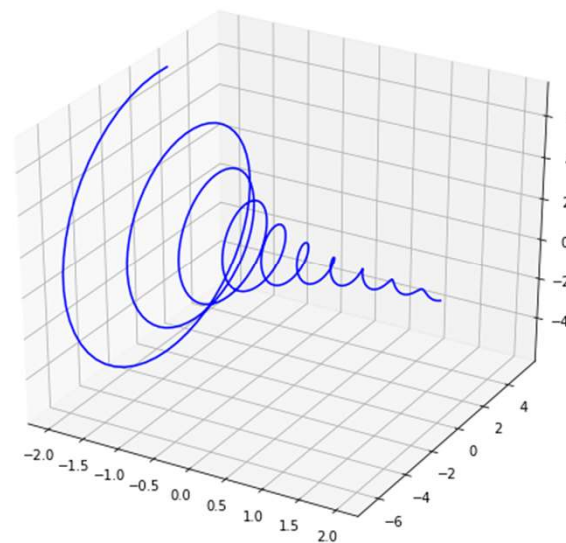
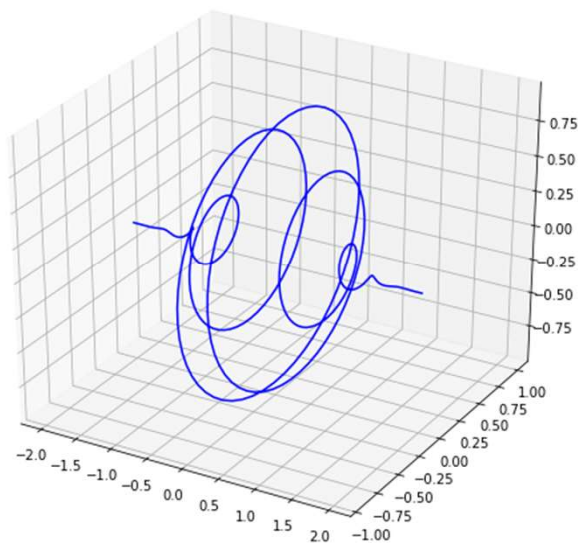


Вейвлеты и вейвлет преобразование

Петрухин П.В., 2018

Вейвлеты

- Англ. wavelet — «волночка»
- Амплитуда $\rightarrow 0$ на $\pm\infty$



Преобразование Фурье

Непрерывное

$$F(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) e^{-ix\omega} dx$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega) e^{ix\omega} d\omega$$

