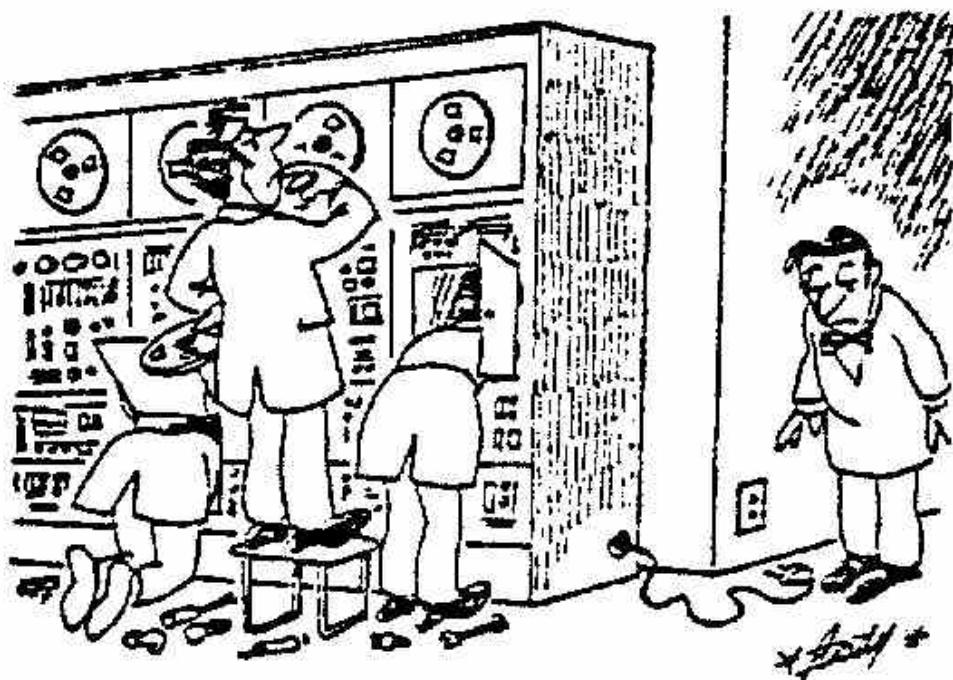


Filière Informatique

Electronique de base



Février 2018

Auteurs : Didier Barth (didier.bARTH@he-arc.ch)

Adapté de «Cours d'électricité générale» ei•aj 01-02
Mario Dellea, Philippe Lechaire,
Jacques Décosterd et Didier Barth

Bases fondamentales	Sinusoïdal monophasé
Niveau atomique	Représentation complexe
Charges 5	Valeur instantanée complexe 61
Modèle de l'atome 7	Valeur efficace complexe 63
Strucutre des conducteurs 9	Déphasage entre tension et courant 65
Courant, tension et puissance	Impédances
Courant électrique 11	Définition de l'impédance 67
Tension électrique 13	Impédance d'une résistance 69
Puissance électrique 15	Impédance d'une inductance 71
Lois de Joule et d'Ohm	Impédance d'un condensateur 73
Effet Joule 17	Impédance quelconque 75
Résistance électrique 19	
Loi d'Ohm 21	
Courant continu	Puissances
Sources idéales	Puissance instantanée 77
Source de tension idéale 23	Puissances 79
Source de courant idéale 25	
Sources réelles	Exercices monophasé
Source de tension réelle 27	Exercices 81
Source de courant réelle 29	
Analyse de circuits	Résumé éléments
Lois des noeuds 31	Tableau récapitulatif
Lois des mailles 33	Eléments fondamentaux 83
Réduction de circuits	
Couplage série 35	Diodes et transistors
Couplage parallèle 37	Diodes
Eléments non-linéaire 39	Silicium dopé 85
Régimes variables	La jonction PN 87
Grandeur variables	Fonctionnement d'une diode 89
Grandeur variables 41	Schémas équivalents d'une diode 91
Grandeur variables périodiques 42	Applications des diodes 93
Valeurs de crête, moyenne, efficace 43	
Grandeur sinusoïdale	Transistors bipolaires
Grandeur périodique sinusoïdale 45	Transistor bipolaire de type NPN 95
Courant sinusoïdal dans R 47	Trois modes de fonctionnement du T 97
L'inductance	Transistor bipolaire en commutation 99
L'inductance «L» 49	Transistors MOS
Analogie hydraulique de l'inductance 51	Transistor MOS canal N 101
Courant sinusoïdal dans L 53	Les différents types de MOS 103
La capacité	Les circuits logiques CMOS 105
La capacité «C» 55	Exercices semi-conducteurs
Analogie hydraulique de la capacité 57	Exercices diodes 106
Courant sinusoïdal dans C 59	Exercices transistors 107

Ampli OP**Fonctionnement interne**

Introduction	109
Le modèle de l'ampli OP.....	111

Ampli OP réel

Les défauts statiques (DC).....	113
Les défauts dynamiques (AC)	115

Applications

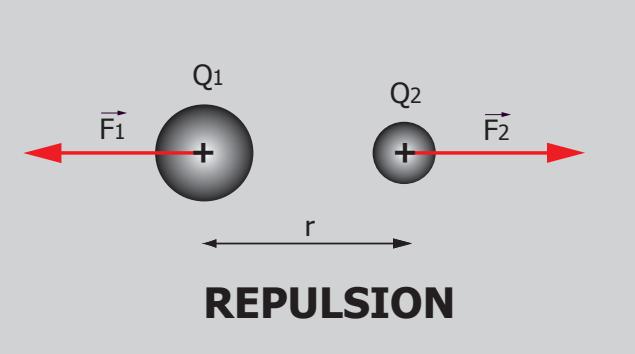
Le comparateur	117
L'amplificateur inverseur.....	119
L'amplificateur non-inverseur	121
Divers montages à ampli OP	123

Exercices amplificateurs opérationnels

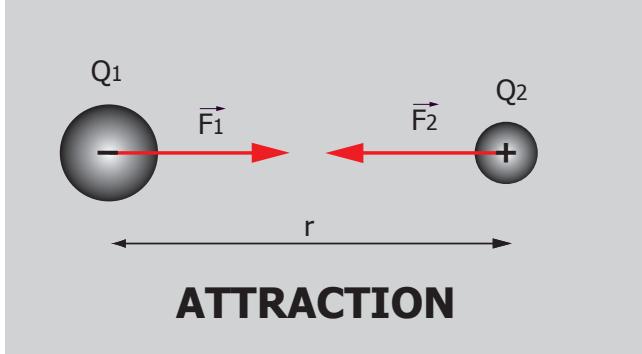
Exercices Ampli-OP	125
--------------------------	-----

CHARGES

Deux charges de même signe se repoussent



Deux charges de signe opposé s'attirent



$$|\vec{F}| = k \frac{|Q_1 \cdot Q_2|}{r^2}$$

charge électrique : [Q] = Coulomb = C
force électrique : [F] = Newton = N

$$k = \frac{1}{4 \pi \varepsilon_0} \quad \varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{A \cdot s}{V \cdot m}$$

Commentaire :

Les charges peuvent revêtir diverses formes :

- **Les charges élémentaires** : électrons : $qe^- = -1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
protons : $qp^+ = +1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

- **Les atomes chargés appelés ions** :

Les ions positifs sont des atomes qui comportent moins d'électrons que de protons alors que les ions négatifs en comportent plus.

- **Les corps chargés** :

La charge est due à un déséquilibre entre les populations d'électrons et de protons.

Exemple :

Une feuille de papier A4 standard (80 g/m²) arrive à se maintenir en suspension sous la paume d'une main humaine. Calculer le nombre d'électrons que la personne en question a du acquérir pour que la feuille reste en suspension sous l'effet conjugué de son poids et de la force de Coulomb. On admet que la distance entre la feuille et la charge ponctuelle formé par la main est de 5 mm.

TABLEAU PÉRIODIQUE DES ÉLÉMENTS

1 H 1.0079	2 He 4.0026
3 Li 6.941	4 Be 9.0122
11 Na 22.990	12 Mg 24.305
19 K 39.098	20 Ca 40.078
37 Rb 85.468	38 Sr 87.62
55 Cs 132.91	56 Ba 137.33
87 Fr [223]	88 Ra [226]
89-103 Ac-Lr [267]	104 Rf [268]
105 Db [271]	106 Sg [272]
107 Bh [277]	108 Hs [276]
109 Mt [281]	110 Ds [280]
111 Pg [285]	112 Cn [...]
113 Uut [...]	114 Fl [287]
115 Uup [...]	116 Lv [291]
117 Uus [...]	118 Uuo [...]

13
B
10.811

14
C
12.011

15
N
14.007

16
O
15.999

17
F
18.998

18
Ne
20.180

13
Al
26.982

14
Si
28.086

15
P
30.974

16
S
32.065

17
Cl
35.453

18
Ar
39.948

31
Ga
69.723

32
Ge
72.64

33
As
74.922

34
Se
78.96

35
Br
79.904

36
Kr
83.798

49
In
114.82

50
Sn
118.71

51
Sb
121.76

52
Te
127.60

53
I
126.90

54
Xe
131.29

81
Tl
204.38

82
Pb
207.2

83
Bi
208.98

84
Po
[209]

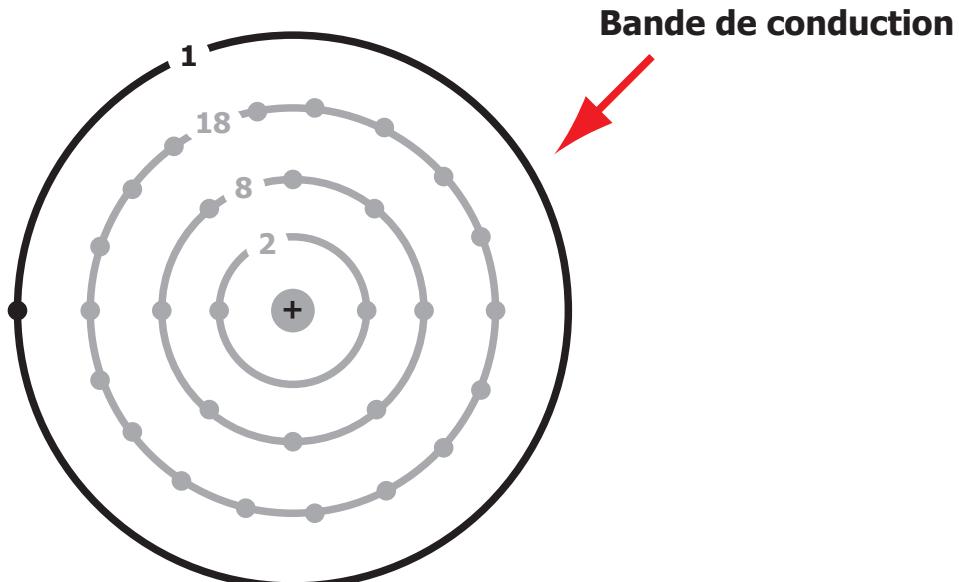
85
At
[210]

86
Rn
[222]

Copyright © 2016 by Eni Generalic

Z	Element	No. of electrons/shell
29	copper	2, 8, 18, 1
47	silver	2, 8, 18, 18, 1
79	gold	2, 8, 18, 32, 18, 1
111	roentgenium	2, 8, 18, 32, 32, 17, 2

MODELE DE L'ATOME



Atome de Cuivre (Cu)

Commentaire :

Le nombre maximum d'électrons que peut contenir chaque couche est le même pour tous les atomes. Les couches se remplissent à partir du noyau vers l'extérieur. Un atome est dans son état le plus stable quand le nombre d'électrons associé à chaque noyau remplit complètement les sous-couches de la structure orbitale.

Les atomes du cuivre, par exemple, ont 29 électrons dont 28 remplissent entièrement les trois premières couches; il subsiste un seul électron sur la 4ème couche. Puisque l'atome de cuivre serait plus stable sans cet électron, une faible attraction seulement le retient en orbite autour du noyau contrairement aux 28 autres électrons qui sont solidement liés dans les trois premières couches.

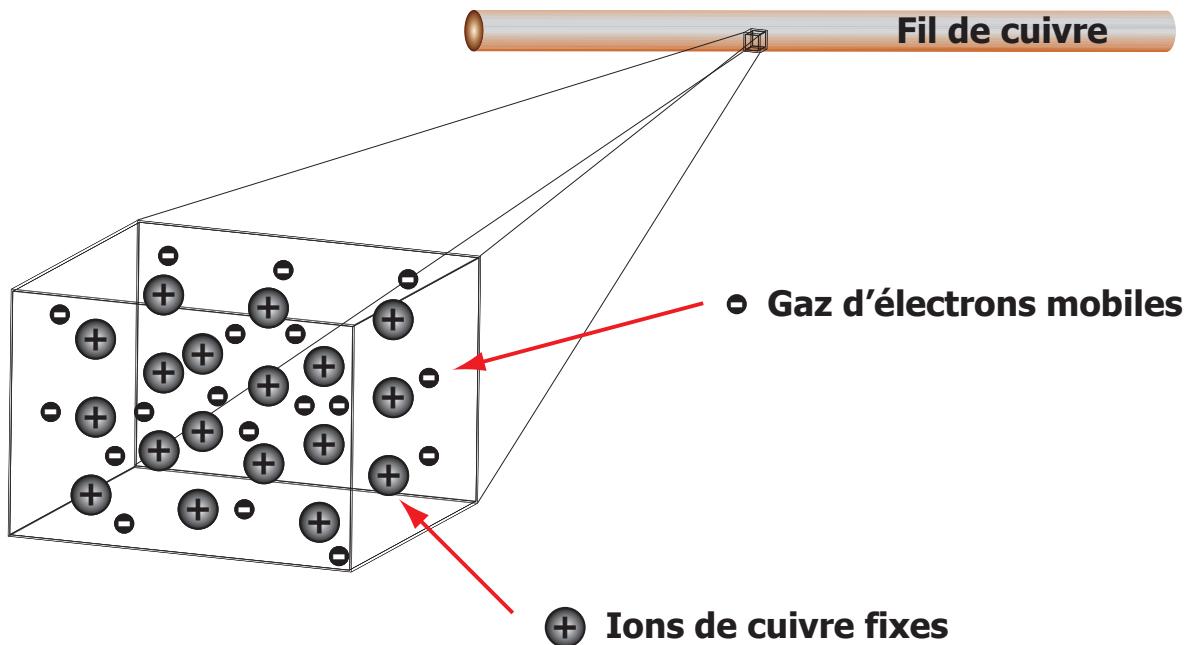
voir tableau périodique des éléments : <http://www.periodni.com/fr/>

La bande de conduction est cette couche électronique externe, incomplète, ne comportant que peu d'électrons. Ainsi, si de tels atomes sont proches, les électrons de leur bande de conduction pourront circuler librement d'un atome à l'autre. Les conducteurs sont des matériaux formés d'atomes dont la bande de conduction contient un ou deux électrons.

Les conducteurs les plus utilisés sont le cuivre, l'or, l'argent et l'aluminium.

- **Les conducteurs** sont des matériaux formés d'atomes dont la bande de conduction contient un ou deux électrons. Les conducteurs les plus utilisés sont le cuivre, l'or, l'argent et l'aluminium.
- **Les isolants** sont des matériaux formés d'atomes dont la bande de conduction est vide ou, autrement dit, dont la couche externe est pratiquement complète.

STRUCTURE DES CONDUCTEURS



Un électron libre par atome de Cu

Commentaire :

Les atomes des métaux adoptent une configuration cristalline (positions fixes) telle que les ions positifs, composés d'un noyau et des électrons captifs, sont disposés de manière à permettre aux électrons libres de se déplacer d'un atome à l'autre.

Chaque atome des métaux perd un ou deux électrons qui voyagent librement dans le cristal formant un "gaz" d'électrons. Leur mouvement, aléatoire, est influencé par l'attraction des ions, par la répulsion des autres électrons et par l'énergie thermique qui fait vibrer les ions qui occupent des positions fixes dans le réseau cristallin.

Les électrons libres ne peuvent toutefois pas quitter la matière car, devenant positive, elle exerceurait sur eux une force d'attraction.

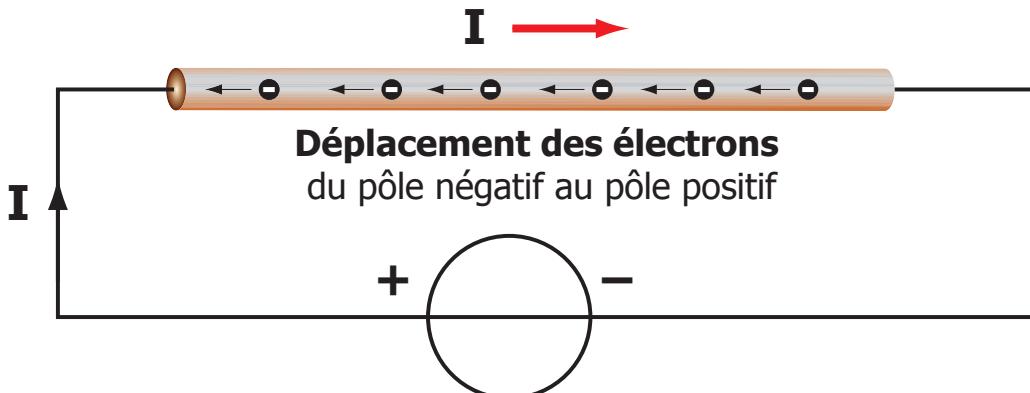
Courants admissibles dans les installations électriques suisses à température ambiante (30°C) selon la norme NIBT 2005

Section du conducteur en mm ²	Diamètre du conducteur en mm	Intensité maximum en A		Densité de courant en A/mm ²	
		Fixe	Mobile	Fixe	Mobile
0.75 *	1.0		6		8.0
1 *	1.1		10		10.0
1.5	1.4	13.5	15.5	9.0	10.3
2.5	1.8	18	21	7.2	8.4
4	2.3	24	28	6.0	7.0
6	2.8	31	36	5.2	6.0
10	3.6	42	50	4.2	5.0
16	4.5	56	68	3.5	4.3
25	5.6	73	89	2.9	3.6
35	6.7	89	110	2.5	3.1
50	8.0	108	134	2.2	2.7
70	9.4	136	171	1.9	2.4
95	11.0	164	207	1.7	2.2
120	12.4	188	239	1.6	2.0

* anciennes normes

COURANT ELECTRIQUE

Sens conventionnel du courant



COURANT

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

[I] = Ampère = A

DENSITE DE COURANT

$$J = \frac{I}{S}$$

$$[J] = \frac{A}{m^2}$$

Commentaire :

Le courant électrique est l'écoulement global des milliards d'électrons libres qui constituent le gaz d'électrons contenu dans les conducteurs. Pour qu'un courant puisse circuler, il faut réaliser un circuit fermé électriquement dans lequel est placé un générateur et un conducteur. Le générateur exerce une force sur le gaz d'électrons de sorte qu'un excès d'électrons apparaît sur une borne, c'est le pôle négatif et un déficit apparaît sur l'autre qui est le pôle positif. L'écoulement dans le conducteur (le courant) dépend alors de ses dimensions et de ses caractéristiques électriques.

Le courant électrique a deux fonctions :

- Il sert à transporter de l'énergie
- Il permet de transmettre de l'information

En pratique, la grandeur du courant se situe dans un domaine allant du nA au kA. La densité de courant est nécessaire au dimensionnement des conducteurs. En effet, si la densité de courant est trop importante il y a échauffement voire fusion. Pour les installations électriques, des normes de sécurité définissent la section minimale des conducteurs pour un courant maximum donné.

Note :

La charge accumulée dans les piles, les batteries et les accumulateurs ne s'exprime pas en Coulomb mais en Ampère-heure. Un Ah revient à débiter un courant de 1A durant 3600 secondes donc à fournir une charge de 3600C.

