

1、上周讲解了开行方案的相关概念，主要从内容上和输出结果两个方面，并且结合中国高铁的车次，讲解了什么是开行方案。当然在讨论的时候，发现了很多问题，基本总结一下，就是开行方案应该分以下几种：根据整个路网图和 OD 流量，求解 OD 点之间的开行方案（起讫点、路径[走哪条线路走，因为是路网，选择的线路相对比较多，但是中间经过的一些点，这些点不一定都停靠]、发车多少趟[按一天的时间]）；根据一条线路和 OD 流量（全部站点），确定了哪些点是起讫点后，求解这些起讫点的停靠站方案（中间经过的停靠站、发车频率）。如果还有不清楚的，可以提问，或者讲解到后面案例的时候再探讨。现在从算法的角度去讲解怎么去求解开行方案，有好多疑问，希望大家帮忙。

2、首先，是看路网的开行方案怎么求解。根据上次讲解概念的时候，得知路网的开行方案的内容后，应该包括三个层面：得到哪些点之间开行列车；开行的列车从哪条路径走；开行多少趟列车。

根据以上总结的，我们来看看文献是怎么求解的，从 2004 年到 2007 年三年的时间，三篇论文。

（1）先看中南大学的史峰和邓连波系列的文章。

[1]史峰,邓连波,黎新华,方琪根. 客运专线相关旅客列车开行方案研究[J]. 铁道学报, 2004, 26(2): 16-20.

[2]史峰,邓连波,霍亮. 客运专线旅客列车开行方案优化系统设计[J]. 系统工程, 2006, 24(11): 24-30.

[3]史峰,邓连波,霍亮. 旅客列车开行方案的双层规划模型和算法[J]. 中国铁道科学, 2007, 28(3): 110-116.

点评：系统工程是 CSSCI，中国铁道科学和铁道学报都是 EI。

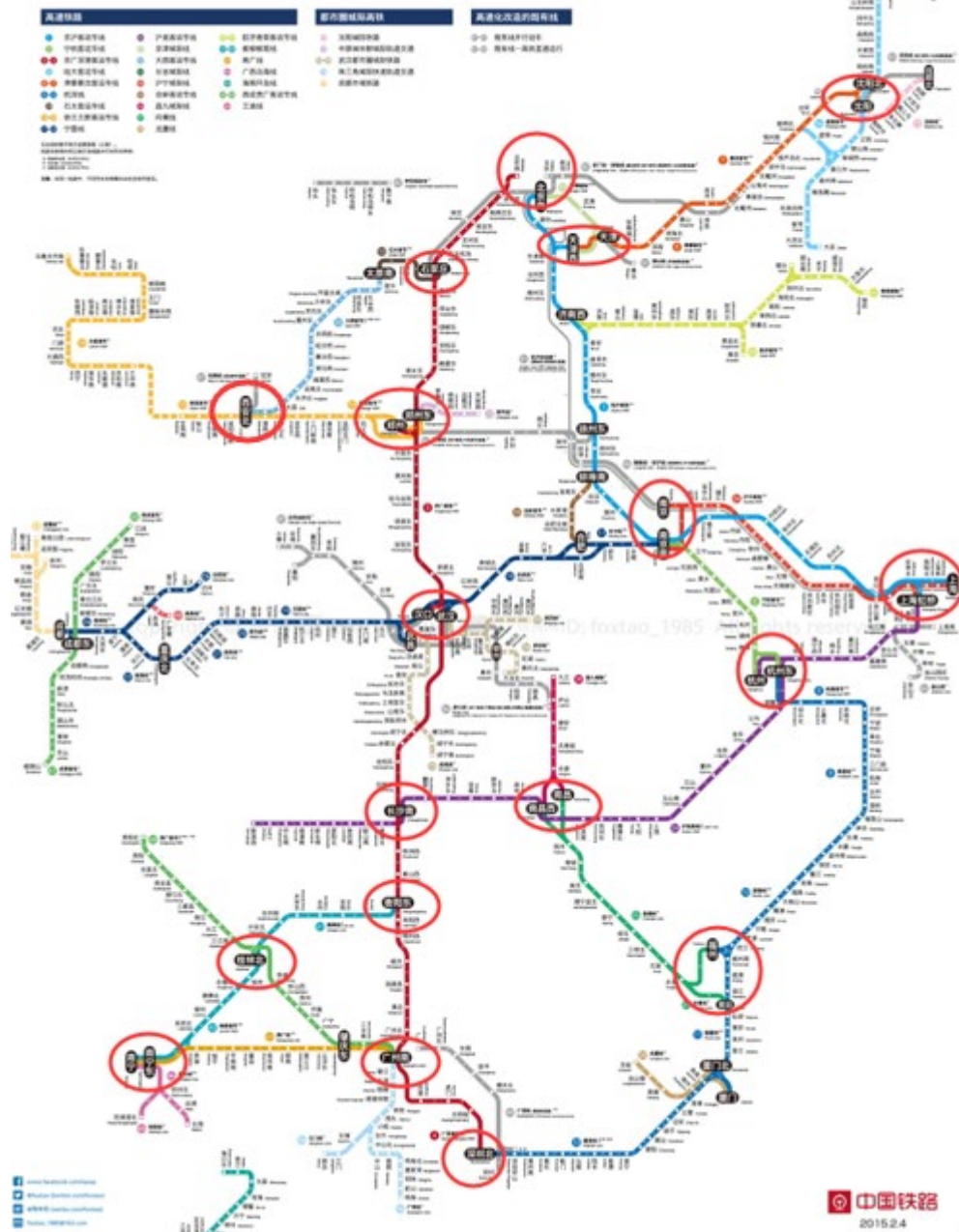
先看客运专线相关旅客列车开行方案研究（2004），这篇论文提出了模型和求解方法，但是没有实例完整说明，只是提到了“求解路网规模为 60 个车站的旅客列车开行方案仅需 100 s 左右时间”。模型简单说就是企业利润最小化和旅客方便度最大化等，主要是怎么求解的问题。