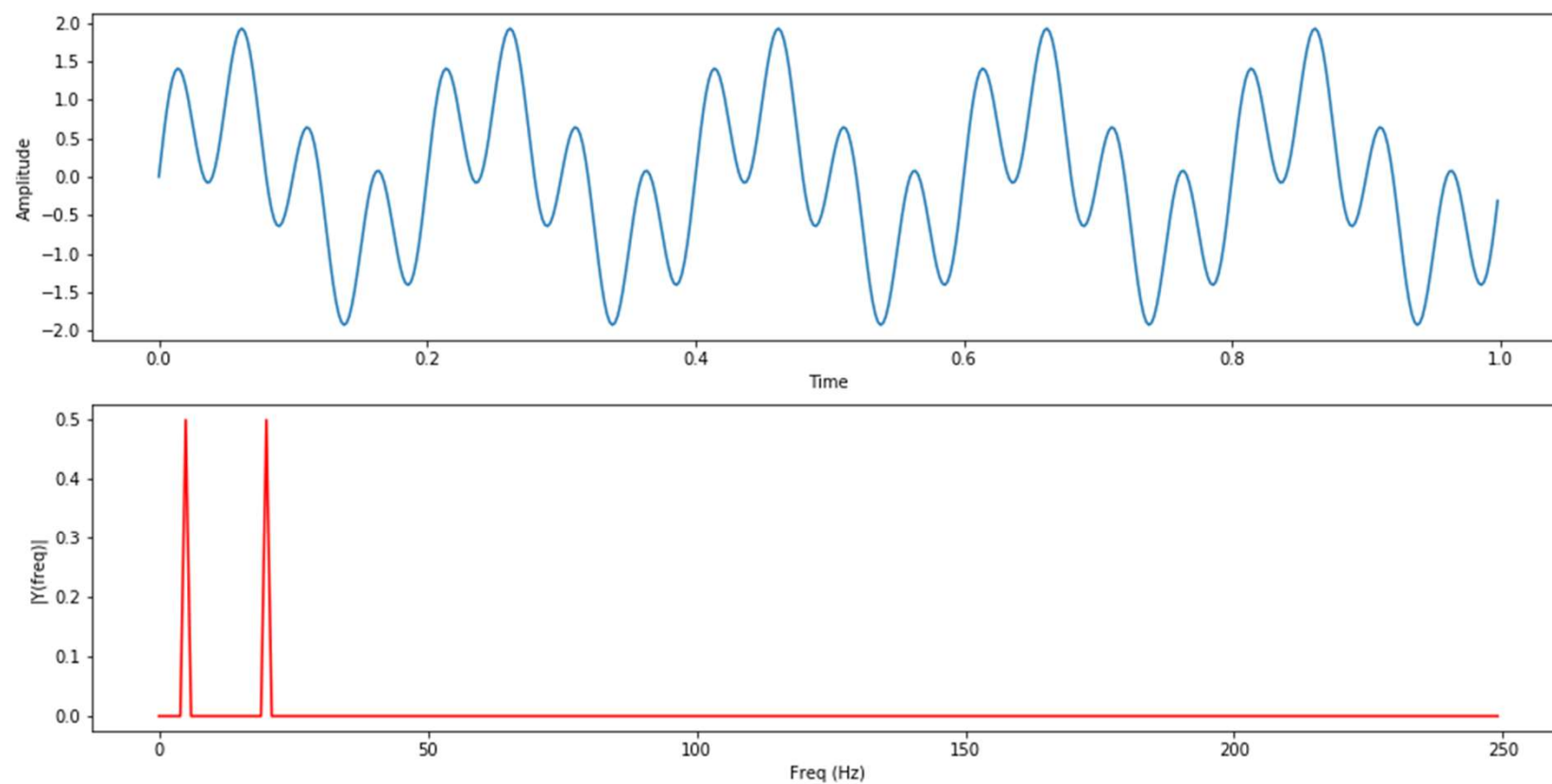
Дискретное

$$X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-\frac{2\pi i}{N} kn}, k = 0..N$$

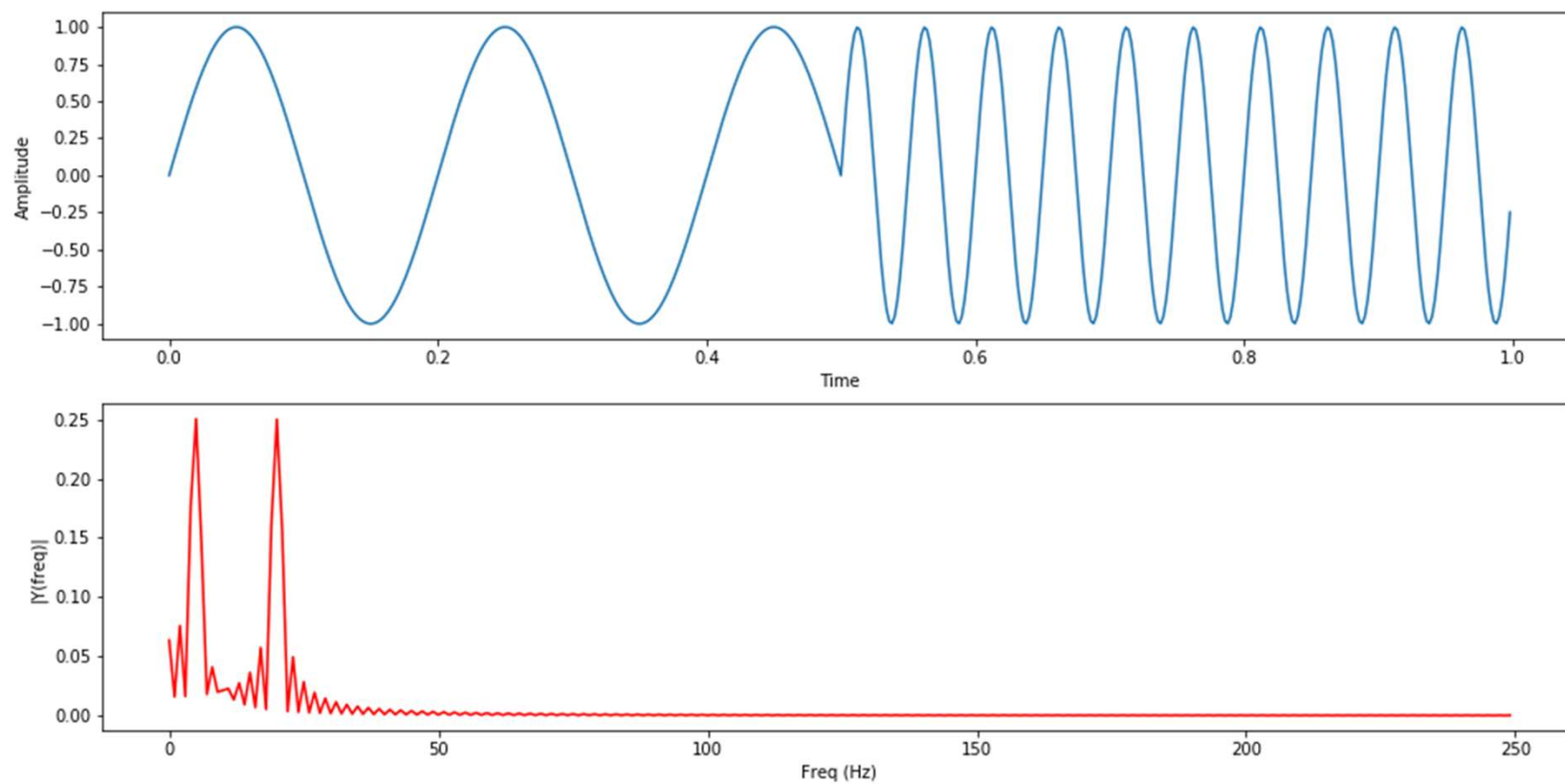
$$x_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X_k e^{\frac{2\pi i}{N} kn}, n = 0..N$$

