

如何利用 EXCEL 求解线性规划问题及其灵敏度分析

孙爱萍 王瑞梅

(江西理工大学 经济管理学院 赣州 341000)

摘 要 线性规划是运筹学的重要组成部分,在工业、军事、经济计划等领域有着广泛的应用,但其手工求解方法的计算步骤繁琐、复杂。本文以实际生产计划问题为例详细介绍了 Excel 软件中的“规划求解”功能辅助求解线性规划模型的具体步骤,并对其进行了灵敏度分析。

关键词 线性规划 Excel 规划求解 灵敏度分析

中图分类号 O211.1

文献标识码 A

文章编号 091105-5215

Solution of Linear Programming Problem and Sensitivity Analysis by Excel

Sun Aiping Wang Ruimei

(Faculty of Economics and Management,

Jiangxi University of Science and Technology Ganzhou 341000)

Abstract Linear programming is an important part of Operation Research with extensive application in industry, military affairs and economic plans etc. However, its manual calculating processes are complicated, This paper taking the case of an actual production planing problem, introduce concrete steps on how to solve the linear programming model by the tool of programming solution by Excel, and also analysis on sensitivity.

Keywords Linear programming Excel Programming solution Sensitivity analysis

一、引言

对于整个运筹学来说,线性规划(Linear Programming)是形成最早、最成熟的一个分支,是优化理论最基础的部分,也是运筹学最核心的内容之一。它是应用分析、量化的方法,在一定的约束条件下,对管理系统中的有限资源进行统筹规划,为决策者提供最优方案,以便产生最大的经济和社会效益。因此,将线性规划方法用于企业的产、销、研等过程成为了现代科学管理的重要手段之一。

1947 年丹捷格(G.B.Dantzig)提出的单纯形方法是求解一般线性规划问题的通用方法,对于不太复杂的问题用这种方法手工求解还是可行的,但对于较大型的规划问题手工求解就变得十分困难,计算量大且容易出错,因此运用计算机相关软件求解线性规划问题便成为首选的方式。目前,已有多种软件可提供线性规划问题的计算机求解,如 WinQSB、SPSS、Lindo、Matlab、Excel 等,通过操作这些软件可以便捷地利用单纯形法求解线性规划问题。相比之下,微软 Office 办公软件 Excel 中内含的“规划求解”功能操作较为简便,且应用广泛。从实用和方便的角度出发,本文主要介绍如何利用 Excel 内含的“规划求解”功能求解线性规划问题及其灵敏度分析。^[1]

Excel 中的线性规划求解功能并不作为命令直接显示在菜

单中,因此,使用前需首先加载该模块。具体操作过程为:在 Excel 的菜单栏中选择“工具/加载宏”,然后在弹出的对话框中选择“规划求解”,并用鼠标左键单击“确定”。加载成功后,在菜单栏中选择“工具/规划求解”,便会弹出“规划求解参数”对话框。在开始求解之前,需先在对话框中设置好各种参数,包括目标单元格、问题类型(求最大值还是最小值)、可变单元格以及约束条件等。如果是首次加载“规划求解”工具,系统会提示插入 Microsoft Office(相应版本)安装系统的光盘。^[2]

资源 \ 产品	甲	乙	生产能力
设备A/h	2	2	12
设备B/h	4	0	16
设备C/h	0	5	15
单件利润/元	2	3	

表 1 A 工厂的实际情况

二、具体实例及其数学模型

“规划求解”可以解决数学、财务、金融、经济、统计等诸多实际问题,在此我们只举一个简单的应用实例,说明其具体的操作方法。

例如, A 工厂生产甲、乙两种产品,这两种产品都要分别在 A、B、C 设备上加工。按工艺要求,产品甲、乙在设备 A、B、C 上所需的加工台时如表 1 所示。已知设备 A、B、C 计划期内用于生产这两种产品的能力分别为 12h、16h、15h,又知该厂每生产一件产品甲、乙可分别获得利润 2 元、3 元。问该企业应安排生产两种产品各多少件,使总的利润收入为最大?

