

Полиномы Джонса

Глобальная задача:

Найти инварианты узлов, которые бы позволили различать их между собой. Привести эффективный алгоритм их вычисления.

Локальная задача:

Построить инвариантный полином Джонса через скобку Кауфмана, привести алгоритм вычисления, исследовать свойства и вычислить значение на примере простых узлов.

Мотивация

...

1 Инварианты узлов

Th 1.1. (Reidemeister 1927)

Две диаграммы соответствуют изотопным зацеплениям тогда и только тогда, когда их можно получить одну из другой с помощью конечного числа плоских изотопий и преобразований трех типов:

$$\Omega_1: \text{ (diagram 1)} \leftrightarrow \text{ (diagram 2)} \leftrightarrow \text{ (diagram 3)} \quad (1)$$

$$\Omega_2: \text{ (diagram 1)} \leftrightarrow \text{ (diagram 2)} \quad (2)$$

$$\Omega_3: \text{ (diagram 1)} \leftrightarrow \text{ (diagram 2)} \quad (3)$$

2 Скобка Кауфмана

Def 2.1. Аксиомы скобки Кауфмана: (Khovanov 2000)

1. $\langle \text{ (diagram 1)} \rangle = \langle \text{ (diagram 2)} \rangle - q \langle \text{ (diagram 3)} \rangle$
2. $\langle L_1 \cup L_2 \rangle = \langle L_1 \rangle \langle L_2 \rangle$
3. $\langle \text{ (diagram 4)} \rangle = q + q^{-1}$

3 Нормализация скобки Кауфмана

Значения $\langle \cdot \rangle$ на ходах Рейдемейстера:

$$\langle \text{ (diagram 1)} \rangle = -q^2 \langle \text{ (diagram 2)} \rangle \quad \langle \text{ (diagram 3)} \rangle = q^{-1} \langle \text{ (diagram 4)} \rangle \quad (4)$$

Список литературы

Khovanov, Mikhail (2000). «A categorification of the Jones polynomial». В: *Duke Mathematical Journal* 101.3, с. 359—426. doi: <https://doi.org/10.48550/arXiv.math/9908171>.