TENSION ELECTRIQUE

$$|\vec{F}| = k_a \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} = \frac{k_a \cdot m_1}{r^2} \cdot m_2 = cte \cdot m_2 = g \cdot m_2$$

si $h \ll r$

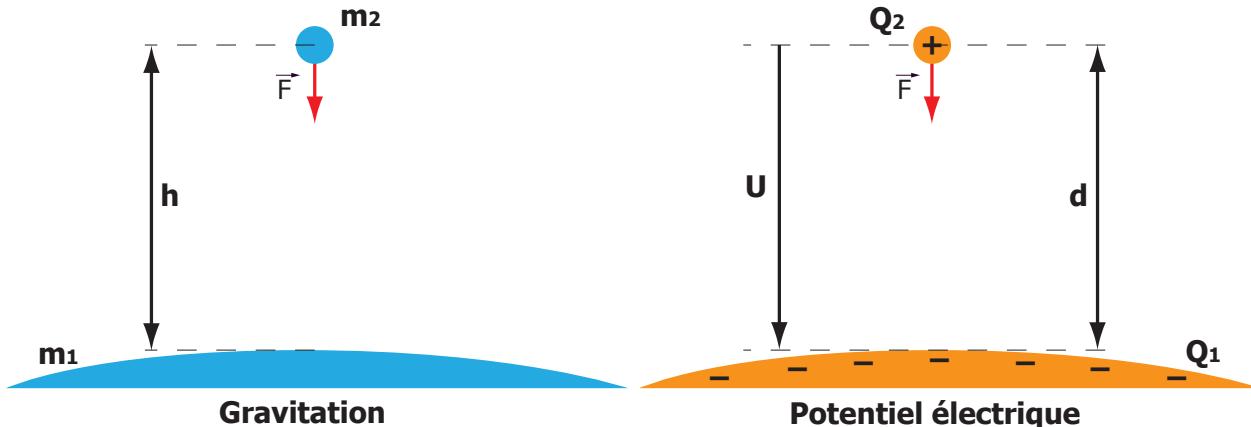
$$|\vec{F}| = k_b \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} = \frac{k_b \cdot Q_1}{r^2} \cdot Q_2 = cte \cdot Q_2 = E \cdot Q_2$$

si $d \ll r$

$$W = |\vec{F}| \cdot h = m_2 \cdot g \cdot h$$

$$W = |\vec{F}| \cdot d = Q_2 \cdot E \cdot h = Q_2 \cdot U$$

U est la tension entre Q_2 et Q_1



Commentaire :

De même que la hauteur détermine l'énergie potentielle que possède une masse, la tension détermine l'énergie potentielle que possède une charge.

La hauteur est une différence d'altitude. Pour un système donné, l'altitude est une hauteur déterminée par rapport à une référence donnée. Ainsi le niveau de la mer est sur terre la référence par rapport à laquelle sont déterminées les altitudes géographiques.

De même, **la tension est une différence de potentiel**. Pour un système électrique donné, le potentiel est une tension déterminée par rapport à une référence donnée souvent appellée la masse ou la terre.

E est appelé le champ électrique en volt/m.

La sens conventionnel de la tension va du potentiel le plus positif au plus négatif.

Attention, ne pas confondre :

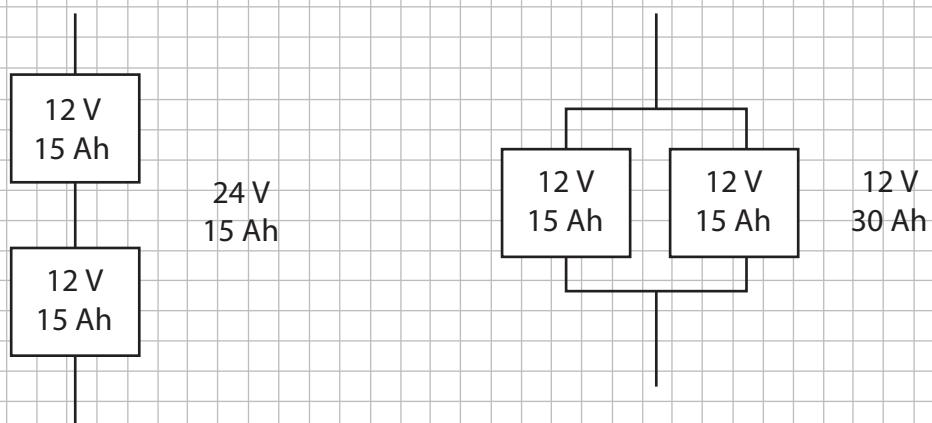
Q : La charge électrique en Coulomb ou Ah
W : L'énergie en Joule, Wh ou kWh
P : La puissance en W ou kW

$$Q = I \cdot t \quad W = P \cdot t = Q \cdot U \quad P = U \cdot I$$

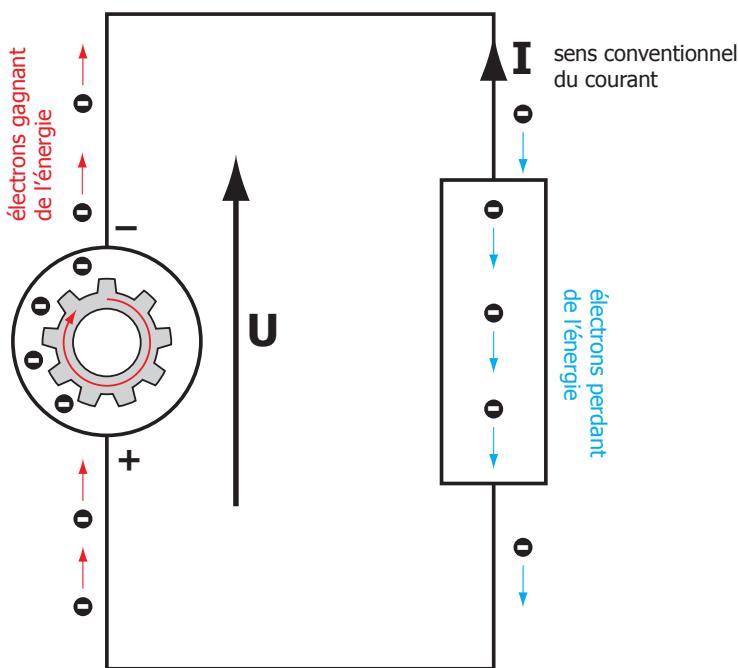
$$\begin{aligned} 1 \text{ Ah} &= 3600 \text{ C} \\ 1 \text{ Wh} &= 3600 \text{ J} \\ 1 \text{ kWh} &= 1000 \text{ Wh} = 3'600\,000 \text{ J} \end{aligned}$$

Attention :

En série, les capacités (charges) des accumulateurs ne s'additionnent pas. En revanche, en parallèle elles s'additionnent !



L'énergie à disposition est la même, mais pas avec la même tension !

ENERGIE et PUISSANCE

$$\Delta W = \Delta Q \cdot U$$

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{\Delta Q \cdot U}{\Delta t} = I \cdot U$$

tension **[U] = Volt = V**
énergie **[W] = Joule = J**
puissance **[P] = Watt = W**

$$P = U \cdot I$$

Commentaire :

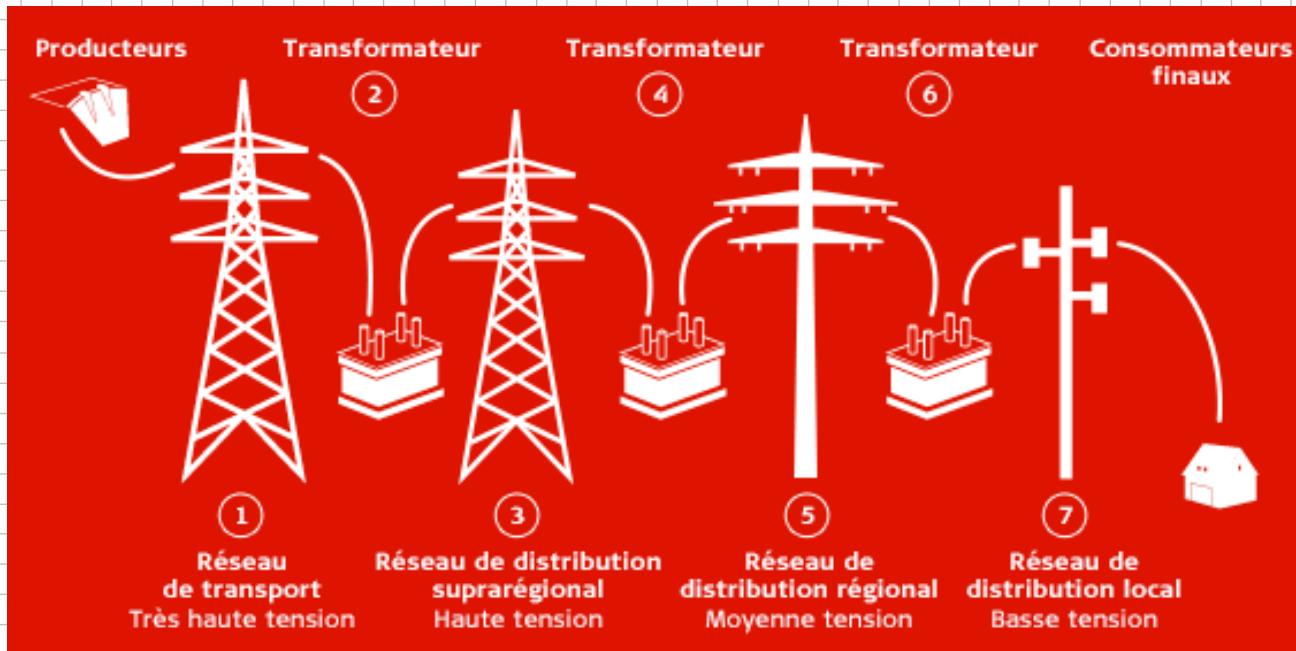
La puissance correspond à la vitesse d'exécution d'un travail. En pratique, la grandeur de la puissance se situe dans un domaine allant du mW au GW.

Commercialement, les distributeurs d'énergie électrique ou autres utilisent une autre unité pour l'énergie: le kilowattheure (kWh)

Le transport de l'énergie électrique se fait si possible à des tensions élevées afin de limiter le courant dans les conducteurs donc leur section. Toutefois, pour des raisons de sécurité ou pour des raisons techniques, la distribution d'énergie à basse tension est aussi répandue pour de petites installations.

Exemple :

1. Un processeur Intel core i7 est alimenté par une tension 1.3 V et dissipe jusqu'à 188 W. Quel courant maximum faudra-t-il lui fournir.
2. Un accumulateur NiMH de type AA a une capacité de 2500 mAh pour 1.2 V. Un GPS en possède deux montés en série et il consomme en fonctionnement 178 mA. Calculez la durée théorique d'utilisation de cette appareil si les batteries sont chargées au maximum.



source : Swissgrid

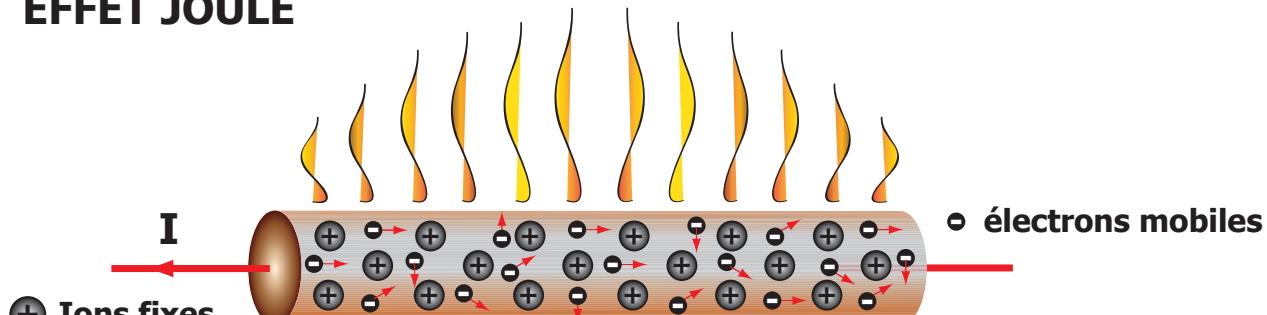
Très haute tension : 220 et 380 kV

Haute tension : 36 à 220 kV

Moyenne tension : 1 à 36 kV

Basse tension : 0.4 à 1 kV

Consommateur final : 230 V (monophasé) / 400 V (triphasé)

EFFET JOULE

Le passage du courant provoque un échauffement

$$P = R \cdot I^2$$

R : résistance [R] = Ohm = Ω

**Commentaire :**

La résistance est l'opposition que présente un dispositif au passage du courant, elle convertit l'énergie électrique en énergie thermique.

En pratique, la grandeur de la résistance se situe dans un domaine allant du $\text{m}\Omega$ au $\text{G}\Omega$.

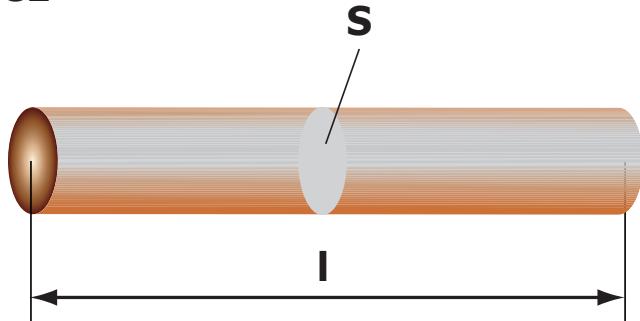
Selon les applications, on utilise aussi l'inverse de la résistance appelée la conductance :

$$G = \frac{1}{R}$$

$$[G] = \text{Siemens} = S = \Omega^{-1}$$

Exemple :

Calculer la résistance d'un corps de chauffe d'une imprimante laser sachant qu'il faut lui fournir un courant de 4 A pour que la puissance thermique dissipée soit de 1.2 kW, ceci afin d'atteindre une température de 200°C.

RESISTANCE**La résistance d'un conducteur dépend de :**

- sa longueur
- sa section
- sa matière

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}$$

 ρ : résistivité du matériau [ρ] = $\Omega \cdot m$ **Commentaire :**

La résistance est aussi dépendante de la température.

Exemples de résistivités :

Conducteurs :

argent : $\rho_{Ag} = 1.59 \cdot 10^{-8} \Omega m$
cuivre: $\rho_{Cu} = 1.68 \cdot 10^{-8} \Omega m$
or : $\rho_{Au} = 2.21 \cdot 10^{-8} \Omega m$
aluminium: $\rho_{Al} = 2.70 \cdot 10^{-8} \Omega m$

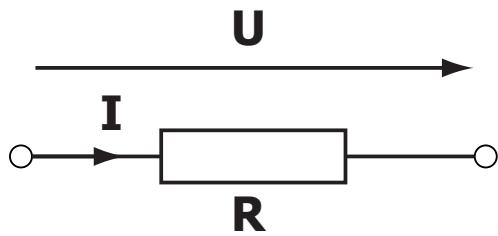
Isolants :

nylon : $\rho_{NYLON} = 5 \cdot 10^{10} \Omega m$
PVC : $\rho_{PVC} = 1 \cdot 10^{14} \Omega m$
verre : $\rho_{verre} = 1 \cdot 10^{17} \Omega m$

Exemple :

Calculer la résistance d'une interconnexion à l'intérieur d'un circuit intégré si la piste en aluminium a une longueur de 4 mm, une largeur de 3 μm et une épaisseur de 0.6 μm .

LOI D'OHM



Puissance électrique fournie : $P = U \cdot I$

Pertes par effet Joule : $P = R \cdot I^2$

Loi d'Ohm : $U = R \cdot I$

Commentaire :

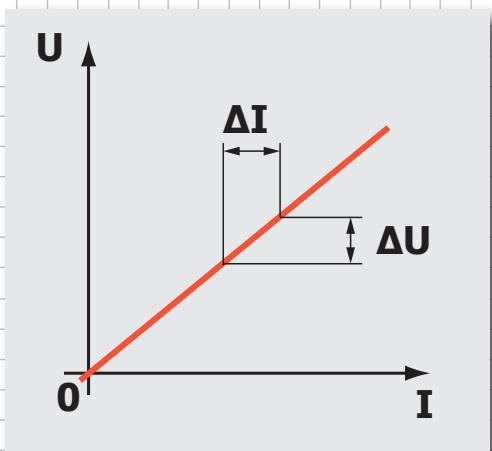
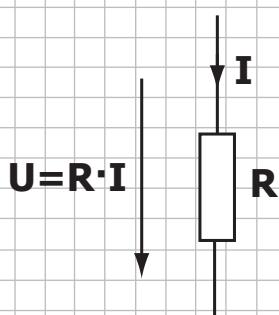
Etant donnée la tension aux bornes d'une résistance, la puissance électrique peut s'exprimer ainsi :

$$P = \frac{U^2}{R}$$

Exemple :

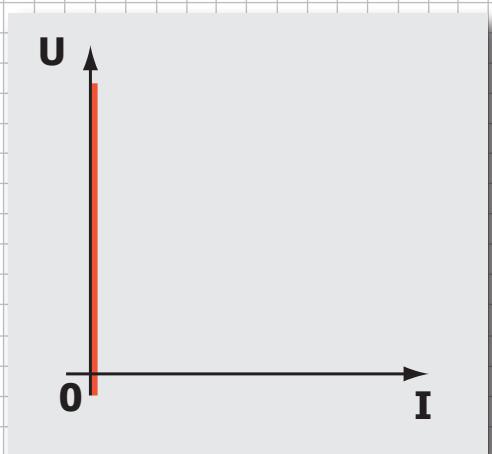
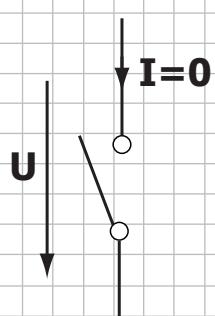
Une installation solaire fournit une tension de 12 V et sert à alimenter un éclairage. Calculer la puissance fournie par la batterie lorsque une lampe, marquée 20 W / 12 V, est allumée sachant que les fils l'alimentant sont en cuivre, qu'ils ont une section de 1 mm². La distance entre la batterie et l'ampoule est de 17.5 m. La résistance totale des contacts est de 0.8 Ω.

RÉSISTANCE



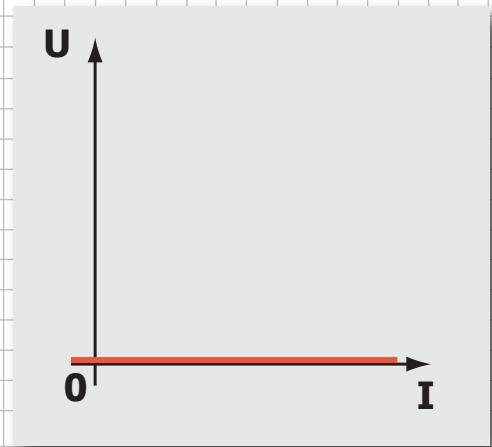
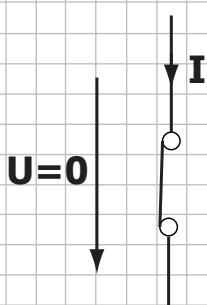
La pente de la droite vaut $R = \frac{\Delta U}{\Delta I}$

INTERRUPEUR OUVERT



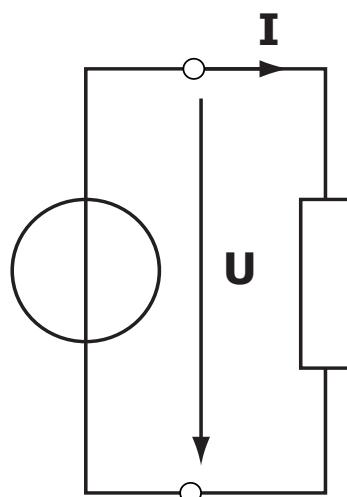
Quelque soit U , I est toujours égal à 0.

INTERRUPEUR FERMÉ

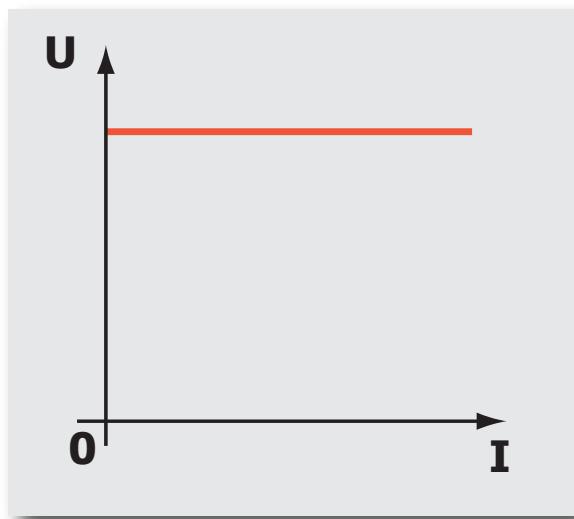


Quelque soit I , U est toujours égal à 0.