先看看问题的数据结构表达，这个问题在其他的论文中也会牵涉到的。既然是路网，这么说就要有路网的模型，看图：

设铁路客运网络 (S, E) 具有 n 个车站、 m 条路段，其中， $S = \{s(1), s(2), \dots, s(n)\}$ 表示车站集， $E = \{e(1), e(2), \dots, e(m)\}$ 表示路段集， $v(e) = 1, 2$ 分别表示路段 e 为客运专线或普速线， $N(i)$ 为车站 $s(i)$ 的始发列车能力， $D = \{d(e); e \in E\}$ 表示路段里程。 $F = \{f(i, j); s(i), s(j) \in S\}$ 表示铁路网络中的 O-D 流量。

点评：因为后面没有给出图形的例子，因此这个 (S, E) 到底是怎么个路网，看下图。问题来了：是把中间节点的表示出来就可以了，还是要把两个节点之间的站点都要表示出来的。从图的角度来看，应该是要表示中间节点的路网图，这种才是路网图。那么 OD 流量，就只能是这些站点之间的流量，其他（小站点）的流量不考虑还是合并到这些节点站点呢？

CRH 中国高速铁路运营线路图

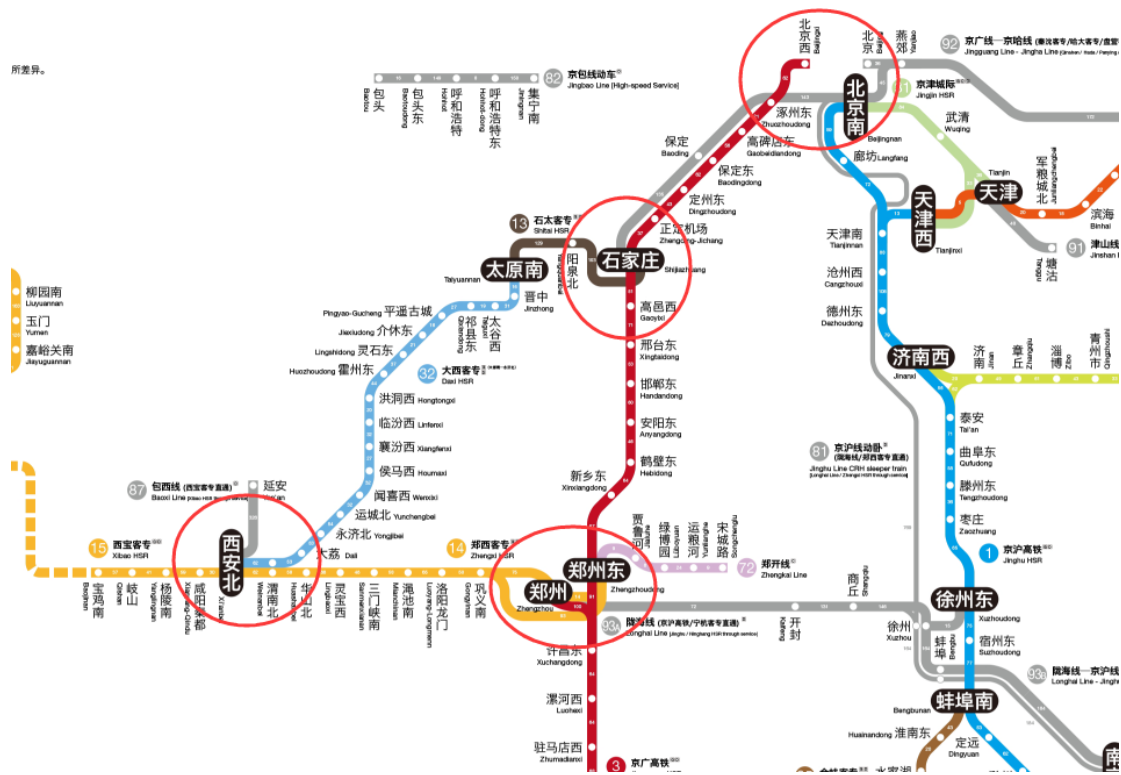


看上图，是不是只要将画圈的点表示出来，然后根据线网图将四纵四横进行描述。考虑 OD 点的流量，就是这些站点的 OD。

接着就是开行方案的数据结构表达，怎么表示开行方案。看图：

记列车开行方案为 Ω , 对于 $T \in \Omega$, 记 $s'(T)$ 和 $s''(T)$ 为列车 T 的起迄站, $S(T)$ 为列车 T 的停站集, $u(T)$ 为列车 T 的类别, $L(T, p, q)$ 为列车 T 从 $s(p)$ 至 $s(q)$ 的径路, 特别地记 $L(T)$ 为列车 T 的径路, $|T|$ 为列车 T 每日开行对数, $\|T\|$ 为 T 中每列的最大载客量。

点评：开行方案用什么表示呢？路网可以用“邻接矩阵”表示。这里面还牵涉到路径和每日开行对数的问题。我们还是通过图来说明问题：



北京到西安。方案集合，比如 T1（北京-石家庄-郑州-西安）、T2（北京-石家庄-西安）。路径的表示呢？L1（北京-石家庄-郑州-西安）和 L2（北京-石家庄-西安）。那开行的对数呢（论文后面好像没有提）？因此，我们再继续看一下，又有一个关键的概念出来

了，真的很关键。看图：

对于给定的开行方案 Ω 利用列车沿途停站构造中转网络 (S, A) ，其中 $A = \{ (p, q, u(T), L(T, p, q)) : s(p), s(q) \in S(T), T \in \Omega \}$ 。中转网络 (S, A) 中 $s(i)$ 至 $s(j)$ 的路 $P(i, j)$ 与 O-D 流 $f(i, j)$ 的中转方案一一对应。

