گیری بهینه همچنان مقایسه با آستانه صفر و آشکارسازی براین اساس خواهد بود.

توضیح دهید از لحاظ احتمال خطأ و نرخ ارسال، روش قسمت (ب) چه مزیت هایی نسبت به سوال 5 برای  $L = 2$  دارد؟

\* در این سوال ابتدا احتمال خطأ را مقایسه میکنیم لذا در شکل زیر سعی کرده ام هردو منحنی مربوطه را باهم ترسیم نمایم تا بررسی کنم که کدام بهتر عمل کرده و عملکرد بهینه تری دارد.

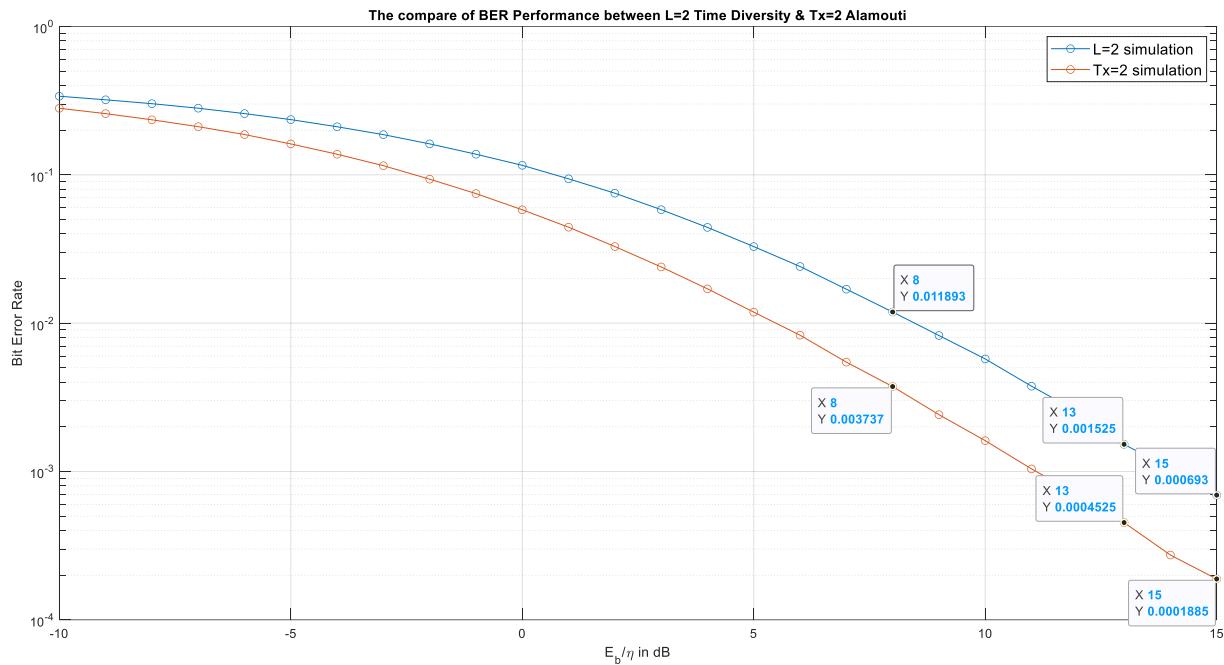


Figure 13. Probability of Error for BPSK Modulation Alamouti VS Time-Diversity

\* همانطور که مشاهده میشود استفاده از کد الموتی با 2 آتن فرستنده عملکرد بهتری دارد و احتمال خطای کمتری را فراهم میکند طبق اعدا روی منحنی ها نیز میتوان فهمید که حدود 12dB بین دو منحنی اختلاف وجود دارد که نشانگر این است که درصورت استفاده از کد الموتی بصورت قابل توجهی احتمال خطای کمتری خواهیم داشت.

\* درمورد نرخ ارسال نیز درحالت کد الموتی ما در طول دو تایم اسلات دو سمبیل را ارسال خواهیم کرد درحالی که در *Time Diversity* ما یک سمبیل را در طول دو تایم اسلات ارسال خواهیم کرد و لذا نرخ ارسال برای حالت الموتی دو برابر حالت *Time Diversity* خواهد بود.

\* همچنین اینکه مقایسه دیگری که میتوان در این میان داشت این است که اگر فرض کنیم کل توان ارسالی در هر دو حالت یکسان است درحالت کد الموتی علی رغم ارسال دو سمبیل در دو تایم اسلات ما توانی که برای هر سمبیل داریم نصف حالتی است که از استفاده میکنیم.

\* بطور کلی موارد گفته شده درمورد توان و دیتا ریت برای هر نوع *Time-Diversity constellation* موجب میشود که در به توان های به مراتب بیشتری نسبت به الموتی نیاز داشته باشیم.

## ب: بخش دوم: کانال فرکانس گزین:

در این قسمت قصد داریم که در طول شبیه سازی های با کانال های فرکانس گزین آشنا شویم و روش هایی مانند *waterfilling*, *clipping*, *diversity*, *equalizing* را پیدا کنیم:

\* در ابتدا به سوالات پرسیده شده در صورت پروژه پاسخ خواهیم داد تا هم اندکی راجع پارامترهای مسئله دید پیدا کنیم و هم آمادگی پیدا سازی *OFDM* را پیدا نماییم.

.1

$$T_d = 10 \mu s$$

$$W = 20 MHz$$

$$L = T_d W = 10 * 10^{-6} * 20 * 10^6 = 200$$

$$cp = L - 1 = 200 - 1 = 199$$

\* توجه شود علت انتخاب  $cp = L - 1$  باین دلیل است که در عمل کانولوشن گیری، کانولوشن خطی به دایروی تبدیل شود.

.2

همانطور که در صورت سوال نیز اشاره شده است مقدار مشخصی نمی توان برای تعداد زیر حامل ها تعیین کرد اما با استفاده از دو قضیه زیر میتوانیم حد بالایی برای آن تعیین کنیم و یک مقدار مناسب با آن تخصیص دهیم.

- حد بالای (coherence block length) تعداد زیر حامل ها از رابطه  $i$  زیر بدست خواهد آمد که در درس نیز با آن اشاره مختصری شد:

$$T_c = 5 ms$$

$$W = 20 MHz$$

$$\text{upper constraint: } T_c W = 5 * 10^{-3} * 20 * 10^6 = 100000$$

\* این شرط بدین دلیل است که در طول ارسال بلاک مفروض کانال ما ثابت باقی بماند. (درواقع در این سوال یک *Trade-off* خواهیم داشت اگر مقدار  $nc$  مقدار بزرگی در نظر گرفته شود و بزرگی تغییرپذیری با زمان کانال بیشتر خواهد شد و درنتیجه تپ ها ممکن است دچار تغییر شوند همچنین اینکه اگر مقدار  $nc$  مقدار کوچکی لحاظ شود ما نرخ ارسال را از دست خواهیم داد و درواقع نرخ پایینی خواهیم داشت).