SOURCE DE TENSION IDEALE



Circuit de charge



La tension de la source est indépendante du courant débité.

Commentaire :

Pour qu'un circuit électrique puisse transporter de l'énergie électrique il faut un dispositif capable de forcer les électrons libres à circuler. Pour cela, il peut soit leur fournir de l'énergie potentielle (source de tension) soit de l'énergie cinétique (source de courant). Ces sources peuvent être une pile, un accumulateur, un générateur alternatif, une cellule photovoltaïque, un capteur...etc.

Afin de dimensionner les circuits électriques, ces sources sont décrites par un modèle mathématique. Selon les cas, il est préférable d'utiliser un modèle simple (source idéale) ou un modèle plus élaboré (source non-idéale).

Une source idéale de tension est un composant actif qui présente à ses bornes une tension **U** indépendante du courant **I** débité. Le courant débité par une source de tension dépend du circuit de charge.

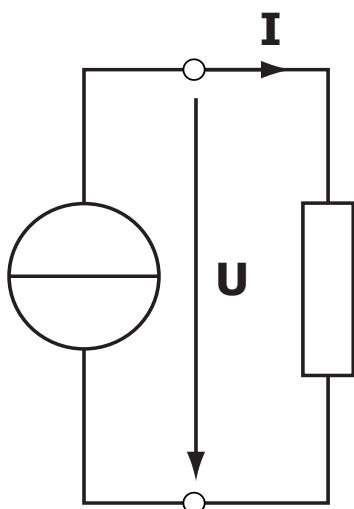
Note :

Ce modèle n'est pas valable si la sortie de la source de tension est court-circuitée.

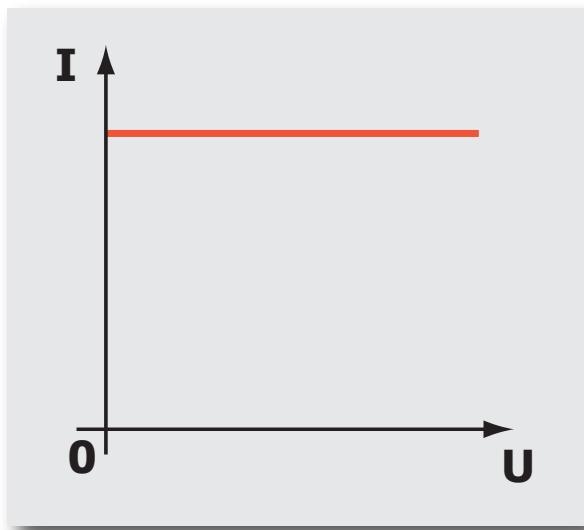
Exemple :

Calculer le courant débité par une source de tension idéale de 12 V dans une charge de 20 mΩ.

SOURCE DE COURANT IDEALE



Circuit
de charge



**Le courant de la source est
indépendant de la tension à ses bornes.**

Commentaire :

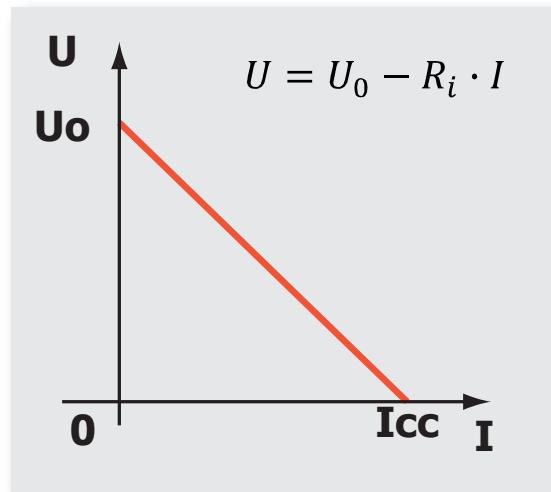
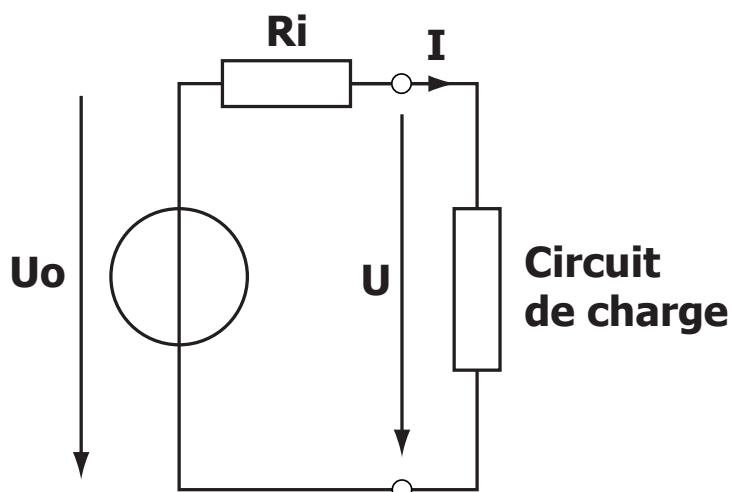
Une source idéale de courant est un composant actif débitant un courant électrique **I** indépendant de la tension **U** apparaissant à ses bornes. La tension apparaissant aux bornes d'une source de courant dépend du circuit de charge.

Note :

Ce modèle n'est pas valable si la source de courant est connectée à un circuit ouvert.

Exemple :

1. Calculer la tension apparaissant aux bornes d'une source de courant qui débite un courant de 20mA dans une résistance de 47kΩ.
2. Même calcul pour un courant de 40A débité dans une résistance de 50MΩ.

SOURCE DE TENSION REELLE**Uo : tension à vide****Ri : résistance interne****Icc : courant de court-circuit**

$$I_{cc} = \frac{U_0}{R_i}$$

Commentaire :

Le modèle idéal est parfois insuffisant pour rendre compte du comportement d'un générateur physique. En effet, expérimentalement, on observe une diminution de la tension aux bornes d'une source de tension réelle lorsque le courant débité croît. Pour tenir compte de ce phénomène, une résistance interne R_i est introduite dans le modèle idéal.

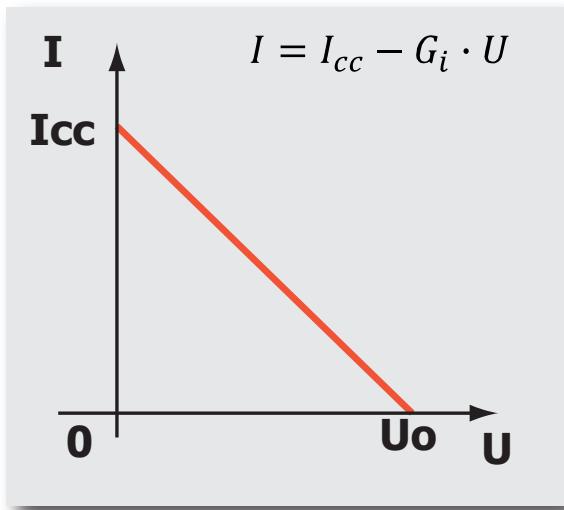
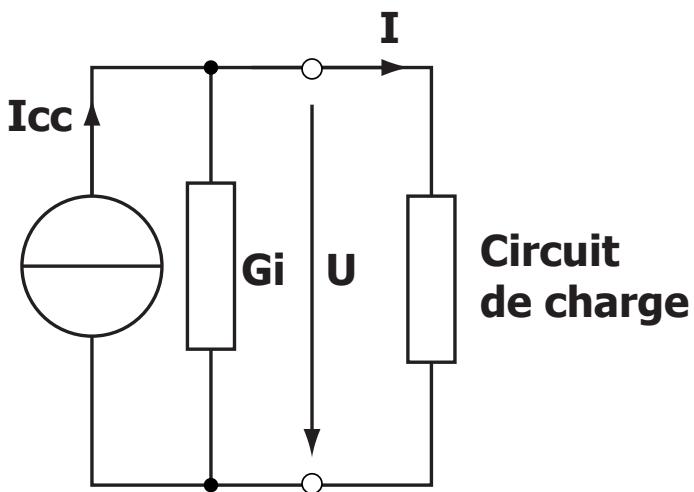
Note :

Par rapport à la réalité physique, ce modèle est encore idéalisé; toutefois, il est suffisant pour la majorité des cas.

La résistance interne R_i est la résistance que «voit» la charge lorsque le ou les générateurs de tension constituant la source équivalente sont courts-circuités et les générateurs de courant enlevés.

Exemple :

On impose aux bornes d'une source de tension une résistance de charge de 300Ω , et on constate que la tension est alors égale à la moitié de celle mesurée à vide. Déterminer sa résistance interne.

SOURCE DE COURANT REELLE**I_{cc} : courant de court-circuit****G_i : conductance interne****U_o : tension à vide**

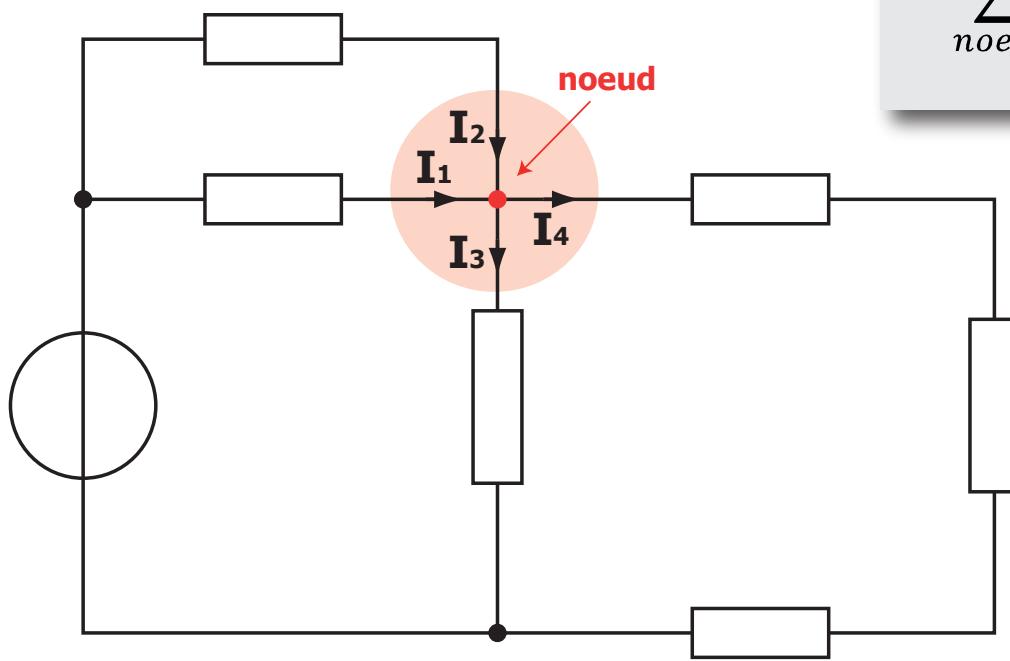
$$G_i = \frac{1}{R_i} \quad U_0 = \frac{I_{cc}}{G_i} = R_i \cdot I_{cc}$$

Commentaire :

Expérimentalement, on observe une diminution du courant débité par une source de courant réelle lorsque la tension à ses bornes augmente. Pour tenir compte de ce phénomène, une conductance interne G_i est introduite dans le modèle idéal.

Exemple :

Calculer le courant fourni par une source de courant à une résistance de $1 \text{ M}\Omega$, sachant que son courant de court-circuit est de $100 \mu\text{A}$ et que sa conductance interne est de 100 nS . Calculer aussi la tension apparaissant aux bornes de la résistance.

LOIS DE KIRCHHOFF

$$\sum_{\text{noeud}} I = 0$$

LOI DES NOEUDS**Commentaire :**

La loi des noeuds exprime la conservation de la charge qui signifie que la somme des courants sortant d'un noeud est égale à la somme des courants entrant. Autrement dit :

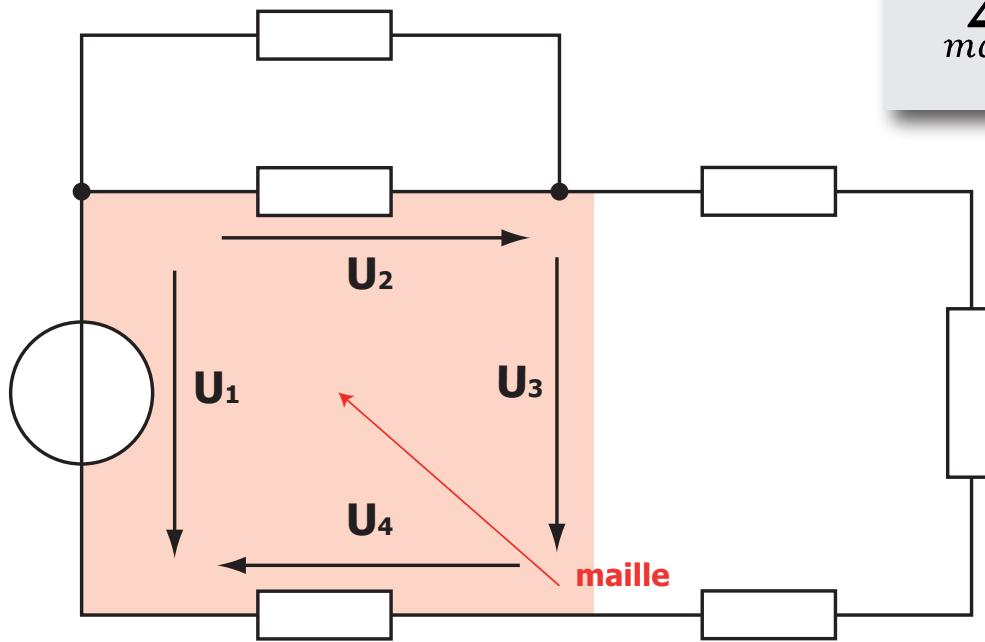
En régime continu, la somme algébrique des courants est nulle en tous noeuds d'un circuit

Pour cela, il faut choisir un signe pour les courants entrant et le signe contraire pour les courants sortant. En général, on choisit le signe positif pour les courants entrants.

Exemple :

La source de tension du circuit ci-dessus fournit un courant de 400 mA. Déterminer les courants I_1 et I_3 sachant que I_2 vaut 100 mA et I_4 150 mA.

LOIS DE KIRCHHOFF



$$\sum_{\text{maille}} U = 0$$

LOI DES MAILLES

Commentaire :

La loi des mailles exprime le fait que lorsqu'une charge parcourt un circuit fermé, l'énergie qu'elle perd en traversant une partie du circuit est égale à l'énergie qu'elle gagne dans l'autre partie du circuit.
Ainsi :

la somme algébrique des tensions le long d'une maille est nulle

Pour cela, il faut choisir arbitrairement un sens de parcours de la maille et convenir que les tensions dont la flèche pointe le sens du parcours sont comptées comme positives et les autres comme négatives.

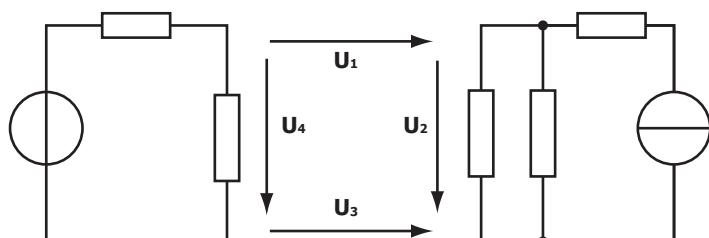
Exemple :

Calculer littéralement la tension U_3 du circuit ci-dessus en considérant que toutes les résistances sont égales. Sachant que la source fournit une tension de 12 V, calculer numériquement cette tension.

Note :

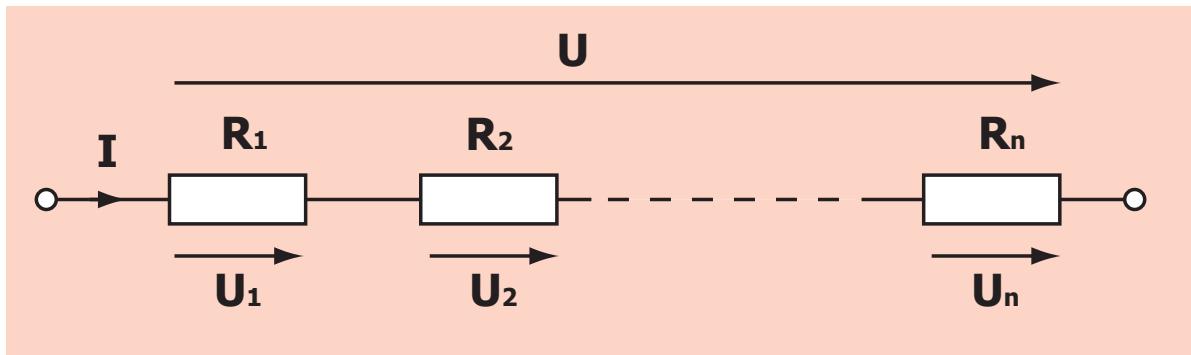
Une maille est constituée de tension formant un parcours fermé. Chaque tension est présente d'un point du parcours à un autre sans qu'il y ait nécessairement un courant qui circule entre eux.

$$U_1 + U_2 - U_3 - U_4 = 0$$



REDUCTION DE CIRCUITS

$$R_{\text{série}} = \sum_{i=1}^n R_i$$



$$R_{\text{série}} \cdot I = R_1 \cdot I + R_2 \cdot I + \dots + R_n \cdot I = U$$

$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n$$

COUPLAGE SERIE

Commentaire :

Des résistances sont en série lorsqu'elles sont toutes parcourues par le même courant.

Ainsi, connaissant le courant I et la valeur des résistances, il est facile de déterminer les tensions partielles en appliquant la loi d'Ohm. Toutefois, on peut aussi exprimer directement chaque tension partielle à partir de la tension totale sans faire intervenir le courant :

$$I = \frac{U}{R_{\text{série}}} \quad \text{ainsi, pour une tension partielle du circuit série :} \quad U_k = R_k \cdot I = \frac{R_k}{R_{\text{série}}} \cdot U$$

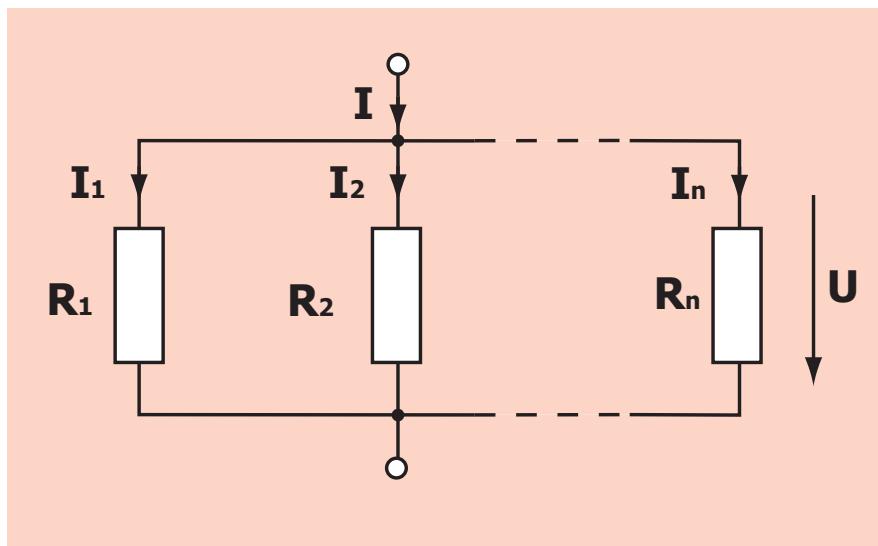
On constate qu'un circuit formé de résistances en série forme un **diviseur de tension**.

Exemple :

Trois résistances reliées en série valeur respectivement $12 \text{ k}\Omega$, $27 \text{ k}\Omega$ et $33 \text{ k}\Omega$.

