

תרגיל 4 - PCA and EigenFaces

אור נחמני – 203533815 נינה פרטוש – 342472560.

הצגת העבודה

בדו"ח זה נרצה להציג את תוצאות השחזור של תמונות לאחר דחיסתן על ידי Principal Component Analysis. קיבלנו מטריצת פיקסלים (80x60x95) אשר מייצגת 80 תמונות של פרצופים.

תחילה, הפכנו את מטריצת הקלט למטריצה דו מימדית (5700x80) בה כל עמודה היא וקטור הפיקסלים של תמונה. ב-Figure 1 מוצגות כל תמונות הקלט (ראה מטה). בשלב השני חישבנו את הפרצוף הממוצע והחסרנו אותו מהמטריצה החדשה. חישבנו את מטריצת השונות המשותפת, ואת הוקטורים והערכים העצמיים של המטריצה. ב-Figure 2 מציג את הפרצוף הממוצע וה"פרצופים העצמיים".

בשלב השלישי חישבנו את ה-eigenvalues ו-eigenvectors ממיונים בסדר יורד. הערכים העצמיים מייצגים את כמות השונות (או אנרגיה) שמכילים הוקטורים העצמיים המקבילים. כעת נבקש מהמשתמש לבחור בסוג הדחיסה להצגה מתוך 4 אפשרויות:

1. שמירת כל השונות - כלומר שחזור מלא, 2. שמירת רכיב שונות יחיד (בעל אחוז שונות מירבי)
3. שמירת 95% מהשונות, או 4. שמירת 80% מהשונות.

את מספר הוקטורים העצמיים הנדרשים לקבל אחוז השונות המבוקשת, חישבנו בעזרת הפקודה cumsum ששומרת את הסכום המצטבר של הערכים העצמיים- בסדר המיון. וקטור הערכים העצמיים ממזין מהגבוה לנמוך ולכן מציאת האינדקס של ערך האנרגיה הנדרשת (אחוז השונות*כל האנרגיה) יניב את מספר הוקטורים הנדרשים לקבלת שונות זו.

```
% Calculate the cumulative sum of the eigen vectors' energy
eigs_energy = cumsum(eig_vals);
```

...

```
key = get(fig4, 'CurrentCharacter');
% Calculate the number of components to use, according to the case
switch key
    case '1' % All energy
        mComps = P;
    case '2' % 1 component
        mComps = 1;
    case {'3' '4'} % Energy precentage
        % Retrieve the wanted energy precentage
        energy_perc = energy_cases(energy_cases==str2num(key), 2);
        needed_energy = sum(eig_vals)*energy_perc;
        % Find how many components to use for keeping the energy
        [d, mComps] = min(abs(eigs_energy - needed_energy));
    otherwise
        is_legal_input = false;
        clf;
        text(text_x, error_y, illegal_input, 'color', 'r');
end
```

דחסנו את התמונות באמצעות הרכיבים הנדרשים בלבד, ושחזרנו בתוספת התמונה הממוצעת:

```
% Get only the mComps first components (with highest eigen values) and
% encode all images
filter_mat = eig_vecs(:,1:mComps);
encoded = filter_mat.'* variance_mat;

%% 6. Perform reconstruction
reconstructed = filter_mat*encoded + avg_image_vec;
```

התמונות המשוחררות מוצגות ב- Figure 3. (ראה מטה)

חלק 1 – שאלות

- (1) "Why would we want to lower the dimension of our data set?"
הקטנת המימדים מניבה תוצר בעל גודל קטן יותר, וכך שליחה של המידע או שמירה שלו צורכת פחות משאבים. הדבר יעזור מאוד כשנרצה להעביר מידע רב תוך חיסכון בתקשורת-למשל, קבלת תצלומים מחללית – מקרה בו משאבים אלו יקרים מאוד.
- (2) "What are the disadvantages of reducing dimensionality?"
החיסרון המשמעותי ביותר בהורדת ממדים הינו שאנחנו מאבדים מידע – כשלעיתים המידע המדויק הוא הכרחי. במקרה שלנו זה מתבטא באיכות התמונות פחותה. בנוסף, לא תמיד נוכל לדעת את כמות הרכיבים שצריך לשמור לקבלת שחזור שעדיין רלוונטי (לא מאבד יותר מידי מידע) – כאשר התפלגות האנרגיה בוקטורים העצמיים יותר אחידה נאלץ לשמור הרבה רכיבים לקבלת אחוז מספק.
- (3) What are eigenvectors? What are eigenvalues? What does the size of the eigenvalues represent when using PCA?
וקטור עצמי של מטריצה הוא וקטור שכפילתו במטריצה רק מכווצת או מותחת אותו - כלומר שקולה להכפלה בסקלר. הסקלר הוא הערך העצמי של אותו הוקטור. $Av = \lambda v$
ב- PCA בוחנים את הוקטורים העצמיים של מטריצת covariancen. וקטורים אלו הם בלתי תלויים ואורתוגונליים. הערך העצמי של כל וקטור מהווה את כמות השונות שמרוכזת באותו וקטור. כלומר, ככל שהערך העצמי של וקטור עצמי גדול יותר – כך הוקטור מכיל יותר שונות של המידע.

