

## Теоретические сведения

**Определение.** *Временным рядом* называется последовательность измеренных через некоторые промежутки времени данные.

**Определение.** *Скользящим средним* будем называть среднее арифметическое значений исходной функции за установленный период

**Определение.** Временной ряд  $x_t$  называется *строго стационарным*, если совместное распределение вероятностей  $n$  наблюдений  $x_1, \dots, x_n$  такое же, как и  $n$  наблюдений  $x_{1+k}, \dots, x_{n+k}$  для любых  $n, k$

**Определение.** *Автокорреляционной функцией* называют зависимость вида

$$\rho(k) = \frac{E[(x_t - a)(x_{t+k} - a)]}{\sigma(t)\sigma(t+k)}$$

**Определение.** Временной ряд называется *слабо стационарным* если его математическое ожидание и дисперсия не зависят от времени, и если ковариация между его значениями в моменты времени  $t$  и  $t+s$  зависят только от  $s$ , но не от  $t$ .

**Определение.** *Аддитивная модель* – представление ряда в виде  $Y = T + S + E$ , где

$T$  - трендовая составляющая

$S$  - сезонная составляющая

$E$  - остаток

**Определение.** *Мультипликативная модель* – представление ряда в виде  $Y = TSE$

## Описание задачи

Задание состоит в:

- Проверке ряда на стационарность в широком смысле

- Разложении ряда на тренд, сезонность, остаток в соответствии с мультипликативной и аддитивными моделями
- Визуализировании полученных рядов и оценке их стационарности
- Проверке ряда на интегрированность порядка  $k$
- Применении к нему модели ARIMA
- Предсказании модели для тестовой выборки, вычислении  $r^2$  score
- Выборе наилучшей модели с использованием информационного критерия Акаике

## Подход к решению

1. С помощью matplotlib построим график временного ряда.
2. Проверим ряд на стационарность. Построим графики скользящих среднего и стандартного отклонения
3. Разложим ряд на тренд, сезонность и остаток. Воспользуемся функцией `seasonal_decompose()` с параметром `model = 'additive'` (соотв. `model = 'multiply'` для мультипликативной модели). Из построенных графиков видно, что наблюдается тренд, что означает, что ряд не является стационарным.
4. Проверим, является ли ряд интегрированным порядка  $k$  Проведем обобщенный тест Дики-Фуллера на наличие единичных корней с помощью функции `adfuller()`

```
from statsmodels import adfuller
```

Имеем  $k = 1$ , т. е. ряд интегрируем

5. Перейдем к построению модели ARIMA. Для этого нужно подобрать параметры, определяющие порядок модели:  $p$  – порядок компоненты AR,  $d$  – порядок интегрированного ряда,  $q$  – порядок компоненты MA.

$d = 1$ , остается определить  $p$  и  $q$ .

Построим автокорреляцию и частичную автокорреляцию ряда.

$q$  определим из автокорреляции – по коррелограмме можно определить количество автокорреляционных коэффициентов, которые сильно отличаются от 0 в модели MA.

$p$  определим из частичной автокорреляции – по ее коррелограмме можно определить максимальный номер коэффициента, сильно отличающегося от 0 в модели AR.

Для построения коррелограмм воспользуемся функциями `plotacf()` и `plotpacf()`

```
from statsmodels import plotacf, plotpacf
```

Получаем  $p = 0$ ,  $q = 3$

6. Построим теперь саму модель и осуществим прогноз. Построим график, на котором изображены данные из `testing.xlsx` и построенный прогноз. Вычислим коэффициент  $r_2$ , чтобы определить процент наблюдений, описываемый данной моделью.

## Системные требования

Необходимые библиотеки:

matplotlib  
pandas  
statsmodels  
sklearn  
pylab

## Вклад участников в решение задачи

- Алексей Сомов – проверка ряда на стационарность, построение прогнозирующей модели, сборка программы
- Дмитрий Попов – написание Readme, разложение ряда на тренд, сезональность и шум
- Юлия Голубева – визуализация, тест Дики - Фуллера, сборка программы
- Алиса Боос – написание Readme, тест Дики - Фуллера, сборка программы
- Ли Юйтун – визуализация, сборка программы