- Sans calculer le courant déterminer la tension aux bornes de la dernière résistance lorsqu'on impose à l'ensemble une tension de 3.3 V.
- Calculer le courant

REDUCTION DE CIRCUITS



$$\frac{1}{R_{\text{parallèle}}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$$

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n$$

$$\frac{U}{R_{\text{parallèle}}} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \dots + \frac{U}{R_n} = I$$

COUPLAGE PARALLÈLE

Commentaire :

Des résistances sont en parallèle lorsqu'elles ont toutes la même tension (physiquement).

Ainsi, connaissant la tension U et la valeur des résistances, il est facile de déterminer les courants de chaque branche en appliquant la loi d'Ohm. Toutefois, on peut aussi exprimer directement le courant de chaque branche à partir du courant total sans faire intervenir la tension :

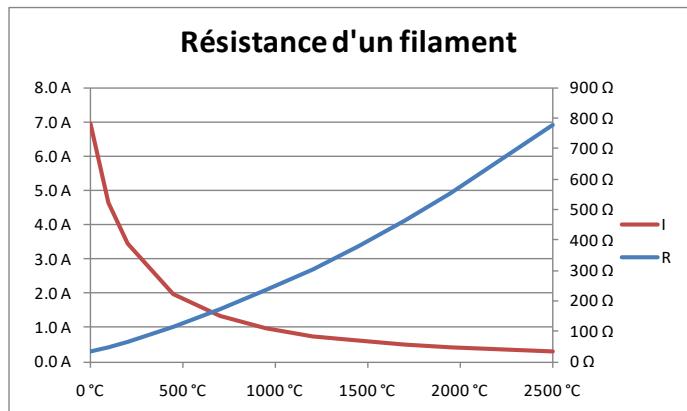
$$U = R_{\text{parallèle}} \cdot I \text{ ainsi, pour le courant d'une branche du circuit parallèle : } I_k = \frac{U}{R_k} = \frac{R_{\text{parallèle}}}{R_k} \cdot I$$

On constate qu'un circuit formé de résistances en parallèle forme un **diviseur de courant**.

Exemple :

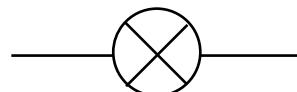
Une résistance de 12 MΩ est mise en parallèle avec un groupe formé de deux résistances de 5.6 MΩ chacune, reliées en série.

- Sans calculer la tension, déterminer le courant dans le groupe des deux résistances en série lorsqu'on impose à l'ensemble un courant de 120 µA.
- Calculer la tension aux bornes de chaque résistance.



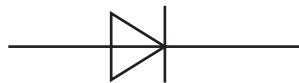
Une ampoule

230 V / 100 W

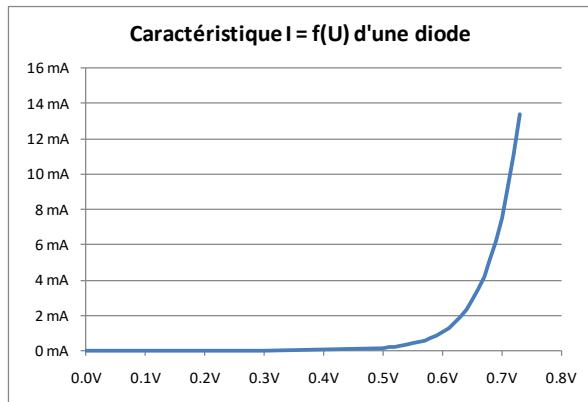


$$R = R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot T + \beta \cdot T^2)$$

Une diode



$$I = I_s \cdot e^{\frac{U}{n \cdot V_T}}$$



Commentaire :

Dans tous les raisonnements fait jusqu'ici et pour l'établissement des caractéristiques des éléments, nous avons admis que la valeur des éléments ne varie pas. Ce qui, à la vue des équations établies, donne des caractéristiques $U=f(I)$ linéaires ou affines.

Dans la réalité, il y a des éléments dont les caractéristiques changent en fonction de différents paramètres comme la température, le courant, la tension, la pression :

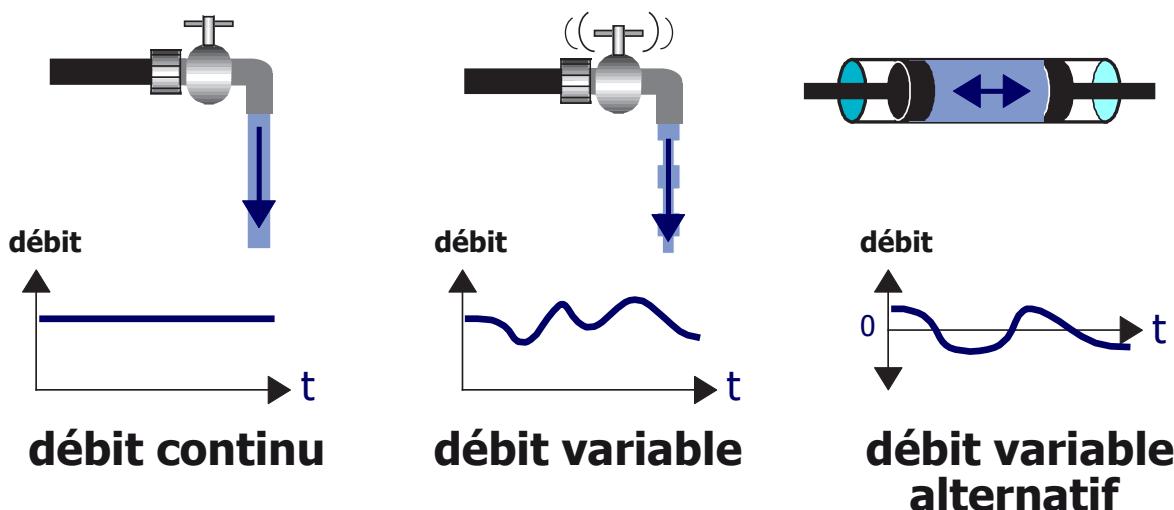
- Les lampes à incandescence ont leur résistance qui varie fortement avec la température.
- Les diodes ont une caractéristique $U=f(I)$ exponentielle, ce qui revient à dire que la résistance apparente de la diode varie en fonction de I .
- Les sondes de température ont leur résistance qui varie significativement en fonction de la température.

Exemple :

Le filament d'une lampe à incandescence est un exemple de résistance dont la valeur varie considérablement lorsque la température change de la valeur ambiante à celle de fonctionnement : Une lampe de 100 W sous 230 V à une résistance à chaud de 530 Ω. Une fois éteinte et refroidie, la lampe n'a plus qu'une résistance de 33 Ω.

Calculer le courant et la puissance au moment où la lampe s'allume et après quelques millisecondes, temps suffisant pour que le filament aille atteint sa température de fonctionnement.

Analogie hydraulique



Grandeur variable : courants et tensions variant dans le temps

Commentaire :

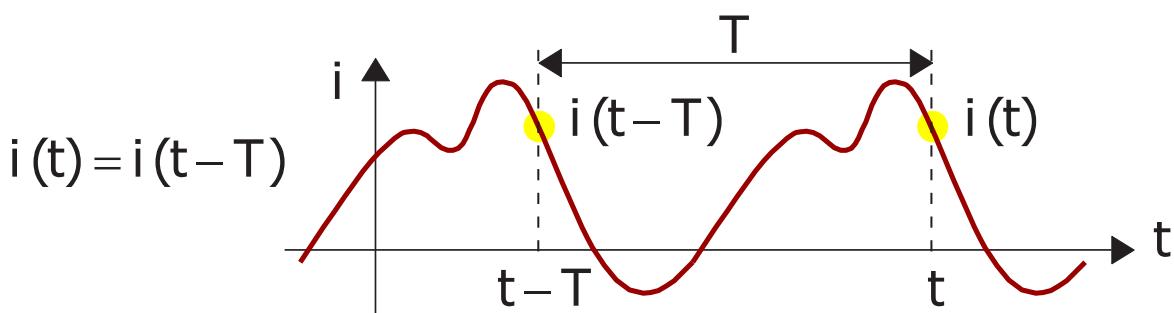
Une grandeur variable est une grandeur dont la valeur change constamment avec le temps. Une grandeur alternative est une grandeur variable dont la valeur moyenne est nulle; en hydraulique, cela signifie que les molécules d'eau se déplacent autour d'une position fixe. Il en va de même pour les électrons qui forment le courant électrique alternatif dans les conducteurs.

En électricité, les grandeurs variables les plus fréquentes sont les courants et tensions alternatifs sinusoïdaux, tant dans les domaines de la production et du transport d'énergie électrique que dans les domaines de la communication et du traitement de l'information.

Par rapport au courant (et tension) continu, le courant alternatif présente les avantages suivants :

- facile à produire car les génératrices, ou alternateurs, qui produisent l'électricité sont des machines tournantes qui génèrent un courant sinusoïdal,
- facilement transformable car le transformateur utilisé à cet effet est un dispositif simple et ayant un bon rendement, facilement transformable en énergie mécanique grâce au moteur asynchrone qui est simple et économique à construire,
- permet de transmettre des informations sous forme électrique.

Toutefois, dans de nombreux domaines le courant continu reste incontournable : cellules photovoltaïques, batteries, moteurs à courant continu, appareils portables, électrolyse, certains transports d'énergie par câble sur des distances supérieures à 500 km (courant continu à haute tension C.C.H.T), piles à combustible.



période : T [T] = seconde = s

fréquence : $f = \frac{1}{T}$ [f] = Hertz = Hz = s^{-1}

Grandes variables périodiques :
Courants et tensions variant périodiquement dans le temps

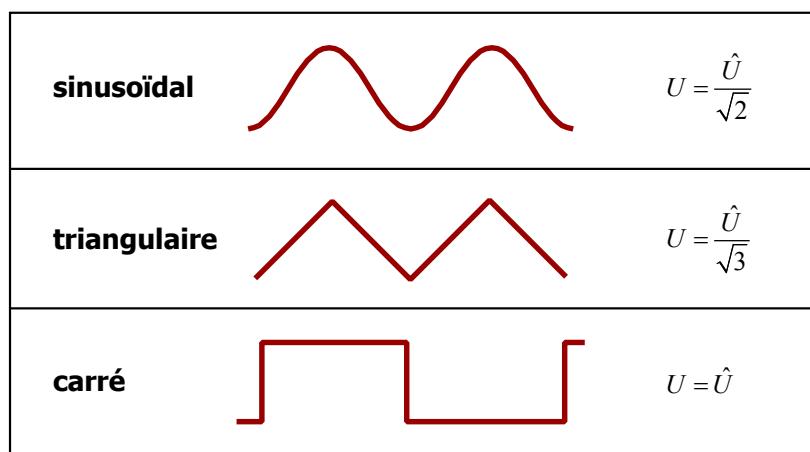
Commentaire :

Une fonction est dite périodique si elle obéit à la relation : $f(t \pm k \cdot T) = f(t)$ $k = \text{entier} \geq 0$

Où la grandeur T est une durée appelée la période. Le nombre de périodes par seconde est appelée la fréquence.

On utilise des lettres en minuscule pour représenter les valeurs instantanées et des lettres majuscules pour représenter les valeurs indépendantes du temps comme les valeurs de crêtes ou efficaces :

$$u(t) = \hat{U} \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad i = \sqrt{2} \cdot I \cdot \cos(\omega \cdot t + \beta)$$



Valeur de crête : \hat{K}

Valeur «peak to peak» $K_{pp} = K_{\max} - K_{\min}$

Valeur moyenne : $\bar{K} = \frac{1}{T} \int_T k(t) \cdot dt$

Valeur efficace

$$K = \sqrt{\frac{1}{T} \int_T k^2(t) \cdot dt}$$

Commentaire :

Valeur de crête : c'est la valeur maximale que la grandeur peut atteindre par rapport à sa valeur moyenne.

Valeur «peak to peak» : c'est la différence entre la valeur maximale et la valeur minimale que la grandeur peut prendre. Si $k(t)$ est un signal périodique symétrique de valeur moyenne nulle :

$$K_{pp} = 2 \cdot \hat{K}$$

Valeur moyenne : C'est le seuil qui partage la fonction du temps de la grandeur en deux surfaces égales au cours d'une période T .

Valeur efficace : est la racine du carré moyen (en anglais RMS : root mean square).

Elle est utilisée en électricité pour le courant et la tension. La valeur efficace de ces deux grandeurs est la valeur du courant ou de la tension continu qui produirait le même travail, donc le même échauffement, appliquée à la même résistance, que le courant ou la tension variable.

Exemple :

La tension du réseau électrique en Europe a une tension de 230/400 V et fréquence de 50 Hz. Sa forme est sinusoïdale. Quand on parle d'une tension de 230 V, on sous entend qu'il est question de la valeur efficace de la tension du réseau.

Si $U = 230$ V que valent \hat{U} et \bar{U} de cette tension de réseau en Europe ?

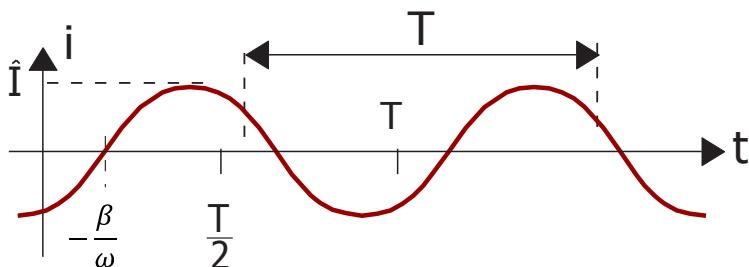
Choix du $16 \frac{2}{3}$ Hz par les chemins de fer suisse ($16 \frac{2}{3}$ Hz = 50 / 3)

(Repris de 'Technique universelle et filières nationales' in Sciences et Techniques en Perspective, Vol 1, n°1, 1997)

Cependant, la commutation du moteur à collecteurs en monophasé est rendue délicate par une force électromotrice statique, d'autant plus gênante que la fréquence du courant est élevée. Les ingénieurs ont donc envisagé l'usage d'un courant à fréquence de $16 \frac{2}{3}$ Hz et le graduateur-moteur à enroulement spécial est mis au point en 1904 par l'ingénieur-docteur Hans Behn-Eschenburg de la firme Oerlikon. Des essais réalisés sur la petite ligne Seebach-Wettlingen s'avèrent suffisamment probants pour convaincre les chemins de fer helvétiques d'adopter un courant alternatif à fréquence de $16 \frac{2}{3}$ à la tension de 15 kV. Les premières réalisations concernent le Bern-Löchstberg-Simplon en 1907, suivie de la ligne du Saint-Gothard en 1918, selon des dispositions qu'adopteront bientôt l'Allemagne, l'Autriche et les pays scandinaves.

$$i = \hat{I} \cdot \sin(\omega \cdot t + \beta)$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$



i	courant instantané en A
\hat{I}	valeur de crête du courant en A
T	période du courant en s
$\omega \cdot t + \beta$	phase au temps t en rad
ω	pulsation du courant en rad/s
β	phase initiale en rad

Commentaire :

Attention la valeur des différents angles est en radian. Rappel : $2 \cdot \pi \leftrightarrow 360^\circ$

Exemple de réseaux de distribution d'électricité :

- réseau distribution européen : 230 V - 50 Hz
- réseau CFF en Suisse : 15 kV - $16\frac{2}{3}$ Hz
- Etats-Unis : 110 V - 60 Hz
- TransN Trolleybus, voies étroites : 1500 V - continu
- SNCF en France : 25 kV - 50 Hz
- Aviation : 115 V - 400 Hz
- Power on Ethernet (PoE) : 48 V - continu (maximum 13 W / 30 W pour PoE+)

Exemple :

1. Soit une tension sinusoïdale dont la valeur de crête est de 15 V, la pulsation de 10'000 rad/s et la phase initiale de 0.2 rad.
 - Calculer la tension instantanée au temps $t = 100 \mu\text{s}$
 - Calculer à quel instant la tension instantanée sera nulle pour la première fois
 - Calculer aussi la fréquence
2. Ecrire l'équation d'une tension dont la fréquence est de 400 Hz et la tension efficace de 200 V. Au temps $t = 0$, la tension passe par son maximum.

$$\sin(\alpha) \cdot \sin(\beta) = \frac{1}{2} \cdot \cos(\alpha - \beta) - \frac{1}{2} \cdot \cos(\alpha + \beta)$$

$$\sin(\alpha)^2 = \frac{1}{2} \cdot \cos(\alpha - \alpha) - \frac{1}{2} \cdot \cos(\alpha + \alpha) = \frac{1}{2} \cdot (1 - \cos(2\alpha))$$

$$\bar{P} = P = U \cdot I = R \cdot I^2 = \frac{U^2}{R}$$

$$P = \frac{1}{2} \cdot R \cdot \hat{I}^2 = R \cdot I^2 \rightarrow I = \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}}$$

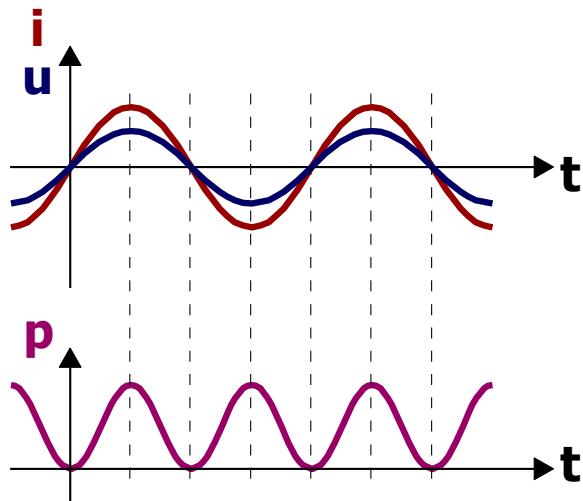
$$P = \frac{1}{2} \cdot \frac{\hat{U}^2}{R} = \frac{U^2}{R} \rightarrow U = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}}$$

courant sinusoïdal dans une résistance

$$i = \hat{I} \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$u = R \cdot i = R \cdot \hat{I} \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$\begin{aligned} p &= R \cdot i^2 = R \cdot \hat{I}^2 \cdot \{\sin(\omega \cdot t)\}^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot R \cdot \hat{I}^2 \cdot \{1 - \cos(2 \cdot \omega \cdot t)\} \end{aligned}$$

**Commentaire :**

On remarque que le courant et la tension sont parfaitement en phase dans une résistance.

La puissance moyenne dans cette résistance vaut la moitié de la puissance de crête soit :

$$\bar{P} = P = \frac{1}{2} \cdot R \cdot \hat{I}^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\hat{U}^2}{R} = U \cdot I$$

Dans le langage courant on parle de la puissance P sans préciser qu'il s'agit en fait de la puissance moyenne.

Le produit de la tension efficace U et du courant efficace I donne cette même puissance moyenne. Ceux-ci correspondent à la tension continue et au courant continu qui fournirait à cette résistance la même puissance que les valeurs sinusoïdales.

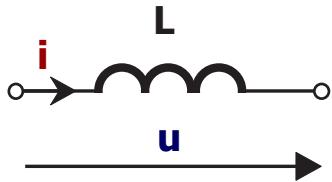
Exemple :

1. L'équation d'un courant alternatif est : $i = 1.5 \cdot \sin 377 \cdot t$

Calculer la tension qui apparaît entre les bornes d'une résistance de 15Ω lorsqu'elle est traversée par ce courant

2. Calculer la valeur de crête du courant traversant une ampoule de 60 W sous 230 V .

L'inductance



$$u = L \cdot \frac{di}{dt}$$

$$di = \frac{1}{L} u \cdot dt$$

$$i = \frac{1}{L} \int u \cdot dt$$

$$[L] = \text{Henry} = H = \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{A}}$$

Commentaire :

L'inductance est un élément idéal qui, associé à une résistance, caractérise les bobines ou inducteurs. Une bobine peut être réalisé en enroulant un fil de cuivre isolé autour d'un cylindre ferromagnétique.

Lorsqu'un courant est imposé à la bobine, un champ magnétique apparaît à l'intérieur. Une partie de l'énergie électrique fournie à la bobine est stockée sous forme d'énergie cinétique dans ce champ magnétique. Le champ magnétique agit sur le courant (charges en mouvement) et tend à le maintenir à sa valeur en cours.