- همچنین اینکه میدانیم مقدار تلفاتی که زمان ارسال رخ میدهد رابطه مستقیمی با نسبت زیر خواهد داشت:

$$\sim \frac{L}{N_c + L}$$

لذا تمایل داریم که تاحد امکان مقدار کسر بالا را کمینه کنیم یا به عبارتی تعداد زیر حامل های خود را افزایش دهیم اما همانطور که در بالا نیز اشاره شد برای این افزایش یک حد بالا خواهیم داشت که در بالا محاسبه شد.

- همچنین اینکه میدانیم تعداد زیر حامل های ما مسلما میبایست از تعداد  $1 - cp$  ها بیشتر باشند و لذا یک عدد پایین نیز برای این مقدار متصور خواهیم شد.

باقیه به توضیحات فوق  $N_c = 90000$  انتخاب خواهد شد که مقدار مناسبی است و تمام موارد مطرح شده در بالا را ارضا خواهد کرد.

.3

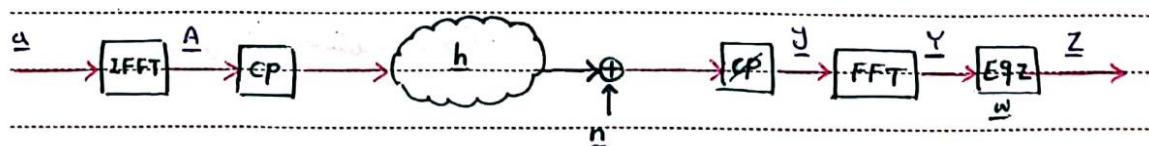
دراین سوال نیز با توجه به تعداد زیرحامیل ها که در قسمت قبلی محاسبه گردید به محاسبه ی تعداد کل بلاک های ارسالی در طول ارسال پیام خواهیم پرداخت که بصورت زیر محاسبه خواهد شد:

\* لطفاً توجه شود که به دلیل محدودیت سخت افزاری مقدار  $N = 10^6$  لحاظ شده است و لذا خواهیم داشت:

$$\text{block-Num: } \frac{N}{N_c} = \frac{10^6}{90000} = 11.1111 \xrightarrow{\text{yields}} \text{blockNum} = 12$$

.4

دراین قسمت قصدداریم توضیحات نسبتاً مفصلی درمورد بلاک دیاگرام OFDM ارایه دهیم و سپس با توجه به توضیحات ارایه شده درمورد الگوریتم Waterfilling نحوه پیاده سازی که پیش گرفتیم را توضیح دهیم.



\* دیاگرام بالا سیستم OFDM مورد بررسی ما را به تصویر میکشد و همانطور که میدانیم قسمت اول این دیاگرام مربوط به فرستنده خواهد بود که شامل بلاک های IFFT، CP میباشد. طرز کار بلاک CP که همانطور که قبل از اشاره شد باین صورت است که باندازه طول CP از دیتاهای سمبول را در ابتدای بردار دیتا ذخیره میکند تا هم بستری برای تبدیل شدن کانولوشن خطی به کانولوشن دایروی باشد و هم اینکه به عنوان گارد تایم از تداخل بین بلاکی جلوگیری کند. همچنین اینکه IFFT بلاک DSP مربوط به پیاده ساز OFDM میباشد. سپس از طریق پاسخ سیستم OFDM دیتا را از طریق هوا به فرستنده ارسال میکنیم و در فرستنده که شامل بلاک های حذف CP و بلاک FFT میباشد سیگнал را دریافت خواهیم کرد و بعد از پردازش های اولیه آشکارسازی خواهیم کرد.

\* در ادامه قصدداریم توضیحات کلی و اولیه ای را درمورد روال شبیه سازی هایی که انجام داده ایم ارایه کنیم و پس از آن نیز بصورت متمرکز درمورد هر سوال از این قسمت توضیحاتی را ارایه نماییم:

برای شبیه سازی سیستم OFDM داده شده با مشخصات بالا ابتدا میباشد درمورد توضیع  $h$  کanal و نحوه مدل کردن اش دراین بخش صحبت نماییم.

\* همانطور که در صورت سوال نیز اشاره شده است توزیع کانال مختلط گوسی با واریانس یک و میانگین صفر خواهد بود. همچنین اینکه نویز نیز در این مسئله همچنان نویز مختلط گوسی با میانگین صفر و واریانس  $N_0$  خواهد بود. ( در واقع یک بردار  $L$  تا معرف  $L$  تپ مربوط به کانال ما خواهد بود).

\* تفاوتی که این بخش با بخش اول دارد که اتفاقاً در تمامی سوالات این بخش نیز میباشد آن را مدنظر قراردهیم مربوط به نحوه تعریف  $SNR$  در سیستم  $OFDM$  خواهد بود :

$$SNR = \frac{P_{max}}{n_c N_0}$$

\* در اینجا دو روش را میتوان پیش گرفت روش اول اینکه مقدار  $P_{max}$  را ثابت فرض کنیم و با تغییر دادن  $SNR$  نویز با توان های مختلف بسازیم و مساله را پیش ببریم که روشنی است که ما پیش گرفته ایم. روش دوم اینکه توان نویز را ثابت در نظر بگیریم و  $P_{max}$  های مختلف بازای هر  $SNR$  داشته باشیم.

\* در تمامی قسمت های این بخش ما عمل نغییرات کوچکی را به کد پیاده سازی شده  $OFDM$  اضافه خواهیم کرد و لذا بدنه اصلی کد همان سیستمی است که در شکل بالا بلاک دیاگرام آن ارایه شد. تنها بخشی که در این قسمت قصد داریم در مورد جزئیات آن صحبت کنیم پیاده سازی *Waterfilling* و نحوه تخصیص توان و محاسبه ظرفیت کانال خواهد بود که به عنوان بخش امتیازی در ادامه به تفصیل بآن خواهیم پرداخت:

تشریح کامل نحوه پیاده سازی سیستم  $OFDM$  بکار رفته در قسمت های این بخش :

\* اولین تابعی که در این قسمت نوشته ایم مربوط به تابع  $Data\_Divider(xm,N,nc)$  خواهد بود که دیتا<sup>۶</sup> ۱۰ تا بی را به عنوان ورودی میگیرد و آن را به یک ماتریس تبدیل میکند که سطرهای آن بلاک های مختلف داده را بدست خواهند داد که طول برداری هریک از بلاک ها برابر  $nc$  خواهد بود و در ادامه هریک ازین بلاک ها به ترتیب به ورودی سیستم  $OFDM$  پاس داده خواهند شد.

