

قضیه فیثاغورس

محمد امین روشنی

۲۷ مرداد ۱۳۹۹

فهرست مطالب

۲	۱	مقدمه
۲	۲	اثبات با استفاده از بازچینی
۳	۱.۲	توضیحات اضافی
۳	۳	اثبات دیگر قضیه
۳	۴	لیست برخی از اثبات
۴	۱.۴	جدول اثبات
۴		مراجع

۱ مقدمه

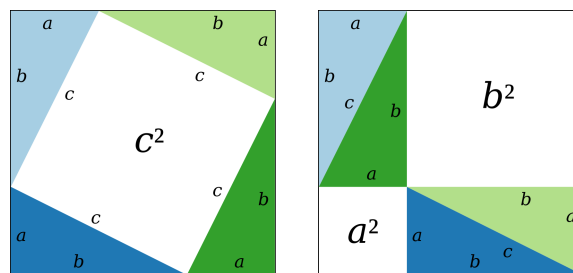
قضیه فیثاغورس در هندسه اقلیدسی است که بر اساس آن، در یک مثلث راست گوشه (قائم الزاویه)، همواره مجموع مربع های دو ضلع برابر با مربع وتر است. این قضیه به نام ریاضی دان یونانی فیثاغورس نامگذاری شده است.

۲ اثبات با استفاده از بازچینی

در نگاره پویای سمت چپ، مساحت کل و مساحت مثلث ها همگی ثابت است؛ بنابراین، مساحت کل ناحیه سیاه رنگ، ثابت است. اما ناحیه اصلی سیاه رنگ با ضلع c را می توان به دو مربع با ضلع های a و b تقسیم کرد و نشان داد که: $c^2 = b^2 + a^2$.

اثبات دوم با استفاده از نگاره پویای میانی است. مربع بزرگ اول، مساحتی برابر با c^2 دارد با کنار هم قرار دادن چهار مثلث راست گوشه یکسان و به دلیل اختلاف طول ضلع مثلث ها، یک مربع کوچک میان آن ها و در مرکز مربع بزرگ باقی می ماند. اگر یک بار دیگر نگاه کنیم می بینیم که با جابجایی مثلث ها، دو مستطیل با ضلع های a و b تشکیل شده است. با ادغام مربع کوچک میانی با یکی از مستطیل ها، دو مستطیل به دو مربع تبدیل خواهد شد و مساحت هریک از آن ها برابر با a^2 و b^2 خواهد بود؛ بنابراین $c^2 = a^2 + b^2$ است.

نگاره سوم سمت راست، نیز خود یک اثبات است. همان گونه که در نگاره نمایش داده شده است، دو مربع بالایی، با سایه های آبی و سبز به چندین بخش تقسیم شده اند. اگر این قسمت های سایه خورده را کنار هم بچینیم می بینیم که مربع پایینی روی وتر را به خوبی پر می کنند؛ عکس این مطلب نیز برقرار است یعنی مربع پایینی که روی وتر تشکیل شده را می توان چنان قسمت کرد که دو مربع بالایی به خوبی با این قسمت ها پر شود. با این کار نشان دادیم که مساحت مربع بزرگ برابر است با مجموع مساحت های دو مربع کوچک..



$$c^2 = a^2 + b^2$$

شکل ۱: قضیه بازچینی

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (1)$$

$$\sqrt{(a_1 + a_1)^2 + (a_2 + a_2)^2 + (a_n + a_n)^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^n (a_i - b_i)^2} \quad (2)$$

۱.۲ توضیحات اضافی

معادله فیثاغوریا دو طرف مثلث سمت راست را به روشی ساده مرتبط می کند ، به طوری که در صورت مشخص شدن طول هر دو طرف می توان طول طرف سوم را پیدا کرد. نتیجه دیگر قضیه این است که در هر مثلث سمت راست ، هیپوتنوز از هر یک از طرفهای دیگر بیشتر است ، اما کمتر از مبلغ آنها است.

۳ اثبات دیگر قضیه

آلبرت انیشتین اثبات قطعه قطعه ای را نشان داد که در آن قطعات نیازی به جابجایی ندارند. به جای استفاده از یک مربع روی هیپوتنوز و دو مربع روی پاها ، می توان از هر شکل دیگری که شامل هیپوتنوز است استفاده کرد و دو شکل مشابه که هر یک به جای هیپوتنوز یکی از دو پا را شامل می شوند (به شکل های مشابه در سه طرف مراجعه کنید). . در اثبات انیشتین ، شکلی که شامل هیپوتنوز است ، خود مثلث مناسب است. برش متشکل از رها کردن عمود از راس زاویه سمت راست مثلث به هیپوتنوز است ، بنابراین کل مثلث را به دو قسمت تقسیم می کنیم. آن دو قسمت مانند مثلث راست اصلی شکل دارند و پاهای مثلث اصلی را به عنوان هیپوتنوس دارند و جمع مناطق آنها مثلث مثلث اصلی است. از آنجا که نسبت مساحت یک مثلث سمت راست به مربع هایپوتنوس آن برای مثلثهای مشابه یکسان است ، رابطه بین نواحی سه مثلث برای مربع های طرفین مثلث بزرگ نیز حفظ می شود.

۴ لیست برخی از اثبات

۱. اثبات استفاده از مثلثهای مشابه

۲. اثبات اقلیدس

۳. اثبات براساس قطع و تنظیم مجدد

۴. اثبات انیشتین با قطع عضو بدون تنظیم مجدد

۵. اثبات جبری

۱.۴ جدول اثبات

۱	اثبات استفاده از مثلثهای مشابه
۲	اثبات اقلیدس
۳	اثبات براساس قطع و تنظیم مجدد
۴	اثبات انیشتین با قطع عضو بدون تنظیم مجدد
۵	اثبات جبری

مراجع

Judith D. Sally; Paul Sally (2007). "Chapter 3: Pythagorean triples". Roots to [۱]
research: a vertical development of mathematical problems. American Math-
ematical Society Bookstore. p. 63. ISBN 0-8218-4403-2.

Benson, Donald. The Moment of Proof : Mathematical Epiphanies, pp. 172– [۲]
173 (Oxford University Press, 1999).

Huffman, Carl. "Pythagoras". In Zalta, Edward N. (ed.). The Stanford En- [۳]
cyclopedia of Philosophy (Winter 2018 Edition)., "It should now be clear
that decisions about sources are crucial in addressing the question of whether
Pythagoras was a mathematician and scientist. The view of Pythagoras' cos-
mos sketched in the first five paragraphs of this section, according to which
he was neither a mathematician nor a scientist, remains the consensus."