此例的问题用数学语言描述为:假设 x_1 、 x_2 分别表示在计划期内产品甲、乙的产量,该问题的线性规划模型如下:

$$\begin{aligned} \max z &= 2x_1 + 3x_2 \\ \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 \leq 12 \\ 4x_1 \leq 16 \\ 5x_2 \leq 15 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

三、建立线性规划问题的电子表格模型

把已经建立的线性规划模型转化为 Excel 电子表格文件形式具有一定的随意性,其表现形式可以多种多样,但应保持模型表现形式上的组织性、逻辑性、直观性、易操作性。为此,通常把模型放在电子表格中分成四个部分:基础数据、决策变量、目标方程、约束条件,如图 1 所示。其中决策变量为占位格,计算结果会显示其中;目标方程和各个约束条件的左端项位置输入相应的公式,约束条件中的“符号”部分只是一个说明符号,不参与运算。

此外,本例中将用到 SUMPRODUCT 函数,该函数的功能是在给定的几组数组中,将数组间对应的元素相乘,并返回乘积之和,具体解释可参见 Microsoft Excel 自带的“帮助”功能。

在 EXCEL 表格中,建立线性规划模型可以通过以下步骤完成:

(1) 首先将题目中所给数据输入工作表中,包括基础数据、约束条件等已知信息,如图 1 所示,其中单元格 B8、C8 是可变单元格,不需要输入任何数据或公式,最后的计算结果将显示其中。

	A	B	C	D	E	F
1						
2		产品甲	产品乙	生产能力		
3	设备A	2	2	12		
4	设备B	4	0	16		
5	设备C	0	5	15		
6	单件利润	2	3			
7		x_1	x_2			
8	产品产量					
9						
10	总利润					
11						
12	客观条件	实际消耗	符号	生产能力		
13	设备A		\leq	12		
14	设备B		\leq	16		
15	设备C		\leq	15		
16						
17						

图 1 A 工厂问题的电子表格模型

(2) 将目标方程和约束条件的对应公式输入各单元格中,回车后以下四个单元格均显示数字“0”。

B10=SUMPRODUCT(B8:C8,B6:C6)

B13=SUMPRODUCT(B8:C8,B3:C3)

B14=SUMPRODUCT(B8:C8,B4:C4)

B15=SUMPRODUCT(B8:C8,B5:C5)

四、线性规划问题的电子表格模型的求解

线性规划问题的电子表格模型建好后,即可利用“规划求解”功能进行求解。针对图 1 的电子表格模型,在工具菜单中选择“规划求解”命令,弹出“规划求解参数”窗口,如图 2 所示。在该对话框中,目标单元格选择 B10,问题类型选择“最大值”,可变单元格选择 B8:C8,点击“添加”按钮,弹出“添加约束”对话框,如图 3 所示。

根据所建模型,共有三个约束条件,针对约束一 $2x_1+2x_2 \leq 12$,左端“单元格引用位置”应选择输入 B13,右端输入 D13,符号类型选择“ \leq ”。继续添加约束二、三,点击“添加”,分别选择: B14<=D14, B15<=D15,完成后选择“确定”,回到“规划求解参



图 2 规划求解参数对话框



图 3 约束对话框



图 4 设置好所有参数的情形

数”对话框,出现如图 4 所示的界面。(小窍门:相同约束符号且集中放置的约束可以一次输入多个,如本例中单元格引用位置处可直接在 Excel 表中用鼠标选择 B13:B15,约束值处选择 D13:D15,中间选择“<=”即可。)

在图 4 中,右侧有一个“选项”按钮,利用它可以在求解之前对求解过程做一些特定的设置。本例中的线性规划模型对 x_1 和 x_2 有非负约束的要求,点击“选项”按钮,弹出“规划求解选项”对话框,该对话框中是关于求解问题的一些更细致的选项,其中最重要的是“采用线性模型”和“假定非负”,确定选择这两项如图 5 所示,这就告诉 Excel 求解的是一个线性规划问题,并且为非负约束,这样它将拒绝可变单元格产生负值。其他选项对于小型计算通常是比较合适的,所以无需进行修改。点击“确定”回到“规划求解参数”对话框。



图 5 规划求解选项对话框

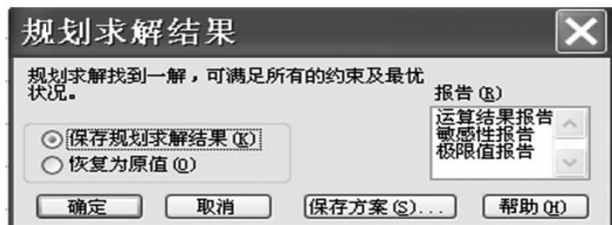


图 6 规划求解结果对话框

点击图 4 右上侧的“求解”按钮,计算机后台便开始对问题进行求解,对于小型问题整个求解过程只需几秒钟,求解结束后出现“规划求解结果”对话框,如图 6 所示,找到一个最优解,选定“保存规划求解结果”,点击“确定”,则在 Excel 表的既定位置会出现求解的结果,如图 7 所示。若模型没有最优解,对话框将显示“规划求解找不到有用的解”或者“‘设置目标单元格’的值未收敛”。

