电动力学重点

研究什么：场(无穷维动力学系统)

怎样刻画：四维矢量或$\vec{E}(x,y,z,t),\vec{B}(x,y,z,t)$

用何种工具：偏微分方程

基本内容：

1. 给出电磁运动规律，即物质产生场的规律麦克斯韦方程和场对物质作用的洛伦兹力
2. 规律的演绎，应用
3. 狭义相对论，解决电磁场运动规律在何种参考系中有效的物体，导致崭新的时空相关的相对论时空观

散度的定义；旋度的定义；如何定义电荷（第二节课）

静电场散度局域性与电场的平方反比规律密切相关

真空$Maxwell$方程

推导麦克斯韦方程组的物理思想：复杂项提到积分外并用积分中值定理，分部积分化成全微分和一个为0的积分，利用矢量运算法则，利用tips，积分区域取得足够大保证曲面上没有电流密度

三个命题：$\begin{cases}\text{旋度和散度确定一个矢量场}\\ \text{旋度、散度均为零的矢量场是零矢量场(注意边界条件)}\\ \text{一般矢量场总可以分成无旋场(纵)和无源场(横)之和}\end{cases}$

真空可以有源

介质$Maxwell$方程

极化会产生极化电荷和极化电流

磁化只会产生磁化电流

散度方程$\rightarrow$法向，旋度方程$\rightarrow$切向

边值条件

介质$Maxwell$方程值只适用于连续介质内，在边界处不连续，边值关系是由延拓的积分得到

P32例,7,8,11,14

$f(\vec{E},\vec{B})$

静电场

静电场在**均匀线性**各向同性介质中有$\begin{cases}\nabla\times\vec{E}=0\\ \nabla\cdot\vec{D}=\rho_f\end{cases}$推出泛定方程$\nabla^2\varphi_i=-\dfrac{\rho}{\varepsilon_i}$

要得到φ的特解需要以下边值条件，即可得到唯一的解（证）

1. 子区域间的边值关系$\begin{cases}\varphi_1=\varphi_2 & \vec{n}\times(\vec{E}_2-\vec{E}_1)=0\\ \varepsilon_2\frac{\partial\varphi_1}{\partial n}-\varepsilon_2\frac{\partial\varphi_1}{\partial n}=-\sigma_f & \vec{n}\cdot(\vec{D}_2-\vec{D}_1)=\sigma_f\end{cases}$
2. 区域表面的φ或$\frac{\partial\varphi}{\partial n}$

注意：导体作为子区域只需要其中一个方程(φ_i或Q_i)　$\vec{E}=-\nabla\varphi$

- 子区域内没有电荷分布

  泛定方程$\nabla^2\varphi=0$

  球坐标用**分离变量法**找到了通解(即唯一)
  $$\varphi(r,\theta,\phi)=\sum_{n,m}(a_{nm}r^n+\frac{b_{nm}}{r^{n+1}})P_n^m(cos\theta)cosm\phi+\sum_{n,m}(c_{nm}r^n+\frac{d_{nm}}{r^{n+1}})P_n^m(cos\theta)sinm\phi$$

  结和边界条件即得特解
- 子区域内有电荷分布
  - 单个点电荷：叠加原理$\nabla^2\varphi_1=0,\nabla^2\varphi_2=-\dfrac{Q}{\varepsilon}\delta(\vec{x})$

    $\varphi=\varphi_1+\varphi_2=\varphi_1+\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon r}$（$\varepsilon$取球内的值）
  - 具体的电荷分布：$\nabla^2\varphi=-\dfrac{\rho}{\varepsilon}$
- 子区域表面是导体，导体带电（或导体不带电，导体壳围成的区域内部总带电）Q，子区域外电容率为ε
  - 边界条件：$\varepsilon\displaystyle\oint_S\frac{\partial\varphi}{\partial n}dS=-Q$
  - 格林函数→镜像法

    镜像法只能满足导体球外的区域?
- 电多极子展开（什么是“子”？）

静电场的能量（电荷体系在外场中）：**线性**介质中$W_e=\displaystyle\int_V\rho\varphi_e dV$（$w=\dfrac{1}{2}\vec{D}\cdot\vec{E}$本质上由洛伦兹公式得到）

静磁场

静磁场在**均匀线性**各向同性介质中有$\begin{cases}\nabla\times\vec{H}=\vec{J}\\ \nabla\cdot\vec{B}=0\end{cases}$引入$\vec{A}\quad s.t.\begin{cases}\nabla\times\vec{A}=\vec{B}\\ \nabla\cdot\vec{A}=0(\text{库伦规范})\end{cases}$