Figure 1: תמונות הקלט

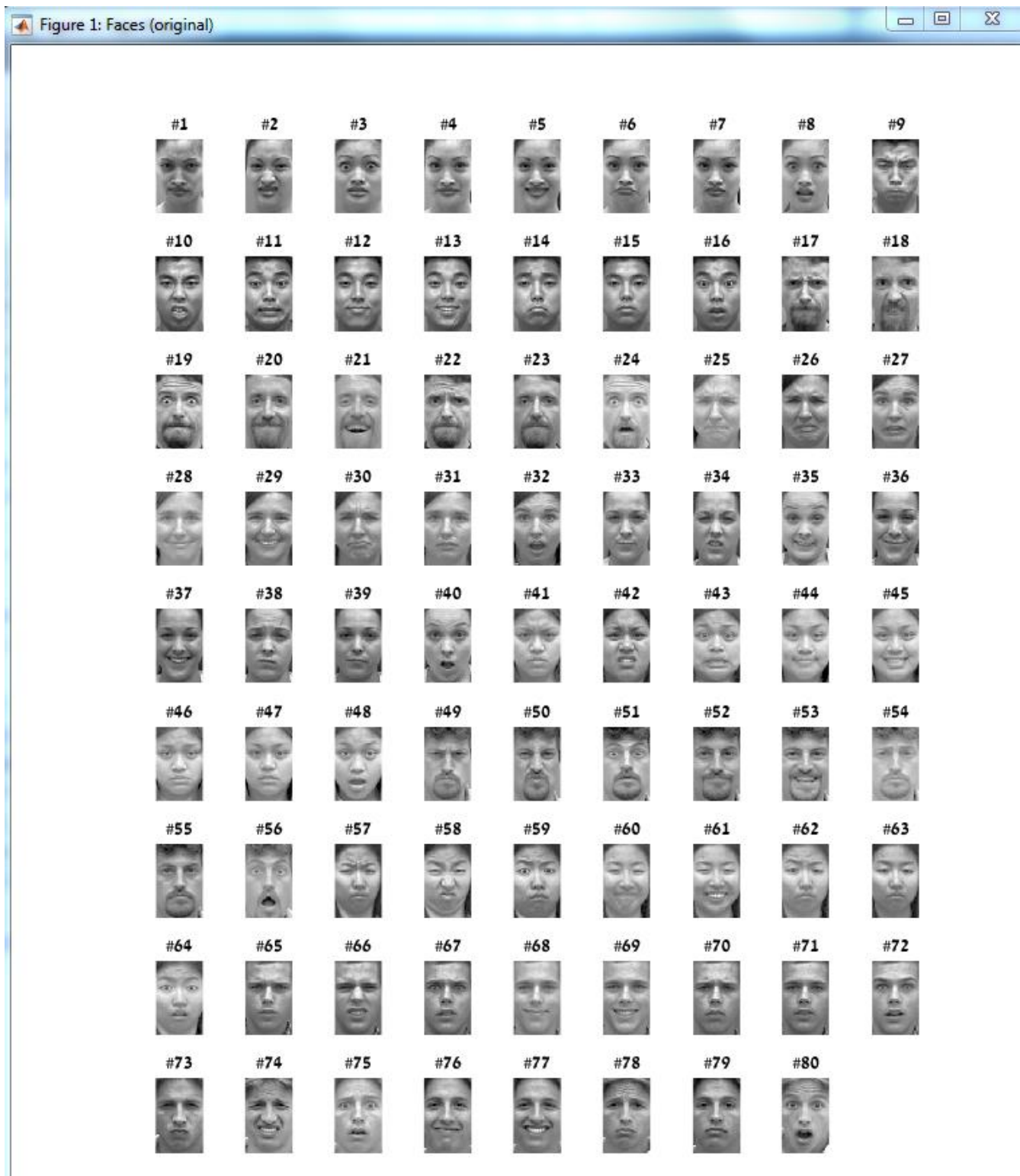