- Нечувствительно к изменениям во времени
- Поэтому не может отличить стационарный сигнал от нестационарного

Преобразование Фурье



Преобразование Фурье



Вейвлет-преобразование

Непрерывное

$$F(\omega, \tau) = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \Psi^* \left(\frac{t - \tau}{s} \right) dx,$$

s — масштаб

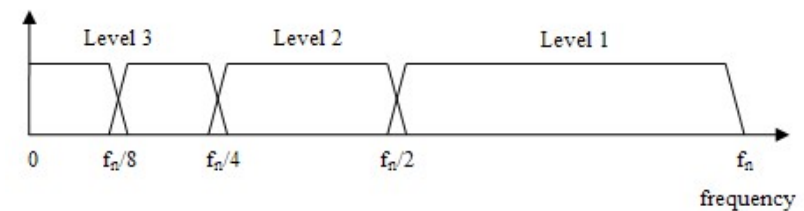
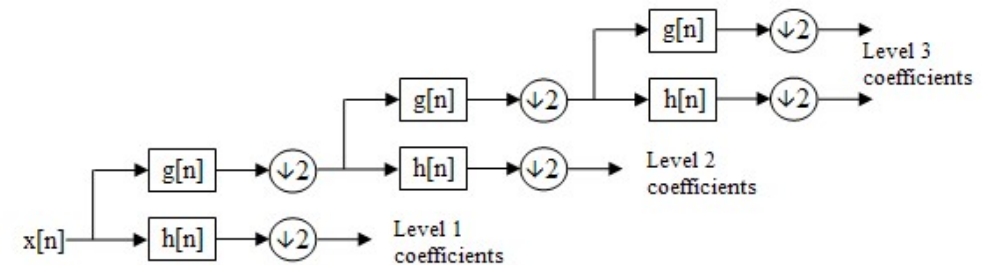