静磁场在**均匀线性**各向同性介质中**无电流密度**：引入

$\varphi_m\quad s.t.\begin{cases}\nabla\times\vec{H}=0\\ \nabla\cdot\vec{B}=0(\nabla\cdot\vec{H}=-\nabla\cdot\vec{M}=-\frac{\rho_m}{\mu})\end{cases}$，有泛定方程$\nabla^2\varphi_{mi}=-\dfrac{\rho_m}{\mu_i}$

子区域间的边值关系$\begin{cases}\text{无面电流：}\varphi_1=\varphi_2\text{有面电流用原始式：}&\vec{n}\times(\vec{H}_2-\vec{H}_1)=\vec{\alpha}_f\\ \mu_1\frac{\partial\varphi_1}{\partial n}=\mu_2\frac{\partial\varphi_2}{\partial n}&\vec{n}\cdot(\vec{B}_2-\vec{B}_1)=0\end{cases}$

磁偶极子在磁场中的行为与电偶极子相同！ $\vec{H}=-\nabla\varphi$

磁偶极子定义与电偶极子相差一系数$\vec{m}=\dfrac{1}{2}\displaystyle\int_V\vec{X}\times\vec{J}(\vec{X}')dV'$ （推导复杂）

静磁场的能量（体系在外场中）：$W_e=\displaystyle\int_V\vec{J}\cdot\vec{A}_e dV$

无源电磁场

对任意电磁波，由傅里叶变换，把时域函数变为频域函数ω，分离出时间项

$$\begin{cases}\nabla\times\vec{E}=i\omega\vec{B}\\ \nabla\times\vec{B}=-i\omega\varepsilon\mu\vec{E}\end{cases}$$

加上横波条件$\begin{cases}\nabla\cdot\vec{E}=0\\ \nabla\cdot\vec{B}=0\end{cases}$分别得到**定态**$\vec{B}$和$\vec{E}$的亥姆霍兹方程$\nabla^2\vec{A}=k^2\vec{A}\quad k=\omega\sqrt{\mu\varepsilon}$

平面电磁波

电场磁场能量相同，注意电磁场能量密度和能流密度的区别。介质界面边值关系
$\begin{cases}\text{相位关系：}k\text{在边界分量相同}\\ \text{振幅关系：}Fresnel\end{cases}$

导体内电磁波

$Maxwell$方程+欧姆定律→类比介质引入**复介电常数**$\varepsilon'=\varepsilon+i\dfrac{\sigma}{\omega}$则有平面波**复波矢**$\vec{k}=\vec{\beta}+i\vec{\alpha}$

即有$k^2=\omega^2\mu_0\varepsilon_0'$

导体内电磁波平均能流和消耗密度

$$\bar{S}=\frac{1}{2}Re(\vec{E}^*\times\vec{H})$$

$$\bar{P}=\frac{1}{2}Re(\vec{J}^*\cdot\vec{E})$$

有源电磁场

有源$Maxwell$方程引入两个势$\mathbf{A},\varphi$：$\mathbf{B}=\nabla\times\mathbf{A},\mathbf{E}=-\nabla\varphi-\dfrac{\partial\mathbf{A}}{\partial t}$用Lorenz规范得非齐次达朗贝尔方程

重要：电偶极辐射，磁偶极辐射的$\mathbf{E},\mathbf{B},\mathbf{S}$的计算

相对论

套路：习题6.6 1.求出本征参考系下“尺”的长度 2.求出本征参考系相对观察参考系运动的速度 3.用长度变换公式（因此第一步很重要）得到观察参考系下“尺”的长度

变换坐标系使得同时（同地发生）把$\Delta t', \Delta x'$用$\Delta t, \Delta x$表达出来

四维波矢量$k_\mu = (\mathbf{k}, \frac{i}{c}\omega)$

四维势矢量$A_\mu = (\mathbf{A}, \frac{i}{c}\varphi)$

四维动量矢量$p_\mu = (\mathbf{p}, \frac{i}{c}W)$

四维力矢量$K_\mu = (\mathbf{K}, \frac{i}{c}\mathbf{K}\cdot\mathbf{V})$

相对论力学方程$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt}$

洛伦兹变换，电磁场四维张量，电磁场变换关系

$tips:$

$$\nabla r = \frac{\vec{r}}{r}$$

$$-\frac{\vec{r}}{r^3} = \nabla\frac{1}{r}$$

$$\nabla \times \frac{\vec{r}}{r^3} = 0$$

$$\nabla \cdot \frac{\vec{r}}{r^3} = 0 (r \neq 0)$$

$$\nabla \cdot \frac{\vec{r}}{r^2} = \frac{1}{r^2}$$

$$\nabla f(r) = -\nabla' f(r)$$