电动力学重点

电动力学重点

```
真空Maxwell方程
介质 Maxwell 方程
边值条件
f(\vec{E},\vec{B})
  静电场
  静磁场
  无源电磁场
     平面电磁波
     导体内电磁波
     导体内电磁波平均能流和消耗密度
  有源电磁场
相对论
```

研究什么:场(无穷维动力学系统)

怎样刻画: 四维矢量或 $\vec{E}(x,y,z,t)$, $\vec{B}(x,y,z,t)$

用何种工具:偏微分方程

基本内容:

- 1. 给出电磁运动规律,即物质产生场的规律麦克斯韦方程和场对物质作用的洛伦兹力
- 2. 规律的演绎,应用
- 3. 狭义相对论,解决电磁场运动规律在何种参考系中有效的物体,导致崭新的时空相关的相对论时空 观

散度的定义; 旋度的定义; 如何定义电荷 (第二节课)

静电场散度局域性与电场的平方反比规律密切相关

真空Maxwell方程

推导麦克斯韦方程组的物理思想:复杂项提到积分外并用积分中值定理,分部积分化成全微分和一个为0 的积分,利用矢量运算法则,利用tips,积分区域取得足够大保证曲面上没有电流密度

真空可以有源

介质Maxwell方程

极化会产生极化电荷和极化电流

磁化只会产生磁化电流

散度方程→法向, 旋度方程→切向

边值条件

介质Maxwell方程值只适用于连续介质内,在边界处不连续,边值关系是由延拓的积分得到 P32例,7,8,11,14

$$f(ec{E},ec{B})$$

静电场

静电场在**均匀线性**各向同性介质中有
$$\begin{cases}
abla imes ec{E} = 0 \\
abla \cdot ec{D} =
ho_f \end{cases}$$
推出泛定方程 $abla^2 arphi_i = -rac{
ho}{arepsilon_i}$

要得到 φ 的特解需要以下边值条件,即可得到唯一的解(证)

1. 子区域间的边值关系
$$\begin{cases} \varphi_1 = \varphi_2 & \vec{n} \times (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) = 0 \\ \varepsilon_2 \frac{\partial \varphi_1}{\partial n} - \varepsilon_2 \frac{\partial \varphi_1}{\partial n} = -\sigma_f & \vec{n} \cdot (\vec{D}_2 - \vec{D}_1) = \sigma_f \end{cases}$$
 2. 区域表面的 φ 或 $\frac{\partial \varphi}{\partial n}$

注意:导体作为子区域只需要其中一个方程($arphi_i$ 或 Q_i) ec E = abla arphi

• 子区域内没有电荷分布

泛定方程 $\nabla^2 \varphi = 0$

球坐标用分离变量法找到了通解(即唯一)

$$arphi(r, heta,\phi) = \sum_{n,m} (a_{nm}r^n + rac{b_{nm}}{r^{n+1}}) P_n^m(cos heta) cosm\phi + \sum_{n,m} (c_{nm}r^n + rac{d_{nm}}{r^{n+1}}) P_n^m(cos heta) sinm\phi$$

结和边界条件即得特解

• 子区域内有电荷分布

。 单个点电荷: 叠加原理
$$abla^2 arphi_1 = 0,
abla^2 arphi_2 = -rac{Q}{arepsilon} \delta(ec{x})$$
 $arphi = arphi_1 + arphi_2 = arphi_1 + rac{Q}{4\pi arepsilon r}$ ($arepsilon$ 取球内的值)

- 。 具体的电荷分布: $abla^2 \varphi = -rac{
 ho}{arepsilon}$
- 子区域表面是导体,导体带电(或导体不带电,导体壳围成的区域内部总带电)Q,子区域外电容

。 边界条件:
$$arepsilon \oint_S rac{\partial arphi}{\partial n} dS = -Q$$

- 格林函数→镜像法 镜像法只能满足导体球外的区域?
- 电多极子展开(什么是"子"?)