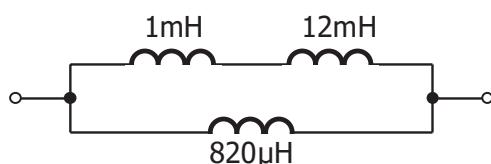
Le courant qui traverse un inducteur ne peut pas varier instantanément

L'association d'inductances se fait selon les mêmes règles que celles des résistances, pour autant qu'il n'y ait pas de couplage magnétique entre elles :

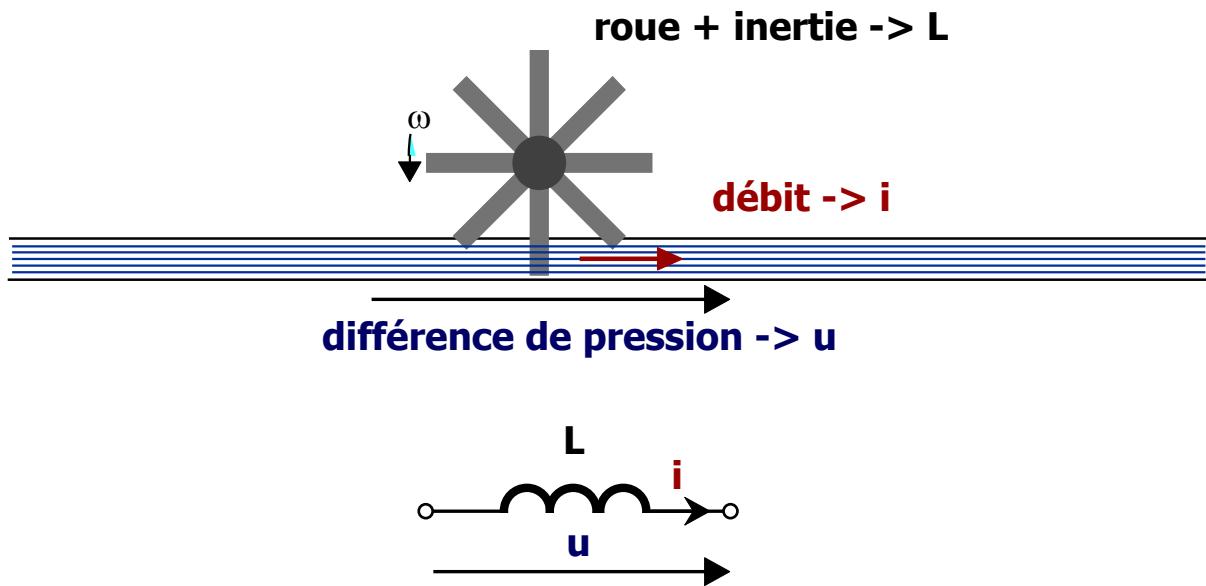
$$L_{\text{série}} = \sum_{i=1}^n L_i \quad \frac{1}{L_{\text{parallèle}}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{L_i}$$

Exemple :

- Déterminer la tension qui apparaît aux bornes d'une inductance de 1.5mH lorsqu'elle est parcourue par un courant qui croît linéairement de 5 mA par microseconde.
- Calculer l'inductance équivalente formée par les trois inductances ci-dessous :



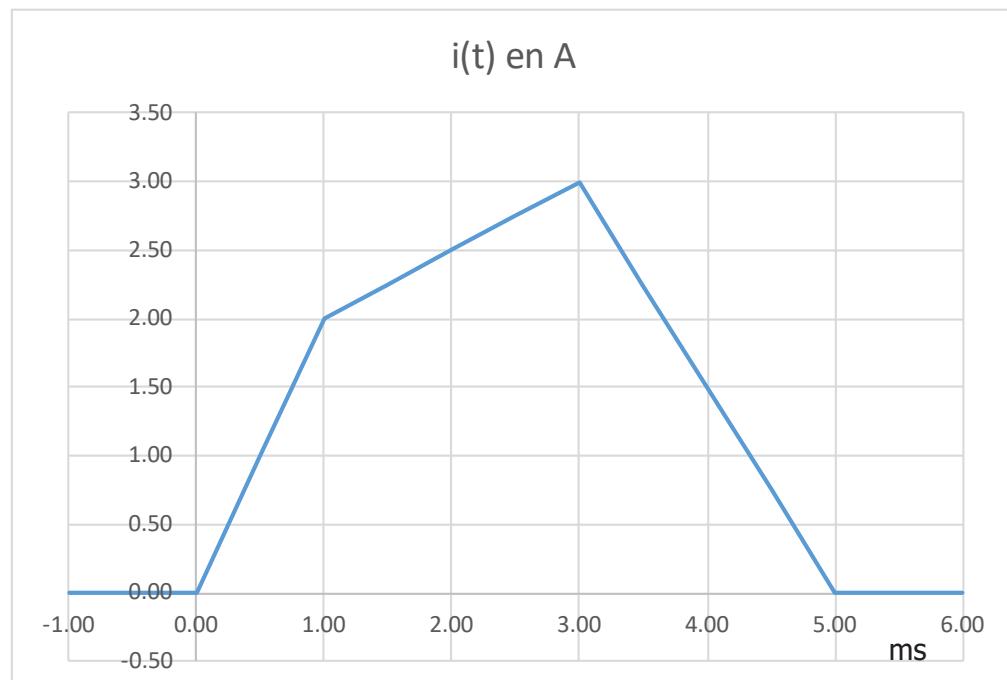
$$w(t) = \int p \cdot dt = \int u \cdot i \cdot dt = \int L \frac{di}{dt} \cdot i \cdot dt = L \int i \cdot di = \frac{1}{2} \cdot L \cdot i^2$$

**Commentaire :**

Une bobine peut être comparée à une roue hydraulique dont l'inertie empêche une variation instantanée du débit.

Exemple :

Une inductance de 10mH est parcourue par le courant ci-contre. Dessiner et calculer les fonctions de la tension et la puissance correspondante. Calculer l'énergie après 3ms et après 5ms.



$$p = u \cdot i = \hat{U} \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot \hat{I} \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

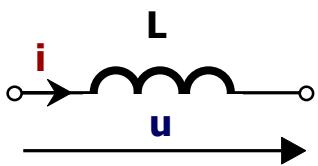
$$p = u \cdot i = L \cdot \hat{I} \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot \hat{I} \cdot \sin(\omega \cdot t) = L \cdot \hat{I}^2 \cdot \omega \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

$$p = \frac{1}{2} \cdot L \cdot \hat{I}^2 \cdot \omega [\sin(2 \cdot \omega \cdot t) + \sin(0)] = \frac{1}{2} \cdot L \cdot \hat{I}^2 \cdot \omega \cdot \sin(2 \cdot \omega \cdot t)$$

$$\hat{P} = \frac{1}{2} \cdot L \cdot \hat{I}^2 \cdot \omega = \frac{1}{2} \cdot \hat{U} \cdot \hat{I} \quad \rightarrow \quad \hat{U} = \omega \cdot L \cdot \hat{I}$$

courant sinusoïdal dans une inductance

$$i = \hat{I} \cdot \sin(\omega \cdot t)$$



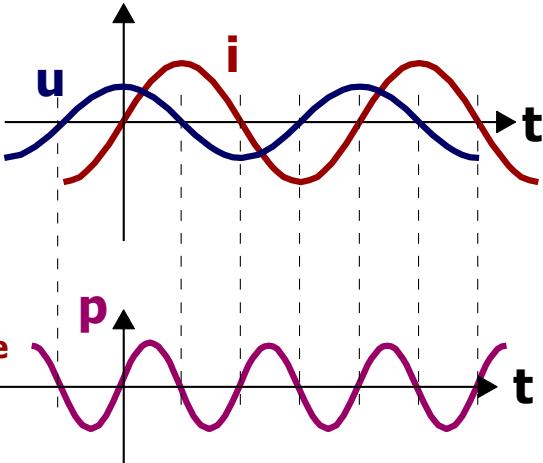
$$u = L \cdot \frac{di}{dt} = L \cdot \hat{I} \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

$$u = \hat{U} \cdot \sin(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2})$$

$$\hat{U} = \omega \cdot L \cdot \hat{I}$$

$$p = u \cdot i$$

puissance absorbée
puissance fournie

**Commentaire :**

En régime sinusoïdal, la tension aux bornes d'une inductance est en avance de 90° par rapport au courant

La valeur de crête du courant qui circule dans une inductance est inversément proportionnelle à la pulsation. On en déduit que lorsque la fréquence tend vers infini, l'inductance se comporte comme un interrupteur ouvert. A l'inverse, lorsque la fréquence tend vers zéro, l'inductance se comporte comme un interrupteur fermé :

$$\hat{I} = \frac{\hat{U}}{\omega \cdot L} \quad \text{si } \omega \rightarrow \infty \text{ alors } \hat{I} \rightarrow 0 \rightarrow \text{interrupteur ouvert}$$

La puissance moyenne est nulle, ce qui signifie que l'inductance ne dissipe pas d'énergie. En fait, on remarque sur la figure ci-dessus qu'elle absorbe une certaine quantité d'énergie durant un quart de période et qu'elle la restitue entièrement le quart de période suivant.

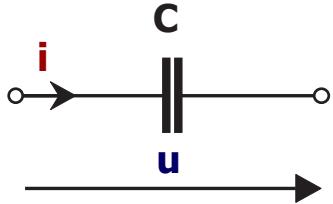
Quand le courant augmente, soit positivement, soit négativement, la puissance est positive.
Quand le courant diminue, soit négativement, soit positivement, la puissance est négative

Exemple :

Soit une inductance de 100 mH. On la soumet à une tension sinusoïdale de 12 V à une fréquence allant de 10 Hz à 500 Hz. Calculer le courant de crête ainsi que la puissance maximale absorbée et fournie par l'inductance aux deux fréquences extrêmes.

$$\text{Rappel : } \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) = \frac{1}{2} \cdot \sin(\alpha + \beta) + \frac{1}{2} \cdot \sin(\alpha - \beta)$$

La capacité



$$i = C \cdot \frac{du}{dt}$$

$$du = \frac{1}{C} i \cdot dt$$

$$u = \frac{1}{C} \int i \cdot dt$$

$$[C] = \text{Farad} = F = \frac{\text{A} \cdot \text{s}}{\text{V}}$$

Commentaire :

La capacité C est la caractéristique principale des condensateurs. Un condensateur peut être réalisé en plaçant face à face deux plaques conductrices séparées par une matière isolante. Lorsqu'une tension est imposée à un condensateur, une charge positive apparaît sur une plaque et une charge négative, de même valeur absolue, apparaît sur l'autre.

La charge infinitésimale accumulée par condensateur vaut : $dQ = i \cdot dt = C \cdot du$

Un champ électrique existe donc entre les plaques appelées électrodes. Une partie de l'énergie électrique fournie au condensateur est stockée sous forme d'énergie potentielle dans ce champ électrique. Ce champ électrique tend à maintenir la tension aux bornes du condensateur (les charges sur les plaques) à sa valeur en cours.

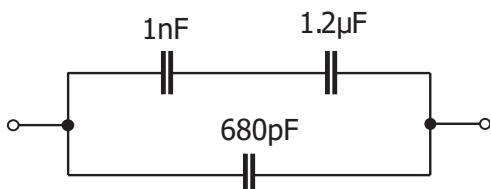
Le tension aux bornes d'un condensateur ne peut pas varier instantanément.

L'association de capacité se fait selon les règles inverses à celles des résistances :

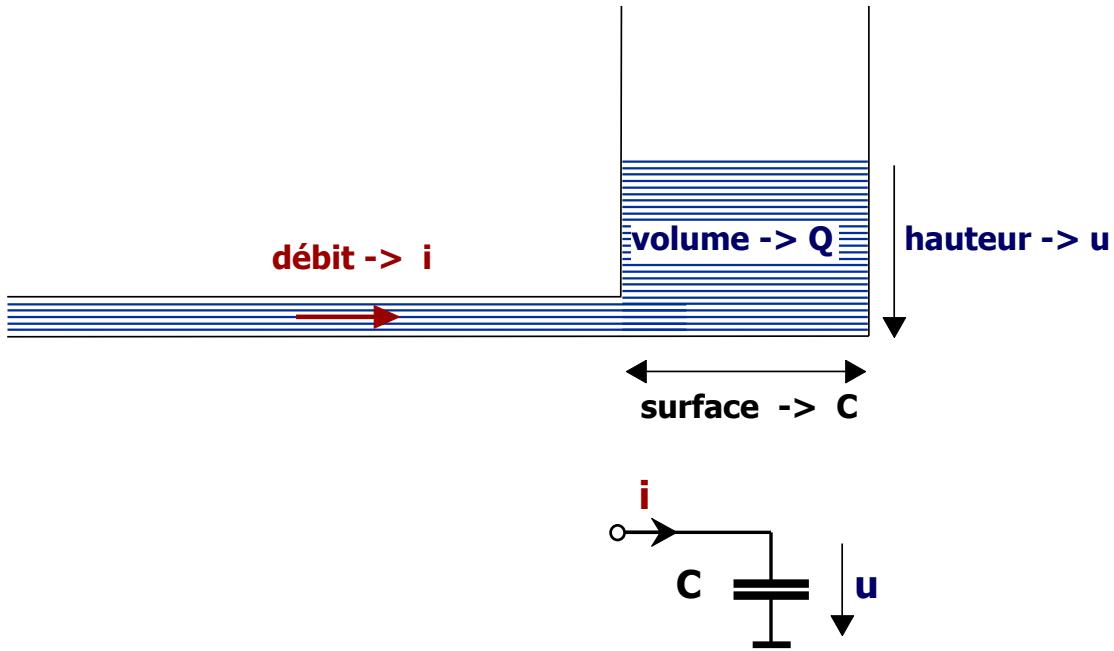
$$\frac{1}{C_{\text{série}}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i} \quad C_{\text{parallèle}} = \sum_{i=1}^n C_i$$

Exemple :

- Déterminer le courant qui circule dans les connexions d'une capacité de 680nF lorsqu'on lui impose une tension qui croît linéairement de 2V par microseconde
- Calculer la capacité équivalente formée par les trois capacités ci-dessous :



$$w(t) = \int p \cdot dt = \int u \cdot i \cdot dt = \int u \cdot C \frac{du}{dt} \cdot dt = C \int u \cdot du = \frac{1}{2} \cdot C \cdot u^2$$

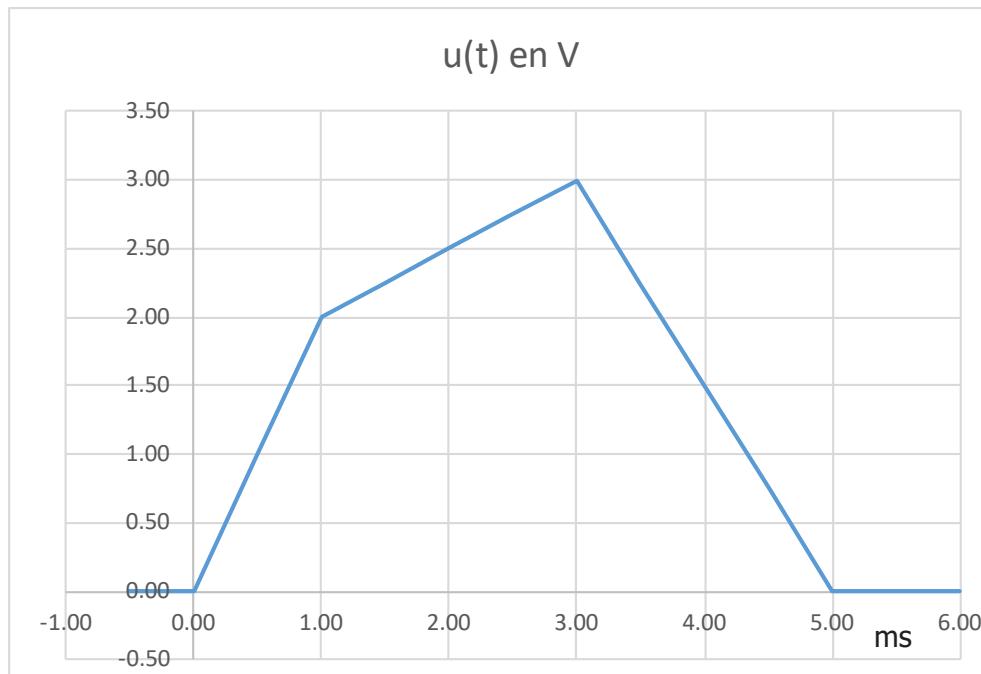


Commentaire :

Un condensateur peut être comparé à un réservoir dont le volume empêche une variation instantanée du niveau.

Exemple :

On mesure la tension représentée ci-contre aux bornes d'une capacité de 47nF. Dessiner et calculer les fonctions du courant de charge et de la puissance correspondante. Calculer l'énergie après 3ms et après 5ms.



$$p = u \cdot i = \hat{U} \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot \hat{I} \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

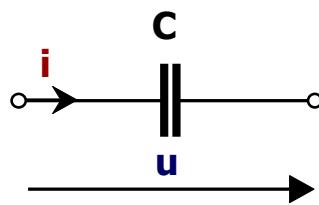
$$p = u \cdot i = \hat{U} \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot C \cdot \hat{U} \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t) = C \cdot \hat{U}^2 \cdot \omega \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

$$p = \frac{1}{2} \cdot C \cdot \hat{U}^2 \cdot \omega [\sin(2 \cdot \omega \cdot t) + \sin(0)] = \frac{1}{2} \cdot C \cdot \hat{U}^2 \cdot \omega \cdot \sin(2 \cdot \omega \cdot t)$$

$$\hat{P} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot \hat{U}^2 \cdot \omega = \frac{1}{2} \cdot \hat{U} \cdot \hat{I} \quad \rightarrow \quad \hat{I} = \omega \cdot C \cdot \hat{U}$$

courant sinusoïdal dans une capacité

$$u = \hat{U} \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

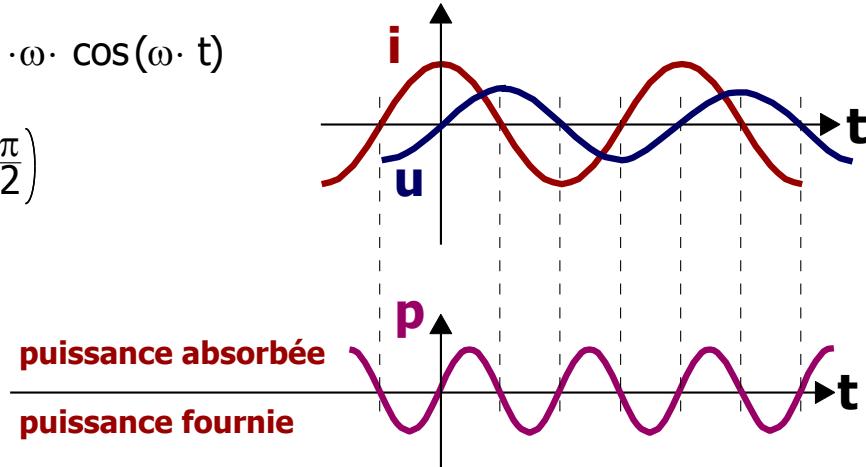


$$i = C \cdot \frac{du}{dt} = C \cdot \hat{U} \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

$$i = \hat{I} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\hat{I} = \omega \cdot C \cdot \hat{U}$$

$$p = u \cdot i$$



Commentaire :

En régime sinusoïdal, la tension aux bornes d'une capacité est en retard de 90° par rapport au courant.

La valeur de crête du courant qui circule dans une capacité est proportionnelle à la pulsation. On en déduit que lorsque la fréquence tend vers infini, la capacité se comporte comme un interrupteur fermé. A l'inverse, lorsque la fréquence tend vers zéro, la capacité se comporte comme un interrupteur ouvert :

$$\hat{I} = \omega \cdot C \cdot \hat{U} \quad \text{si } \omega \rightarrow \infty \text{ alors } \hat{I} \rightarrow \infty \rightarrow \text{interrupteur fermé}$$

La puissance moyenne est nulle, ce qui signifie que la capacité ne dissipe pas d'énergie. En fait, on remarque sur la figure ci-dessus qu'elle absorbe une certaine quantité d'énergie durant un quart de période et qu'elle la restitue entièrement le quart de période suivant.

