1、F-W 算法，比较困惑。因为没有系统的学过优化算法，只能看到哪里学到哪里，比较适合自己。从哪里引起的呢？路网的配流，里面提到了 F-W 算法，用来解决已知路网结构和 OD 条件下，OD 流量怎么分配到路网上的。按照某种方式去分配，其中有一个就是 UE 平衡条件下的分配，在这种情况下，每个路段的阻抗积分相加会最小。记住，这个是目标函数，就是说，目标函数是最小的，而且是对流量的阻抗积分的累加最小。阻抗是流量的函数，简单说是一个 Flow/capacity 的平方函数或者四次方函数，那么目标函数就是一个非线性的函数。问题就变成了求解一个非线性规划的问题，而且约束是线性的。

2、问题描述清楚了，模型也知道了是求带线性约束的非线性优化问题。理论上，求解的方法应该有好多种了，现在冒出了一个 F-W 的算法，有什么特殊之处，看图说明：

Frank-Wolfe算法是一种可行方向法，在每次迭代内，搜索方向总是指向某个极点，并且当迭代点接近最优解时，搜索方向与目标函数的梯度趋于正交，因此算法收敛速度比较慢.但该方法把求解非线性最优化问题转化为为求解一系列线性规划问题，而且各线性规划具有相同的约束条件，因而该方法在实际应用中仍然是一种有用的算法.

如上图所示，这个方法可以将非线性最优化转变成线性优化。我去，转不过弯来，因为数学没有学习好啊。复习一下数学的知识吧。

带线性约束的非线性规划问题

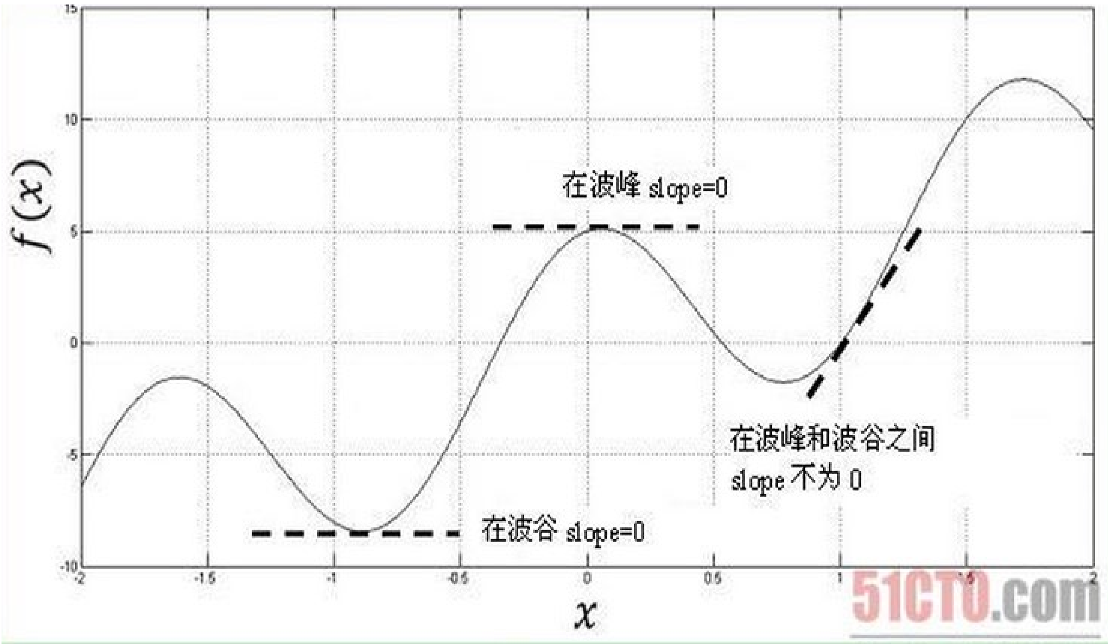
$$\min f(x)$$

$$s.t.\quad \boldsymbol{Ax} \le \boldsymbol{b}$$

$$\boldsymbol{Ex} = \boldsymbol{e}$$

上面是模型的抽象表示

5、数学的优化问题。优化分两种，线性优化和非线性优化。先非线性优化，如果目标函数是非线性的，没有约束的，那么这种非线性优化，有一种求解方法。通过一维的非线性优化可以得知相关的一些方法和概念。我觉的就是求导，看图说明：



非线性优化中，如果不是凸函数（预留一下：怎么判断一个函数是凸函数呢？）和没有约束，那么就没有最小值（最大值）[或者说全局最优值]，那么只有局部最优值。就算没有全局最优值，那么局部的最优值，怎么求解呢？那就是求导，导数等于零（0），然后就可以得到局部最优值。再看几个例子，巩固一下：