Дискретное

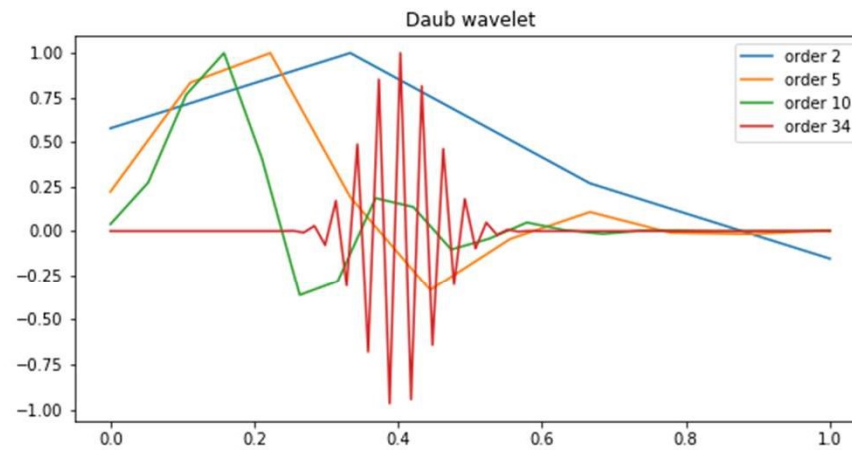
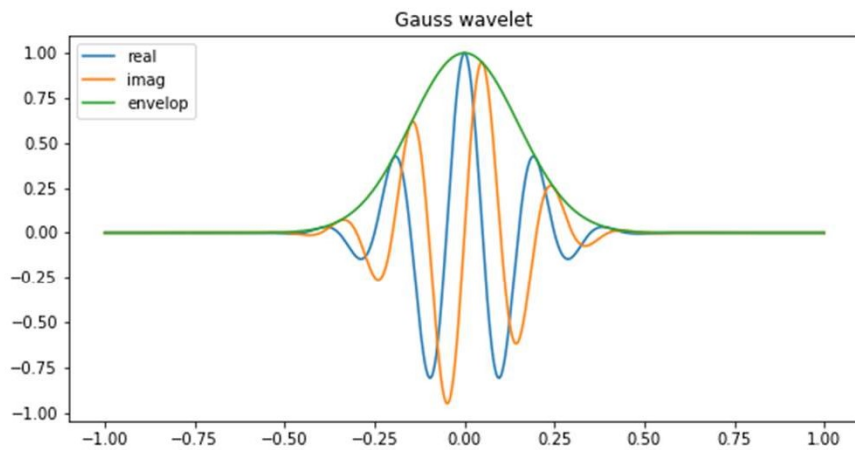
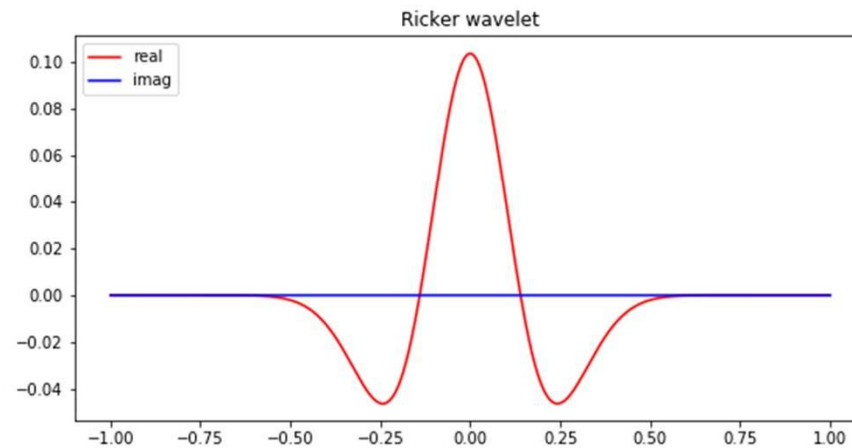
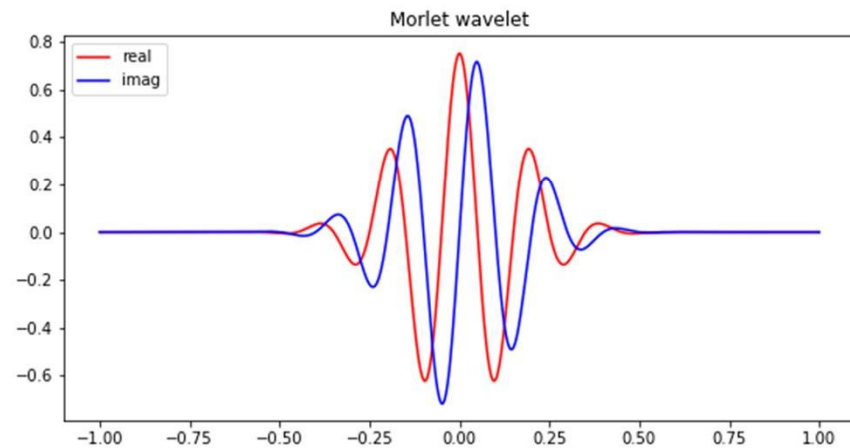
Основа — получение свёртки вида