La puissance est négative (restituée) chaque fois que la valeur absolue de la tension diminue..

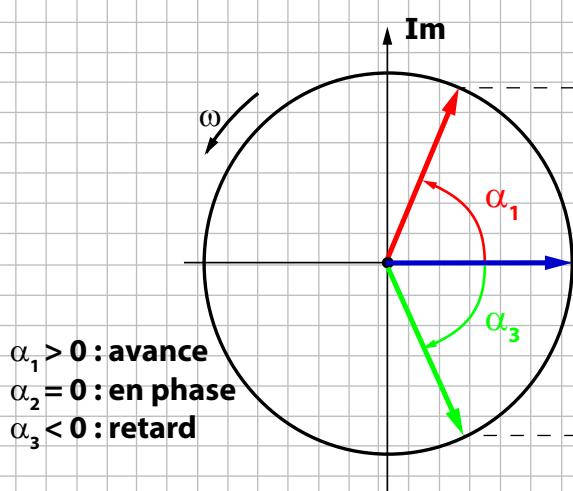
Quand la tension augmente, soit positivement, soit négativement, la puissance est positive.
Quand la tension diminue, soit négativement, soit positivement, la puissance est négative

Exemple :

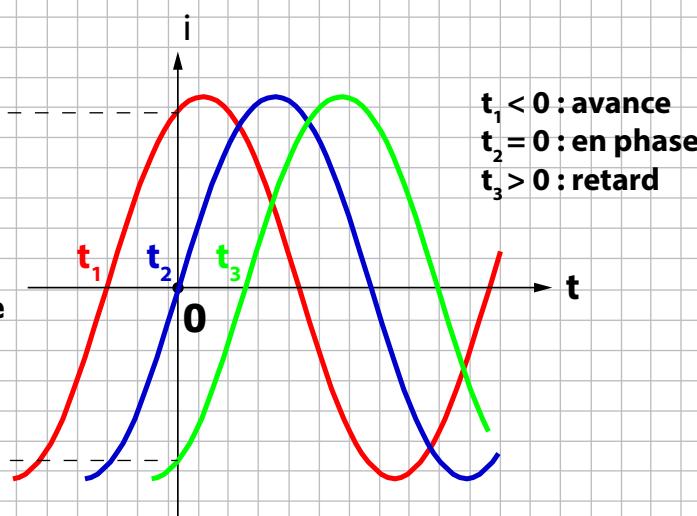
Soit une capacité de 100 µF. On la soumet à une tension sinusoïdale de 12 V à une fréquence allant de 10 Hz à 500 Hz. Calculer le courant de crête ainsi que la puissance maximale absorbée et fournie par la capacité aux deux fréquences extrêmes.

$$\text{Rappel : } \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) = \frac{1}{2} \cdot \sin(\alpha + \beta) + \frac{1}{2} \cdot \sin(\alpha - \beta)$$

Grandeurs complexes

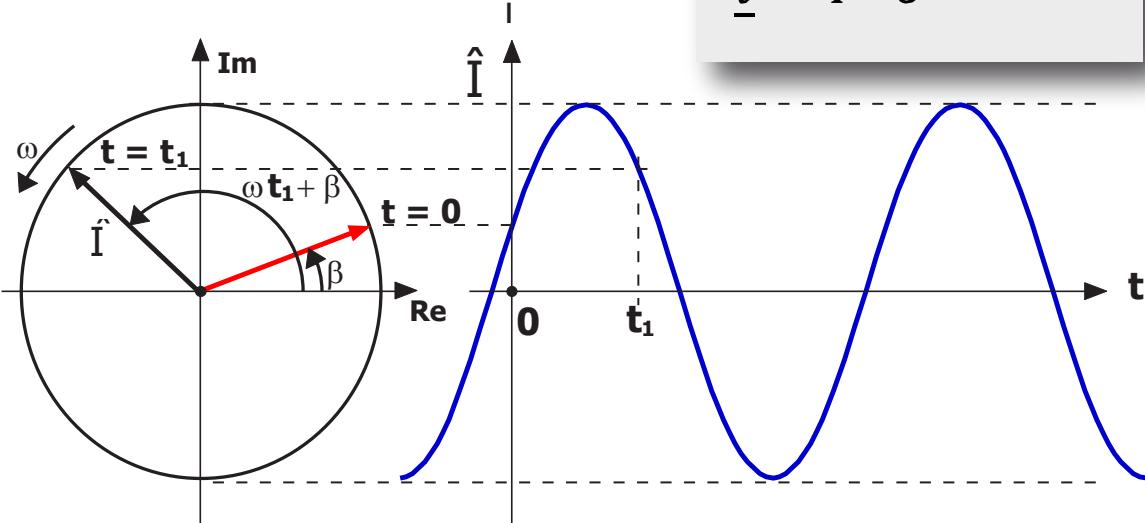


Fonctions du temps



Valeur instantanée complexe

$$\underline{i} = \hat{I} \cdot e^{j(\omega \cdot t + \beta)}$$



vecteur tournant à la vitesse ω dans le plan complexe

Commentaire :

Une grandeur sinusoïdale peut être représentée par un vecteur tournant dans le sens positif (anti-horaire) à la vitesse angulaire ωt . Or, un vecteur est aussi une représentation géométrique d'un nombre complexe.

On peut dire que la valeur instantanée d'un courant sinusoïdal est égale à la partie imaginaire d'un nombre complexe. Elle est donnée par la fonction suivante :

$$i = \hat{I} \cdot \sin(\omega \cdot t + \beta)$$

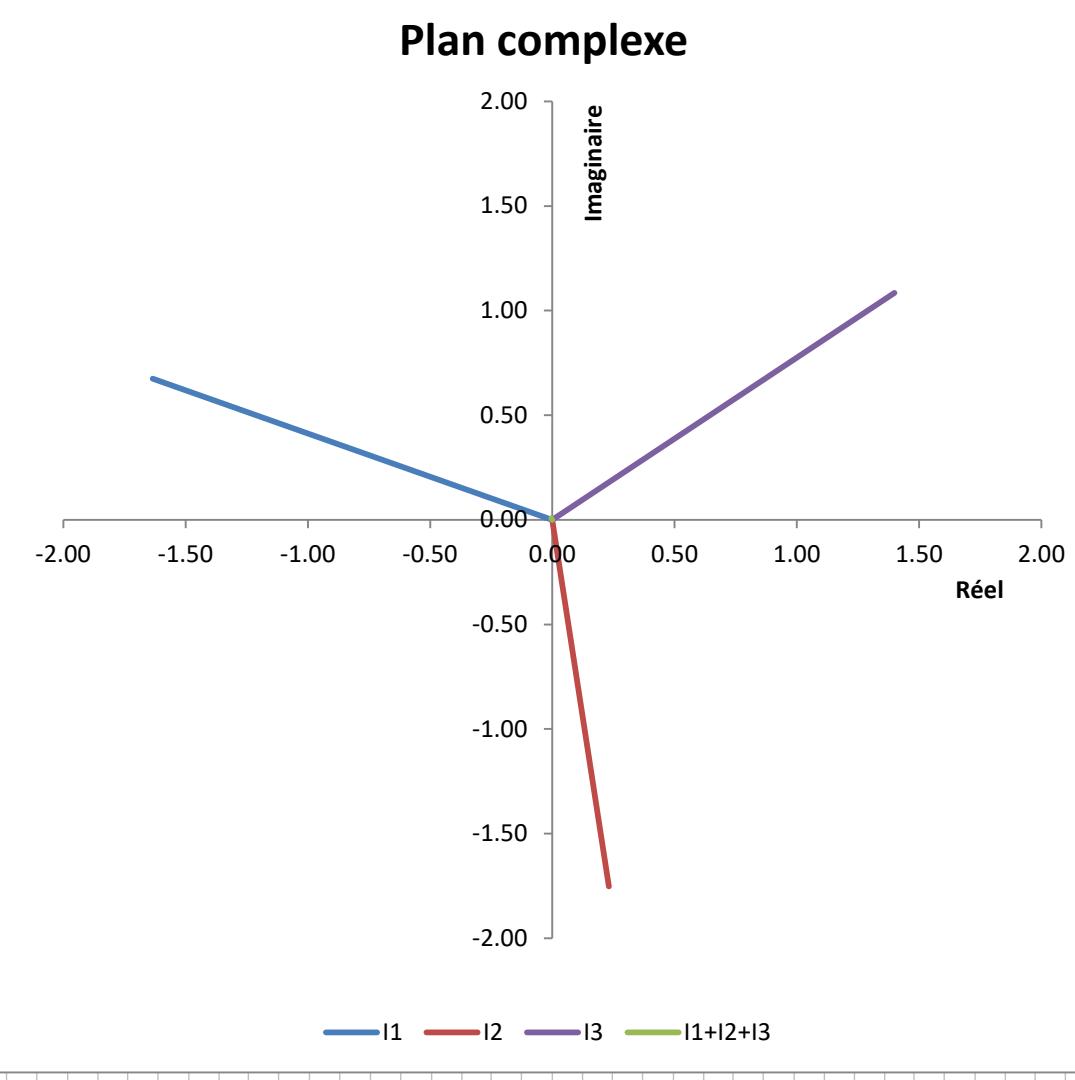
Ainsi, la valeur instantanée complexe d'un courant sinusoïdal est donnée par la relation suivante :

forme cartésienne : $\underline{i} = \hat{I} \cdot \cos(\omega \cdot t + \beta) + j \cdot \hat{I} \cdot \sin(\omega \cdot t + \beta)$

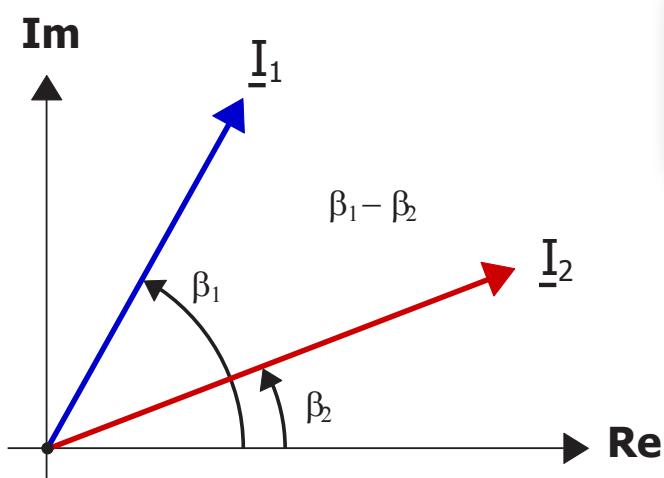
forme polaire : $\underline{i} = \hat{I} \cdot e^{j(\omega \cdot t + \beta)}$ \hat{I} : module, $\omega \cdot t + \beta$: argument

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f \quad \text{vitesse angulaire en rad/s}$$

Attention en électricité on remplace l'opérateur imaginaire «i» par «j» pour éviter la confusion avec les courants



Valeur efficace complexe



$$\underline{I} = \frac{\hat{I} \cdot e^{j \cdot (\omega \cdot t + \beta)}}{\sqrt{2} \cdot e^{j \cdot (\omega \cdot t)}} = I \cdot e^{j \cdot \beta}$$

Phaseurs :
grandeur complexe
indépendante du temps

module : valeur efficace
argument : phase initiale à $t=0$

$$\underline{I}_1 = I_1 \cdot e^{j\beta_1} = I_1 \cdot \cos(\beta_1) + j \cdot I_1 \cdot \sin(\beta_1)$$

$$\underline{I}_2 = I_2 \cdot e^{j\beta_2} = I_2 \cdot \cos(\beta_2) + j \cdot I_2 \cdot \sin(\beta_2)$$

Commentaire :

Les grandeurs complexes sont utilisées pour le calcul des circuits électriques linéaires en **régime sinusoïdal permanent**.

Si les grandeurs, pour un circuit donné, ont **toutes la même fréquence**, ce qui est souvent le cas, l'utilisation des grandeurs complexes est simplifiée, car il n'est pas nécessaire de prendre en compte la fréquence pour effectuer des opérations entre ces grandeurs. En effet, seuls **les modules et la différence de phase influencent ces opérations**.

On appelle **phaseur** une grandeur complexe indépendante du temps. En électricité, les phaseurs représentent généralement la **valeur efficace complexe d'une grandeur sinusoïdale**.

Note :

Grâce aux phaseurs, les méthodes de calcul des circuits électriques en régime permanent continu (chapitre 3: lois de Kirchhoff) peuvent être utilisées avec la même simplicité !!

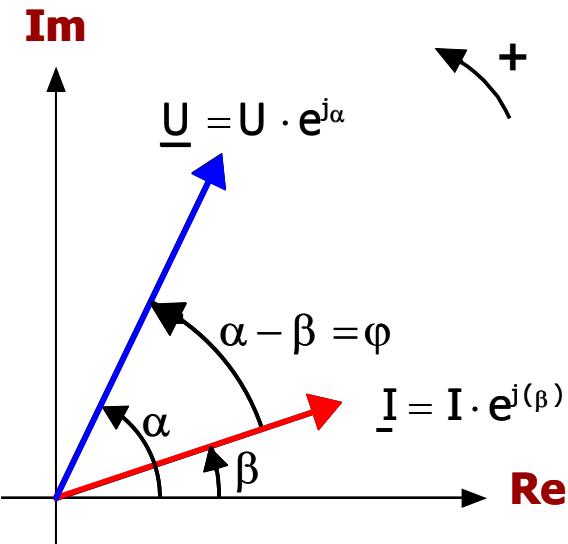
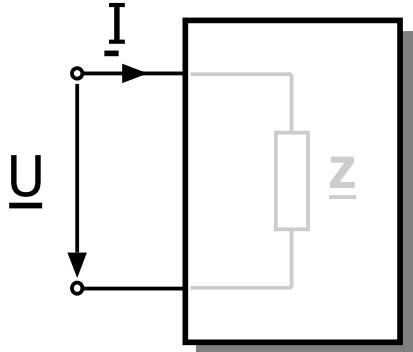
Exemple :

Les trois courants sinusoïdaux suivants ont une fréquence de 2kHz. Additionnez les en recourant aux phaseurs et dessinez les différents phaseurs.

$$\hat{I}_1 = 2.5 \text{ A}, \beta_1 = 2.75 \text{ rad}$$

$$\hat{I}_2 = 2.5 \text{ A}, \beta_2 = -1.44 \text{ rad}$$

$$I_3 = 1.77 \text{ A}, \beta_3 = 0.66 \text{ rad}$$

Courants et tensions sinusoïdaux dans un circuit linéaire

φ déphasage de la tension par rapport au courant

Commentaire :

La phase initiale de la tension ou du courant est une valeur relative à une origine à définir . On s'intéresse plutôt au déphasage entre les grandeurs d'un circuit.

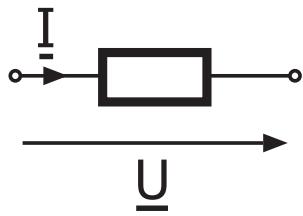
Ainsi, pour un circuit, on définit le **déphasage φ de la tension par rapport au courant**. Ce déphasage φ correspond aussi à la phase de l'impédance de ce circuit.

Une valeur **positive** de φ signifie que la tension est en **avance** par rapport au courant.
Une valeur **positive** de φ signifie que le circuit est de type **inductif**.

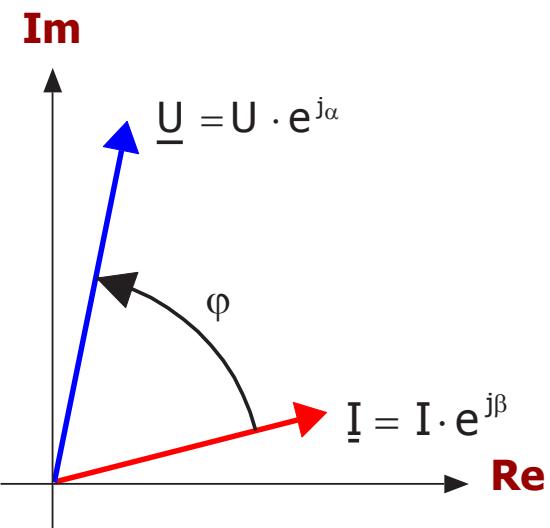
Une valeur **négative** de φ signifie que la tension est en **retard** par rapport au courant.
Une valeur **négative** de φ signifie que le circuit est de type **capacitif**.

Une valeur **nulle** de φ signifie que la tension est en phase avec le courant.
Une valeur **nulle** de φ signifie que le circuit est de type **résistif pur**.

Impédance complexe



$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{U \cdot e^{j\alpha}}{I \cdot e^{j\beta}} = Z \cdot e^{j\varphi}$$



Z : grandeur indépendante du temps

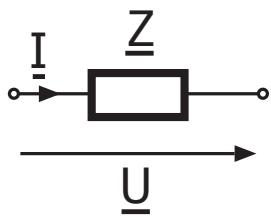
Commentaire :

L'impédance est une grandeur **indépendante du temps**, qui **caractérise tout circuit électrique linéaire en régime sinusoïdal permanent**.

Elle fournit deux caractéristiques essentielles:

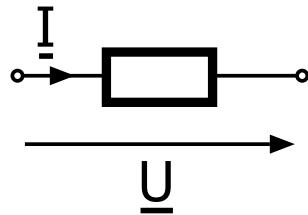
- **le rapport des valeurs efficaces** de la tension aux bornes du circuit et au courant qui y circule,
- **le déphasage** de cette tension par rapport à ce courant.

On donne à l'impédance le même symbole schématique qu'à la résistance et évidemment la même unité.

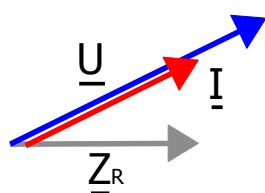


Note :

De la même façon qu'on appelle conductance «G», l'inverse de la résistance «R», on appelle admittance «Y» l'inverse de l'impédance «Z».

Impédance de la résistance

$$u(t) = R \cdot i(t)$$



$$\underline{U} = R \cdot \underline{I}$$

$$\underline{Z} = R \quad \text{résistance}$$

$$\underline{Y} = \frac{1}{R} \quad \text{conductance}$$

dans une résistance, la phase de l'impédance est nulle

Commentaire :

L'impédance \underline{Z} d'une résistance est purement réelle. Elle est égale à la résistance R . La tension est en phase avec le courant.

$\phi = 0$, pas de déphasage entre le courant et la tension !

Note :

La puissance active dans une résistance : $P = U \cdot I \cdot \cos \varphi = (R \cdot I) \cdot I \cdot 1 = R \cdot I^2$
 La puissance réactive dans une résistance : $Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi = U \cdot I \cdot 0 = 0$

Exemple :

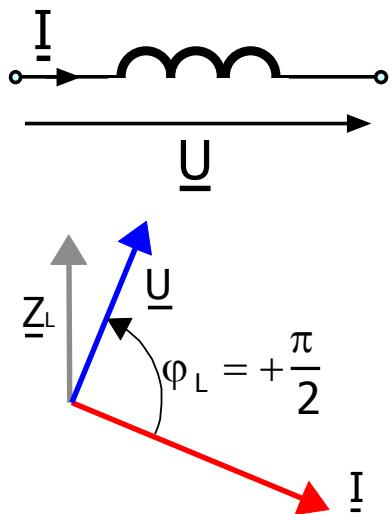
Calculer la valeur efficace complexe de la tension aux bornes d'une résistance de $1 \text{ k}\Omega$ lorsqu'elle est parcourue par un courant sinusoïdal de 3 mA crête et de fréquence égale à 45 kHz .

$$x(t) = \hat{X} \cdot \sin(\omega \cdot t + \alpha)$$

$$\frac{dx(t)}{dt} = \omega \cdot \hat{X} \cdot \cos(\omega \cdot t + \alpha) = \omega \cdot \hat{X} \sin\left(\omega \cdot t + \alpha + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$x(t) = \hat{X} \cdot e^{j(\omega \cdot t + \alpha)}$$

$$\frac{dx(t)}{dt} = j \cdot \omega \cdot \hat{X} \cdot e^{j(\omega \cdot t + \alpha)} = j \cdot \omega \cdot x(t)$$

Impédance de l'inductance

$$u(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

$$\underline{U} = j \cdot \omega \cdot L \cdot \underline{I}$$

$$\underline{Z} = j \cdot \omega \cdot L = j \cdot X_L \quad \text{réactance}$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$

**dans une inductance idéale,
la phase de l'impédance est de $+\pi/2$**

Commentaire :

L'impédance \underline{Z} d'une inductance est purement imaginaire. Elle vaut $j\omega L$. La tension est en avance de $\pi/2$ par rapport au courant.

$$\Phi = \pi/2$$

Note :

La puissance active dans une inductance : $P = U \cdot I \cdot \cos \varphi = U \cdot I \cdot 0 = 0$

La puissance réactive dans une inductance : $Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi = (\omega \cdot L \cdot I) \cdot I \cdot 1 = \omega \cdot L \cdot I^2$

Exemple :

Calculer la valeur efficace complexe de la tension aux bornes d'une inductance de 1 mH lorsqu'elle est parcourue par un courant sinusoïdal de 3 mA crête et de fréquence égale à 45 kHz.
Même question pour une fréquence de 450 kHz.