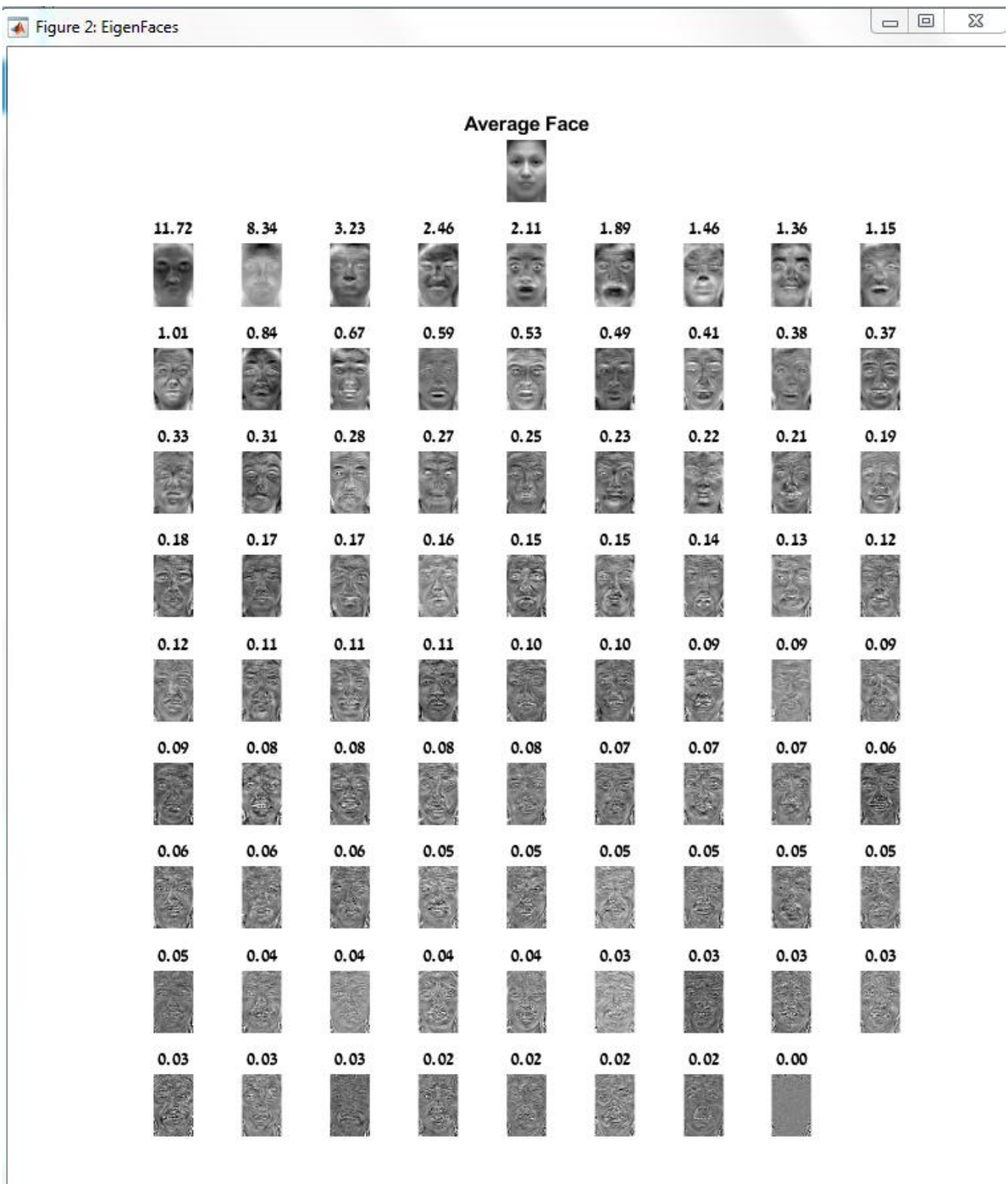