$$x_n = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_k g_{n-k}$$

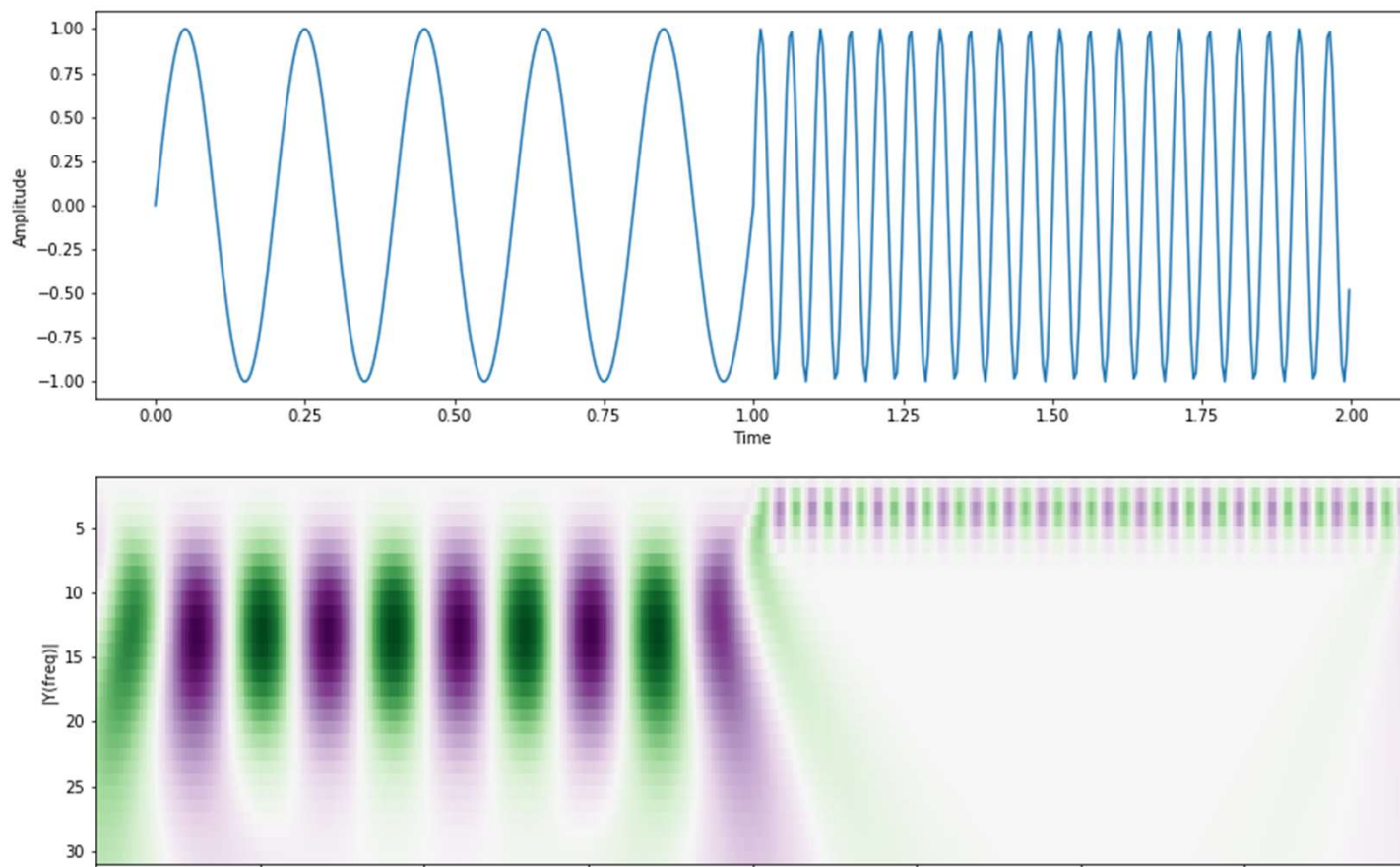
где x — сэмпл, g — коэффициент фильтра, полученный из вейвлета.