\* دو تابع دیگری که پیاده سازی شده اند مربوط به بلاک اضافه کننده  $cp$  خواهند بود که به ساده ترین فرم ممکن در مطلب پیاده سازی شده اند نکته ای که در مورد حذف کننده  $cp$  بسیار حائز اهمیت است این نکته است که ما در ورودی  $conv$  پاسخ کانال را خواهیم داشت که یک بردار  $L$  نقطه ای است و همچنین خروجی بلاک  $addcp$  را خواهیم داشت که یک بردار  $nc+cp$  نقطه ای است منتها ما بصورت معمول از  $conv$  مطلب استفاده خواهیم کرد و درنهایت از خروجی آن باندازه  $2cp$  از طرفین حذف خواهیم کرد تا به سایز مطلوب یعنی  $nc$  دست پیدا نماییم.

\* سایر بلاک هایی که در این پیاده سازی استفاده شده اند تماماً از توابع آماده مطلب خواهند بود که کار با آنها بسیار سر راست خواهد بود مانند توابع  $fft$  و همچنین تابع  $conv$  مطلب که برای مدل کردن کانال از آن استفاده خواهیم کرد.

\* روال کار بدین صورت است که هر بار و بازای هر  $SNR$  خاص تمامی بلاک ها بترتیب ارسال خواهند شد و بردار خروجی مربوط به هر بلاک بوسیله آستانه تصمیم گیری بهینه آشکارسازی خواهد شد و درنهایت تمامی خروجی های هر بلاک در کنار هم قرار خواهند گرفت و بردار  $Ym$  مربوط به آن  $SNR$  خاص را تولید خواهند کرد.

\* در مرحله نهایی نویز بردار آشکارشده نهایی با بردار دیتا<sup>۶</sup> اولیه مقایسه خواهد شد و کاملاً مشابه قسمت های قبل احتمال خطای آن بازای هر  $SNR$  تعیین خواهد گشت.

\* نکته مهم دیگری که میباشد بآن توجه نماییم این نکته است که هردو همسان ساز مورد استفاده در این قسمت یعنی  $MMSE,ZF$  میباشد در گیرنده اعمال شوند و همچنین همسان سازی روی پاسخ حوزه فرکانس انجام خواهد گشت.

\* در مقابل Waterfilling در فرستنده اعمال خواهد شد و پرسه بدست آوردن ضرایب تخصیص توان آن نیز پرسه ای است که در بخش مورد نظر به تفصیل در مرور آن توضیح خواهیم داد.

بعد از این توضیحات کلی در مرور روال انجام شبیه سازی ها اماده می شویم تا در ادامه به سوالات این بخش پاسخ دهیم و خروجی های مطلوب راضمیمه و تحلیل نماییم:

## 5. امتیازی

در این قسمت قصد داریم احتمال خطأ و ظرفیت کانال را مدامی که از تخصیص توان به روش waterfilling استفاده می کنیم را بدست آوریم.

\* نکته ای که در اینجا مهم است این است که می باشد در ابتدا به دنبال محاسبه ای لاندا باشیم و سپس از روی مقادیر لاندا بازی هر SNR مقادیر بردار  $P_i$  ها را بدست آوریم که البته در قید گفته شده صدق کنند.

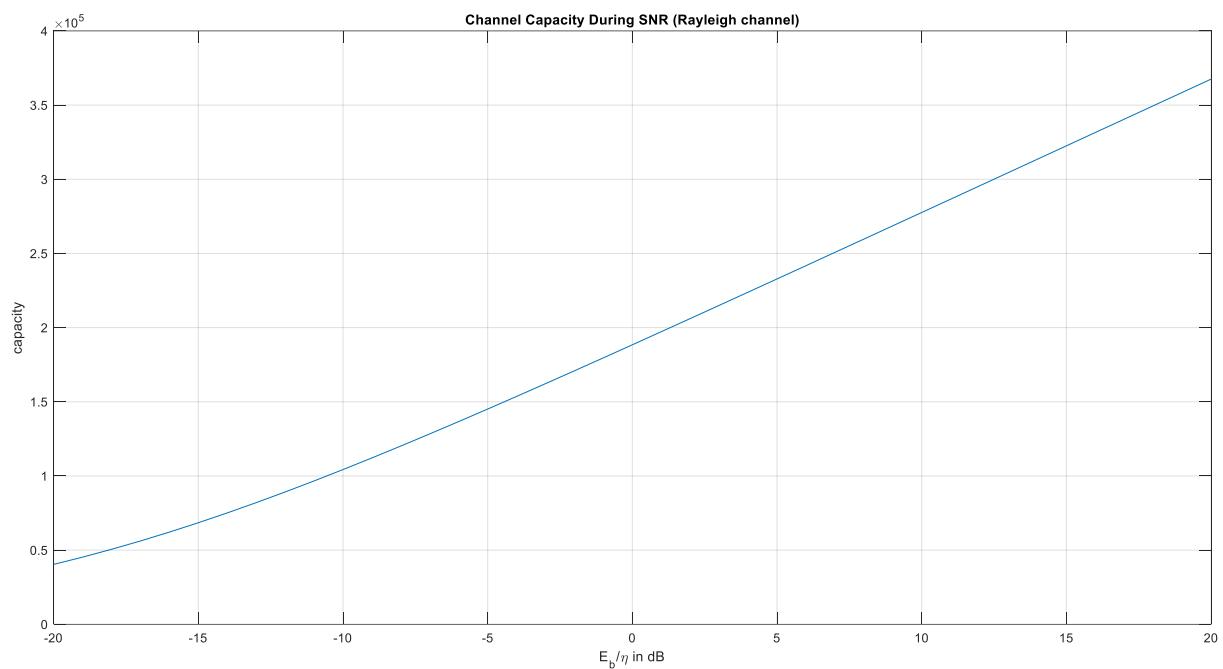
$$f(\lambda) = P_{max} - \max \left[ \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{N_0}{|H_i|^2}, 0 \right] \right.$$

\* در معادله بالا تنها مجھول لاندا می باشد و لذا از آنجا که بازی هر  $SNR$  یک مقدار  $N_0$  خواهیم داشت لذا از روی بردار  $nc$  نقطه ای  $H$  یک بردار  $nc$  نقطه ای خواهیم داشت که معرف بردار  $Pi$  هاست.

