



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CAGLIARI
FACOLTÀ DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA

Corso di Sistemi Automatici di Misura

Simulazione di una unità di misura fasoriale (PMU)

Docente:

Prof. Paolo Attilio
Pegoraro

Studenti:

Andrea Congiu
Matteo Matta
Alessandra Piras

Anno accademico 2024/2025

Sommario	
Introduzione.....	3
Parametri di progetto.....	4
Segnale caratteristico del sistema elettrico	4
Definizione delle grandezze caratteristiche del sincrofasore.....	4
Fase del sincrofasore	4
Misurando del Sincrofasore	4
Frequenza del misurando.....	5
ROCOF del misurando	5
Test.....	6
Regime Stazionario	7
Regime Dinamico.....	12
Disturbi.....	14
Prove in presenza di armoniche	14
Rumore additivo.....	15
ROCOF.....	18
Test nominal e off-nominal (48.3 Hz e 50.9 Hz)	18
Test con modulazione PM	19
Conclusioni.....	20

Introduzione

Una Unità di Misura Fasoriale (Phasor Measurement Unit, PMU) è un dispositivo di misura che acquisisce un segnale sinusoidale in ingresso e ne stima ampiezza, angolo di fase, frequenza e Rate of Change of Frequency (ROCOF). L'attendibilità delle misure è regolata dallo standard IEC/IEEE 60255-118-1, che descrive e quantifica le prestazioni che una PMU deve raggiungere per ottenere misure affidabili e accurate in condizioni reali di funzionamento di una rete elettrica.

Nella stima dei parametri della misura si deve tenere conto di eventuali errori introdotti da armoniche, rumore e variazioni di stato causate da cambiamenti di carico, azioni di controllo o protezione, che possono introdurre artefatti nelle misure.

In questo progetto si vuole ricreare e analizzare una PMU, sviluppata in ambiente LabVIEW, illustrando le simulazioni condotte su segnali cosinusoidali ideali e non ideali.

Ciascuna misura verrà riferita ad un determinato istante temporale ottenuto tramite il sistema satellitare Global Positioning System (GPS), il quale fornisce un segnale altamente accurato utilizzabile come segnale di riferimento per una sincronizzazione globalmente uniforme delle misurazioni, secondo il riferimento temporale UTC.

La misura ottenuta in uscita dalla PMU è quindi rappresentata da un sincrofasore, definito come il fasore sincronizzato con il riferimento temporale UTC, rappresentante un segnale AC il cui modulo è il valore dell'ampiezza del segnale fondamentale e la cui fase è la fase tra l'angolo del segnale a frequenza fondamentale e la fase dell'angolo di un coseno alla frequenza nominale.

Parametri di progetto

Lo standard IEC/IEEE 60255-118-1 illustra la struttura generica di una PMU, che prende in ingresso il segnale sincronizzante PPS e il segnale oggetto di misura, che rappresenta le forme d'onda in corrente alternata del sistema elettrico.

La PMU fornirà in uscita le relative misurazioni di ampiezza, fase, frequenza e ROCOF del segnale preso in analisi.

Segnale caratteristico del sistema elettrico

La tensione o la corrente in una rete elettrica AC è descritta come:

$$x(t) = X_m(t)\cos[\theta(t)] + D(t)$$

Dove:

- t è il tempo [s];
- X_m costituisce il valore di picco del segnale sinusoidale AC;
- θ è la posizione angolare in radianti del segnale sinusoidale AC;
- D è un segnale di disturbo che contiene contributi additivi al segnale, quali ad esempio armoniche o rumore.

Definizione delle grandezze caratteristiche del sincrofasore

Di seguito verranno fornite delle brevi descrizioni di alcune grandezze fondamentali che descrivono il sincrofasore e il misurando da esso rappresentato. In particolare, verranno descritte la fase del sincrofasore, come viene rappresentato il misurando e alcune grandezze direttamente legate ad esso, ovvero frequenza e ROCOF del misurando.

Fase del sincrofasore

L'angolo di fase del sincrofasore $\phi(t)$ è definito come la differenza di fase tra la posizione angolare $\theta(t)$ e la fase associata alla frequenza nominale f_0 .

$$\phi(t) = \theta(t) - 2\pi f_0 t$$

Misurando del Sincrofasore

Con misurando si intende la grandezza elettrica che la PMU deve misurare, in particolare in questo caso si parla di fasore. Il misurando del sincrofasore è un numero complesso rappresentato usando coordinate polari come:

$$X(t) = \left(\frac{X_m(t)}{\sqrt{2}}, \phi(t) \right) = \frac{X_m(t)}{\sqrt{2}} e^{j\phi(t)}$$

Oppure, alternativamente, mediante coordinate rettangolari:

$$X(t) = (X_r(t), X_i(t))$$

Dove la componente reale $X_r(t)$ è definita come:

$$X_r(t) = \frac{X_m(t)}{\sqrt{2}} \cos[\phi(t)]$$

Mentre la componente immaginaria $X_i(t)$ è definita come:

$$X_i(t) = \frac{X_m(t)}{\sqrt{2}} \sin[\phi(t)]$$

Frequenza del misurando

La frequenza del fasore è la velocità angolare del segnale del sistema elettrico in corrente alternata, espressa in hertz [Hz]. Essa è correlata alla posizione angolare $\theta(t)$ del segnale fondamentale del sistema elettrico, come mostrato nell'espressione seguente:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\theta(t)}{dt} = f_0 + \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi(t)}{dt}$$

ROCOF del misurando

Il ROCOF corrisponde alla misura della velocità di variazione di frequenza del segnale AC analizzato, espressa in hertz al secondo (Hz/s), e che può analogamente essere interpretata come la misura dell'accelerazione angolare dello stesso segnale.

È quindi descritto tramite la seguente relazione:

$$ROCOF(t) = \frac{df(t)}{dt} = \frac{1}{2\pi} \frac{d^2\theta(t)}{dt^2} = \frac{1}{2\pi} \frac{d^2\phi(t)}{dt^2}$$

Test

Per ciascun test saranno calcolati ampiezza, fase e frequenza del segnale, in particolare verranno riportati i valori di ampiezza espressi in volt [V], fase espressa in radianti [rad], frequenza espressa in hertz [Hz] e ognuno di questi valori sarà misurato in corrispondenza dei fronti di salita del PPS. Verranno, inoltre, calcolati gli errori di ampiezza, fase e frequenza per ciascuna misura.

Per quanto riguarda il ROCOF, questo verrà trattato separatamente in una sezione dedicata.

I metodi di misura applicati ad ogni test saranno i seguenti:

- DFT a 4 cicli con finestra rettangolare;
- DFT a 4 cicli con finestra triangolare;
- DFT a 4 cicli con finestra di Hann;

dove ogni ciclo presenta una durata di 20 ms, derivanti dalla frequenza nominale del segnale, che risulta pari a 50 Hz, ossia:

$$Durata_ciclo = \frac{1}{f_0} = \frac{1}{50} = 20 \text{ ms}$$

I grafici delle finestre utilizzate in funzione degli indici di bin sono mostrati in Figura 1.