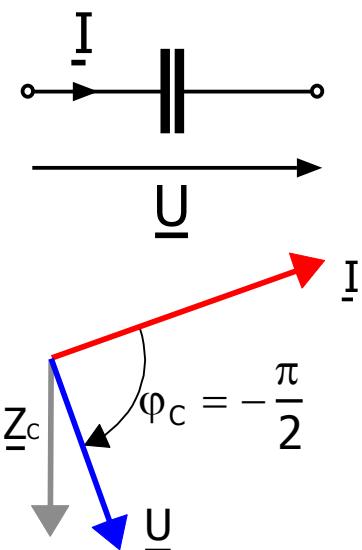
$$x(t) = \hat{X} \cdot \sin(\omega \cdot t + \alpha)$$

$$\int x(t) \cdot dt = -\frac{1}{\omega} \cdot \hat{X} \cdot \cos(\omega \cdot t + \alpha) = \frac{\hat{X}}{\omega} \sin(\omega \cdot t + \alpha - \frac{\pi}{2})$$

$$x(t) = \hat{X} \cdot e^{j(\omega \cdot t + \alpha)}$$

$$\int x(t) \cdot dt = \frac{1}{j \cdot \omega} \cdot \hat{X} \cdot e^{j(\omega \cdot t + \alpha)} = \frac{1}{j \cdot \omega} \cdot x(t)$$

Impédance de la capacité



$$i(t) = C \cdot \frac{du(t)}{dt}$$

$$\underline{I} = j \cdot \omega \cdot C \cdot \underline{U}$$

$$\underline{Z} = \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C} = j \cdot X_C \text{ réactance } X_C < 0 !$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$

dans une capacité idéale, la phase de l'impédance est de $-\pi/2$

Commentaire :

L'impédance \underline{Z} d'une capacité est purement imaginaire. Elle vaut $-j/\omega C$. La tension est en retard de $\pi/2$ par rapport au courant.

$$\Phi = -\pi/2$$

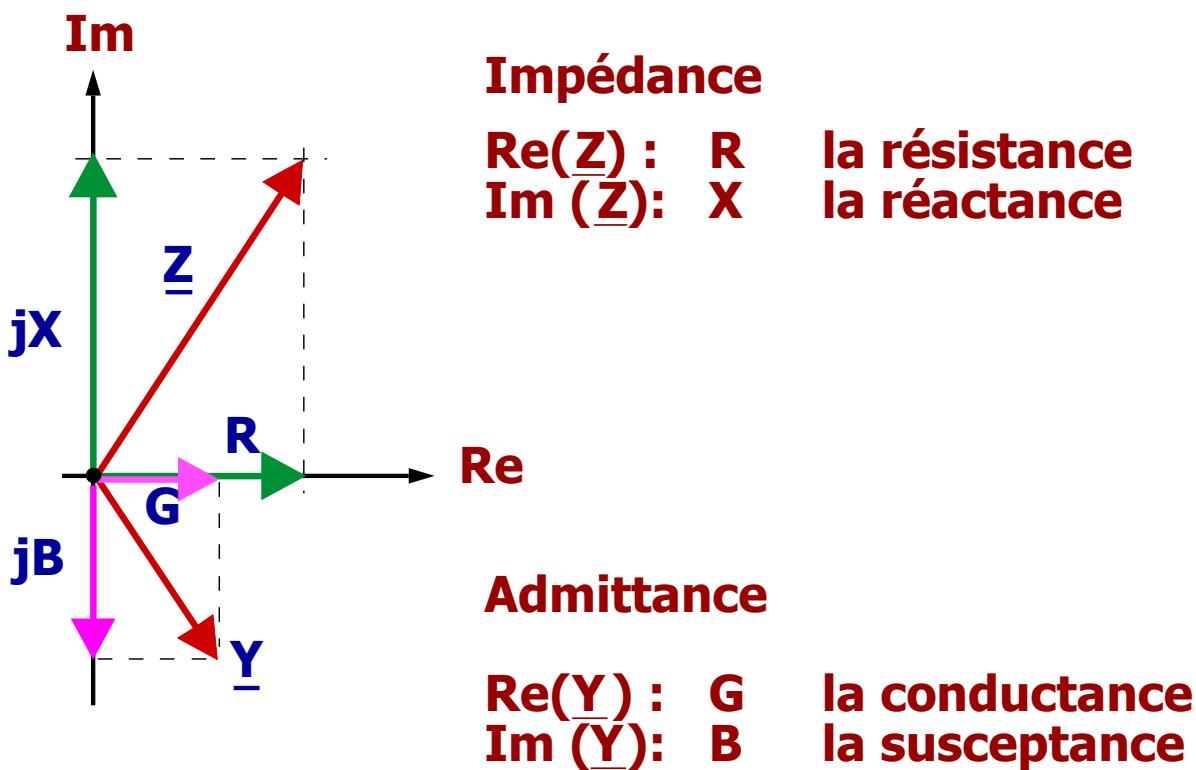
Note :

La puissance active dans une capacité : $P = U \cdot I \cdot \cos \varphi = U \cdot I \cdot 0 = 0$

La puissance réactive dans une capacité : $Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi = U \cdot (\omega \cdot C \cdot U) \cdot (-1) = -\omega \cdot C \cdot U^2$

Exemple :

Calculer la valeur efficace complexe de la tension aux bornes d'une capacité de $1 \mu F$ lorsqu'elle est parcourue par un courant sinusoïdal de 3 mA crête et de fréquence égale à 45 kHz . Même question pour une fréquence de 450 kHz .



Commentaire :

La partie **réelle** d'une impédance correspond à un élément **purement résistif**.

La partie **imaginaire** d'une impédance correspond soit à une **inductance pure** lorsqu'elle est **positive** soit à une **capacité pure** lorsqu'elle est **négative**.

	Impédance	Admittance
Forme rectangulaire	$\underline{Z} = R + j \cdot X$ R : résistance (partie résistive) X : réactance (partie réactive)	$\underline{Y} = G + j \cdot B$ G : conductance B : susceptance
Forme polaire	$\underline{Z} = Z \cdot e^{j\varphi}$ Z : module de l'impédance φ : déphasage (argument de l'impédance)	$\underline{Y} = Y \cdot e^{-j\varphi}$ Y : module de l'admittance φ : déphasage

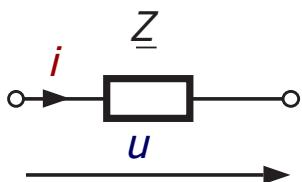
$$\sin \alpha \cdot \sin \beta = \frac{1}{2} \cos(\alpha - \beta) - \frac{1}{2} \cos(\alpha + \beta)$$

$$p = u \cdot i = \sqrt{2} \cdot U \cdot \sin(\omega \cdot t + \alpha) \cdot \sqrt{2} \cdot I \cdot \sin(\omega \cdot t + \beta)$$

$$p = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot U \cdot I \cdot \cos(\omega \cdot t + \alpha - \omega \cdot t - \beta) - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot U \cdot I \cdot \cos(\omega \cdot t + \alpha + \omega \cdot t + \beta)$$

$$p = U \cdot I \cdot \cos(\alpha - \beta) - U \cdot I \cdot \cos(2 \cdot \omega \cdot t + \alpha + \beta)$$

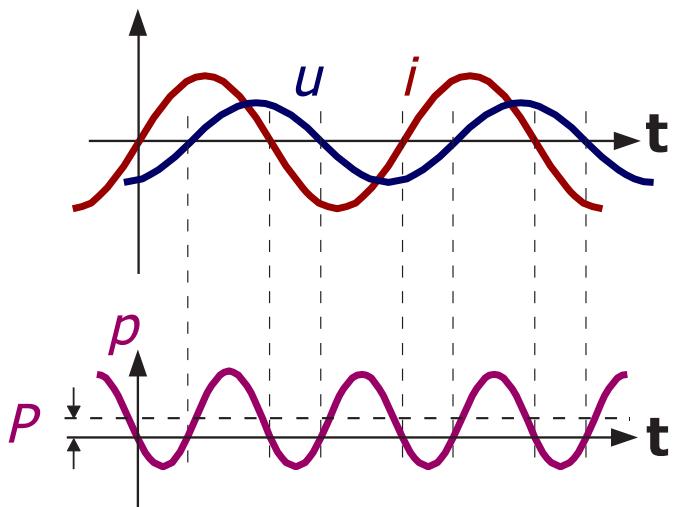
Puissance instantanée



$$u = \sqrt{2} \cdot U \cdot \sin(\omega \cdot t + \alpha)$$

$$i = \sqrt{2} \cdot I \cdot \sin(\omega \cdot t + \beta)$$

$$\varphi = \alpha - \beta$$



$$p = U \cdot I \cdot \cos \varphi - U \cdot I \cdot \cos(2 \cdot \omega \cdot t + \alpha + \beta)$$

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi \quad \text{puissance active}$$

Commentaire :

La puissance instantanée est la somme de deux termes; le premier est constant et le deuxième est une fonction sinusoïdale de pulsation 2ω (double de la pulsation du courant et de la tension). Le premier terme est la valeur moyenne de la puissance instantanée en fonction du temps; cette valeur est appelée **puissance active**.

La grandeur $\cos \varphi$ est appelée facteur de puissance. Pour une charge, ce facteur est toujours positif (φ est compris entre $-\pi/2$ et $+\pi/2$).

On remarque sur la courbe de la puissance instantanée que, à certains moments, la puissance est négative; la charge fournit alors de l'énergie à la source. Mais en moyenne, on remarque que la charge absorbe de l'énergie.

La **puissance active** correspond à une **énergie, fournie à la charge**, utilisable et convertible en une autre forme d'énergie (chaleur, travail).

Note :

La puissance active dans une résistance

$$: P = U \cdot I \cdot \cos \varphi = (R \cdot I) \cdot I \cdot 1 = R \cdot I^2$$

La puissance active dans une inductance

$$: P = U \cdot I \cdot \cos \varphi = U \cdot I \cdot 0 = 0$$

La puissance active dans une capacité

$$: P = U \cdot I \cdot \cos \varphi = U \cdot I \cdot 0 = 0$$

Exemple :

Lorsqu'on impose à une charge une tension de 230 V / 50 Hz on y mesure un courant de 10 A en avance de 4 ms sur la tension. Calculer sa puissance active.

En posant $\beta = \alpha - \varphi$:

$$\cos(2\omega t + \alpha + \beta) = \cos(2\omega t + \alpha + \alpha - \varphi) = \cos(2\omega t + 2\alpha - \varphi)$$

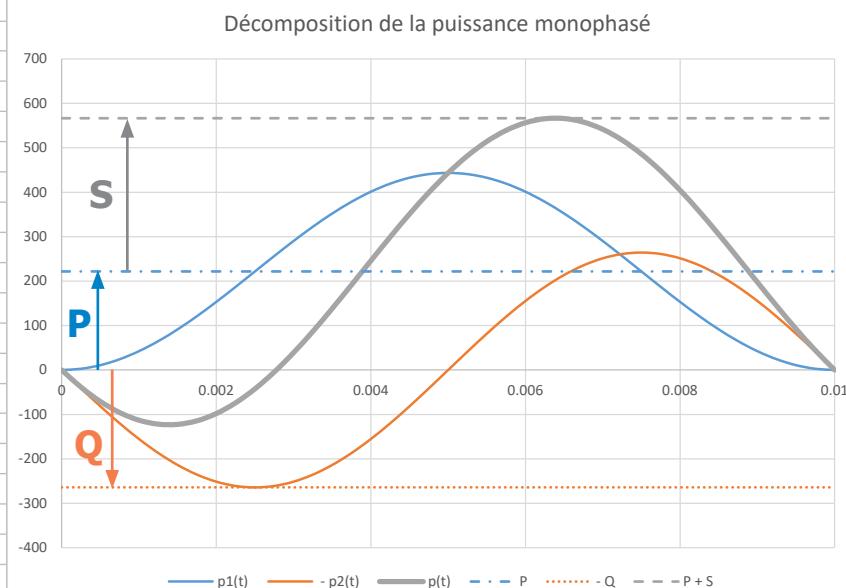
$$= \cos[\varphi - (2\omega t + 2\alpha)] = \cos \varphi \cdot \cos(2\omega t + 2\alpha) + \sin \varphi \cdot \sin(2\omega t + 2\alpha)$$

$$p = U \cdot I \cdot \cos \varphi - U \cdot I \cdot \cos(2\omega t + \alpha + \beta)$$

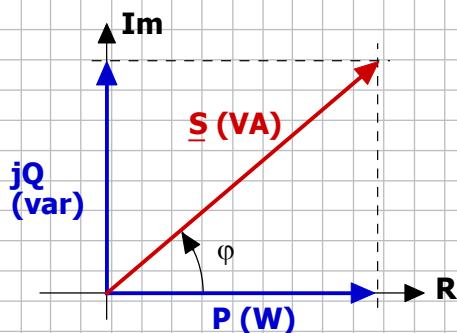
$$p = p_1 - p_2 = U \cdot I \cdot \cos \varphi [1 - \cos(2\omega t + 2\alpha)] - U \cdot I \cdot \sin \varphi \cdot \sin(2\omega t + 2\alpha)$$

$$p_1 = U \cdot I \cdot \cos \varphi [1 - \cos(2\omega t + 2\alpha)] \rightarrow \bar{p}_1 = U \cdot I \cdot \cos \varphi$$

$$p_2 = U \cdot I \cdot \sin \varphi \cdot \sin(2\omega t + 2\alpha) \rightarrow \bar{p}_2 = 0 \rightarrow \hat{p}_2 = U \cdot I \cdot \sin \varphi$$



Le triangle des puissances (puissance apparente complexe)



$$\underline{S} = P + j \cdot Q = S \cdot e^{j\varphi}$$

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi \text{ et } Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi \rightarrow S = U \cdot I = \sqrt{P^2 + Q^2} \text{ et } \varphi = \arctan \frac{Q}{P}$$

Définitions des différentes puissances

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi$$

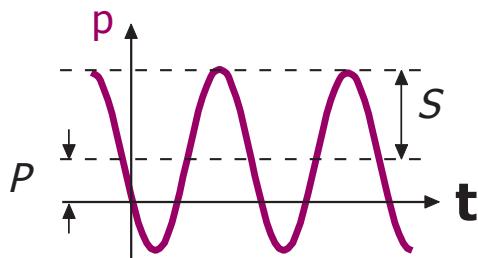
$$Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi$$

$$S = U \cdot I$$

puissance active

puissance réactive

puissance apparente



$$[P] = \text{watts} = W$$

$$[Q] = \text{voltsampères réactifs} = \text{var}$$

$$[S] = \text{voltsampères} = \text{VA}$$

$$p = p_1 - p_2 = U \cdot I \cdot \cos \varphi [1 - \cos(2 \cdot \omega \cdot t + 2 \cdot \alpha)] - U \cdot I \cdot \sin \varphi \cdot \sin(2 \cdot \omega \cdot t + 2 \cdot \alpha)$$

Commentaire :

La puissance instantanée peut être décomposée en deux composantes sinusoïdales:

- l'une dont la valeur moyenne positive est appelée puissance active,
- l'autre dont la valeur moyenne est nulle et dont l'amplitude est appelée «puissance réactive».

La deuxième composante exprime l'échange alternatif d'énergie à bilan nul entre la charge et la source. Cet échange est dû à la réactance pure du récepteur.

La puissance apparente est le produit des valeurs efficaces de la tension et du courant et vaut aussi la valeur de crête de l'oscillation sinusoïdale de la puissance instantanée (voir équation de $p(t)$).

Note :

Pour distinguer les différentes composantes de la puissance instantanée, leurs unités sont exprimées différemment bien qu'elles soient équivalentes.

La puissance réactive dans une résistance : $Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi = U \cdot I \cdot 0 = 0$

La puissance réactive dans une inductance : $Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi = (\omega \cdot L \cdot I) \cdot I \cdot 1 = \omega \cdot L \cdot I^2$

La puissance réactive dans une capacité : $Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi = U \cdot (\omega \cdot C \cdot U) \cdot (-1) = -\omega \cdot C \cdot U^2$

Il est à noter encore que les puissances Q , P ou S (complexe !) de différents éléments montés en série ou en parallèle s'additionnent, indépendamment du couplage.

Exemple :

Calculer les puissances réactive, apparente et complexe dans la charge de l'exemple précédent.

Energie réactive

Info : Energie réactive

Tout système électrique utilisant le courant alternatif implique généralement deux formes d'énergie : l'énergie active (unité: kWh) et l'énergie réactive (unité: kvarh).

Seule l'énergie active est source d'un travail utile. L'énergie réactive est toujours présente en quantité qui dépend du type d'équipement alimenté. Pratiquement nulle dans la consommation d'un chauffe-eau ou pour une ampoule à filament, l'énergie réactive est consommée en plus grande quantité dès que l'équipement doit créer un champ électromagnétique (ex. moteurs électriques ou transformateurs).

Un rapport énergie active / réactive défavorable génère de multiples inconvénients : demande totale de courant accrue, augmentation des pertes en ligne du réseau de distribution, baisse de tension d'alimentation, etc.

De ce fait, Groupe E souhaite limiter la consommation d'énergie réactive en facturant aux conditions ci-dessous toute consommation qui excède le quota admissible.

1 Conditions de soutirage et d'injection

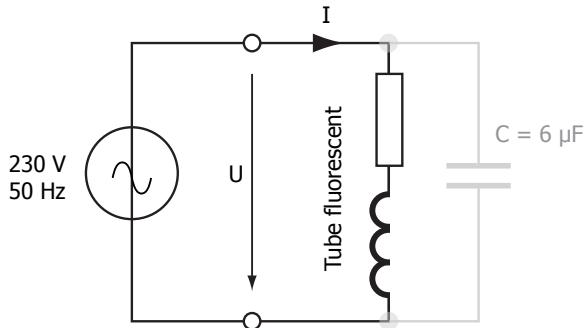
Pour tout soutirage ou injection d'énergie électrique dans le réseau de Groupe E, le facteur de puissance ($\cos \phi$) ne doit pas être inférieur à 0,9 par point de mesure. La quantité d'énergie réactive consommée pendant une période de facturation ne doit donc pas être supérieure à 50 % de la quantité d'énergie active ou 0,5 kvarh pour 1 kWh (quota admissible arrondi en faveur du client).

L'énergie réactive est enregistrée sur le même point de mesure et durant la même période de facturation que l'énergie active. La fréquence de facturation correspond à celle de l'énergie active du tarif d'électricité, du tarif d'utilisation du réseau ou du tarif de reprise que Groupe E applique au client. Dans tous les cas, la mesure de l'énergie réactive est effectuée uniquement sur le flux d'énergie réactive à caractère inductif fourni par le distributeur au client (1^{er} quadrant du diagramme vectoriel +A/+R).