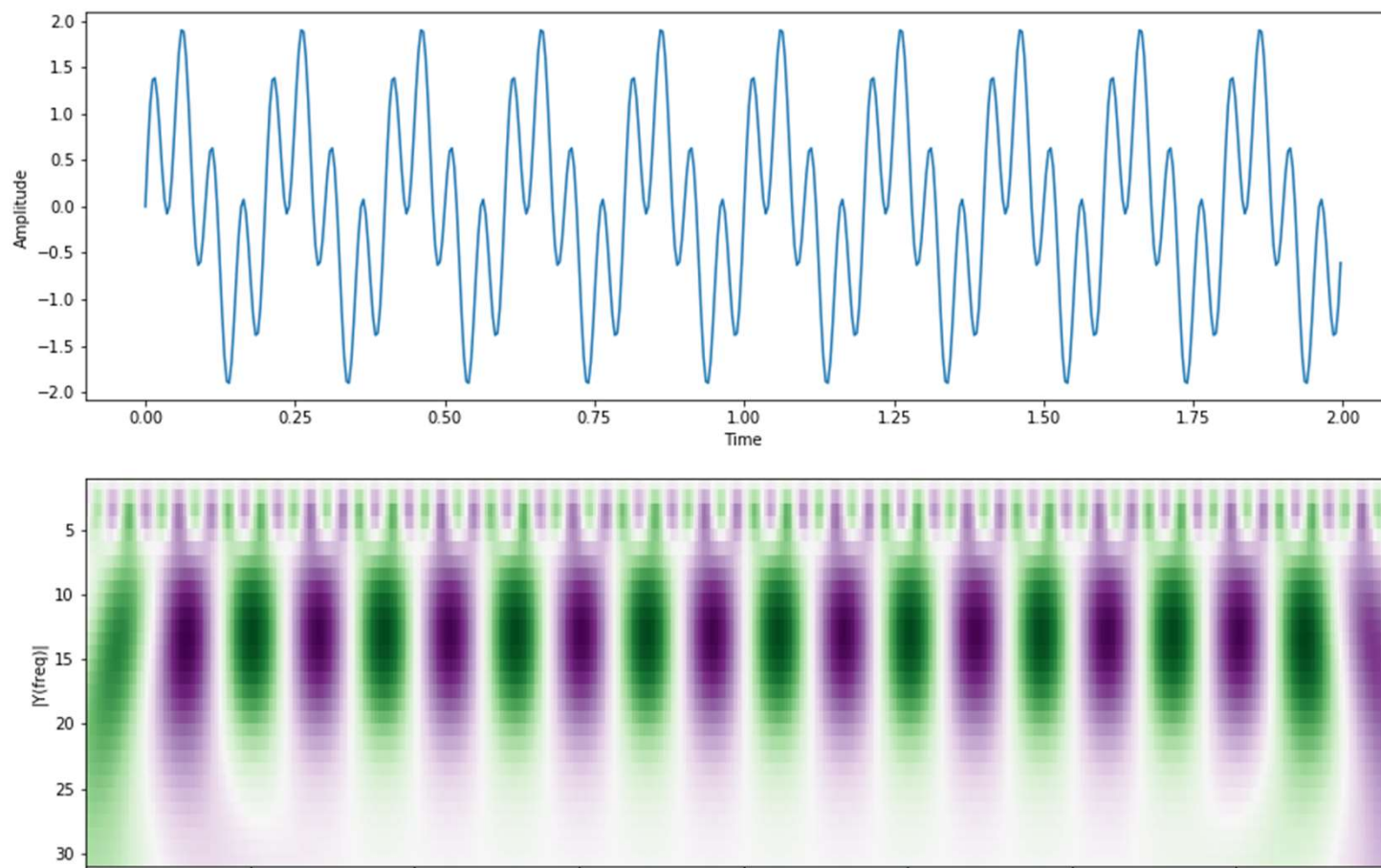
Основные вейвлеты



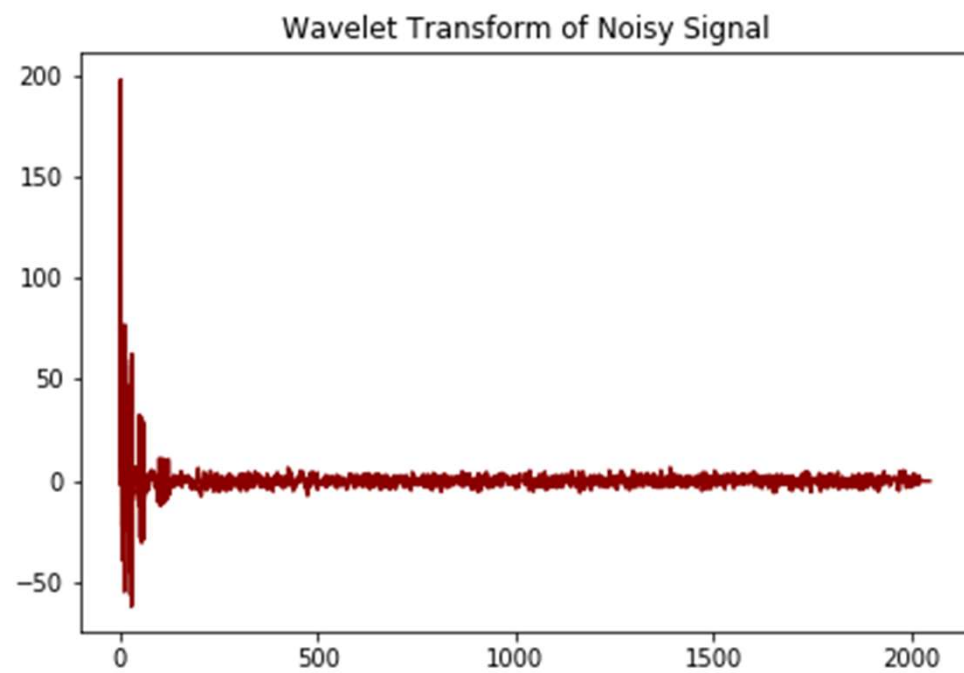