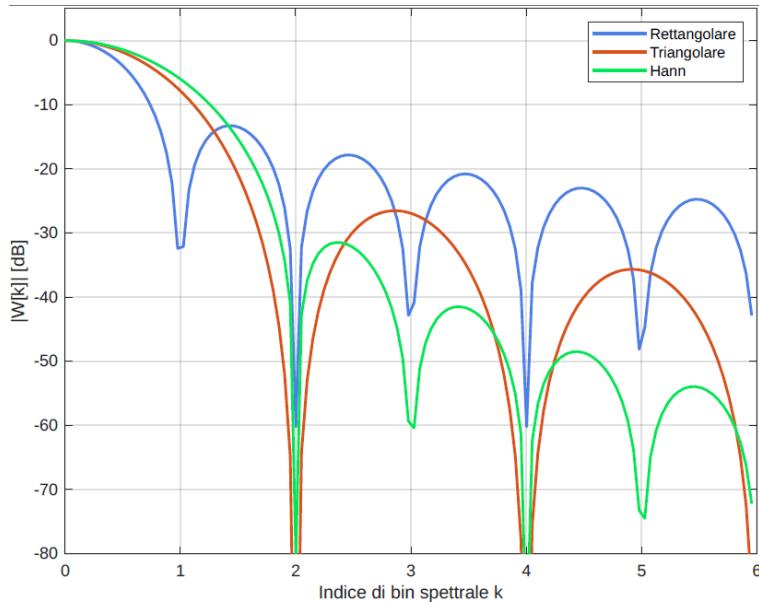


Figura 1. Modulo della DTFT delle finestre rettangolare, triangolare e di Hann

La PMU si occuperà della generazione dei segnali di test e del segnale di sincronizzazione, trattandosi di una simulazione e non potendo collegarsi direttamente al satellite GPS.

Segnale di ingresso:

Si utilizza un segnale cosinusoidale, che può essere regolato tramite una modifica dei valori di alcuni parametri in modo da poter effettuare più tipologie di test. I parametri ampiezza $A_1 = 10 \text{ V}$ e fase iniziale $\varphi_1 = 0^\circ$ risulteranno costanti, quindi non modificati, per tutti i test.

Segnale sincronizzante:

Viene utilizzato come segnale sincronizzante un segnale a onda quadra con periodicità di 50 fronti di salita al secondo (50 PPS).

Per tutti i test è stato scelto un periodo di osservazione pari a 1 s e una frequenza di campionamento f_s pari a 10 kHz.

Regime Stazionario

Per condizioni di regime stazionario si intendono quelle in cui ampiezza, frequenza e angolo di fase del segnale di test, nonché tutte le altre grandezze d'influenza, restano costanti per l'intera durata della misura.

Per tutti i test in regime stazionario, agli istanti temporali nT_s (dove T_s è il periodo di campionamento del segnale campionato a frequenza f_s), la PMU acquisisce un segnale

$$x(nT_s) = A_1 \cos(2\pi f_1 nT_s + \varphi_1)$$

Dove:

- A_1 è l'ampiezza del segnale di ingresso;
- f_1 rappresenta la frequenza del segnale;
- T_s è il periodo di campionamento.

Gli errori di misura sono stati valutati applicando le seguenti formule:

$$\text{Errore di ampiezza: } \text{Errore}_{Amp}[\%] = \frac{A_{misurata} - A_{riferimento}}{A_{riferimento}} \cdot 100$$

$$\text{Errore di fase: } \text{Errore}_{Fase}[crad] = (\varphi_{misurata} - \varphi_{riferimento}) \cdot 100$$

$$\text{Errore di frequenza: } \text{Errore}_{Freq}[mHz] = (f_{misurata} - f_{riferimento}) \cdot 1000$$

Segnale di test con frequenza fondamentale a 50 Hz

L'elaborazione dei segnali è svolta tramite l'applicazione della DFT su segnale troncato mediante finestre. I test verranno svolti utilizzando tre diverse finestre, ovvero rettangolare, triangolare e di Hann. Ciascuna finestra avrà una durata T_w , centrata sui fronti di salita dei PPS, e conterrà un numero scelto $N_w = f_s T_w$ di campioni del segnale. La Fast Fourier Transform (FFT) utilizzata nel progetto LabView realizza una operazione di DFT non centrata rappresentata dalla seguente formula:

$$X_w[k] = DFT\{x_w[n]\}[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x_w[n] \cdot e^{-j2\pi \frac{k}{N}n}$$

Con $k = 0, 1, \dots, N - 1$.

Tuttavia, tale operazione restituisce la fase del segnale all'inizio della finestra.

Per ottenere la misura al centro della finestra e la sua corrispondente fase, si applica la DFT centrata, espressa dalla formula:

$$X_w[k] = DFT_c\{x_w[n]\}[k] = \sum_{n=-\frac{N-1}{2}}^{\frac{N-1}{2}} x[n]w\left[n + \frac{N-1}{2}\right] e^{-j2\pi \frac{kn}{N}}$$

La DFT fornisce le righe dello spettro del segnale troncato corrispondenti alle frequenze kf_w , con $f_w = \frac{1}{T_w}$ che rappresenta la risoluzione della DFT. L'indice k è detto indice di “bin” ed è l'indice della riga spettrale.

È utile definire l'indice di bin generalizzato come:

$$\lambda = \frac{f_1}{f_w} = f_1 \cdot T_w$$

L'indice di bin generalizzato esprime il rapporto tra una frequenza arbitraria f_1 e la risoluzione della DFT e dunque la sua posizione nello spettro discreto, anche quando non coincide con una delle frequenze direttamente calcolabili. Questo permette di determinare l'eventuale disallineamento rispetto ai bin interi che si ha in caso di campionamento non coerente. Un valore non intero indica, infatti, che la frequenza non coincide esattamente con nessun bin della DFT. Utilizzando la definizione di indice di bin generalizzato, si può rappresentare la DFT di un segnale cosinusoidale finestrato come:

$$X_w[k] = DFT\{x_w\}[k] = \frac{A_1}{2} e^{j\varphi_1} \bar{W}(k - \lambda) + \frac{A_1}{2} e^{-j\varphi_1} \bar{W}(k + \lambda)$$

Dove \bar{W} rappresenta la DTFT del segnale finestra in funzione dell'indice di bin generalizzato. Questa equazione ci dice a cosa corrisponde la DFT di un segnale cosinusoidale finestrato calcolata nel k-esimo bin.

Per tutti i nostri test si applicherà una DFT a 4 cicli, in cui ogni ciclo corrisponde ad una durata $T_w = 20$ ms. Per tutte e tre le finestre troveremo, allora, che:

$$\lambda_1 = f_1 \cdot n_{cicli_DFT} \cdot T_w = 50 \cdot 4 \cdot 0.02 = 4$$

Poiché in questo caso la lunghezza della finestra T_w è un multiplo intero del periodo del segnale $T_1 = \frac{1}{f_1}$, ci troviamo nel caso di campionamento coerente. Questo giustifica la trascurabilità degli errori nei test, come mostrato in Tabella 1. Gli spettri relativi alle misure con le tre tipologie di finestra sono mostrati in Figura 2.