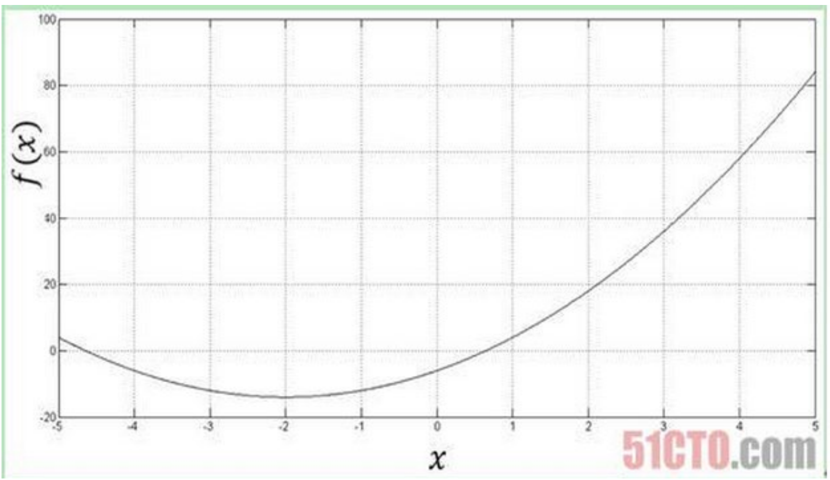
例如，下面是一个抛物线函数，我们要求它的最小值：

$$\boxed{\text{最小值} = 2x^2 + 8x - 6}$$

利用微积分的原理，对上述函数求导数，就可以得到该曲线的斜率。因此它的斜率方程是：

$$\boxed{\text{斜率} = \frac{dy}{dx} = 4x + 8}$$

令斜率等于0，得到x=-2。这个结果表明，当x=-2时，这个抛物线函数取最大值或最小值。



上图的例子，好像说明抛物函数可以求得全局最优值，这么说抛物函数是凸函数？

再看另外的例子：

为了深入理解这个方法，我们分析与下面的目标函数有关的单变量最优化问题：

$$最小值 = x^3 - 2x^2 + x + 1$$

该函数的斜率是它的导数：

$$斜率 = \frac{dy}{dx} = 3x^2 - 4x + 1$$

令斜率等于0，求得它的两个根为x=1/3和x=1。这两个点是最大值还最小值？为此，我们需要分析函数的曲线。为了方便，我们只画出该函数在-0.2≤x≤1.5范围内的曲线，如图10-6所示。

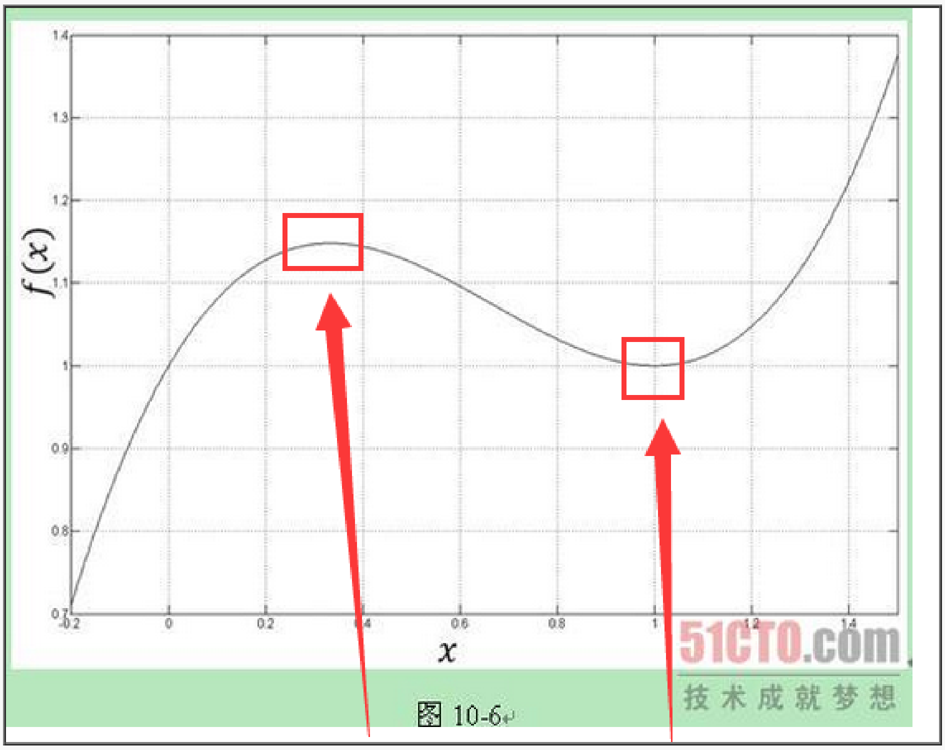


图 10-6

我们发现这两个点确实是极值点。x=1/3对应于曲线的波峰，x=1对应曲线的波谷。但是，仔细分析这个函数在整个范围内的曲线，发现y没有确定的极值，因为当x趋向无穷大时，y值越来越大，同样，它也没有确定的最小值，因为当x趋向负无穷大时，y值越来越小。