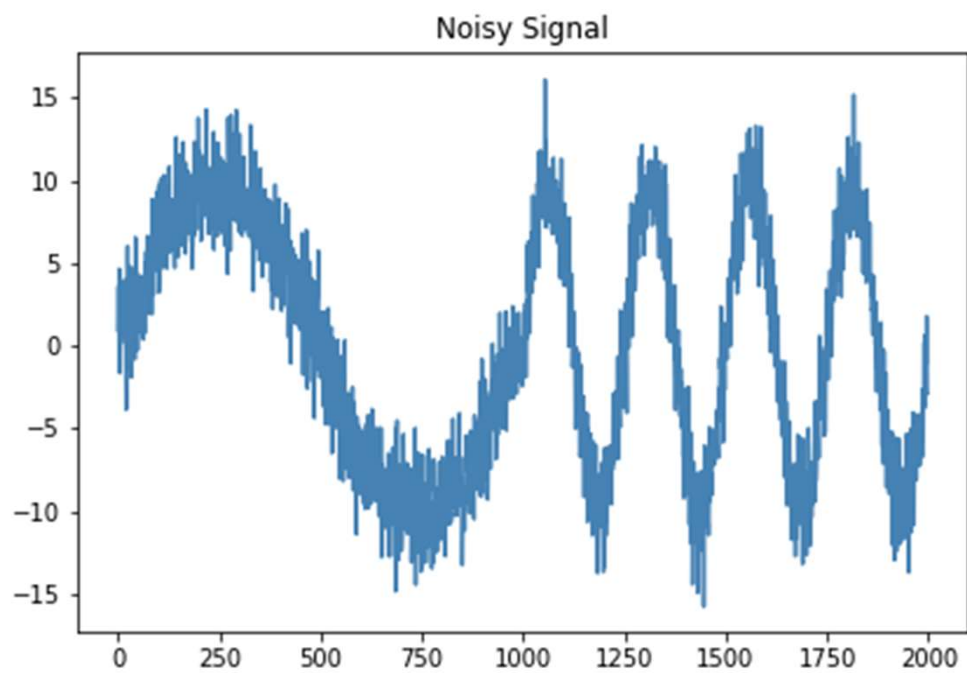
Вейвлет-преобразование