- Finestra rettangolare: come si può osservare dai valori inseriti nella Tabella 1, gli errori medi sono quasi nulli, dell'ordine di 10^{-14} , così come per le altre due finestre utilizzate.
Viene visualizzato il contributo in frequenza corrispondente al solo bin in $k = 4$, che corrisponde proprio all'indice di bin generalizzato, mentre per tutti gli altri indici si ottengono solo valori nulli. Ci troviamo dunque in una condizione ideale. Questo è coerente con quanto ci si aspettava dalla teoria, in quanto la finestra rettangolare (normalizzata) corrisponde a un $sinc_N$ e quindi si annulla in tutti i k in un periodo, tranne che per $k = \lambda_1$, dove vale 1.
- Finestra triangolare: anche nel caso della finestra triangolare gli errori sono in media trascurabili per le stesse motivazioni viste per la finestra rettangolare. In questo caso, in corrispondenza dell'indice di bin 4 si osserva il valore massimo in ampiezza, pari a 5 V come ci si aspettava. Sono inoltre presenti dei contributi negli indici 3 e 5 di minore ampiezza, e contributi molto bassi a 1 e 7. Questo comportamento è dovuto alle caratteristiche della finestra, il cui lobo principale raccoglie il valore massimo di ampiezza per l'indice di bin λ_1 e contributi minori ai bin 3 e 5, mentre le componenti energetiche dei lobi secondari decrescono. In particolare, la finestra triangolare può essere ottenuta come convoluzione di due segnali rettangolari di metà durata, divisa per la durata di tali segnali rettangolari. Questo fa sì che, considerando una finestra triangolare normalizzata e centrata in $n = 0$, il suo spettro sia pari al quadrato dello spettro della

- rettangolare normalizzata di lunghezza $(N + 1)/2$. Questo spiega perché il segnale si annulla ogni due indici di bin di distanza dal bin generalizzato $\lambda_1 = 4$, (quindi per $k = 0, 2, 6, 8, \dots$).
- Finestra di Hann: anche per questa finestra si può osservare che per $k = 4$ si ha il maggior contributo in ampiezza, pari a $\frac{A_1}{2} = 5$ V. Per gli indici di bin pari a 3 e 5 si osservano, invece, dei valori di ampiezza più bassi rispetto a quello in $k = 4$, mentre tutti gli altri indici presentano valori nulli. Questo è dovuto alle caratteristiche della finestra, descritta dalla relazione:

$$\bar{W}_{\text{hann}}(\lambda) \cong N \frac{\text{sinc}(\lambda)}{2(1 - \lambda^2)}$$

Essa presenta una larghezza del lobo principale doppia rispetto al caso rettangolare per cui i bin attorno a quello centrale che prima cadevano su uno zero della finestra, stavolta porteranno un contributo frequenza con valore significativo.

Frequenza $f_1 = 50$ Hz												
	Errori di Ampiezza [%]			Errori di Fase [crad]			Errori di Frequenza [mHz]			Max Abs	Media	Dev Std
	Max Abs	Media	Dev Std	Max Abs	Media	Dev Std	Max Abs	Media	Dev Std			
Rect.	7.11e-14	1.35e-14	3.52e-14	1.57e-12	07.82e-13	4.58e-13	7.11e-12	2.05e-12	3.26e-12			
Tri.	8.88e-14	1.43e-14	3.68e-14	1.57e-12	7.82e-13	4.59e-13	7.11e-12	2.05e-12	3.26e-12			
Hann	7.11e-14	8.11e-15	3.57e-14	1.57e-12	7.82e-13	4.59e-13	7.11e-12	2.21e-12	3.33e-12			

Tabella 1. Errori relativi alla misura del segnale a 50 Hz per le diverse finestre: rettangolare, triangolare

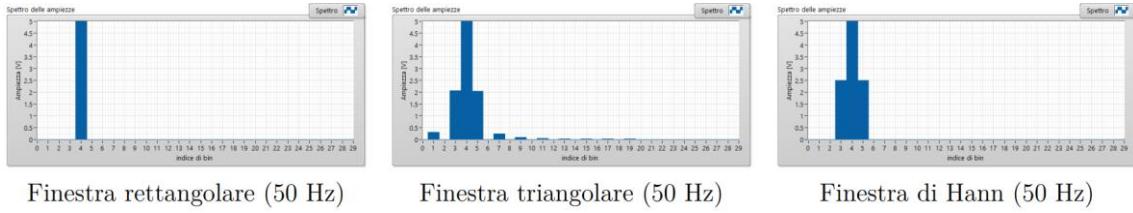


Figura 2. Spettri relativi alla misura del segnale a 50 Hz per le diverse finestre: rettangolare, triangolare

Segnale di test con frequenza fondamentale a 50,9 Hz

In questo caso non ci troviamo più nella condizione di campionamento coerente. L'indice di bin generalizzato sarà infatti pari a:

$$\lambda = 50.9 \cdot 4 \cdot 0.02 = 4.07$$

Come già accennato precedentemente, questo ci dà già indicazione dell'impatto del leakage nelle misure. L'indice di bin generalizzato sarà esprimibile come $\lambda = k_0 + \delta$, con $|\delta| < \frac{1}{2}$ in quanto λ avrà una distanza massima di $\frac{1}{2}$ dal bin k più vicino, nello specifico $\delta = 0.07$.

La DFT centrata del segnale sarà allora pari a:

$$X_w[k] = \frac{A_1}{2} e^{j\varphi_1} \bar{W}(k - k_0 - \delta) + \frac{A_1}{2} e^{-j\varphi_1} \bar{W}(k + k_0 + \delta)$$

Calcolando $X_w[k_0]$ si ottiene:

$$X_w[k_0] = \frac{A_1}{2} e^{j\varphi_1} \bar{W}(-\delta) + \frac{A_1}{2} e^{-j\varphi_1} \bar{W}(2k_0 + \delta)$$

Nelle misure sarà sicuramente presente il cosiddetto “scalloping loss”, una perdita in ampiezza dovuta alla quantità $\bar{W}(-\delta)$. Questo effetto sarà più o meno evidente a seconda della finestra utilizzata.

L'altro problema inevitabilmente presente in queste misure sarà il leakage alla frequenza immagine, rappresentato dal termine $\frac{A_1}{2} e^{-j\varphi_1} \bar{W}(2k_0 + \delta)$. Il termine $2k_0 + \delta$ rappresenta la distanza in bin generalizzati tra il bin k_0 e la frequenza immagine in $-k_0 - \delta$.

Anche in questo caso l'effetto dipende dalla finestra utilizzata e dalla frequenza del segnale. Si ha infatti che il termine $\bar{W}(2k_0 + \delta)$ ha sicuramente un impatto minore nei casi della finestra triangolare e di Hann, specialmente per quest'ultima, per via delle loro caratteristiche di attenuazione, dovute ad un rapido decadimento dei lobi al crescere della frequenza. Al contrario, nel caso della finestra rettangolare questo termine ha un impatto maggiore sulla misura, giustificando così l'andamento degli errori, che possono essere osservati in Tabella 2. Gli spettri relativi alle misure con le tre tipologie di finestra sono mostrati in Figura 3Figura 2. Si può osservare in tutti i casi una asimmetria dello spettro, rispetto al bin centrale k_0 , dovuta al fatto che i bin generalizzati non coincidono esattamente con i bit interi della DFT ma cadono in posizioni frazionarie rispetto ad essi.

- Finestra rettangolare: nel caso di questa finestratura, si può osservare che per l'indice $k = 4$ non si ha più un valore in ampiezza pari a $\frac{A_1}{2} = 5$ V, come invece si aveva nel caso di campionamento coerente, ma si vede l'effetto dello scalloping loss, con un decremento dell'ampiezza massima raggiunta.