将中转方案 $P(i, j)$ 的里程、旅行时间、中转风险、旅行疲劳恢复时间分别表示为 $|P(i, j)|$ 、 $\|P(i, j)\|$ 、 $X(P(i, j))$ 、 $H(P(i, j))$ ，则

根据以上图片，又多出了中转网络 (S, A) 的概念和中转方案 $(P(i, j))$ 的概念。问题来了：给定的开行方案，这么说一般都是先初始给定一些开行方案后，然后根据这个开行方案的站，可以构造出可以中转的网络。那中转方案又是什么呢？有点晕啊，不过中转网路的概念可以根据另外一篇文献可以略知一二，看图：

Goossens J-W, van Hoesel S, Kroon L. On solving multi-type railway line planning problems[J]. European Journal of Operational Research, 2006,168(2): 403-424.

先插说一下 European Journal of Operational Research，在二区（管理科学），top journal，不过是非核心的 sci 期刊，是扩展的 SCI 看图：

期刊名字	EUROPEAN JOURNAL OF OPERATIONAL RESEARCH												
期刊ISSN	EUR J OPER RES												
2015-2016最新影响因子	2.679												
期刊官方网站	http://www.elsevier.com/wps/find/journaldescription.cws_home/505543/description#description												
期刊投稿网址	http://ees.elsevier.com/ejor/												
是否OA开放访问	No												
通讯方式	ELSEVIER SCIENCE BV, PO BOX 211, AMSTERDAM, NETHERLANDS, 1000 AE												
涉及的研究方向	管理科学-运筹学与管理科学												
出版国家或地区	NETHERLANDS												
出版周期	Semimonthly												
出版年份	1977												
年文章数	670												
中科院SCI期刊分区 (2016最新版本)	<table><tr><th>大类学科</th><th></th><th>小类学科</th><th></th><th>Top期刊</th></tr><tr><td>管理科学</td><td>2区</td><td>OPERATIONS RESEARCH & MANAGEMENT SCIENCE 运筹学与管理科学</td><td>2区</td><td>Top期刊</td></tr></table>			大类学科		小类学科		Top期刊	管理科学	2区	OPERATIONS RESEARCH & MANAGEMENT SCIENCE 运筹学与管理科学	2区	Top期刊
大类学科		小类学科		Top期刊									
管理科学	2区	OPERATIONS RESEARCH & MANAGEMENT SCIENCE 运筹学与管理科学	2区	Top期刊									
SCI期刊coverage	Science Citation Index Expanded												
PubMed Central (PMC)链接	http://www.ncbi.nlm.nih.gov/nlmcatalog?term=0377-2217%5BISN%5D												
平均审稿速度(网友分享经验)	平均7.1个月的审稿周期												
平均录用比例(网友分享经验)	容易												

继续，说一下中转网络，看图：

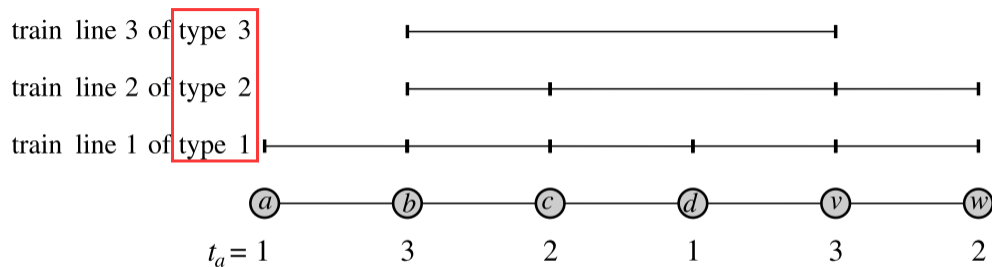


Fig. 3. The track graph G showing the types of the stations and several train lines.

