Álgebra Linear I - prof. Thales F. V. Paiva

PROVA OPTATIVA - PO

Nome: ....

Informações importantes:

- *A avaliação é individual e sem consulta a qualquer material.*
- *Apresente as soluções da forma mais clara possível, com escrita legível e organizada.*
- *Respostas sem justificativa serão desconsideradas.*
- *Lembre-se de que você será avaliado por aquilo que escreveu, não por aquilo que pensou.*

EXERCÍCIOS

Classifique as afirmações abaixo em Verdadeira ou Falsa, justificando cada resposta.

$a.$( ) Sejam $f, g : A \to B$ uma funções e $C(f,g) = \{a \in A; f(a) = f(b)\}$ o conjunto das coincidências entre f e g. Então $C(f,g)$ é um espaço vetorial.

$b.$( ) O subconjunto das matrizes quadradas de ordem n, com determinante igual a 1, é um subespaço vetorial de $M_n(\mathbb{R})$.

$c.$( ) Seja $F : U \to V$ uma transformação linear sobrejetora. Se $u_1, \cdots, u_n$ são linearmente independentes em U, então $F(u_1), \cdots, F(u_n)$ são linearmente independentes em V.

$d.$( ) São equivalente as afirmações:

(i) *V é um espaço vetorial finitamente gerado*;

(ii) *existe um conjunto finito e linearmente independente em V.*

$e.$( ) Sejam $T : U \to V$ uma transformação linear e $K = \ker T \subseteq U$. A função $\pi : U \to U/K$, definida por $\pi(u) = u + K$, é linear.

$f.$( ) Seja W um espaço vetorial e $Aut(W)$ o conjunto de todos os automorfismos de W. Se W possui dimensão finita, então $Aut(W)$ também possui dimensão finita.

$g.$( ) Seja $B = \{u_1, \cdots, u_m\}$ uma base do espaço vetorial U, V outro espaço vetorial e $f : B \to V$ uma função. Então existe uma única transformação linear $T_f : U \to V$, tal que $T_f(u_i) = f(u_i)$, para cada $u_i \in B$.

$h.($ $)$ Denotando por $V^* = \{T : U \to \mathbb{R}; T$ é linear $\}$ ao conjunto de todos os funcionais lineares $U \to \mathbb{R}$ e, semelhantemente, U^{**} ao conjunto de todos os funcionais $U^* \to \mathbb{R}$, é verdade que $dimU = dimU^{**}$.

$i.($ $)$ Considere $\sigma : V \to V$ um endomorfismo e sejam $W_1 = Im\sigma$ e $W_2 = Im(Id - \sigma)$, onde $(Id - \sigma)(v) = v - \sigma(v)$, para cada $v \in V$. Então $V = W_1 + W_2$ e se, além disso, tal soma for direta, então $\sigma^2 = \sigma$.

$j.($ $)$ Se $f(v) = 0$, para todo funcional linear $f \in V^*$, então podemos concluir que $v = 0$.