Si osservano ulteriori contributi in ampiezza per indici di bin in cui invece, nel caso precedente, si osservavano valori nulli. Questo effetto è dovuto alla presenza di leakage spettrale enfatizzato dalla condizione di campionamento non coerente.

Le caratteristiche generali della finestra rettangolare, i cui lobi laterali decadono più lentamente rispetto alle altre due finestre prese in esame, giustificano il motivo per cui, nel caso di campionamento non coerente, gli effetti di leakage siano più evidenti con l'utilizzo di questa finestra.

- Finestra triangolare: anche in questo caso si possono osservare gli effetti di scalloping loss e leakage nello spettro ma si possono notare errori di misura minori rispetto alla finestra rettangolare. Questo è dovuto alla forma della finestra triangolare che presenta un lobo principale più largo e dei lobi laterali che decrescono più velocemente rispetto alla finestra rettangolare
- Finestra di Hann: gli effetti di scalloping loss e leakage nello spettro della misura sono riscontrabili anche in questa situazione. L'effetto del leakage è evidenziato anche dalla presenza di componenti con valore significativo in indici di bin nei quali, in condizione di campionamento coerente, il contributo in frequenza sarebbe stato nullo (indici 1, 2, 6 e 7, per esempio).

Si può notare come la finestra di Hann riporti errori di ampiezza generalmente minori rispetto alla triangolare ma comunque confrontabili. Per quanto riguarda invece gli errori di fase e frequenza, la finestra triangolare riporta valori di errore più piccoli.

Frequenza $f_1 = 50,9$ Hz

	Errori di Ampiezza [%]			Errori di Fase [crad]			Errori di Frequenza [mHz]		
	Max Abs	Media	Dev Std	Max Abs	Media	Dev Std	Max Abs	Media	Dev Std
Rect.	1.74	-9.56e-1	6.23e-1	9.20e-1	-1.34e-1	6.30e-1	16.13	2.10	1.13e+1
Tri.	4.34e-1	-4.27e-1	5.56e-3	7.96e-3	-9.13e-4	5.63e-3	1.43e-1	1.93e-2	1.00e-1
Hann	3.48e-1	-3.32e-1	9.66e-3	1.38e-2	1.59e-3	9.79e-3	2.48e-1	-3.35e-2	1.74e-1

Tabella 2. Errori relativi alla misura del segnale a 50,9 Hz per le diverse finestre: rettangolare, triangolare

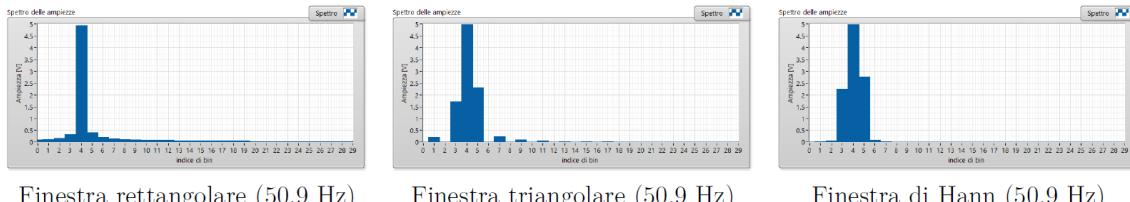


Figura 3. Spettri relativi alla misura del segnale a 50,9 Hz per le diverse finestre: rettangolare, triangolare

Segnale di test con frequenza fondamentale a **48.3 Hz**

I medesimi ragionamenti fatti nel caso della frequenza fondamentale a 50.9 Hz possono essere riportati a questo caso, con le dovute differenze.

In questo caso l'indice di bin generalizzato sarà pari a: $\lambda = 48.3 \cdot 4 \cdot 0.02 = 3.86$

e sarà esprimibile, ancora una volta, come $\lambda = k_0 + \delta$, con $-\frac{1}{2} < \delta < 0$, nello specifico $\delta = -0.14$.

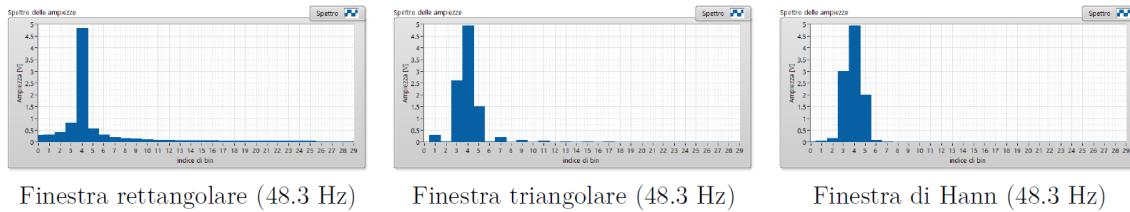
Gli errori sono in generale più elevati (vedi Tabella 3) rispetto al caso di $f = 50.9$ Hz, in quanto δ ha, in modulo, valore più elevato e, avendo valore negativo, la componente a 48.3 Hz si trova più vicina alla sua componente immagine, aumentando gli errori dovuti al leakage. Si possono osservare, inoltre, anche in questo caso, i contributi dello scalloping loss. L'andamento degli errori è mostrato in Tabella 1, mentre gli spettri relativi alle misure con le tre tipologie di finestra sono mostrati in Figura 4.

In questo caso si può notare come la finestra di Hann sia preferibile a tutte le altre per misure di ampiezza, fase e frequenza.

Frequenza $f_1 = 48.3$ Hz

	Errori di Ampiezza [%]			Errori di Fase [crad]			Errori di Frequenza [mHz]		
	Max Abs	Media	Dev Std	Max Abs	Media	Dev Std	Max Abs	Media	Dev Std
Rect.	4.69	-3.04	1.19	1.78	-8.07e-3	1.25	5.92e+1	-5.36e-1	4.15e+1
Tri.	1.54	-1.51	2.09e-2	2.99e-2	1.04e-3	2.16e-2	1.01	9.99e-3	7.18e-1
Hann	1.21	-1.19	1.95e-2	2.79e-2	9.67e-4	2.01e-2	9.40e-1	9.31e-3	6.70e-1

Tabella 3. Errori relativi alla misura del segnale a 48,3 Hz per le diverse finestre: rettangolare, triangolare



Finestra rettangolare (48.3 Hz) Finestra triangolare (48.3 Hz) Finestra di Hann (48.3 Hz)

Figura 4. Spettri relativi alla misura del segnale a 48,3 Hz per le diverse finestre: rettangolare, triangolare

Regime Dinamico

Nel caso di segnale dinamico, il segnale di ingresso viene sottoposto ad una modulazione cosinusoidale in ampiezza e fase.

In particolare, nel caso di un segnale campionato con frequenza di campionamento f_s , si ottiene:

$$x(nT_s) = A_1 \cdot [1 + k_x \cos(2\pi f_{ma} nT_s)] \cdot \cos[2\pi f_0 nT_s + k_a \cos(2\pi f_{mf} nT_s)]$$

Dove:

- A_1 è l'ampiezza del segnale di ingresso;
- T_s è il periodo di campionamento;
- k_x è il fattore di modulazione in ampiezza;
- k_a è il fattore di modulazione dell'angolo di fase;
- f_{ma} è la frequenza di modulazione di ampiezza;
- f_{mf} è la frequenza di modulazione di fase.

