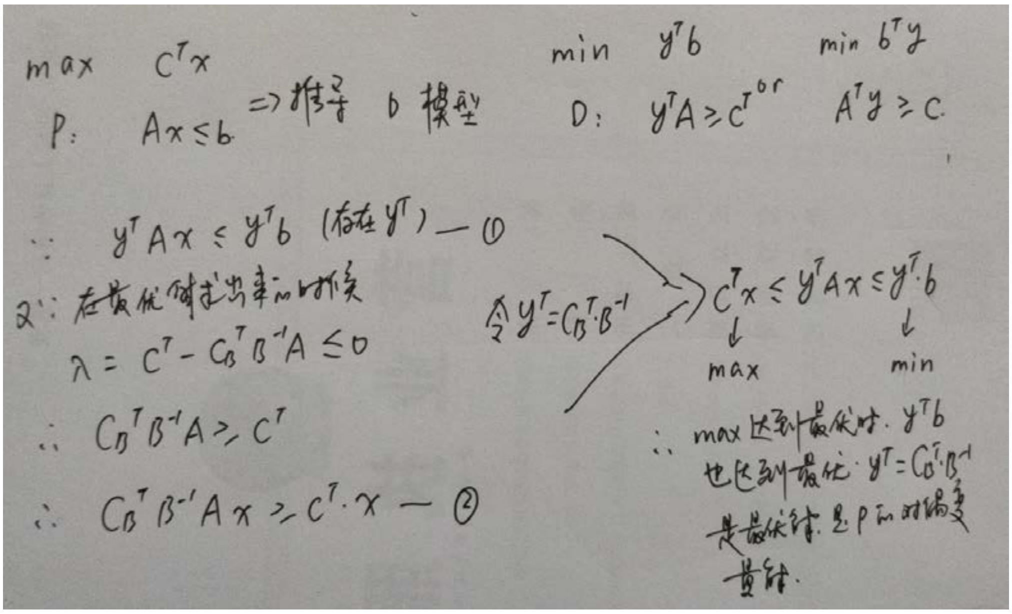
1、要掌握对偶的概念，一定要有线性代数的基本知识。

2、通过推导，可以得到相关的一些概念。看图：



3、现在要理解一些概念：P 问题的对偶变量可以由 $C_B^TB^{-1}$ 得到，也可以由检验数得到，是不是。不对，通过例子检验一下：

$$\max Z = 300x_1 + 400x_2$$
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 40 \\ x_1 + 3/2x_2 + x_4 = 30 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \ge 0 \end{cases}$$

（1）选取 x2，x3 为基变量，构建基矩阵，得到解是[0,20,20,0]，检验数为[100/3,0,0,-800/3]。根据 dual variable = C_B*B^{-1}，得到约束对应的 dual variable = [0,800/3]，对不上。

（2）选取 x1，x2 为基变量，构建基矩阵，得到解是[15,10,0,0]，检验数为[0,0,-25，-250]。根据 dual variable = C_B*B^-

^{1}，得到约束对应的 dual variable = [25,250]，检验数的相反数是 dual variable，和公式求出来的是一样的。

4、再做一个例子，验证一下：

$$\max z = 5x_1 + 8x_2 + 7x_3 + 4x_4$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 \le 20 \\ 3x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 2x_4 \le 30 \\ x_j \ge 0, j = 1,\mathrm{L}\ \ ,4 \end{cases}$$

分析：对偶变量就是 2 个；

选取 x2，x4 为基变量，构建基矩阵，得到解是[0,5,0,2.5]，dual variable = C_B*B^{-1}= [1,1]，然后根据公式 ranmda=CN- C_B*B^{-1}-1*N=[5,7,0,0]- [1,1]*[2 3 1 0;3 4 0 1]=[0,0,-1,-1]，根据检验数的相反数是对偶变量（位置要对应好），多以[1,1]就是对偶最优解，对上了。

5、总结一下：求解 D 对偶变量，可以根据 P 的检验数相反数，就可以得到。同时，如果 P 问题的最优解的对偶变量，除了检验数的相反数这个性质，还可以通过 C_B*B^{-1} 这个乘子得到，只有在最优解的情况下才满足。