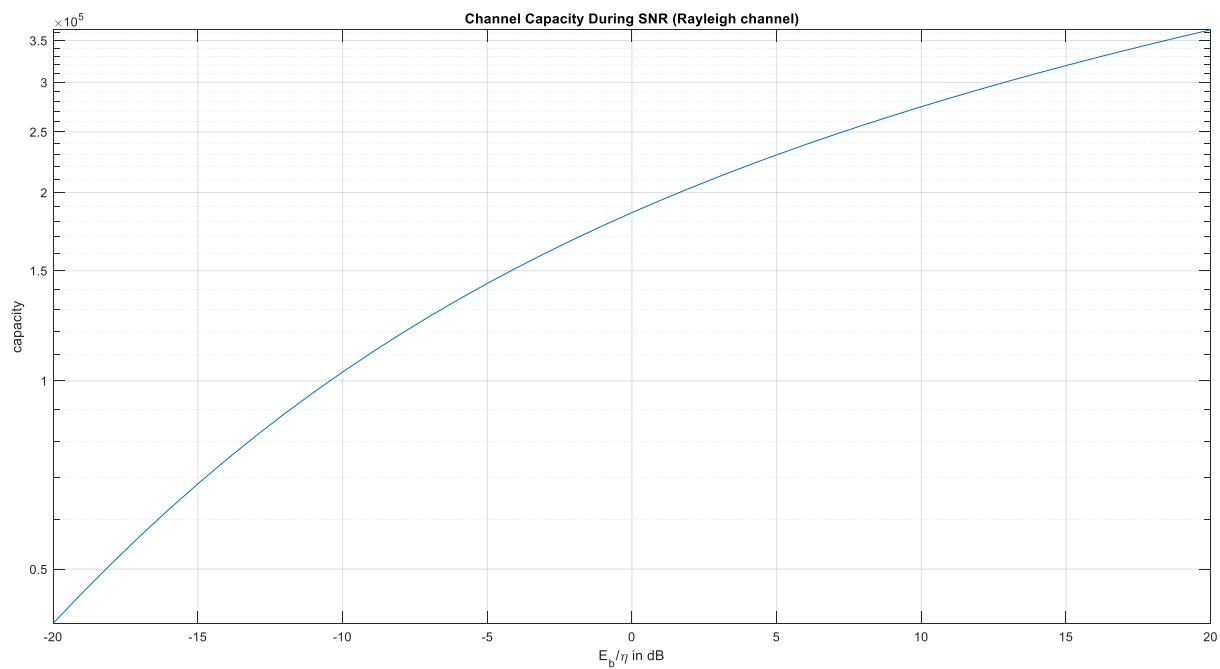
\* برای بدست آوردن ریشه های معادله در این قسمت ازتابع  $fzero$  متلب استفاده شده است که یک بازه را به عنوان بازه اولیه جواب میگیرد و سپس ریشه های این معادله را بازی هر  $SNR$  بدست میدهد و از طریق آن بردار  $Pi$  ها برای هر  $SNR$  و همچنین مقدار ظرفیت کانال بدست می آید که در منحنی های زیر ترسیم شده است:

(توجه شود که یکی از این منحنی ها مربوط به حالت ترسیم بوسیله دستور  $plot$  و دیگری با اسکیل بهتر توسط دستور (*semiology*) است).

\* روال کار نیز به همین صورت بوده که بعد از بدست آوردن بردار  $Pi$  ها با استفاده از گرفتن جذر این ضرایب و همچنین اعمال کردن منفی فاز مربوطه به هر المان  $Hm$  میتوانیم  $Wk$  ها یا درواقع ضرایب مربوط به Waterfilling را بدست آوریم و قبل از اعمال  $IFFT$  با بردار سمبول بلاک مربوطه ضرب نقطه ای نماییم تا دامنه و فاز را اصلاح کند و اثر *fading* در خروجی را ببود بخشد.