I casi di modulazione di ampiezza (Amplitude Modulation – AM) e di modulazione di fase (Phase Modulation – PM) vengono analizzati separatamente.

Modulazione di Aampiezza

La modulazione di ampiezza AM (Amplitude Modulation) comporta una variazione dell'ampiezza del segnale portante in funzione del segnale modulante, in questo caso un segnale cosinusoidale.

Il segnale modulato viene espresso in una forma che mette in evidenza il termine di profondità di modulazione k_x e la frequenza del segnale modulante f_{ma} :

$$x(nT_s) = A_1 \cdot [1 + k_x \cos(2\pi f_{ma} nT_s)] \cdot \cos(2\pi f_1 nT_s)$$

La modulazione in ampiezza non comporta variazioni in termini di frequenza fondamentale del segnale f_1 , infatti il segnale modulato possiederà stessa frequenza originaria del segnale portante, ma introdurrà componenti in frequenza non originariamente presenti e misurate in maniera differente a seconda della finestra di osservazione utilizzata.

È richiesta la misura in condizioni di modulazione cosinusoidale di ampiezza, con frequenza del segnale modulante f_{ma} pari a 5 Hz e con profondità di modulazione k_x pari al 10% ($k_x = 0.1$).

La modulazione AM comporta di conseguenza una variazione dell'ampiezza della DFT (vedi Figura 5), se confrontata con quella del segnale originario non modulato, in base al valore di k_x e introduce errori non presenti in condizioni stazionarie, differenti a seconda della finestra di osservazione utilizzata.

Osservando i valori riportati in Tabella 4 riguardanti gli errori di misurazione, si può notare come l'utilizzo di una finestra rettangolare comporti la misurazione meno accurata fra tutte. La finestra triangolare risulta invece più adeguata in termini di misurazione di fase e frequenza mentre la finestra di Hann risulta essere la migliore per misurazioni di ampiezza.

Modulazione di Aampiezza (AM) con $k_x = 0.1$ e $f_{ma} = 5Hz$												
	Errori di Aampiezza [%]			Errori di Fase [crad]			Errori di Frequenza [mHz]			Max Abs	Media	Dev Std
	Max	Abs	Media	Max	Abs	Media	Max	Abs	Media			
Rect.	2.73	2.79e-1	1.75	3.69e-1	7,62e-3	2,75e-1	1.89e+1	1.28	1.34e+1			
Tri.	1.36	1,39e-1	8,76e-1	2.159e-3	4,43e-5	1,59e-3	1.11e-1	-7,40e-3	7,77e-2			
Hann	1.10	1,12e-1	7,06e-1	5.97e-3	1,23e-4	4,42e-3	3.08e-1	-2,05e-2	2,16e-1			

Tabella 4. Errori relativi ai test con modulazione di ampiezza (AM)

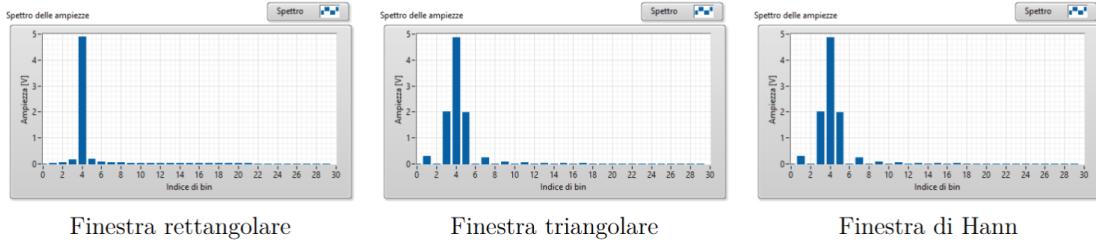


Figura 5. Spettri relativi ai test con modulazione di ampiezza (AM) per le diverse finestre

Modulazione di Fase

La modulazione di fase (Phase Modulation – PM) comporta una variazione di fase del segnale portante in funzione dell’ampiezza di un segnale modulante, in questo caso un segnale cosinusoidale.

Il segnale modulato viene espresso in una forma che mette in evidenza il termine di profondità di modulazione di fase k_a e la frequenza del segnale modulante f_{mf} :

$$x(nT_s) = A_1 \cdot \cos[2\pi f_1 nT_s + k_a \cos(2\pi f_{mf} nT_s)]$$

Osservando i tre diversi spettri del segnale finestrato (**Error! Reference source not found.**), si può notare come questi risultino particolarmente simili al caso precedentemente analizzato di modulazione di ampiezza.

In Tabella 5 sono riportati gli errori da cui si nota una riduzione significativa degli errori percentuali in ampiezza, rispetto alla modulazione AM, per ogni tipologia di finestra ma allo stesso tempo un aumento non trascurabile di errori nelle misurazioni di fase e frequenza.

Si può notare come la finestra triangolare e la finestra di Hann siano le finestre con in generale un errore di misura minore per quanto riguarda ampiezza e fase. Gli errori di frequenza risultano invece comparabili tra le varie finestre e sono inoltre dovuti anche al fatto che la stessa frequenza viene ottenuta come approssimazione della derivata della fase, ossia calcolata tramite rapporto incrementale tra campioni contigui, introducendo già di per sé un errore dovuto a tale scelta progettuale.

Modulazione di Fase (PM) con $k_a = 0.1$ e $f_{mf} = 5$ Hz

	Errori di Ampiezza [%]			Errori di Fase [crad]			Errori di Frequenza [mHz]		
	Max Abs	Media	Dev Std	Max Abs	Media	Dev Std	Max Abs	Media	Dev Std
Rect.	5.36e-1	-1,15e-1	2,81e-1	2.41	1,54e-1	1.70	1.80e+2	-8.30	1.32e+2
Tri.	9.86e-2	-6,02e-2	3,28e-2	1.27	8,08e-2	8,96e-1	1.61e+2	-9.54	1.15e+2
Hann	8.56e-2	-4,77e-2	2,92e-2	9.91e-1	6,30e-2	6,99e-1	1.57e+2	-9.85	1.12e+2

Tabella 5. Errori relativi ai test con modulazione di fase (PM).

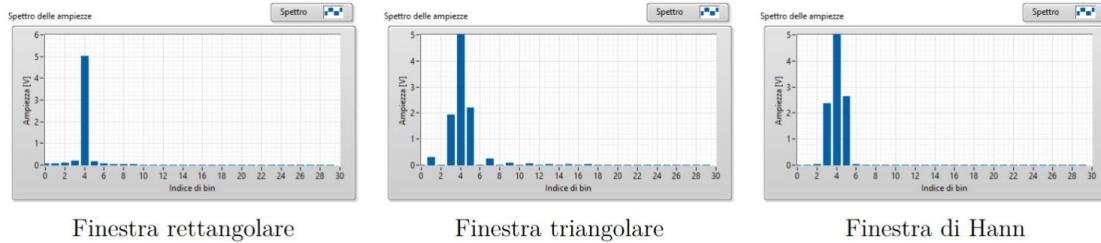


Figura 6. Spettri relativi ai test con modulazione di fase (PM) per le diverse finestre.

Disturbi

Per simulare il comportamento reale di una rete elettrica si possono effettuare dei test nei quali vengono introdotti dei disturbi, come armoniche di diverso ordine o rumore additivo.

