

整理思路：

1、为什么 matlab 中已经有了相关的函数可以解决最优化的一些问题，我们还要自己去编程求解最优值呢？

答：因为 matlab 中的函数只能求解凸规划的最优解，不能求解任意函数的最优解。那什么是凸规划呢？看图说话：

如果问题（MP）的约束集X是凸集，目标函数f是X上的凸函数，则（MP）叫做是非线性规划，简称凸规划。

在可行域为凸集的条件下，求凸函数极小值或凹函数极大值的非线性规划称为凸规划。举个简单例子，如果C为凸集，f(x)为凸集C上的凸函数，那么

$\min f(x)$ （或者 $\max -f(x)$ ）

s.t. x属于C

则为一个凸优化。

凸规划在非线性规划理论研究中具有重要意义。 [1]

由于线性规划既是凹函数又是凸函数，因此线性规划属于凸规划。

对于非线性的凸规划，可以通过库恩—塔克条件进行求解，这时候，库恩-塔克是凸规划最优解的充分必要条件。

看上面的信息量，好大啊。关键的几点：首先，可行域是凸集；第二，目标函数是凸函数。针对这类的非线性规划，matlab 可以很好搞定。那么现行规划呢，它比较特殊，凹凸都具备，所以属于这类里面。到时候，弄一个例子来说一下怎么用 matlab 来求解。

2、全局最优和局部最优相关的一些问题。

答：当一个问题能用函数来表达的话，说明相对简单吧（随便画一些曲线，可能都找不到函数式表示）。但是如果函数用 matlab 来图形化的时候(变量最多是三维的)，有的时候，你可以发现图形非常复杂的。简单一点的图形(单调增减的时候)，可以用传统

的非线性方法直接得到全局最优解，但是不是简单的图形，那么久不能用传统的方法直接得到全局最优解，只能得到局部最优解。为什么这么说呢，因为看图：

凸规划的性质：

1.若给定一点 x^0 ，则集合 $R = \left\{ x \mid f(x) \leq f(x_0) \right\}$ 为凸集。

2.可行域 $R = \left\{ x \mid g_j(x) \leq 0 \quad j=1,2,\dots,m \right\}$ 为凸集

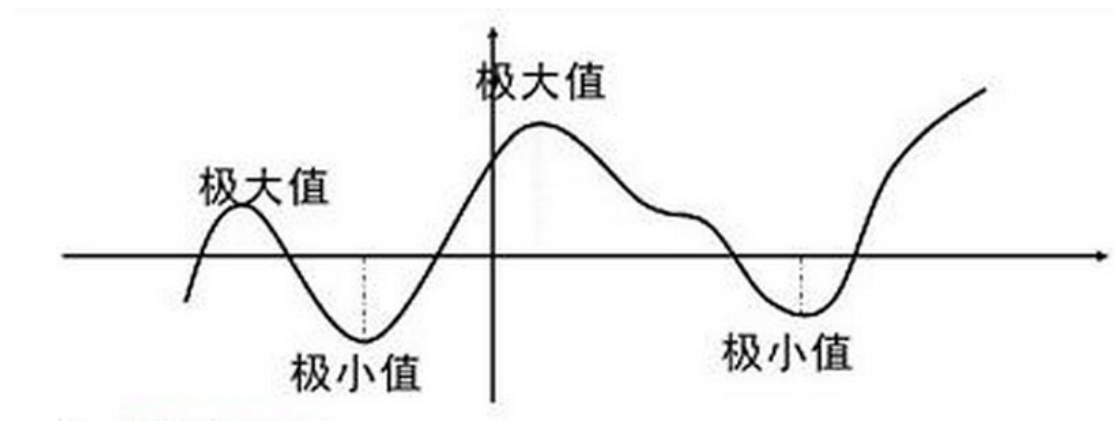
3.凸规划的任何局部最优解就是全局最优解

从上面可以知道，如果是凸规划的话，求得一个极值，那么它就是最优解，可以用传统的方法（梯度下降法）得到，如果不是那么全局最优解就只能用启发式方法（一些随机搜索的方式）得到。因此，传统的方法和启发式方法都要能够掌握。希望以后，能用一个超级简单的例子说明。

3、凸函数的概念。

答：在看相关书籍的时候，可以发现关于优化的问题，会提到这个凸函数的概念。想了一下，应该是只有凸函数才好用传统的方式进行优化，比如什么牛顿法（只记住了这个牛人）。再整理一下，如果凸函数是没有约束的话，那么应该可以直接用传统的方式求得最优解；如果不是凸函数的没有约束的，那么用传统的方

法求解，很可能得到局部最优解。那至于什么是凸函数呢，应该
有比较严格的定义吧，简单点，看一下图，如下图。



一下子也说不清了，先搁在这里。因为还有好多概念，什么正定
二次函数啊，都快要疯掉了。现在佩服学习数学的人，脑袋里不
知道装了什么东西。

4、K-T 条件。

答：

5、Hesse 矩阵干嘛用的呢？

答：黑塞矩阵（**Hessian Matrix**），又译作海森矩阵、海瑟矩阵、海
塞矩阵等，是一个多元函数的二阶偏导数构成的方阵，描述了函
数的局部曲率。黑塞矩阵最早于 19 世纪由德国数学家 **Ludwig
Otto Hesse** 提出，并以其名字命名。黑塞矩阵常用于牛顿法解决
优化问题。怎么解决，我也不知道。具体的再看看数学符号是怎
么回事：