由图 7 可看出, A 工厂应生产甲、乙各 3 件,可获得利润最大,且总收入为 15 元。

五、利用 Excel 进行线性规划的灵敏度分析

在讨论线性规划问题时,建立线性规划模型所需的数据都是已知的,这些数据被称为模型的参数。实际中获取这些模型参数并不简单,需要经验和实践,需要付出时间和精力,但有时即

	A	B	C	D	E
1					
2		产品甲	产品乙	生产能力	
3	设备A	2	2	12	
4	设备B	4	0	16	
5	设备C	0	5	15	
6	单件利润	2	3		
7		x_1	x_2		
8	产品产量	3	3		决策变量取值
9					
10	总利润	15			目标方程取值
11					
12	客观条件	实际消耗	符号	生产能力	
13	设备A	12	≤	12	
14	设备B	12	≤	16	
15	设备C	15	≤	15	
16					约束条件左端项取值
17					

图 7 本例的最终求解结果

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Microsoft Excel 11.0										
2	工作表: [Excel 上机操作(实验).xls] 例1-1										
3	报告的建立: 2009-10-4 17:03:06										
4											
5	可变单元格										
6		终值	递减	目标式	允许的	允许的					
7	单元格	名字	值	成本	系数	增量	减量				
8	\$B\$8	产品产量 x_1	3	0	2	1	2				$-2 \leq \Delta C_1 \leq 1$
9	\$C\$8	产品产量 x_2	3	0	3	$1E+30$	1				$-1 \leq \Delta C_2 \leq +\infty$
10											
11	约束										
12		终值	阴影	约束	允许的	允许的					
13	单元格	名字	价格	限制值	增量	减量					
14	\$B\$13	设备A 实际消耗	12	1	12	2	6				$-6 \leq \Delta b_1 \leq 2$
15	\$B\$14	设备B 实际消耗	12	0	16	$1E+30$	4				$-4 \leq \Delta b_2 \leq +\infty$
16	\$B\$15	设备C 实际消耗	15	0.2	15	15	5				$-5 \leq \Delta b_3 \leq 15$
17											
18											

图 8 本例的敏感性报告及其相关参数说明

使付出时间和精力,也只能得到模型参数粗略的估计或预测值。因此,管理者需要了解当模型参数值发生变化时最优决策方案是否会发生变化,这就是灵敏度分析问题。

图 6 的“规划求解结果”对话框除了告知得到问题的一个最优解之外,还有一个报告框,其中有一项为敏感性报告,用于报告灵敏度分析的结果,选中此项并点击“确定”按钮就会出现敏感性报告,如图 8 所示。该报告由可变单元格和约束两部分组成,分别对应于目标函数 C_i 和资源限量 b_j 变化的分析。

可变单元格部分共提供五栏数据,“终值”栏表明了问题的最优解,第二栏给出了降低了的成本。“目标式系数”栏表示 C_i 的现值,后面两栏指的是 C_i 在保持最优解不变的前提下,允许增加或减少的量。其中“ $1E+30$ ”是 1×10^{30} 的科学计数法,表示无穷大,这是因计算机的精度限制而产生的。本例中, ΔC_1 的变化范围为 $-2 \leq \Delta C_1 \leq 1$,则 $-2+2 \leq C_1 \leq 1+2$,即产品甲的单件利润 C_1 的取值范围为 $[0, 3]$ 。同理可得到产品乙的单件利润 C_2 的取值范围为 $[2, +\infty]$ 。

同样,约束部分亦提供了五栏数据,“终值”栏指的是当前方案下使用的资源数量,第三栏是现有的资源量,最后两栏指的是

(下转第 51 页)


```
End If
Next j
Next i
Range("b3").Select
Application.ScreenUpdating = True
End Sub
```

注:单引号后的文字为代码注释,可以不输入。

代码说明:以上代码是通过循环查找两工作表中的序号,如果两序号相同,就把工资发放表中此序号的工资明细复制到统计表中,实现高级筛选。如果不相符的,则不复制。

三、创建按钮,实现筛选

1、源代码编辑无误后保存并退出,然后选择[视图]→[工具栏]→[窗体]命令,出现[窗体]控件,选择[窗体]→[按钮]命令,移开鼠标,光标变成小十字形,然后将小十字形移到适当位置,按下左键拖动鼠标,直到出现的方框大小合适后,释放鼠标左键,形成一个按钮,点击按钮输入“筛选”文字,然后在此按钮上单击右键,选择[指定宏]命令,弹出“宏”对话框,选定宏“CZTJ”,单击对话框右上方的[确定]按钮。