Prove in presenza di armoniche

In queste prove, al segnale originale sono state sommate delle armoniche di ordine 2 e 3 di ampiezza pari al 10% dell'ampiezza del segnale fondamentale A_1 .

Le prove sono state eseguite rispettivamente alle frequenze fondamentali di valore 50 Hz e 48.3 Hz.

Data la presenza di due armoniche di ordine superiore ($H=3$), possiamo riscrivere il nostro segnale campionato e troncato come:

$$x_w[n] = \sum_{h=1}^H A_h \cos(2\pi f_h n T_s + \varphi_h), \text{ per } n = -\frac{N-1}{2}, \dots, +\frac{N-1}{2}$$

e la sua DFT come:

$$X_w[k] = \sum_{h=1}^H \left[\frac{A_h}{2} e^{j\varphi_h} \bar{W}(k - \lambda_h) + \frac{A_h}{2} e^{-j\varphi_h} \bar{W}(k + \lambda_h) \right]$$

La presenza delle armoniche di ordine superiore comporterà l'introduzione di un ulteriore errore di misura che andrà a combinarsi con quello dato dai casi off-nominali.

È possibile apprezzare la loro presenza andando a calcolarne l'indice di bin generalizzato per ogni armonica.

Per $f_1 = 50 \text{ Hz}$ e $T_w = T_{w,Rect} = T_{w,Tri} = T_{w,Hann} = 0.08 \text{ s}$:

$$\begin{aligned} \lambda_{h=1} &= f_1 \cdot T_w = 50 \cdot 0.08 = 4 \\ \lambda_{h=2} &= f_2 \cdot T_w = 100 \cdot 0.08 = 8 \\ \lambda_{h=3} &= f_3 \cdot T_w = 150 \cdot 0.08 = 12 \end{aligned}$$

Per $f_1 = 48.3 \text{ Hz}$ (caso off-nominal) e $T_w = T_{w,Rect} = T_{w,Tri} = T_{w,Hann} = 0.08 \text{ s}$:

$$\begin{aligned} \lambda_{h=1} &= f_1 \cdot T_w = 48.3 \cdot 0.08 = 3.86 \\ \lambda_{h=2} &= f_2 \cdot T_w = 96.6 \cdot 0.08 = 7.73 \\ \lambda_{h=3} &= f_3 \cdot T_w = 144.9 \cdot 0.08 = 11.59 \end{aligned}$$

Considerando la Figura 7 e comparandola con la Figura 2 e la Figura 4 è possibile verificare la presenza di contributi energetici ulteriori nella zona dei bin $\lambda_{h=2}$ e $\lambda_{h=3}$ dovuti proprio alle armoniche di frequenza f_2 e f_3 con un'ampiezza dello spettro su quei bin circa pari a $\frac{A_h}{2} = \frac{A_1 \cdot 10\%}{2} = 0.5 \text{ V}$.

Per il caso off-nominal con frequenza fondamentale pari a 48.3 Hz si nota in modo significativo l'asimmetria dello spettro dovuta al campionamento non coerente.

Considerando invece gli errori, la Tabella 6 mostra come alla frequenza fondamentale $f_1 = f_0 = 50 \text{ Hz}$ gli errori siano molto piccoli per la misura al bin $\lambda = 4$ a prescindere dalla finestra selezionata. In Tabella 7 è mostrato il caso con frequenza fondamentale a 48.3 Hz in cui la finestra rettangolare mostra valori di errore più grandi rispetto alle altre. Questo è dovuto al fatto che questo tipo di finestra è quella che più soffre gli effetti dello scalloping loss e del leakage alla frequenza immagine. Il vantaggio della finestra rettangolare è quello di avere perfetta cancellazione del leakage solo se ci si trova in condizione di

campionamento coerente in quanto la funzione sinc (trasformata del rettangolo) è la finestra con il lobo principale più stretto possibile.

Le altre finestre invece mostrano come, a confronto con la rettangolare, i loro pesi agiscano bene mitigando gli effetti di scalloping loss, grazie ai loro lobi principali più ampi, e diminuendo gli effetti di leakage alla frequenza immagine, grazie alla decrescita più rapida dei lobi laterali.

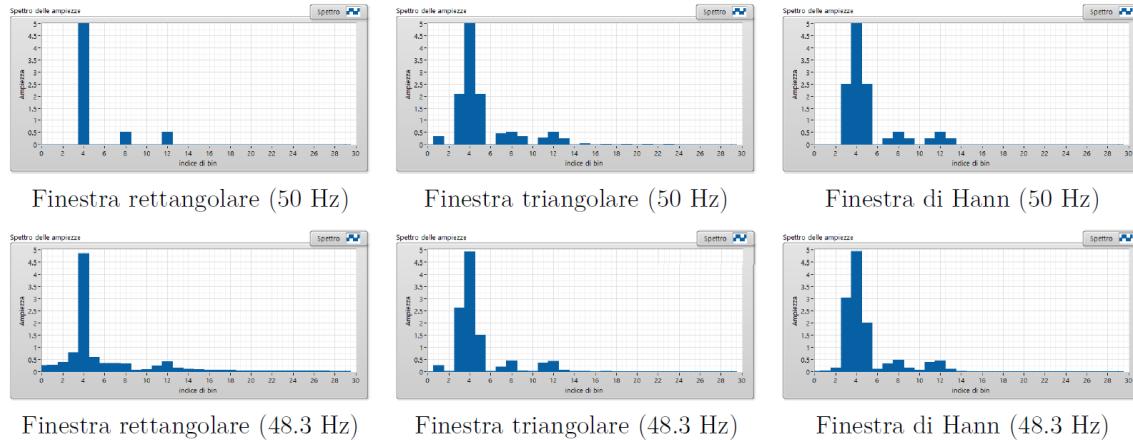


Figura 7. Spettri relativi ai test in presenza di armoniche con segnale a frequenza fondamentale a 50 Hz (in alto) e a 48.3 Hz (in basso) per le diverse finestre

Frequenza fondamentale $f_1 = 50$ Hz con armoniche h=2 e h=3

	Errori di Ampiezza [%]			Errori di Fase [crad]			Errori di Frequenza [mHz]		
	Max Abs	Media	Dev Std	Max Abs	Media	Dev Std	Max Abs	Media	Dev Std
Rect.	7.10e-14	1.35e-14	3.14e-14	1.57e-12	7.82e-13	4.59e-13	7.11e-12	1.89e-12	3.18e-12
Tri.	8.88e-14	1.35e-14	3.75e-14	1.58e-12	7.83e-13	4.59e-13	7.11e-12	2.05e-12	3.26e-12
Hann	7.11e-14	5.02e-15	3.60e-14	1.58e-12	7.83e-13	4.59e-13	7.11e-12	2.37e-12	3.39e-12

Tabella 6. Errori delle misure con frequenza fondamentale a 50 Hz e armoniche del secondo e terzo ordine

Frequenza fondamentale $f_1 = 48.3$ Hz con armoniche h=2 e h=3

	Errori di Ampiezza [%]			Errori di Fase [crad]			Errori di Frequenza [mHz]		
	Max Abs	Media	Dev Std	Max Abs	Media	Dev Std	Max Abs	Media	Dev Std
Rect.	6.10e+0	-2.97e+0	1.46e+0	1.68e+0	1.13e-1	1.09e+0	5.91e+1	-7.12e-1	3.52e+1
Tri.	1.57e+0	-1.52e+0	4.81e-2	5.70e-2	-8.46e-3	3.57e-2	1.19e+0	6.93e-2	7.37e-1
Hann	1.23e+0	-1.19e+0	4.00e-2	6.13e-2	-8.01e-3	3.85e-2	1.53e+0	8.99e-2	8.52e-1

Tabella 7. Errori delle misure con frequenza fondamentale a 48.3 Hz e armoniche del secondo e terzo ordine

Rumore additivo

In questo test verranno riportati e commentati i risultati ottenuti aggiungendo del rumore uniforme bianco al segnale con frequenza fondamentale pari a 50 Hz per vari livelli di rapporto segnale rumore (Signal to Noise Ratio (SNR)) pari a 30 dB e 50 dB.