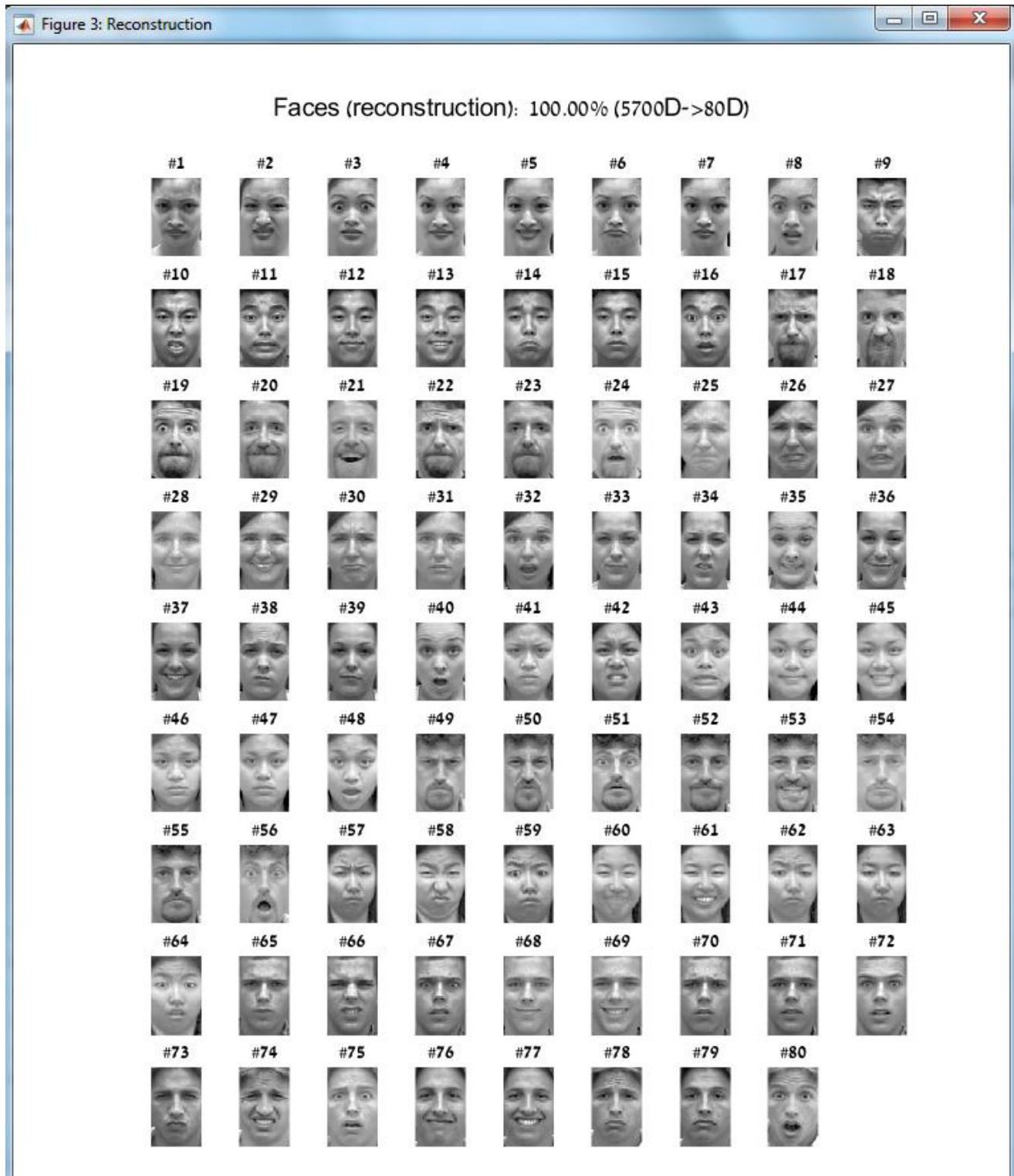
Figure 2: פרצוף ממוצע ופרצופים עצמיים



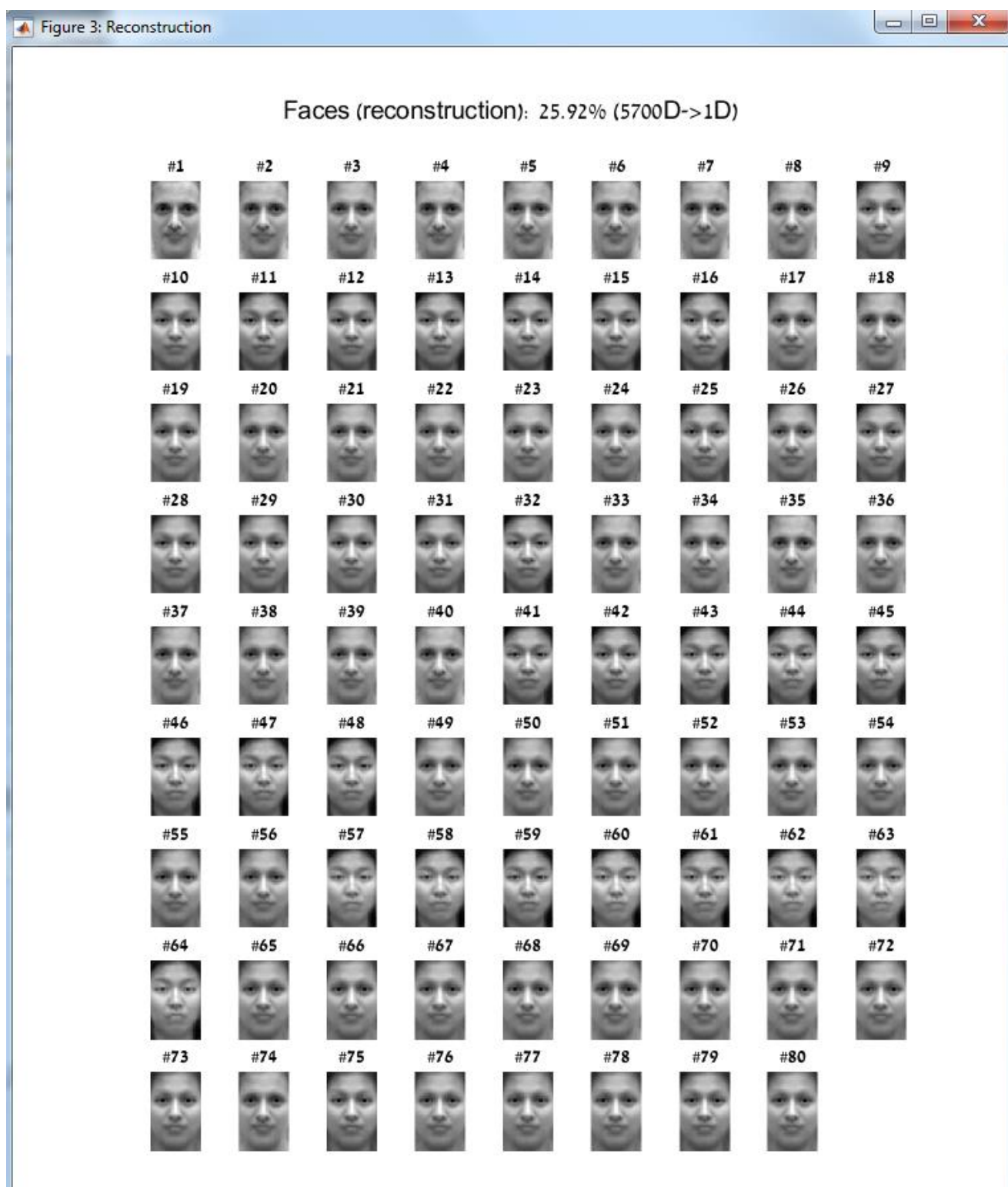
בשורה הראשונה מוצג הפרצוף הממוצע מתוך כל הדוגמאות (הקלט) – כלומר ערך כל פיקסל הוא ממוצע הערכים של אותו פיקסל בכל התמונות. תחתיו מוצגים ה"פרצופים העצמיים" – הוקטורים העצמיים. מעל כל פרצוף מופיע הערך העצמי שלו, כלומר כמות השונות שהוא מרכז.