**Figure 14. OFDM Channel Capacity (PLOT )**

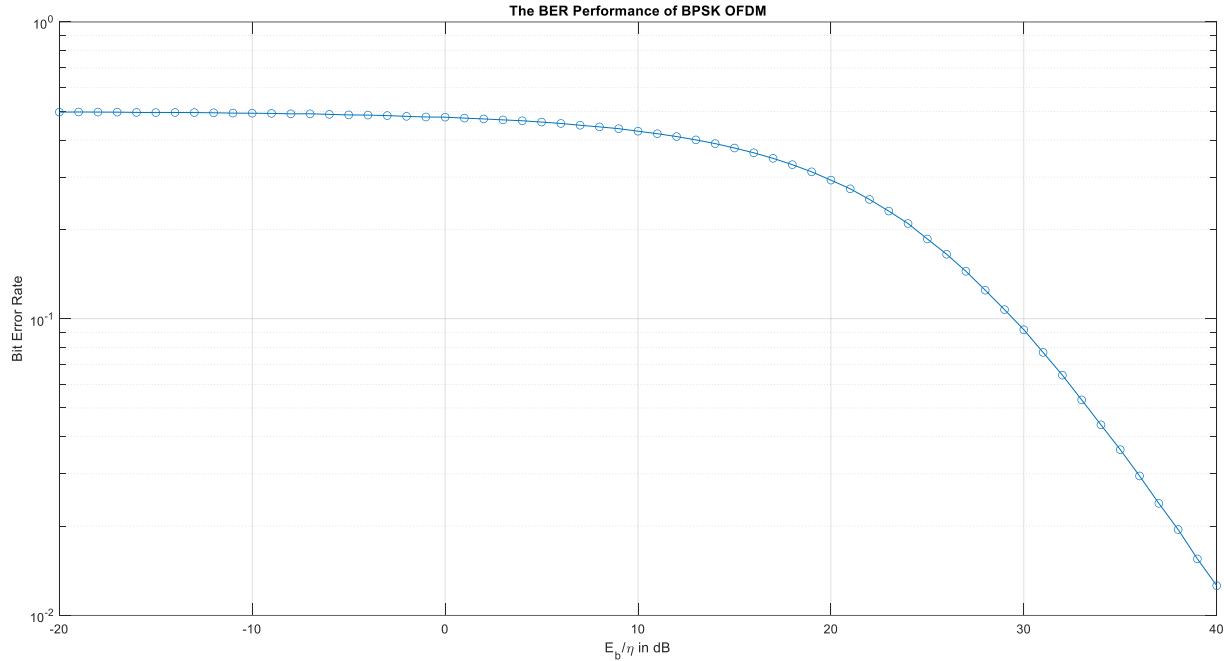


**Figure 15. OFDM Channel Capacity(Semilogy)**

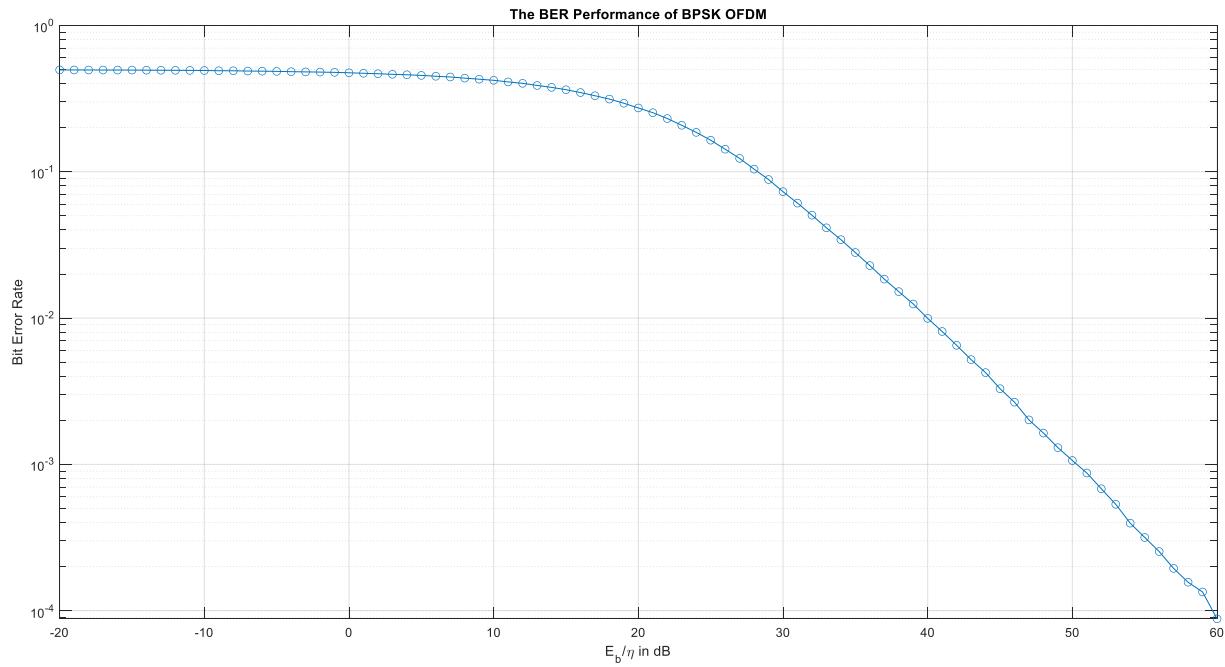
\* همانطور که ملاحظه میشود مطابق انتظار ظرفیت کانال باافزایش SNR افزایش خواهد یافت.

\* برای محاسبه ای احتمال خطای نیز میبایست توجه کنیم که جذر این بردار  $P_i$  ها به همراه منفی فاز پاسخ فرکانسی کاتال در فرستنده و به عنوان ضرایب waterfilling لحاظ خواهند شد تا ما را به منحنی احتمال خطای در زیر ضمیمه شده است برسانند:

(باز نیز توجه شود که  $P_i$  ها به تنها بیان عدد حقیقی بوده اند و برای اصلاح فاز نیز میبایست کاری انجام دهیم که همانطوری که گفته شد با ضرب منفی فاز المان های وکتور  $H_m$  این قضیه لحاظ شده است: ( هردو منحنی زیر یکسان هستنند منتها دومی در بازه SNR بیشتری برای دادن دید بیشتر ترسیم شده است).



**Figure 16. The BER Performance of BPSK OFDM (Waterfilling)**



**Figure 17. The BER Performance of BPSK OFDM (Waterfilling)**

\* همانطوری که ملاحظه میشود تا توان های منفی معقولی منحنی خط پایین آمده است که نشانگر درست بودن شبیه سازی هاست.

## .6

\* در این قسمت از روش  $MRC$  با 10 آنتن در گیرنده استفاده شده است که همانطوری که در زیر نیز مشاهده میکنید بیشترین بهبود دهنده و بهینه ترین حالت ممکن میباشد و تا حد خوبی باعث بهبودی سیستم شده و میتوان گفت درین تمامی روش های این قسمت این روش بهترین احتمال خطرا خواهد داشت و بهترین عملکرد را خواهد داشت البته باین نکته نیز توجه شود که این روش به دلیل استفاده از 10 آنتن در گیرنده جزء روش های پرهزینه به حساب می آید و درواقع این یک مصالحه بین هزینه و بهبودی حاصل خواهد بود.