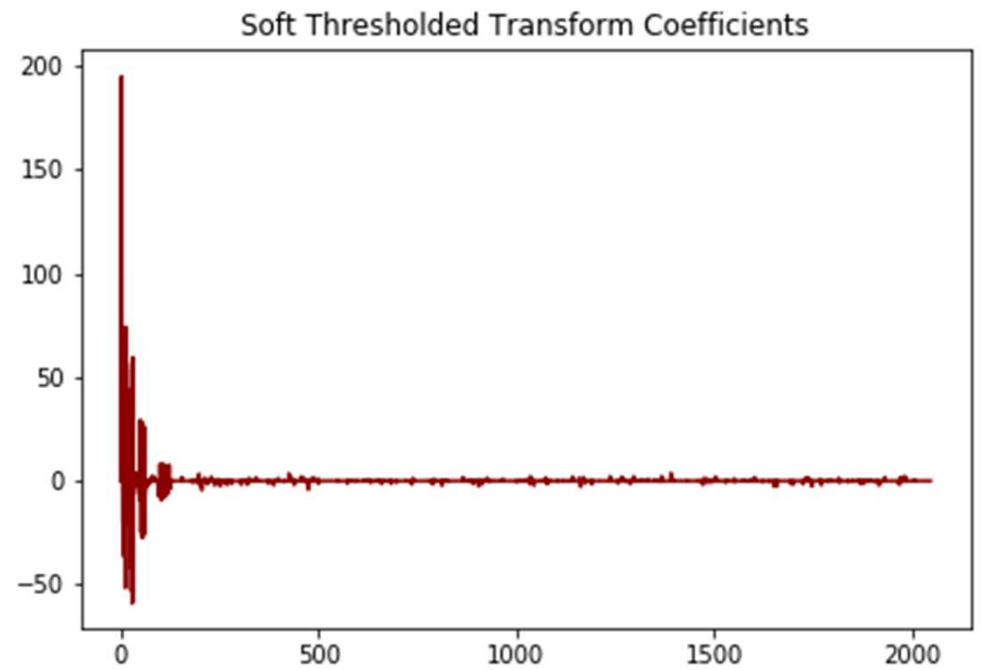
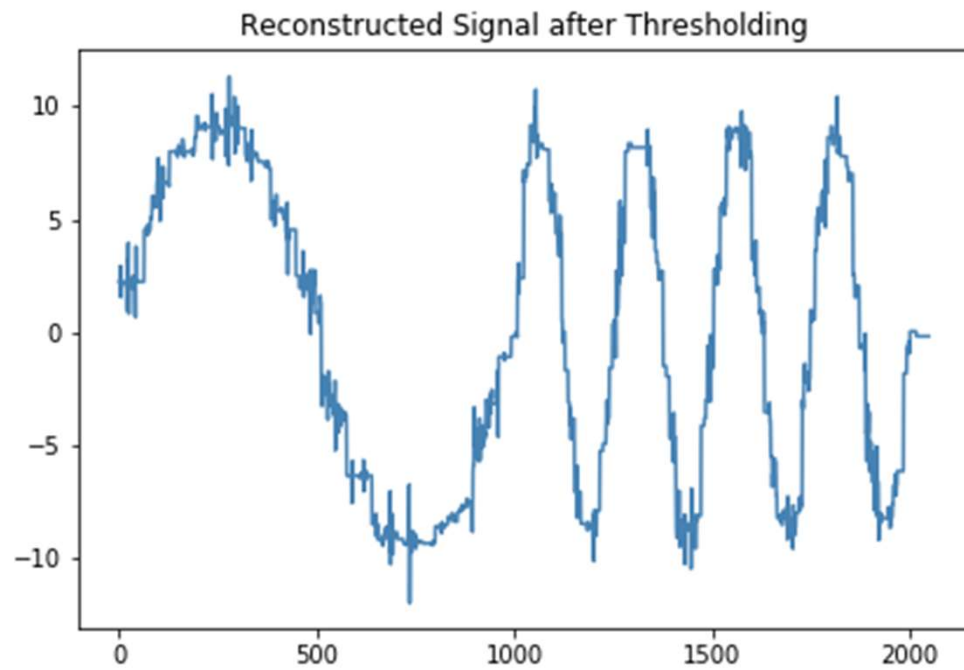
Вейвлет-преобразование



Фильтрация сигналов



Фильтрация сигналов



Источники

- Amara Graps, «An Introduction to Wavelets»
- Robi Polikar, «The Wavelet Tutorial»
- MiKXMan, «Непрерывное wavelet преобразование»
- Kyle Kastne, «Wavelets»

Исходники и материалы



<https://github.com/ninedraft/waveproblems>