对于一个实值多元函数 $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ，如果函数 f 的二阶偏导数都存在，则定义 f 的黑塞矩阵为

$$H(f)_{i,j}(\vec{x}) = D_i D_j f(\vec{x})$$

其中 D_i 表示对第 i 个变量的微分算子， $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ 。那么， f 的黑塞矩阵即

$$H(f) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2} \end{bmatrix}$$

我承认我看不懂啊。但是有的地方真的需要这个东西，真不知道是什么鬼。

6、主要是因为在看邓连波论文的时候，提到了“拉格朗日乘子”，不得不再次看一下最优化问题。然后，看到有人总结：

<http://blog.csdn.net/xianlingmao/article/details/7919597>

通常我们要求解的最优化问题有如下几类：

(i) 无约束优化问题，可以写为：

$$\min f(x);$$

(ii) 有等式约束的优化问题，可以写为：

$$\min f(x),$$

$$\text{s.t. } h_i(x) = 0; i = 1, \dots, n$$

(iii) 有不等式约束的优化问题，可以写为：

$$\min f(x),$$

$$\text{s.t. } g_i(x) \leq 0; i = 1, \dots, n$$

$$h_j(x) = 0; j = 1, \dots, m$$

我觉的总结的很好，分无约束和有约束（等式和不等式）。简洁明了，当然还要细化。怎么细化，通过最简单的例子细化吧，寻找中。。。。。。

无约束的最优值怎么求，简单点，就是求导，然后发现为 0 的点，当然可能不是最优值，但是是局部的最优值。如果是凸函数的画，那必须是最优值；等式约束的最优值，就是用拉格朗日乘子；不等式约束的最优值，就用 KKT。

7、最近又在整理最优化，没有办法，一个是课程，一个是论文，都要用到。其实如果花点时间攻克一下，应该可以搞定的。无奈事情太多了（都是自己找的借口），没能好好整理，只能零散的做个记录。

8、首先看到的是别人博客的原创，还不错，思路整理的很好，是个系列的。

<http://blog.csdn.net/ice110956/article/details/17581265>

我就在想，最优化是怎么去理清楚思路呢？在我们求解的时候，一般用到那种情况呢？大部分我们求解问题的时候，用的是在某些约束的情况下，求解问题的最小（最大）化。因此，我们真正求解的时候，大部分是有一个目标函数，然后带着一堆约束。看图：

一般数学模型：

$$\begin{aligned} \min f(x), \\ \text{s.t. } h_i(x) = 0; \\ g_j(x) \geq 0 \end{aligned}$$

其中的 x 为 n 维向量，为实际运用中的解。

s.t.为英文subject to的缩写，表示受限于。

$f(x)$ 称为目标函数，如上式，我们要求 $f(x)$ 的最小值。

$h(x)$ 为等式约束； $g(x)$ 为不等式约束。

那么，问题来了，我们怎么求解这种模型的问题。还有，如果问题简化了，是不是有其他更好的方法求解。比如没有约束，或者约束是 $=$ ，或者约束只是不等号。如果出现了这些情况的模型，怎么求解。还有，如果 $f(x)$ 是比较简单的函数（比如，凸函数），是不是又有其他简洁的方式求解。因此，这次来理一理这些问题，一一对应，当然，怎么具体的求解，那是后话。

9、首先，如果求一个优化问题是无约束的话，可以分成两种：线性的和非线性的。线性的就不用求解了吧，都是直线了，还求解？如果是非线性的，那就有讲解了，看问题的情况求解

了。应该说看问题的数学模型，或者说函数的复杂度情况求解了。如果函数是凸函数的话，可以用“解析法”，通过求导的方式，直接得到最优解，可是全局的最优解；如果函数不是凸函数的话，通过“解析法”得到的解，肯定只是局部最优解，应该可以验证是不是最优解。注：因为问题的复杂性，因此很难碰到简单的非线性的模型吧。而且，大部分的实际问题都是有约束的，因此研究这种无约束的，应该没有多大意义吧。错，因为这个是最基础的，在研究有约束的优化模型中，求解的方法一般会用到这种无约束的方法，或者可以通过变化，可以把一些特殊的有约束的问题，变成无约束的问题来求解。因此，研究也就变得有意义了。

好了，研究意义说完了，就看怎么求解了。

10、接着，如果优化问题是有约束的，那情况就复杂多了，要考虑约束啊，因此根据模型的情况，有不同的求解方法。

11、以上考虑的都是实数集合的最优化模型，意思是求解的时候，解都是实数。但是，在求解的时候，大部分要求解的是整数的解，或者说是整数最优化，整数规划，组合优化等等。那么怎么办呢？NP-Hard 问题，怎么办，凉拌。用启发式算法得到一个近似解，或者传统的分支定界和割平面法求解吧。