Partendo dalla definizione di SNR, e sotto opportune ipotesi, è possibile estrarre il valore di ampiezza del rumore bianco associato ad uno specifico valore di SNR.

Il SNR è definito come:

$$SNR = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{P_s}{P_c} \right)$$

in cui P_s rappresenta la potenza del segnale e P_c la potenza del rumore di conversione complessivo.

Assumendo che:

- l'errore sia a media nulla (per cui $P_s = \sigma_s^2$ e $P_c = \sigma_c^2$);
- il rumore di conversione sia pari al solo rumore di quantizzazione ($\sigma_c = \sigma_q$);
- l'errore è uniforme per definizione di rumore bianco ($\sigma_q = \frac{a}{\sqrt{3}}$);
- la potenza di un segnale sinusoidale, di periodo $T = \frac{2\pi}{\omega}$ e ampiezza A_1 , è pari a $P_s = \frac{A_1^2}{2}$;

si ottiene una forma del SNR pari a:

$$SNR = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{A_1/2}{a^2/3} \right)$$

da cui si ottiene l'espressione dell'ampiezza del rumore:

$$a = \sqrt{10^{-\frac{SNR}{10}} \cdot \frac{3}{2} \cdot A_1^2}$$

Dato un certo valore di SNR e fissato A_1 , siamo dunque in grado di ricavare il valore di ampiezza del segnale rumore che andrà a sommarsi al segnale fondamentale nel nostro progetto LabView.

Si ottengono dunque dei valori di ampiezza del segnale rumore pari a:

- $a = 3.87e-1$ V per $SNR = 30$ dB;
- $a = 3.87e-2$ V per $SNR = 50$ dB.

Si consideri come in questo caso i valori di errore ottenuti non risultino essere sempre gli stessi da simulazione a simulazione in quanto il rumore bianco in uscita dal modulo “Uniform White Noise.vi” è un segnale aleatorio che rende a sua volta variabili le misure da esso affette.

Gli errori estratti sono dunque altamente variabili, in certi casi con anche circa un ordine di grandezza di differenza.

Per quanto riguarda l'impatto che il rumore può avere sulla nostra misura, questo è dovuto al fatto che il rumore è caratterizzato da uno spettro di potenza uniforme su tutte le frequenze, di conseguenza possiederà componenti spettrali anche alla frequenza fondamentale del segnale f_1 .

L'impatto del rumore a tale frequenza porta dunque ad un contributo aggiuntivo che altera la nostra misura e può indurre ad errori più grandi (nonché variabili data la natura del rumore bianco).

Un esempio di valori di errore che si possono ottenere è riportato in Tabella 8 e Tabella 9.

Si può notare come la finestra rettangolare mostri errori più piccoli rispetto alle altre finestre. Questo accade in quanto, in questo caso, il problema principale non è quello relativo al leakage spettrale (in quanto $f_1 = f_0$ e in quanto il rumore possiede uno spettro diffuso sul range delle frequenze) ma alla quantità di rumore che “entra” nel bin relativo alla frequenza f_1 del segnale. Poiché la finestra rettangolare risulta essere quella col lobo principale più stretto in termini di bin, questa riesce a massimizzare l'energia del segnale nel bin centrale.

Al contrario, dato che la finestra triangolare e di Hann presentano lobi centrali più ampi, risultano essere meno efficaci nel ridurre l'impatto del rumore.

Frequenza fondamentale $f_1 = 50$ Hz con SNR = 30 dB

	Errori di Ampiezza [%]			Errori di Fase [crad]			Errori di Frequenza [mHz]		
	Max Abs	Media	Dev Std	Max Abs	Media	Dev Std	Max Abs	Media	Dev Std
Rect.	1.99e-1	-3.66e-2	1.08e-1	2.86e-1	2.27e-2	1.11e-1	1.00e+1	-1.03e-1	5.38e+0
Tri.	3.45e-1	-2.46e-2	1.45e-1	2.85e-1	4.14e-3	1.14e-1	2.08e+1	-2.44e-2	7.50e+0
Hann	2.93e-1	4.10e-2	1.27e-1	3.18e-1	-5.23e-3	1.36e-1	2.36e+1	5.58e-2	9.52e+0

Tabella 8. Errori delle misure con frequenza fondamentale a 50 Hz e SNR = 30 dB

Frequenza fondamentale $f_1 = 50$ Hz con SNR = 50 dB

	Errori di Ampiezza [%]			Errori di Fase [crad]			Errori di Frequenza [mHz]		
	Max Abs	Media	Dev Std	Max Abs	Media	Dev Std	Max Abs	Media	Dev Std
Rect.	2.67e-2	2.41e-4	1.23e-2	3.05e-2	3.88e-3	1.48e-2	1.90e+0	2.25e-2	7.29e-1
Tri.	2.67e-2	2.41e-4	1.23e-2	3.05e-2	3.88e-3	1.48e-2	1.90e+0	2.25e-2	7.29e-1
Hann	3.04e-2	2.58e-3	1.18e-2	4.03e-2	5.41e-4	1.70e-2	2.29e+0	-5.78e-2	1.05e+0

Tabella 9. Errori delle misure con frequenza fondamentale a 50 Hz e SNR = 50 dB

ROCOF

Il ROCOF è definito dallo standard IEC/IEEE 60255-118-1 come l'accelerazione angolare del segnale in ingresso, espressa in Hz/s, ed è descritto dall'equazione:

$$ROCOF(t) = \frac{df(t)}{dt} = \frac{1}{2\pi} \frac{d^2\theta(t)}{dt^2} = \frac{1}{2\pi} \frac{d^2\phi(t)}{dt^2}$$

A livello progettuale, il blocco è stato realizzato in ambiente LabView come mostrato in Figura 8.

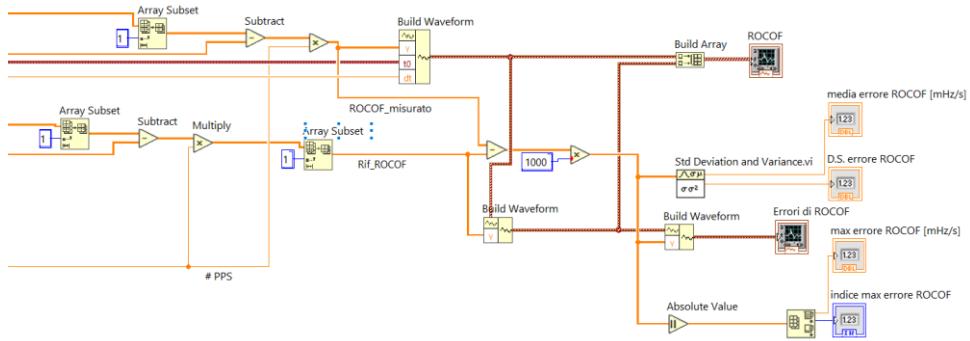


Figura 8: Schema realizzativo misura di ROCOF e Errori di ROCOF.