可以看出，有 6 个站点，给定在这六个站点上面有三条 line 经过，意思是说有 3 个开行方案（应该是，因为起讫点不同）？那么根据这三个开行方案，可以构造如下网络图：

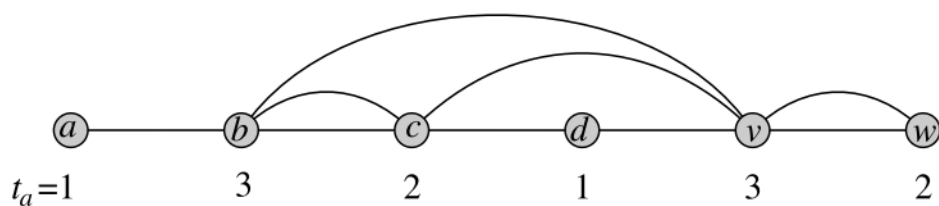


Fig. 4. The **type graph** based on the **track graph** from Fig. 3.

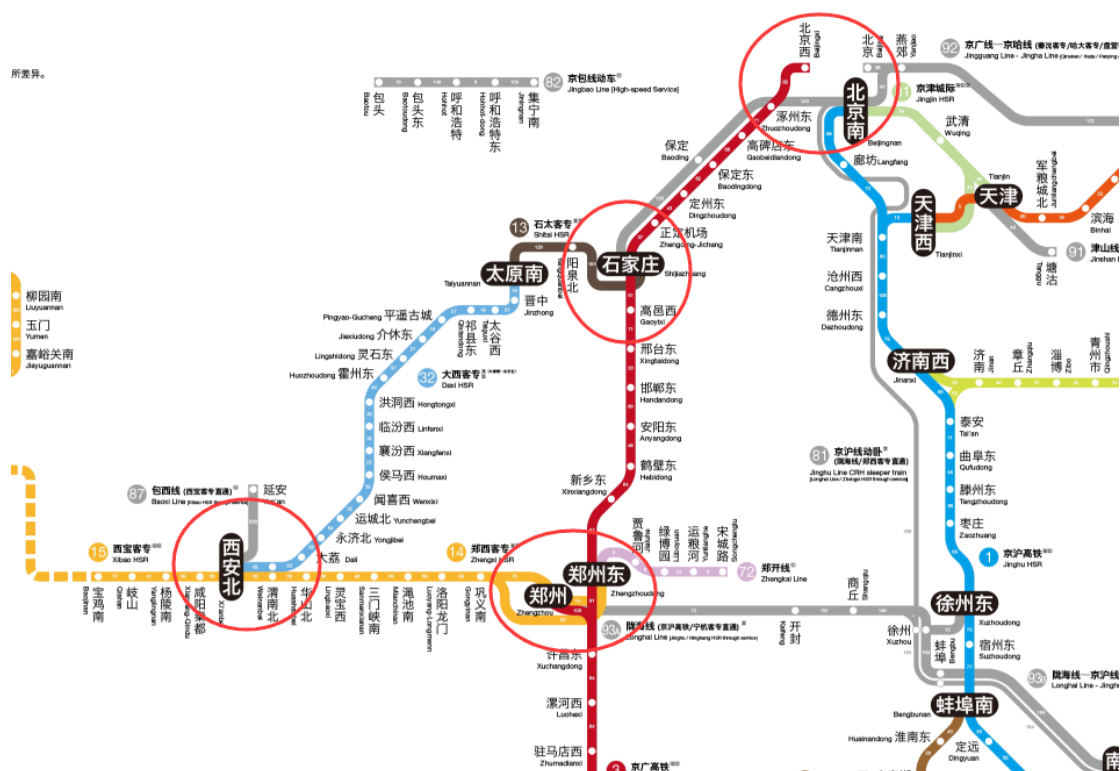
那么这个 **type graph** 就是中转网络？假设 **a** 点到 **w** 点有 200 个旅客需求，但是开行一趟列车 **type1** 只能装 100 个旅客，那么剩下的 100 人可能就要乘坐 **type2** 到达 **w** 点，那么这 100 个就要在 **b** 点进行中转。意思知道了，模型怎么构造，怎么确定剩下的 100 人是中转的？还有中转方案 **P** 怎么确定呢？