Figure 3: הפרצופית המשוחזרים

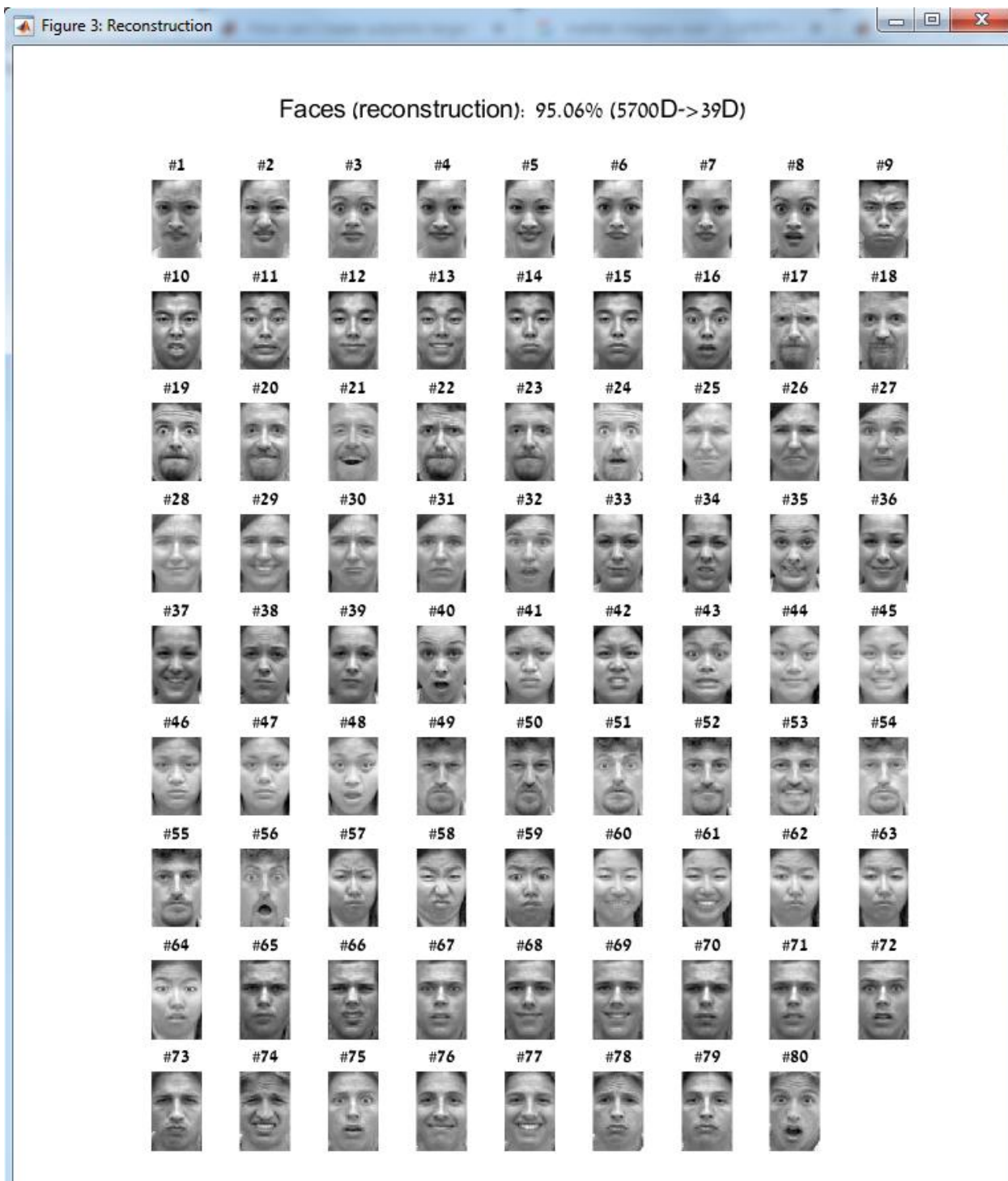
א. שמירת כל האנרגיה



כפי שניתן לראות התמונות זהות לתמונות המקוריות – לא איבדנו אף מידע.