Il ROCOF è stato dunque implementato tramite la derivata discreta della frequenza istantanea come rapporto incrementale tra stime successive di frequenza, calcolato secondo la formula:

$$ROCOF(i) = \frac{f(i) - f(i-1)}{T_{PPS}}$$

dove $f(i)$ è la frequenza stimata all'istante i -esimo e T_{PPS} rappresenta l'intervallo di tempo tra due impulsi PPS.

Il calcolo del ROCOF è stato applicato ai seguenti casi: nominal, off-nominal (50.9 Hz) e modulazione PM.

Le condizioni di test rimangono le medesime di DFT a 4 cicli con finestra rettangolare, triangolare e di Hann e anche in questo caso vengono riportati gli errori.

Test nominal e off-nominal (48.3 Hz e 50.9 Hz)

Il calcolo del ROCOF è stato effettuato su segnali stazionari con frequenza fondamentale pari a 50 Hz, 48.3 Hz e 50.9 Hz. I valori degli errori corrispondenti per ciascun test sono riportati in Tabella 10.

Come atteso, nel caso a frequenza fondamentale pari alla nominale, si osservano errori medi trascurabili, con valori massimi e deviazioni standard anch'essi molto contenuti, confermando l'elevata accuratezza della stima nelle condizioni ideali.

Più interessante risulta l'analisi dei casi a frequenza off-nominali in cui si osserva che gli errori non sono più trascurabili come mostrato in Tabella 10.

In Figura 9 sono riportati gli andamenti relativi alla frequenza fondamentale di 48.3 Hz in cui sono rappresentate le fasi misurate, le frequenze misurate e il ROCOF. Si nota come in ciascun grafico la curva blu sia relativa alla grandezza misurata mentre la rossa corrisponda alla grandezza di riferimento.

Nel grafico raffigurante le frequenze misurate, si può notare come il segnale di riferimento appaia come una costante di valore pari alla frequenza fondamentale scelta: questo accade in quanto la frequenza è

calcolata come la derivata della fase, ed avendo quest'ultima andamento lineare, la sua derivata sarà appunto una costante e rappresentante di come il riferimento si muova a velocità angolare costante. Si può osservare invece come le frequenze relative al segnale misurato oscillino attorno al valore di frequenza del segnale di riferimento.

Guardando il grafico rappresentante il ROCOF, si osserva come il segnale di riferimento è pari a 0 in quanto ottenuto dalla derivata di una costante: questo implica che l'accelerazione angolare del fasore del segnale di riferimento sia nulla.

Si nota come nel caso del ROCOF del segnale misurato, questo appare ancora con un andamento oscillante.

Per quanto riguarda gli errori si può osservare come la finestra triangolare e di Hann mostrino, in generale, errori relativi al calcolo di ROCOF più piccoli rispetto al caso di finestra rettangolare.

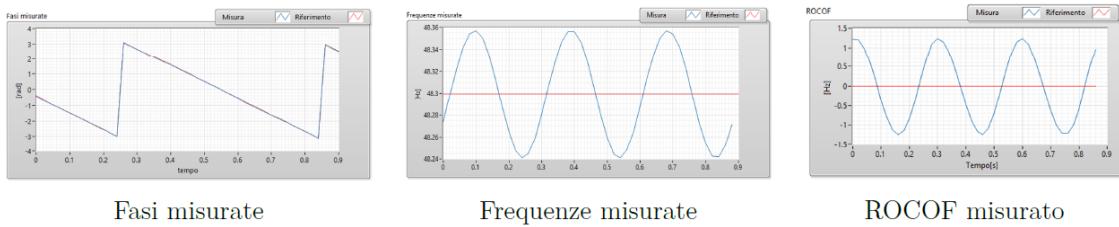


Figura 9. Andamenti di fasi, frequenze e ROCOF di un segnale a frequenza fondamentale 48.3 Hz

ROCOF - Test off-nominal

	$f_1 = 50$ Hz			$f_1 = 50,9$ Hz			$f_1 = 48,3$ Hz		
	Max Abs	Media	Dev Std	Max Abs	Media	Dev Std	Max Abs	Media	Dev Std
Rect.	3.55e-10	0.00	2.03e-10	1.81e+2	2.44e+1	1.27e+2	1.24e+3	-3.02	8.85e+2
Tri.	3.55e-10	0.00	1.53e-10	1.61	2.12e-1	1.14	2.14e+1	4.98e-2	1.53e+1
Hann	3.55e-10	0.00	1.71e-10	2.80	-3.68e-1	1.98	2.00e+1	4.64e-2	1.43e+1

Tabella 10. Errori relativi al ROCOF nei test nominal e off-nominal per le diverse finestre

Test con modulazione PM

In questo caso è possibile apprezzare un aspetto differente rispetto ai precedenti casi, in cui la modulazione PM va ad agire in modo diretto sulla fase del segnale. Questo porta dunque ad una variazione del valore di frequenza fondamentale del segnale che si riflette sulla relativa misura di ROCOF.

Come riportato in Tabella , gli errori di misura del ROCOF appaiono in generale più elevati rispetto ai casi precedenti. Questo è proprio dovuto al fatto che la modulazione di fase va ad agire sulla grandezza da cui il ROCOF deriva.

Tuttavia, sebbene gli ordini di grandezza degli errori siano gli stessi, si nota come la finestra rettangolare risulta essere la finestra con errore maggiore.

Errori di ROCOF con modulazione PM

	$f_1 = 50$ Hz			$f_1 = 50,9$ Hz			$f_1 = 48,3$ Hz		
	Max Abs	Media	Dev Std	Max Abs	Media	Dev Std	Max Abs	Media	Dev Std
Rect.	5.58e+3	-3.12e+2	4.09e+3	5.60e+3	-3.24e+2	4.09e+3	6.13e+3	-3.08e+2	4.27e+3
Tri.	4.98e+3	-1.98e+2	3.54e+3	4.99e+3	-1.99e+2	3.54e+3	4.99e+3	-1.98e+2	3.53e+3
Hann	4.85e+3	-1.70e+2	3.47e+3	4.85e+3	-1.69e+2	3.47e+3	4.88e+3	-1.70e+2	3.46e+3

Tabella 11. Errori relativi al ROCOF nei test con modulazione di fase (PM) per le diverse finestre

Conclusioni

In questo progetto sono stati svolti numerosi test che ci permettono di trarre diverse conclusioni. Il caso ideale di campionamento coerente garantisce misure accurate con errori trascurabili. In tale condizione la scelta migliore risulta essere la finestra rettangolare.

Nel caso di campionamento non coerente, la finestra di Hann e la finestra triangolare sono consigliate in quanto permettono di attenuare gli effetti di scalloping loss e leakage alla frequenza immagine.

È stata inoltre prevista la misura del ROCOF per dei test in cui gli errori di misura risultassero significativi, mettendo in luce come il caso di modulazione PM è stato il test che ha mostrato dei valori di errore più alti.