2、以后筛选人员工资明细时,只要在“统计表”的序号列中输入要统计的序号,并按“筛选”按钮,即可筛选出人员的工资明细,完成后的结果如图 2 所示。

四、一点体会

EXCEL 电子表格功能相当强大,上面的一个高级筛选功能只用了短短的几句语句,筛选起来方便灵活,成倍提高了工作效率和工作质量;另外,此宏只要稍加修改即可应用到其它的统计工作中,有兴趣的朋友不妨一试。

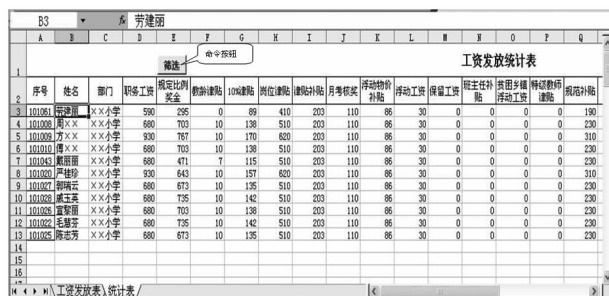


图 2

参考文献

[1] 伍云辉. 完全手册 EXCEL VBA 办公应用开发详解[M]. 北京: 电子工业出版社, 2008.

作者简介

许国(1970~) 诸暨市教育局核算中心统管会计、中国管理科学研究院学术委员会特约研究员。浙江省诸暨市人。中共党员。2000 年 2 月被评为绍兴市级教育系统先进财会工作者,本科学历,会计师职称。

在诸暨市教育局核算中心任统管会计,兼任系统管理员。业余时间开发了《XG 人事工资管理系统 V1.0》,在全市推广使用,取得了较好的效果,近 40 篇论文在国家级、省级刊物上发表。

斯泉均(1970~) 男 诸暨市会计核算中心会计。浙江省诸暨市人,中共党员,本科学历,会计师职称。

在诸暨市会计核算中心任统管会计,兼任系统管理员。在计算机方面有一定的造诣,在国家级、省级刊物上发表多篇文章。

(上接第 46 页)

在保证最优基不变的前提下, b_j 允许增加或减少的量。本例中由所得数据可快速求出 b_j 的变化范围 $6 \leq b_1 \leq 14, b_2 \geq 12, 10 \leq b_3 \leq 30$ 。

此敏感性报告中还有一个很重要的信息——第二栏的阴影价格,通常称为影子价格。影子价格是线性规划模型中某个约束的右端常数项增加(或减少)一个单位而导致的目标函数值的增量(或减量)。影子价格的大小客观地反映了资源在系统内的稀缺程度,影子价格越高,这种资源越稀缺,而影子价格为零的约束资源为富余资源。^[1]图 8 的敏感性报告中,第三个约束设备 C 的影子价格是 0.2,说明设备 C 每增加 1 个台时目标函数值会增加 0.2 个单位。影子价格同时也是一种机会成本,对资源的购买决策具有重要的参考价值,当资源的实际市场价格低于影子价格时,可以适当购进该种资源以增加收益,当该资源的市场价格高于影子价格时,可以适当售出资源。企业可以根据影子价格对有限的资源进行合理的配置,自主节约使用某些稀缺资源,使有限资源发挥更大的经济效益。

六、结语

通过上述步骤可看出,利用 Excel 进行线性规划模型的求

解简便、快捷,表中数值可根据用户要求自行设置,除了在合理安排产品的生产决策可使用外,对于研究如何合理使用企业各项经济资源,以及研究如何统筹安排,对人、财、物等现有资源进行优化组合、实现最大效能等均可参照使用,能有效地提高组织决策的速度及准确性,而 Excel 办公软件的普遍性优点使之更适合于促进科学决策的信息化水平。^[3]

参考文献

[1] 孔造杰. 运筹学[M]. 机械工业出版社, 2007.6.
[2] 王文平. 运筹学[M]. 科学出版社, 2007.2.
[3] 张纯义. Excel 用于生产决策的线性规划法[J]. 会计之友, 2005.10.

作者简介

孙爱萍(1981~) 女 汉族 山东海阳人,讲师,研究方向:电子商务,经济管理优化。

王瑞梅(1981~) 男 汉族 湖南株洲人,讲师,研究方向:管理过程优化,人力资源管理。