静电场的能量(电荷体系在外场中):**线性**介质中 $W_e=\int_V
ho arphi_e dV$ ($w=rac{1}{2}ec{D}\cdot ec{E}$ 本质上由洛伦兹 公式得到)

静磁场

静磁场在**均匀线性**各向同性介质中有
$$\begin{cases}
abla imes \vec{H} = \vec{J}_{\exists | \lambda \vec{A} } \quad s. \, t. \end{cases}$$
 $\begin{cases}
abla imes \vec{A} = \vec{B} \\
abla \cdot \vec{A} = 0 \end{cases}$ (库伦规范)

静磁场在均匀线性各向同性介质中无电流密度:引入

$$arphi_m$$
 $s.t.$ $\begin{cases}
abla imes ec{H} = 0 \\
abla \cdot ec{B} = 0 (
abla \cdot ec{H} = -
abla \cdot ec{M} = - rac{
ho_m}{\mu}) \end{cases}$,有泛定方程 $abla^2 arphi_{mi} = - rac{
ho_m}{\mu_i}$

子区域间的边值关系
$$\begin{cases} \text{无面电流}: \varphi_1 = \varphi_2 \text{有面电流用原始式}: & \vec{n} \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = \vec{\alpha}_f \\ \mu_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial n} = \mu_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial n} & \vec{n} \cdot (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) = 0 \end{cases}$$

磁偶极子在磁场中的行为与电偶极子相同! $ec{H}=abla ec{q}$

磁偶极子定义与电偶极子相差一系数
$$ec{m}=rac{1}{2}\int_{V}ec{X} imesec{J}(ec{X}')dV'$$
 (推导复杂)

静磁场的能量(体系在外场中): $W_e = \int_V ec{J} \cdot ec{A}_e dV$

无源电磁场

对任意电磁波,由傅里叶变换,把时域函数变为频域函数 ω ,分离出时间项

$$egin{cases}
abla imes ec{E} = i\omega ec{B} \
abla imes ec{B} = -i\omega arepsilon \mu ec{E} \end{cases}$$

加上横波条件
$$\begin{cases}
abla \cdot \vec{E} = 0 \\
abla \cdot \vec{B} = 0 \end{cases}$$
 分别得到**定态** \vec{B} 和 \vec{E} 的亥姆霍兹方程 $\nabla^2 \vec{A} = k^2 \vec{A} \quad k = \omega \sqrt{\mu \varepsilon}$

平面电磁波

电场磁场能量相同,注意电磁场能量密度和能流密度的区别。介质界面边值关系

 $\begin{cases} ext{相位关系: } k$ 在边界分量相同 \end{cases} 振幅关系: Fresnel

导体内电磁波

Maxwell方程+欧姆定律ightarrow类比介质引入**复介电常数** $arepsilon'=arepsilon+irac{\sigma}{\omega}$ 则有平面波**复波矢** $ec{k}=ec{eta}+iec{lpha}$ 即有 $k^2 = \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0'$

导体内电磁波平均能流和消耗密度

$$egin{aligned} ar{S} &= rac{1}{2}Re(ec{E}^* imes ec{H}) \ ar{P} &= rac{1}{2}Re(ec{J}^* \cdot ec{E}) \end{aligned}$$

有源电磁场

有源Maxwell方程引入两个势 ${f A},arphi\colon {f B}=
abla imes{f A},{f E}=ablaarphi-rac{\partial{f A}}{\partial t}$ 用Lorenz规范得<mark>非齐次达朗</mark>

贝尔方程

重要:电偶极辐射,磁偶极辐射的 $\mathbf{E}, \mathbf{B}, \mathbf{S}$ 的计算

相对论

套路: 习题6.6 1.求出本征参考系下"尺"的长度 2.求出本征参考系相对观察参考系运动的速度 3.用长度变换公式 (因此第一步很重要) 得到观察参考系下"尺"的长度

变换坐标系使得同时 (同地发生) 把 $\Delta t', \Delta x'$ 用 $\Delta t, \Delta x$ 表达出来

四维波矢量
$$k_{\mu}=(\mathbf{k},rac{i}{c}\omega)$$

四维势矢量
$$A_{\mu}=(\mathbf{A},rac{i}{c}arphi)$$

四维动量矢量
$$p_{\mu}=(\mathbf{p},\frac{i}{c}W)$$

四维力矢量
$$K_{\mu}=(\mathbf{K},rac{i}{c}\mathbf{K}\cdot\mathbf{V})$$

相对论力学方程
$$\mathbf{F}=rac{d\mathbf{p}}{dt}$$

洛伦兹变换, 电磁场四维张量, 电磁场变换关系

tips:

$$abla r = rac{ec{r}}{r} \ -rac{ec{r}}{r^3} =
abla rac{1}{r}$$

$$abla imes rac{ec{r}}{r^3} = 0$$

$$abla \cdot rac{ec{r}}{r^3} = 0 (r
eq 0)$$

$$abla \cdot rac{ec{r}}{r^2} = rac{1}{r^2}$$

$$abla f(r) = -
abla' f(r)$$