

Рассмотрим точку  $x_0$  на аттракторе и ее траекторию эволюции

$$x_{t+1} = \Phi(x_t) \quad (1)$$

(соответствующее решение дискретной системы с помощью отображения  $\Phi$  или непрерывной системы с шагом по времени  $h$ )  $x_0, x_1, x_2, \dots$

Рассмотрим близкий к  $x_0$  вектор:

$$xv_0 = x_0 + r,$$

где  $\|r\| = \delta$  (в двумерной системе  $r = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \delta \\ \delta \end{pmatrix}$ ,  $\delta$  должно быть мало, например  $\delta = 10^{-7}$ ). Вычисляем

$$\overline{xv_1} = \Phi(xv_0), \quad d_1 = \overline{xv_1} - x_1, \quad p_1 = \frac{\|d_1\|}{\delta}$$

и вычисляем новый вектор, близкий к  $x_1$  в направлении  $d_1$ :

$$xv_1 = x_1 + \frac{d_1}{\|d_1\|} \delta.$$

Второй шаг алгоритма - это переход  $xv_1 \rightarrow xv_2$ :

$$\overline{xv_2} = \Phi(xv_1), \quad d_2 = \overline{xv_2} - x_2, \quad p_2 = \frac{\|d_2\|}{\delta}, \quad xv_2 = x_2 + \frac{d_2}{\|d_2\|} \delta.$$

$k$ -ый шаг алгоритма - это переход  $xv_{k-1} \rightarrow xv_k$ :

$$\overline{xv_k} = \Phi(xv_{k-1}), \quad d_k = \overline{xv_k} - x_k, \quad p_k = \frac{\|d_k\|}{\delta}, \quad xv_k = x_k + \frac{d_k}{\|d_k\|} \delta.$$

Старший показатель Ляпунова определяется по последовательности  $p_1, p_2, \dots, p_N$  и шагу по времени  $h$ :

$$\Lambda = \frac{1}{hN} \sum_{i=1}^N \ln p_i.$$

В дискретных системах  $h = 1$ . Старший показатель Ляпунова определяет, является ли динамика хаотической:  $\Lambda \leq 0$  - регулярная,  $\Lambda > 0$  - хаос.