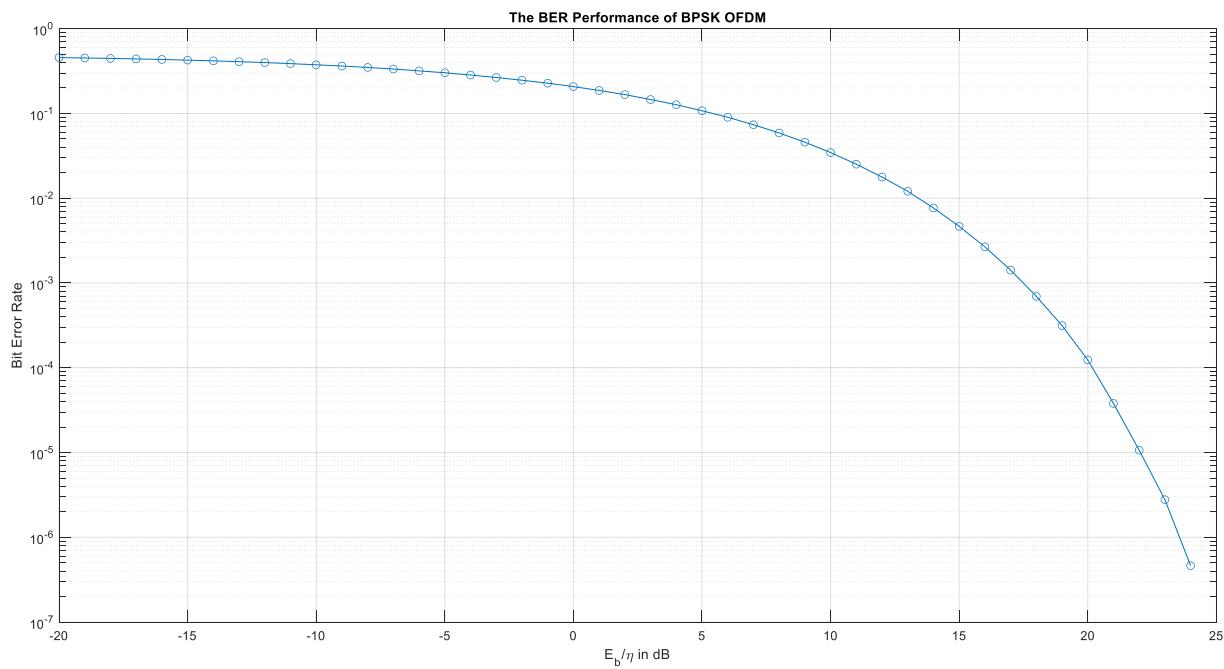
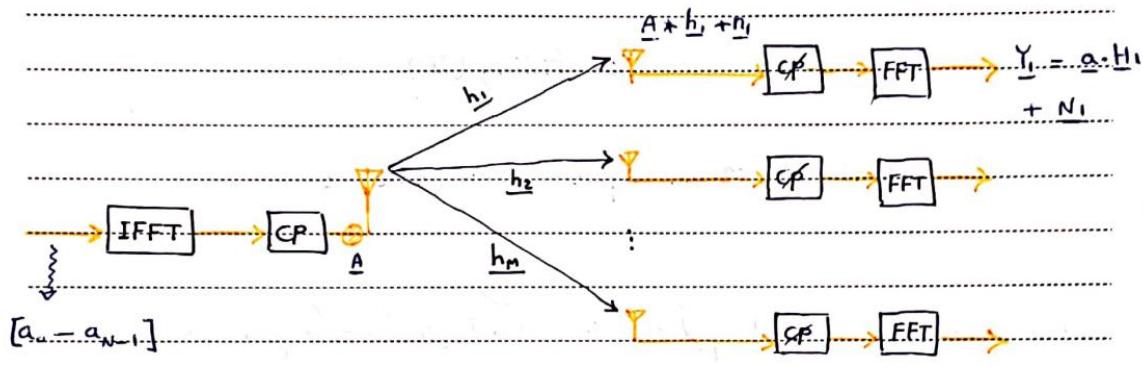


Figure 18. The BER Performance of BPSK OFDM (Diversity :MRC)

\* روش بکارگرفته شده درینجا نیز کاملا همانند قبل خواهد بود با این تفاوت که بجای استفاده از ضرایب اصلاح کننده *waterfilling* از چندین آنتن استفاده خواهیم کرد و درواقع هر بلاک را 10 بار از 10 کانال مختلف ارسال خواهیم کرد و قبل از اعمال بلاک جمع شونده در انتهای دیاگرام نیز ضریب  $MRC$  را اعمال خواهیم کرد که میدانیم این ضریب مطابق محاسباتی که در جزوی برای روش  $MRC$  بدست آمد برابر مقدار زیر خواهد بود که این ضریب با مشتق گیری بدست آمد در حالی که اینجا ما با دانسته فرض کردن این قضیه از نتیجه آن در پیاده سازی استفاده کرده ایم.

$$\alpha = \frac{H^*}{\sqrt{N_0}}$$

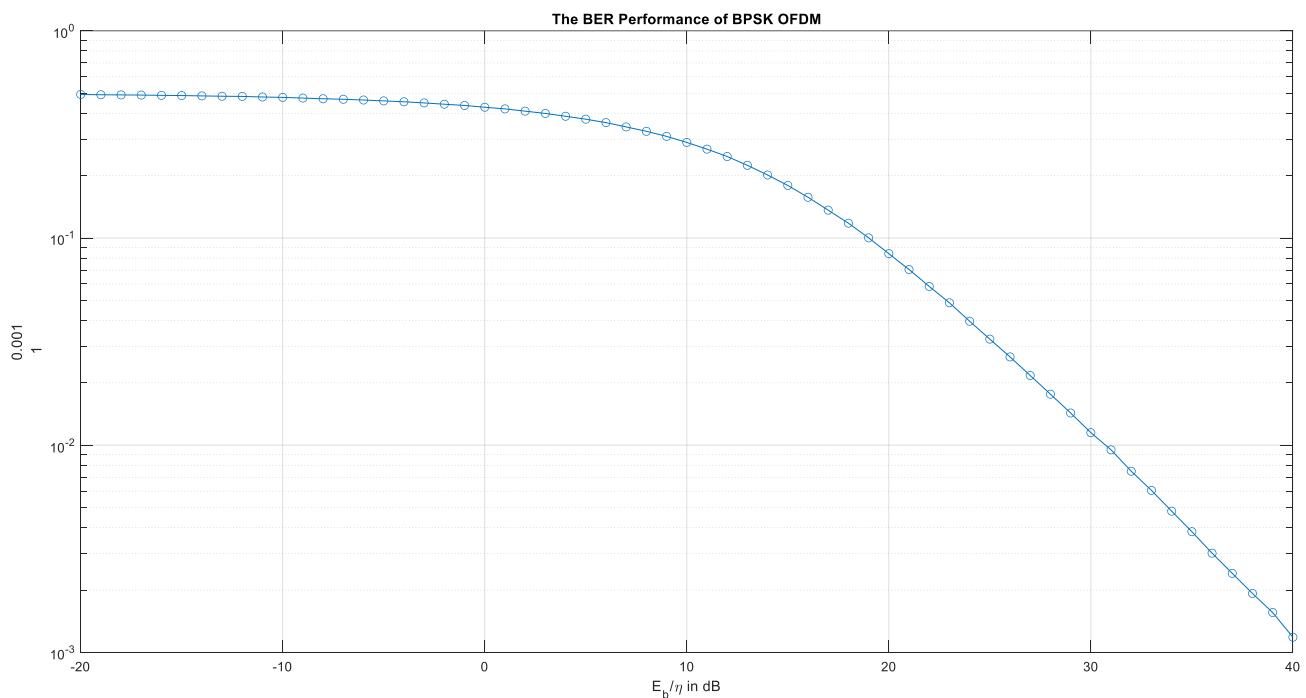


\* شکل بالا به خوبی نمایانگر سیستم *OFDM* با استفاده از *Diversity* خواهد بود.