带着疑问，我们看看作者的思路，看图：

为了使旅客列车尽可能满员、旅客尽可能减少中转次数，主要**采用 3 个原则来确定开行方案**：首先，大城市、中心城市之间等大流量客流优先开车；其次，长距离客流优先开车；最后，剩余客流降低载客量下限标准开车。

对于大流量客流，分别对所有客流 $f(i, j)$ 用式这个好像是配流的思路，好像不是根据城市道路网的那种配流方法（**F-W** 那种方式是根据最短路径进行全由全无的配流，然后梯度下降的方式调整成最优解，这个最优解就是整个路网中各个 **OD** 对之间的路径阻抗相等；**方式是将 **OD** 对的流量分成 n 等分，每个等分进行全由全无的分配，然后得到整个路网的最优解）。那么，有开行方案路径前提下，怎么分配流量呢？按照路网的思

路来分配？看图：



北京到西安，有两个开行方案： T1（北京-石家庄-郑州-西安）、T2（北京-石家庄-西安）。我们知道：中国的动车组，一组为 8 节车厢（Carriage）或者是级联（2 组）。一组中，可以是 6+2，4+4，or 8+0 的方式。这么说，高铁网路上的动车组都是固定的方式编组的，因此定员是固定的有那么集中类型，我们先假定定员 100（真实的可以去调查一下），然后，北京（O）到西安（D），总共有 250 个人员的需求。T1 的时间为 4 个小时，T2 的时间为 3 个小时，都是跨线直通的，旅客不需要中转。根据路网配流的思路，旅客先要选择走 T1 还是 T2，但从时间考虑的话，肯定选择 T2，然后，T2 开一趟车，解决了 100 人的问题，这个时候，T2 路径的饱和度为 1（100%），剩下的 150 人怎么选择？因为 T2 走不通了（客满了，上座率为 1），所以选择 T1。走 T1 的时候，带走 100

人，好了，就剩下 50 人。我们回过头来，看一下，阻抗是怎么决定的？一个是时间，一个是上座率。所以，简单点就是这两个组合一下决定阻抗（以后细化）。继续，剩下的 50 个人怎么走，我们按照尽量让乘客有作为，那么这样的话，就要再开一趟车，那就是频率的问题了。开哪一趟车呢？T2，因为这边的阻抗小（时间），因此最后的方案是 T2 开两趟，T1 开一趟。那么问题来了，因为开了 2 次 T2，这 2 次 T2，是 2 个动车组开，还是 1 个动车组分两次开呢？如果是 2 个动车组，那么固定的成本会增加（这个以后考虑）。继续问题，既然只考虑北京和西安的流量问题，那为什么不直接开三趟 T2 的车次呢，一样可以满足流量？（不知道怎么回答，可能最佳答案就是 T2 的频率就是 3）。

我们继续论文作者的思路，看看论文作者是怎么分配流量的。看图：

对于大流量客流，分别对所有客流 $f(i, j)$ 用式（8）计算开行列车对数，并按式（9）修正剩余客流。

$$\max\{(Q-1)B+1, QJ\} \leq f(i, j) < \max\{QB+1, (Q+1)J\} \quad (8)$$

剩余流量为

$$\max\{0, f(i, j) - QB\} \quad (9)$$

这么说，250 的客流，先分配 2 个 T2，再剩下 50，那为什么不直接 3 个 T3，有成本的问题，应该还有约束的问题，看图：

客流满足能力约束

$$\sum_{\substack{e \in L \\ (p, q, u, L) \in P_k(i, j)}} f_k(i, j) \leq \sum_{\substack{e \in L \\ (p, q, u, L) \in A}} \sum_{T \in \Omega_u(T)=u} |T| \cdot \|T\|$$