说明求导后，发现了局部最优解。

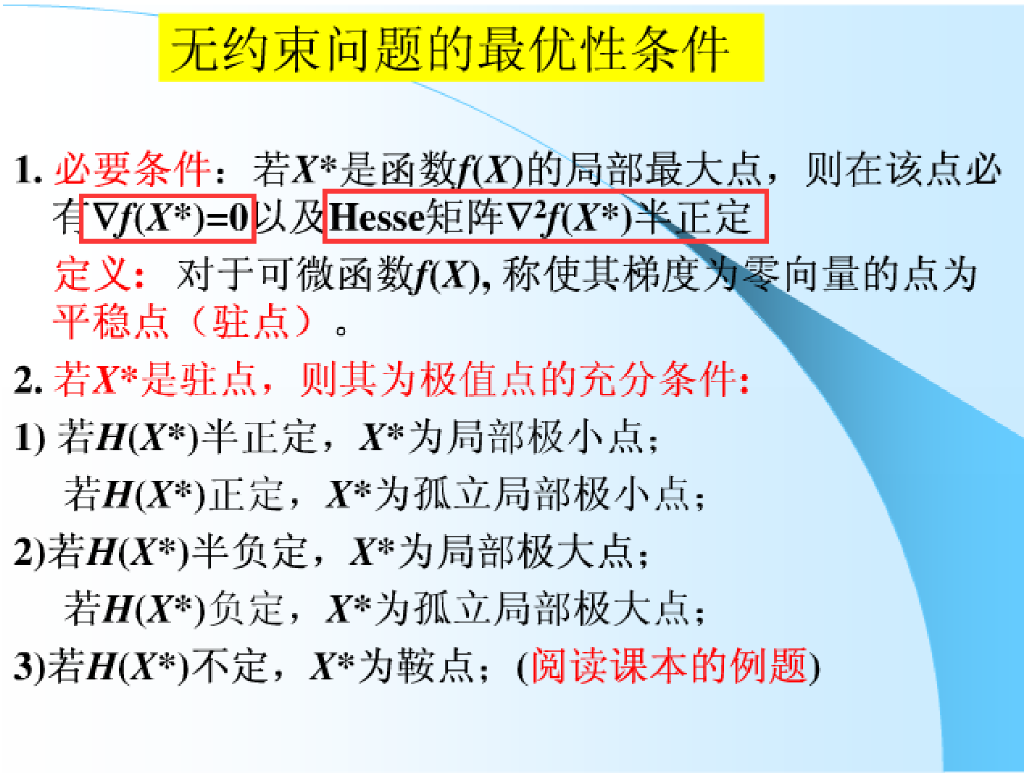
经过总结，可以得到以下规律：

回过头看本节的3个例子，我们得到关于非线性无约束最优化问题的几个结论：

- 斜率为0的点表示它们是极值点(极大值/极小值)。
- 斜率为0的点可能是局部极值点，也可能是全局极极点。在分析极值点时，不能掉以轻心。对于全局极极值点必须加以验证。
- 全局极值点可能并不唯一，特别是当目标函数为周期函数时，尤其如此。

虽然，本章的例子只限于单变量的目标函数，但是结论可以推广到多变量目标函数。对于多变量最优化问题，虽然用手工方法求函数的斜率不如单变量容易，但是本节介绍的基本原理有助于我们判断和利用数值解法的结果。

6、上面讲了半天，是单变量的理解。怎么推导到多变量呢？一样的，“导数”变成了“梯度”，我是这么理解的。因此，梯度等于 0，表示他们是局部最优解，那怎么判断全局最优解呢。看函数是不是凸函数了，我们来看看别人是怎么总结的，看图说话：



通过上图，我们可以看到，判断极值要看两个条件的，一个是梯度为 0，一个是 hesse 矩阵。

7、通过以上的总结，可以发现：非线性优化求解的时候，是不能通过求导的方式得到全部最优解的，只能得到局部最优解。*如果目标函数是凸函数的话，约束是凹函数的话，那就是全局最优。*因此，在求解非线性最优的时候，很难得到全局最优？用求导的方式，很难直接得到，因此要用其他的方法去求解。什么方法，现在也没有总结好。那就直接推广一下，整个非线性优化的全局最优值的判断总结：

8、最速下降算法和 Frnk-wolfe 算法的区别。说实话，我真没有搞定，只能通过例子来理清

楚思路，先把步骤完成，然后再总结。