.7

معیار Zf

\* در این قسمت نیز کاملاً مطابق موارد مطرح شده درمورد این روش عمل میکنیم و خروجی را ترسیم میکنیم :

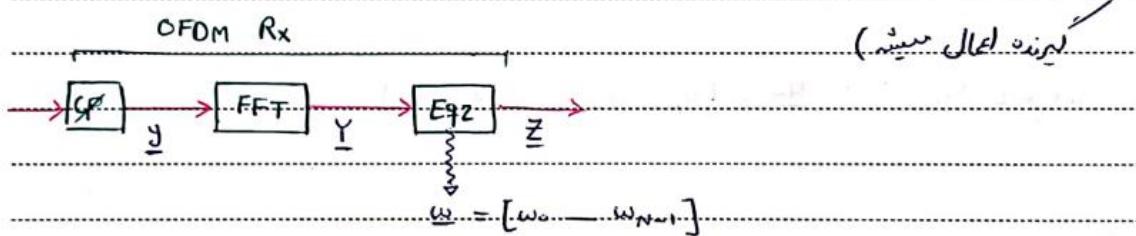


**Figure 19. The BER Performance of BPSK OFDM (ZF)**

\* همانطوری که ملاحظه میکنیم این روش باعث بهبود عملکرد شده است ولی در مقایسه با استفاده از MRC ضعیف تر عمل میکند.

\* در ادامه جزیيات بکاررفته دراین روش به تفصیل ضمیمه شده است:

.....  
..... **ZF**: عکس پاسخ فرط اسنی / خالل را در لینه اعمال می کنیم ( مثل بیننده Waterfilling )



$$\Rightarrow Z_k = w_k Y_k \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \Rightarrow Z_k = \frac{1}{H_k} a_k H_k = a_k \checkmark$$

$$w_k = \frac{1}{H_k}$$

این حالت بدون نویز بود.

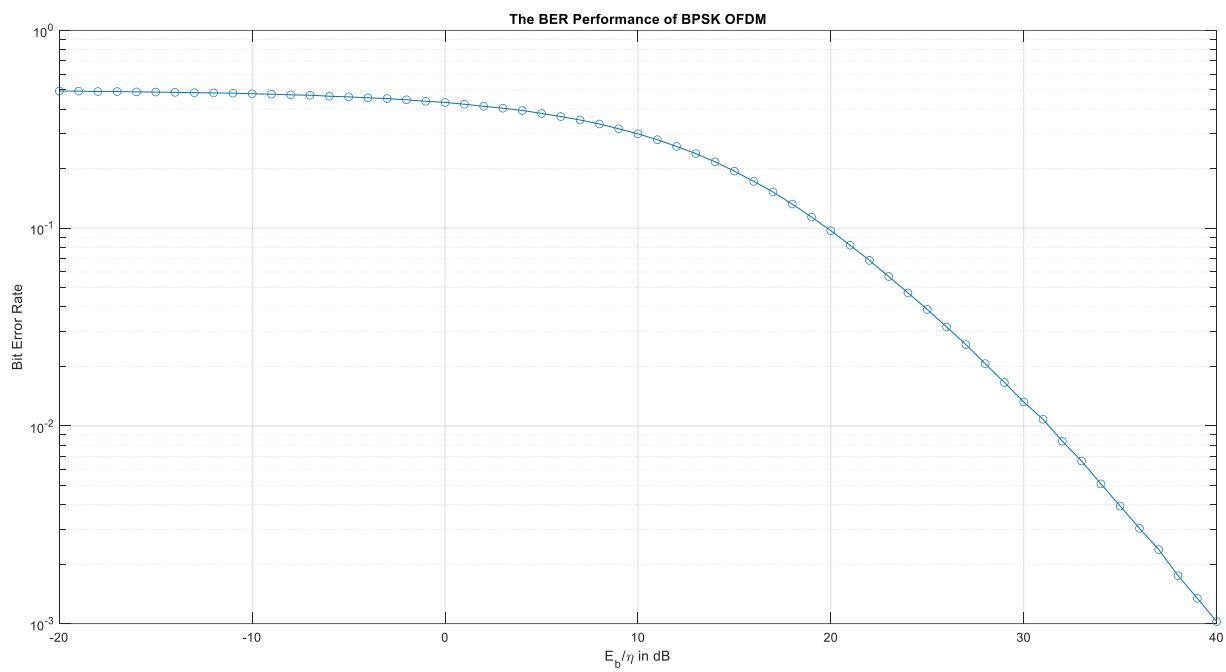
معیار : MMSE

\* دراین قسمت نیز کاملاً مطابق موارد مطرح شده درمورد این روش عمل میکنیم و خروجی را ترسیم میکنیم :

$$W_k = \frac{H^*}{|H_k|^2 + \sigma_n^2}$$

\* همانند قسمت قبل عمل میکنیم تنها با این تفاوت که دراین سوال ضرایبی که میباشد درفرستنده اعمال شوند متفاوت خواهند بود. و نحوه آشکارسازی و محاسبه خطأ و موارد مربوطه نیز کاملاً مانند قبل خواهد بود.

\* در ادامه نمودار خطای مربوط باین قسمت ضمیمه شده است.



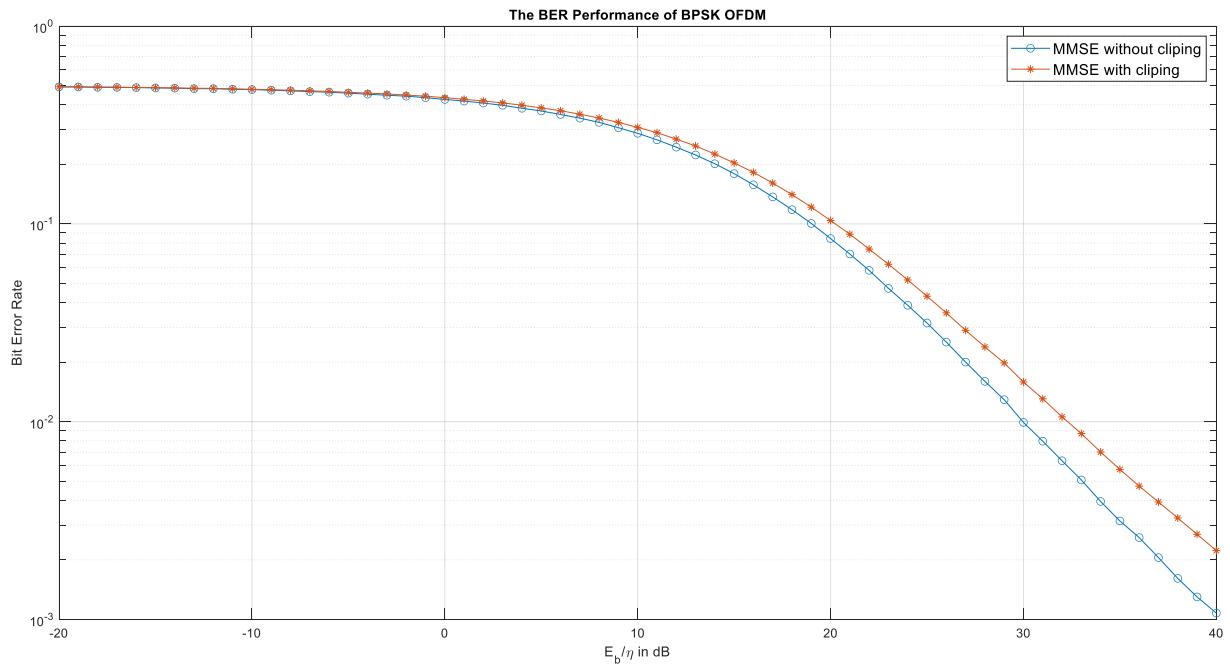
**Figure 20. The BER Performance of BPSK OFDM (MMSE)**