$$u = 1, 2, 3, e \in E \quad (5)$$

车站始发列车满足能力约束

$$|\{ |T| : s'(T) = s(i) \}| \leq N(i)$$

$$i = 1, 2, \dots, n \quad (6)$$

上述目标函数式(3)、式(4)和约束条件式(5)、式(6)以及相关表达式构成旅客列车开行方案的优化模型。

主要关心的是车站始发列车的能力问题， $N(i)$ 是什么东西，是不是一开始也要设定好的，是固定的吧。看图：

设铁路客运网络 (S, E) 具有 n 个车站、 m 条路段，其中， $S = \{s(1), s(2), \dots, s(n)\}$ 表示车站集， $E = \{e(1), e(2), \dots, e(m)\}$ 表示路段集， $v(e) = 1, 2$ 分别表示路段 e 为客运专线或普速线， $N(i)$ 为车站 $s(i)$ 的始发列车能力， $D = \{d(e) : e \in E\}$ 表示路段里程。 $F = \{f(i, j) : s(i), s(j) \in S\}$ 表示铁路网络中的 O-D 流量。

这个始发能力可以用数组表示。

总结一下：这篇论文研究的是高铁的路网，但是路网结构和 OD 不是很清晰；目标函数比较清晰，包括两个大的方面（企业和旅

客)，里面包含了自定义的小方面，并且直接将多目标变成了但目标进行求解；求解思路方面，是先固定好了开行方案（OD 点和停靠站），然后根据这些方案和 OD 流量进行配流，根据某准则进行配流（应该不是到路网的配流方式），求出开车频率，但是好像是固定了开行方案的，直接求频率的，看上去相对简单，或者作者并没有解释的很清楚。

4、再看[客运专线旅客列车开行方案优化系统设计（2006）](#)，这篇论文继续之前的内容，只是做了一个系统设计（从博士论文看，应该是做了个系统的），将之前的理论系统化了。看看算法的思路，看图：

近年来，研究小组依托铁路高速客运专线可行性研究，“生成方案——网络配流——方案评价——方案调整——循环迭代”的旅客列车开行方案优化框架已经形成。

从这种思路看，都是先确定开行方案，然后根据开行方案将流量配送到线路上，然后进行评价，看是不是最优，不是的话，就进行调整方案。那我们具体化一下：根据路网结构，可以先生成随机的一套方案（多少个方案呢？每个方案包括的内容是什么？），然后根据配流方法进行配流，达到满足所有的流量，然后评价目标函数是不是最优（最小），不是的话，根据准则，将当前解跳到另外一个解，然后再进行刚才的步骤。