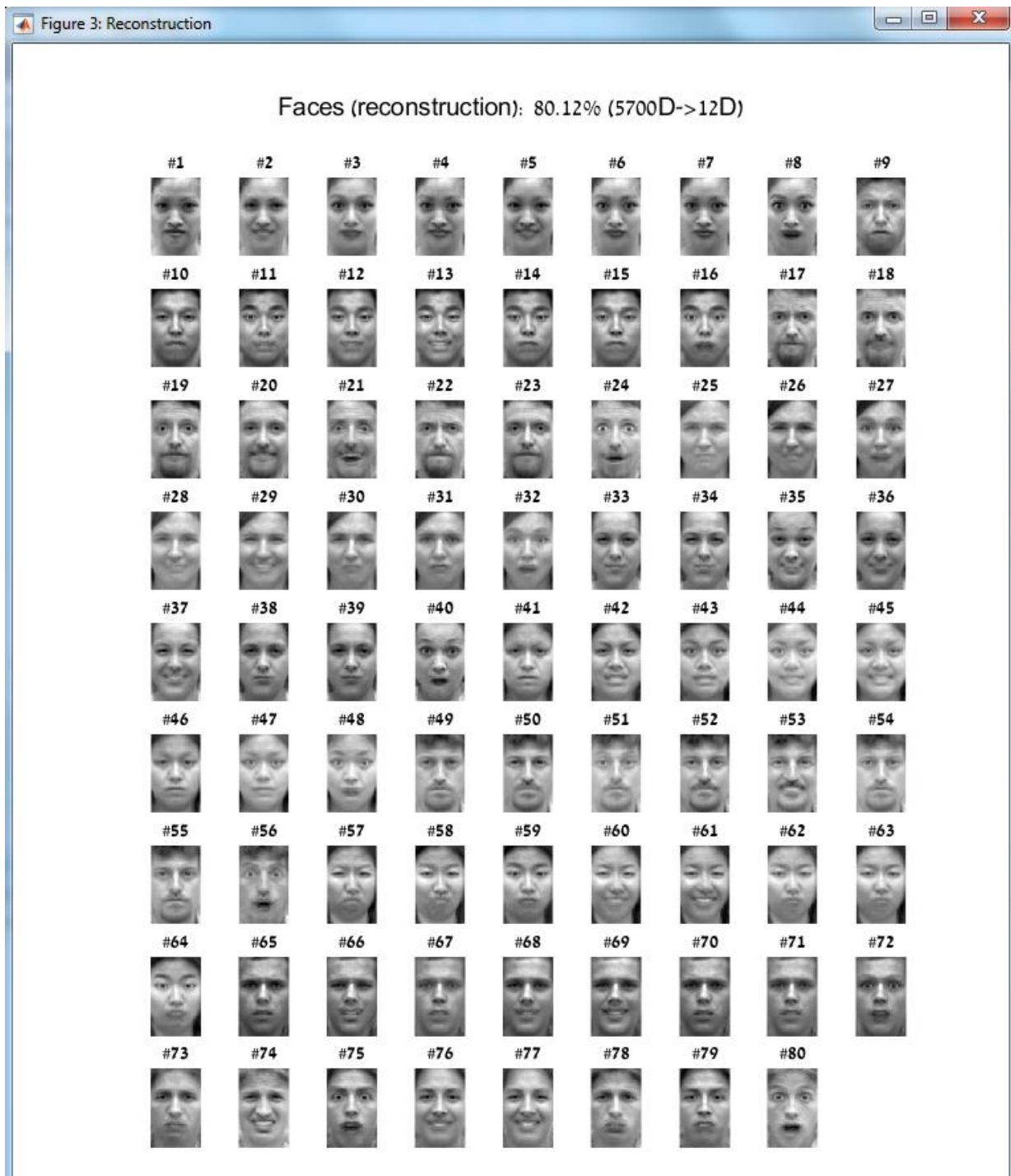


הרכיב הראשון מחזיק רק כ-25% אחוז מהשונות, ולכן שחזור זה (בתוספת הפרצוף הממוצע) מניבה פרצופים שלא שונים בהרבה אחד מהשני – לדוגמא פרצופים #57-64 שבתמונות המקוריות מציגים הבעות שונות של אותה אישה, נראים זהים. כלומר הפרצופים המשוחזרים מכילים מעט מאוד מידע מתוך התמונות המקוריות.



כדי לשמור על 95% מהשונות, לקחנו רק 39 רכיבים מתוך 80. אחוז המידע שאיבדנו קטן ואכן התמונות המשוחזרות בלתי ניתנות להבדלה מהמקוריות.

ד. שמירת 80% מהשונות



גם כאן רוב הפרטים נשמרו, משום שהצילומים הם באותה קומפוזיציה איבדנו רק את הפרטים הקטנים אשר ייחודיים לכל תצלום- שהם הבעות הפנים (בחלק מהפרצופים, לדוגמא פרצוף 2). כדי לשמור 80% מהמידע השתמשנו ב21 רכיבים בלבד! כלומר חיסכון רב של המקום.