\* همانطوری که ملاحظه میکنیم این روش باعث بهبود عملکرد شده است ولی در مقایسه با استفاده از *MRC* ضعیف تر عمل میکند و همچنین اینکه این روش تقریبا همانند  $Zf$  عمل خواهد کرد و بهبود عملکرد تقریبا یکسانی خواهد داشت.

## 8. امتیازی

در این قسمت قصد داریم در قالب شبیه سازی اثر *Clipping* را پیاده سازی و مشاهده نماییم.

\* باین صورت پیاده سازی میکنیم که اگر در خروجی *IFFT* در فرستنده مقداری از اندازه المان های  $Xk$  بیشتر از  $0.8\max(\text{abs}(Xk))$  وجود داشت آن المان را کلیپ کرده و بجای آن همین مقدار *Clipping-value* را قرار میدهیم و درادامه با همان معیار *MMSE* و روالی مشابه احتمال خطأ را محاسبه خواهیم کرد که بصورت زیر خواهد بود: ( برای بررسی دقیق تر منحنی حاصل از *MMSE* بدون استفاده از *Clipping* و همچنان با استفاده از *Clipping* باهم ترسیم شده اند تا تفاوت آنها محسوس تر باشد).



**Figure 21. The BER Performance of BPSK OFDM (MMSE with Clipping)**

\* همانطوری که ملاحظه میشود انتظار داریم که با ایجاد *Clipping* روی داده های هر بلاک آثار منفی زیر ایجاد شود که نهایتاً عملکرد را کاهش خواهد داد و موجب بالاتر قرار گرفتن منحنی احتمال خطأ در حالت با *Clipping* شود.

آثار منفی :

1. ایجاد اعوجاج برای خود سیگنال که اثر آن روی خود کاربر خواهد بود.
2. ایجاد تشعشع خارج از باند که درواقع اثری است که روی کاربران باند مجاور خواهد گذاشت.

عملاً در اینجا داده های خود کاربر خراب خواهد شد و درنتیجه *BER* آن افزایش خواهد یافت.

## جمع بندی:

- \* درنهایت نیز دراین بخش تمامی احتمال خطاهای پیاده سازی شده با روش های مختلف دریک منحنی ترسیم شده است تا ببینیم که هر روش تا چه رنجی میتواند احتمال خطأ را پایین بیاورد.

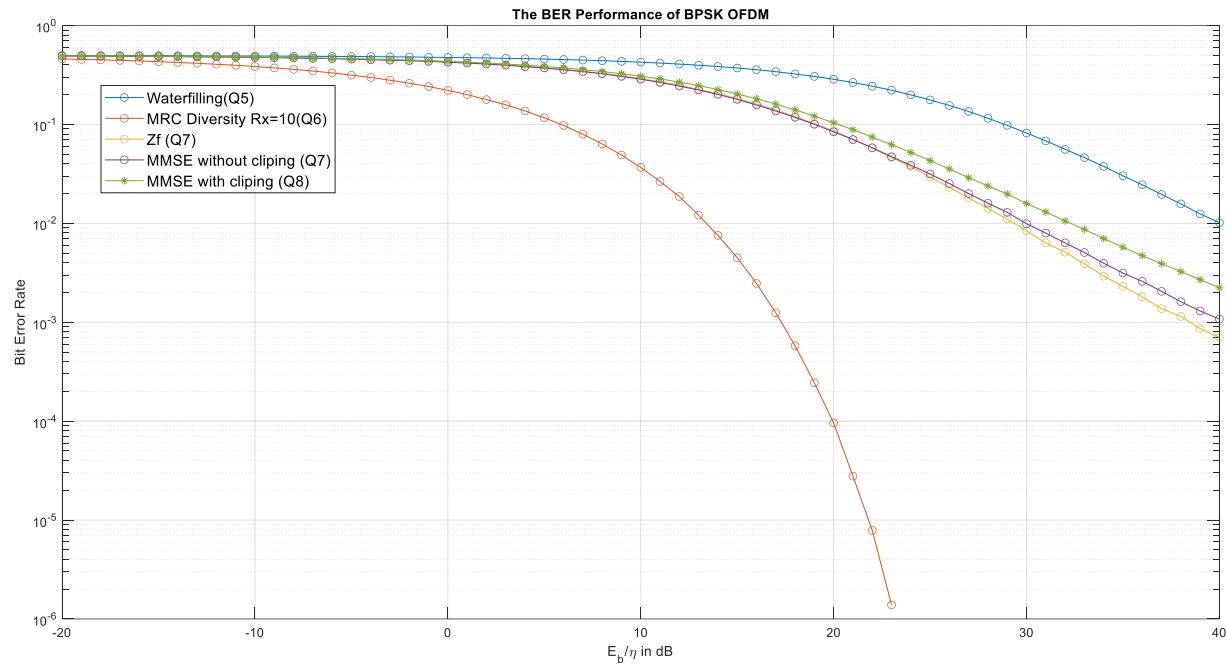


Figure 22. The BER Performance of BPSK OFDM (All together)

- \* همانطوری که ازشکل بالا مشاهده میشود بهبود عمکرد مربوط به استفاده از *Diversity* که پایین تر از همه قرار میگیرد و بالاترین مقدار بهبود را خواهد داشت.

\* دربقیه حالات همانطوری که ملاحظه میشود تفاوت چندانی نخواهیم داشت و تقریبا به یک اندازه باعث بهبود عملکرد شده اند.

- \* تمامی خروجی های ضمیمه شده در اینجا بوسیله کدهای شبیه سازی تولید شده اند و تمامی شبیه سازی ها در متلب انجام شده است و در دایرکتوری مربوطه ضمیمه شده اند لذا برای دیدن جزئیات بیشتر درمورد کدها لطفاً باین پوشه مراجعه فرمایید.