问题包括几个方面：初始化生成的方案内容；配流方法的具体化。我们再细看这篇论文，看图：

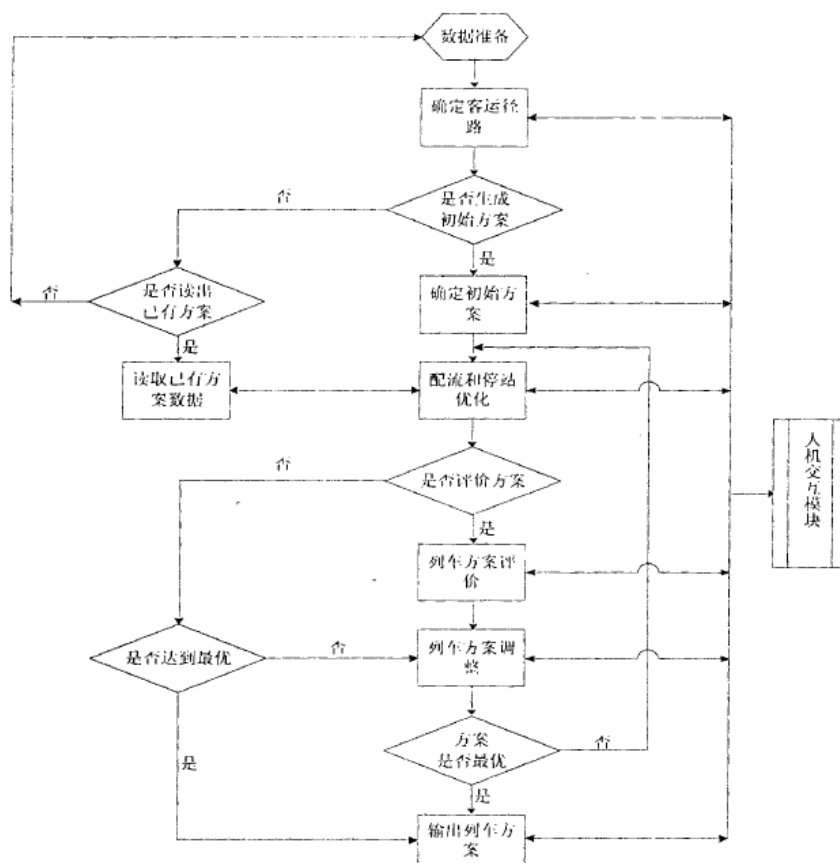


图 1 开行方案优化流程图

作者是给出了一个流程图的，结合之前论文给出的概念，看图：

给定铁路旅客运输网络 $N = (S, E)$, 其中 $S = \{1, 2, \dots, n\}$ 为车站集, E 为路段集, 路段 $e \in E$ 的里程为 $d(e)$. 可开行 l 种类别的旅客列车, 其中类别 u 的列车在路段 e 上的旅行速度为 $V(u, e)$. 旅客列车开行方案包括列车的路线方案和装备方案. 其中列车 T 的路线方案由其停靠站序列 Q 表示; 列车装备由列车类别 u 列车编组辆数 b 和开行频率 q (日开行对数) 来表示. 因此可记列车开行方案为 $K = \{T = (Q, u, b, q)\}$. 考虑运输资源的限制, 限制类别 u 的车辆小时总数不超过 $N(u)$, 类别 u 的列车编组辆数上下限分别为 \bar{b} 和 \bar{b} , 列车整备能力为 $L(i)$. 旅客列车的开行费用

开行方案用四个方面表示，难道一开始生成的方案，这四个部分都要表示出来？其中列车类别和列车编组数，有点怀疑，因为这

些中国高铁路网中应该都是相对比较固定的几种动车组，不会太大的变化。也就是说， u 和 b 应该是一个集合，比如就我了解 CRH 就只有 8 种方式，编组方式也就是 4 种而已。开行频率应该也是一个 0-10 之间的数字而已。因此从组合数学的角度来说，真正变化比较大的应该是停靠站的问题，如果简化成路径的问题，路径应该也就是几条而已，也不会太多，因此，如果先不考虑停靠站的话，看上去也不会太复杂。但是，真的很复杂。

5、看邓连波的第三篇论文[旅客列车开行方案的双层规划模型和算法（2007）](#)。这篇论文比较详细的介绍了怎么求解。看图：

在选择路径出行的过程中，出行者总是希望沿最短路出行。注意到在求解确定性用户均衡分配问题的凸组合迭代算法中，每一次迭代都将流量安排在最短路上，在最终结果上，这些迭代过程中用到的很多最短路径上都得到了非零流量。因而，利用求解确定性[用户均衡状态](#)的过程，把每次迭代过程中得到的最短路径存贮起来，相同的路径只保留一条，同时剔除零流路径，这就是[基于路经的 GP 配流算法](#)（path-based gradient projection algritm, GP）^[18]。本文以 GP 算法为基础，将停站设置和客流分配结合起来，通过客流分配和停站优化的不断交互，优化确定停站序列 Q_T 。这种客流分配和停站优化相结合的算法如下。

第 1 步：初始化停站，对 $T \in \Omega$ $i \in P_T$ 且 $D(i) \geq D_T$ ，设置 i 的停站时间 $\phi(\xi_T(i)) = 0$ ，确定停站时间罚值 $\theta = 1$ 。

第 2 步：[根据 GP 算法分配客流](#)。

第 3 步：根据客流分配情况，确定列车 T 在 $i \in P_T$ 上下车的客流数量 $\xi_T(i)$ 。