Полиномы Джонса

Глобальная задача:

Локальная задача:

Найти инварианты узлов, которые бы позволили различать их между собой. Привести эффективный алгоритм их вычисления.

Построить инвариантный полином Джонса через скобку Кауфмана, привести алгоритм вычисления, исследовать свойства и вычислить значение на примере простых узлов.

Мотивация

..

1 Инварианты узлов

asdfasdf

Th 1.1. (Reidemeister 1927)

Две диаграмы соответствуют изотопным зацеплениям тогда и только тогда, когда их можно получить одну из другой с помощью конечного числа плоских изотопий и преобразований трех типов:

$$\Omega_2: \qquad \bigodot \leftrightarrow \biggr) \qquad (2)$$

$$\Omega_3: \qquad \longleftrightarrow \qquad (3)$$

2 Скобка Кауфмана

Def 2.1. Аксиомы скобки Кауфмана: (Khovanov 2000)

1.
$$\left\langle \right\rangle = \left\langle \right\rangle \left\langle \right\rangle - q \left\langle \right\rangle \right\rangle$$

2.
$$\langle L_1 \cup L_2 \rangle = \langle L_1 \rangle \langle L_2 \rangle$$

3.
$$\left\langle \bigcirc \right\rangle = q + q^{-1}$$

3 Нормализация скобки Кауфмана

Значения $\langle \cdot \rangle$ на ходах Рейдемейстера:

$$\left\langle \begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\rangle = -q^2 \left\langle \begin{array}{c} \\ \\ \\ \end{array} \right\rangle \quad \left\langle \begin{array}{c} \\ \\ \\ \end{array} \right\rangle = q^{-1} \left\langle \begin{array}{c} \\ \\ \\ \end{array} \right\rangle \quad (4)$$

Список литературы

Khovanov, Mikhail (2000). «A categorification of the Jones polynomial». B: Duke Mathematical Journal 101.3, c. 359—426. DOI: https://doi.org/10.48550/arXiv.math/9908171.