Pour s'assurer du facteur de puissance ($\cos \phi$) ci-dessus, Groupe E se réserve le droit d'installer à tout moment un compteur combiné d'énergie active et réactive. Pour les places de mesure non équipées d'un compteur à enregistrement de la puissance électrique ou à courbe de charge, la mise à disposition de ce compteur sera facturée au client selon la fiche Prestations supplémentaires (cf. Dispositions générales d'utilisation du réseau et de fourniture d'énergie électrique de Groupe E).

- 1)** On mesure la puissance d'un tube fluorescent de 50 W / 230 V / 50 Hz et on trouve :

$$S = 108 \text{ VA} \text{ et } P = 51 \text{ W}$$



- a) Calculez le facteur de puissance $\cos \phi$, la puissance réactive Q et le courant circulant dans le tube.
- b) Déterminez l'impédance complexe de ce système.
- c) Expliquez pourquoi la puissance apparente est le double de la puissance attendue et utile.
- d) On ajoute en parallèle sur ce circuit une capacité de 6 μF . Que ce passe-t-il ? Recalculez les différentes grandeurs considérées (S , P , Q , $\cos \phi$ et I) et discutez vos résultats.

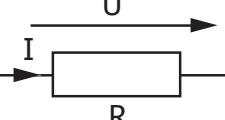
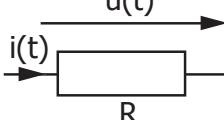
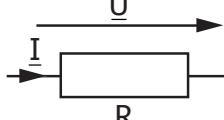
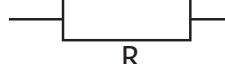
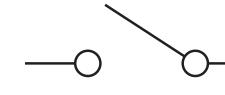
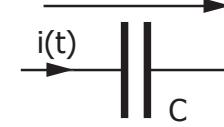
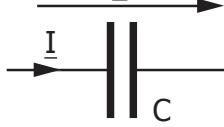
Remarque : Un tube fluorescent est inductif.

- 2)** Une charge capacitive branché sur le réseau 230 V / 50 Hz absorbe une puissance active de 1000 W et fournit une puissance réactive de 500 var.

- a) Calculez la puissance apparente.
- b) Calculez le courant I dans la ligne qui alimente cette charge.
- c) Calculez le facteur de puissance $\cos \phi$.

- 3)** Une installation industrielle consomme pendant les heures de travail (8 heures par jour, 5 jours par semaines et 50 semaine par année) une puissance apparente S de 45 kVA. On mesure sur cette installation un $\cos \phi$ de 0.78

- a) Calculez la puissance réactive que cette installation consomme. Quelle somme cela coûte à l'utilisateur par année si le kvarh est facturé 5 centimes par le fournisseur d'énergie. Quelle somme pourra-t-il investir dans un système de redressement du $\cos \phi$ si l'investissement doit être amorti en 5 ans (sans tenir compte des intérêts).
- b) Calculez le condensateur qu'il faudra installer en parallèle pour redresser le $\cos \phi$ à 0.95. Le réseau est à 230 V et 50 Hz.

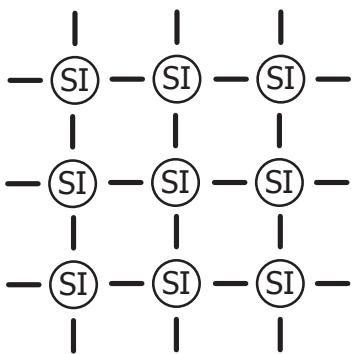
Régime	continu (fréquence $\rightarrow 0$)	quelconque	sinusoïdal	fréquence élevée
Elément				
R résistance	$U = R \cdot I$ 	$u(t) = R \cdot i(t)$ 	$\underline{U} = R \cdot \underline{I}$ 	
L self ou inductance	$U = 0$ 	$u(t) = L \cdot \frac{di}{dt}$ 	$\underline{U} = j \cdot \omega \cdot L \cdot \underline{I}$ 	$i = 0$ 
C capacité ou condensateur	$I = 0$ 	$i(t) = C \cdot \frac{du}{dt}$ 	$\underline{U} = \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C} \cdot \underline{I}$ 	$u = 0$ 

Extrait du tableau périodique des éléments :
(Voisinage du silicium)

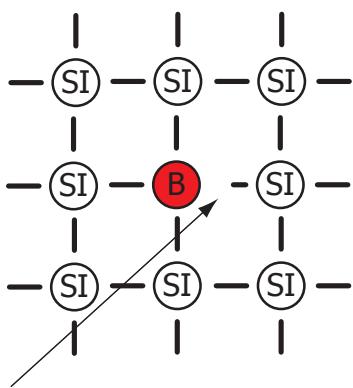
voir <http://www.periodni.com/fr/>

5	6	7
B	C	N
13	14	15
Al	Si	P
31	32	33
Ga	Ge	As

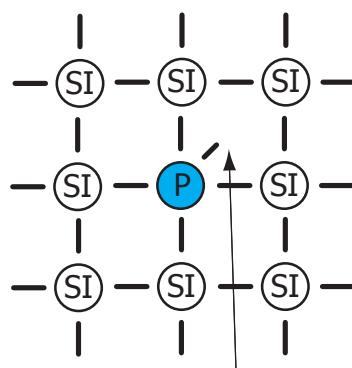
Cristal pur de silicium



Cristal de type P



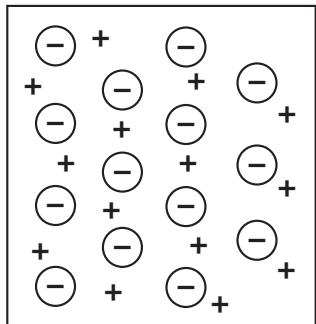
Cristal de type N



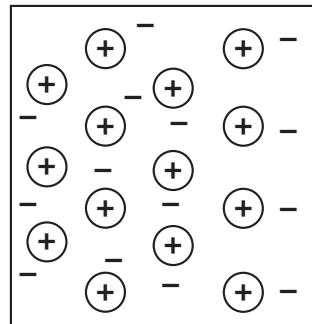
Trou : charge positive

Electron libre: charge négative

Type P : charge libre +



Type N : charge libre -



Cristaux électriquement neutre

Commentaire :

Un atome de silicium comporte 4 électrons sur sa dernière couche. En structure cristalline, tous les électrons se combinent avec un électrons des atomes voisins pour créer des liaisons dites covalentes. Il n'y a pas de charge libre, le cristal est isolant.

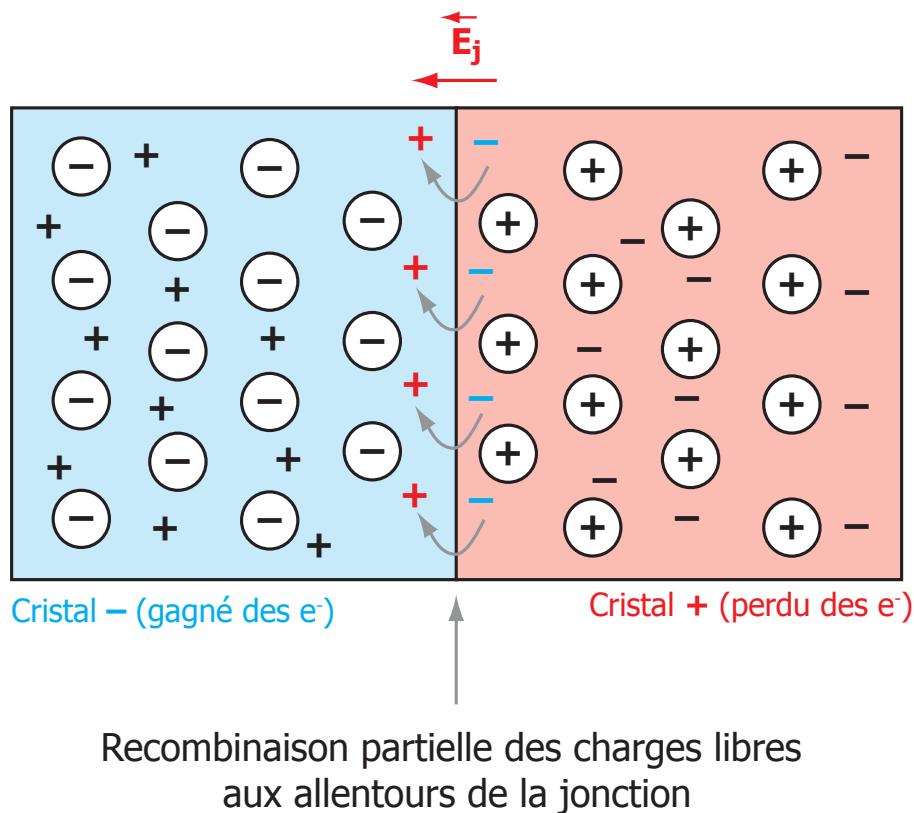
En insérant dans la structure un atome de Bore qui ne comprend lui que 3 électrons sur sa dernière couche, il y a apparition d'un manque d'électrons, un trou qui s'apparente à une charge positive. Ce trou peut se déplacer d'une liaison covalente à l'autre. C'est une charge libre positive.

En quittant l'atome de Bore, le trou rend ce dernier électriquement négatif car il possède alors un électron de trop et devient ainsi une charge négative fixe appelé ion.

En insérant dans la structure un atome de Phosphore que comprend lui 5 électrons sur sa dernière couche, il y apparition d'un électron libre. Cet électron peut aussi se déplacer d'une liaison covalente à l'autre. C'est une charge libre négative.

En quittant l'atome de Phosphore, l'électron rend ce dernier positif car il lui manque un électron et devient ainsi une charge positive fixe appelé ion.

Pour simplifier la représentation, on ne dessinera ensuite que les charges fixes (ions) et libres (électrons et «trous»). Il est à noté que les deux cristaux restent électriquement neutre d'un point de vue global.



Commentaire :

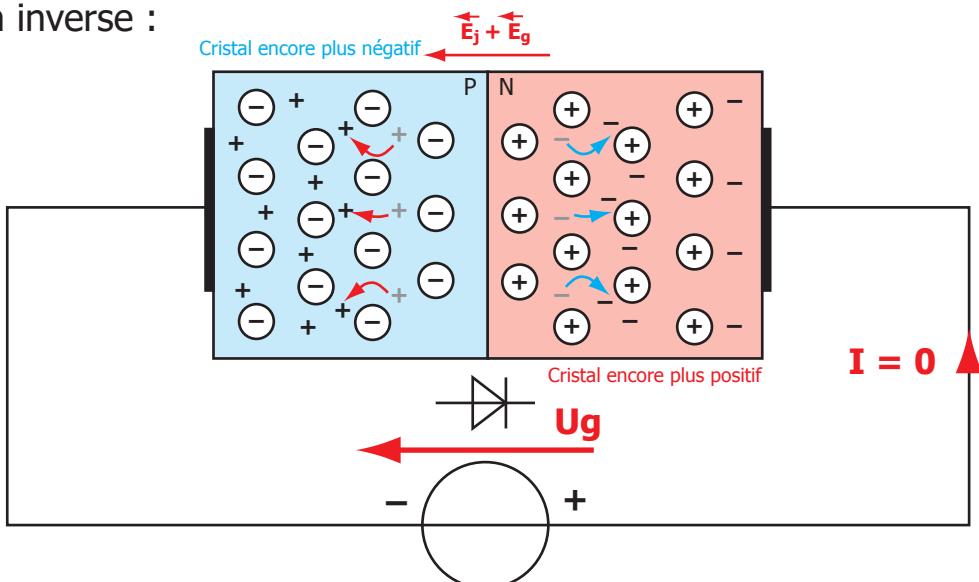
Si l'on «colle» deux cristaux de type P et N, on observe une recombinaison partielle des charges libres au niveau de la jonction, les charges de signes opposés s'attirant entre elles.

Cependant en quittant leur cristaux respectifs, elles rendent leur cristal électriquement chargé. Comme les cristaux sont de charges opposées, il y a apparition d'un champs électrique E_j entre eux.

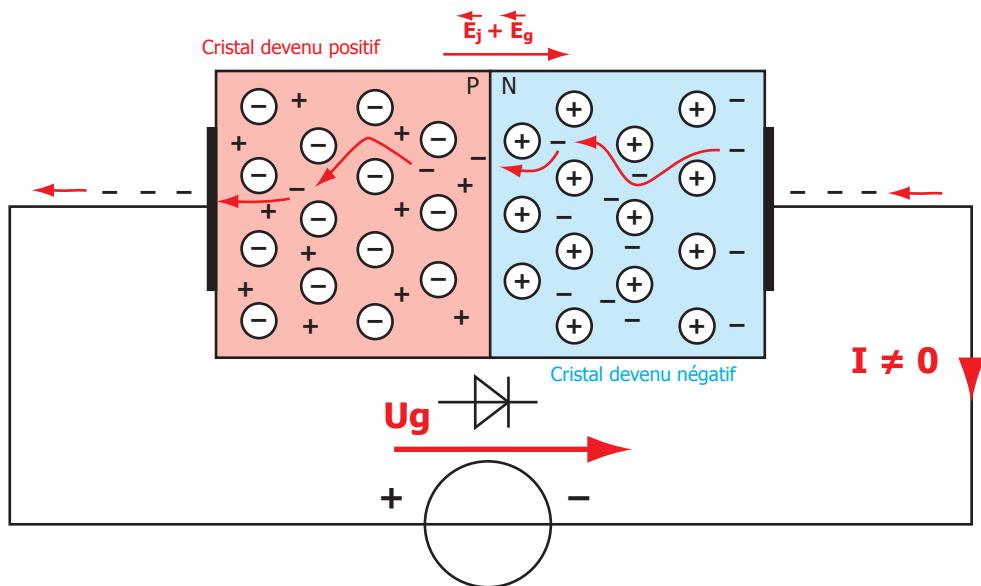
Ce dernier empêche une recombinaison totale des charges libres, car la charge globale du cristal opposé étant du même signe que les charges libres, ces dernières sont repoussées par la charge du cristal et la recombinaison s'arrête.

En pratique, la réalisation des deux types de cristaux se fait à partir un même morceau de cristal de silicium pur. On introduit ensuite par vaporisation des atomes de bore et de phosphore sur les zones appropriées à l'aide de masques déposés à la surface du cristal de silicium.

Polarisation inverse :



Polarisation normale :



Commentaire :

Une diode polarisée en inverse bloque le courant, car le champ électrique E_j est renforcé par la tension de polarisation. Les charges libres aux alentours de la jonction sont repoussées d'avantage vers leur cristaux respectifs et isolent d'avantage la jonction d'un point de vue électrique.

Une diode polarisée normalement, laisse passer du courant dès que $U_g \geq U_j$, car le champ électrique E_j est annulé voir inversé et les charges libres sont attirées par le cristal opposé qui a changé sa charge globale de signe.

High-speed diodes

1N4148; 1N4448

LIMITING VALUES

In accordance with the Absolute Maximum Rating System (IEC 60134).

SYMBOL	PARAMETER	CONDITIONS	MIN.	MAX.	UNIT
V_{RRM}	repetitive peak reverse voltage		–	100	V
V_R	continuous reverse voltage		–	100	V
I_F	continuous forward current	see Fig.2; note 1	–	200	mA
I_{FRM}	repetitive peak forward current		–	450	mA
I_{FSM}	non-repetitive peak forward current	square wave; $T_j = 25^\circ\text{C}$ prior to surge; see Fig.4 $t = 1 \mu\text{s}$ $t = 1 \text{ ms}$ $t = 1 \text{ s}$	–	4	A
P_{tot}	total power dissipation	$T_{amb} = 25^\circ\text{C}$; note 1	–	500	mW
T_{stg}	storage temperature		–65	+200	°C
T_j	junction temperature		–	200	°C

ELECTRICAL CHARACTERISTICS

$T_j = 25^\circ\text{C}$ unless otherwise specified.

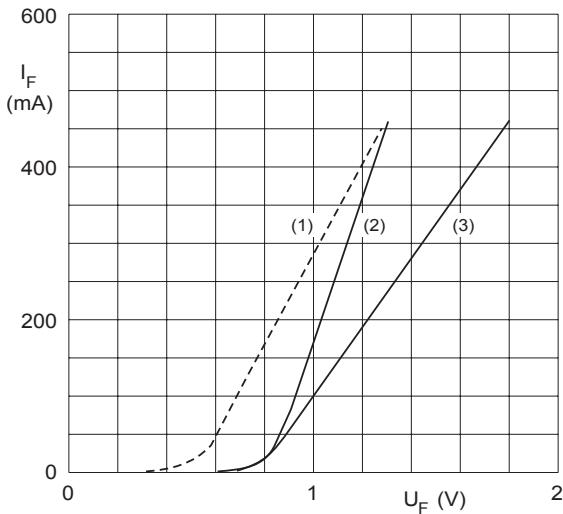
SYMBOL	PARAMETER	CONDITIONS	MIN.	MAX.	UNIT
V_F	forward voltage 1N4148 1N4448	see Fig.3 $I_F = 10 \text{ mA}$ $I_F = 5 \text{ mA}$ $I_F = 100 \text{ mA}$	– 0.62 –	1 0.72 1	V
I_R	reverse current	$V_R = 20 \text{ V}$; see Fig.5 $V_R = 20 \text{ V}; T_j = 150^\circ\text{C}$; see Fig.5		25 50	nA μA
I_R	reverse current; 1N4448	$V_R = 20 \text{ V}; T_j = 100^\circ\text{C}$; see Fig.5	–	3	μA
C_d	diode capacitance	$f = 1 \text{ MHz}; V_R = 0 \text{ V}$; see Fig.6	–	4	pF
t_{rr}	reverse recovery time	when switched from $I_F = 10 \text{ mA}$ to $I_R = 60 \text{ mA}$; $R_L = 100 \Omega$; measured at $I_R = 1 \text{ mA}$; see Fig.7	–	4	ns
V_{fr}	forward recovery voltage	when switched from $I_F = 50 \text{ mA}$; $t_r = 20 \text{ ns}$; see Fig.8	–	2.5	V

Caractéristique $I = f(U)$ d'une diode 1N4148

$$I_{F\max} = 200 \text{ mA}$$

$$U_{R\max} = 75 \text{ V}$$

$$I_F = I_S \cdot e^{\frac{U_F}{n \cdot U_T}}$$

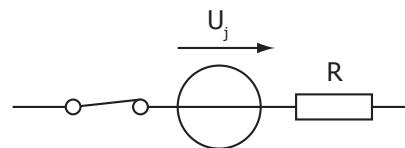
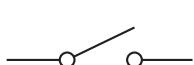
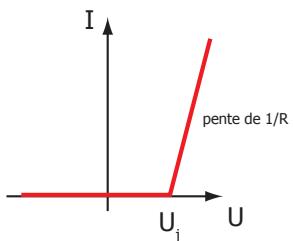
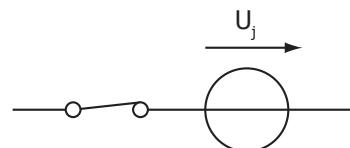
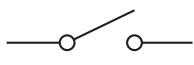
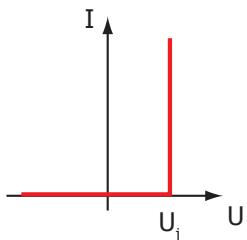
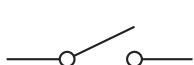
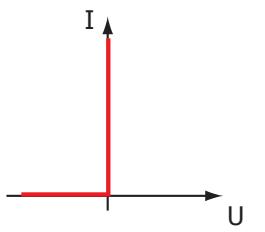


- (1) $T_j = 175 \text{ }^\circ\text{C}$; typical values.
- (2) $T_j = 25 \text{ }^\circ\text{C}$; typical values.
- (3) $T_j = 25 \text{ }^\circ\text{C}$; maximum values.

Schémas équivalents :

Bloquée

Conduit

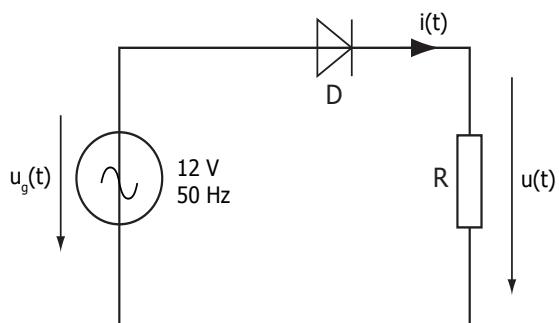


Commentaire :

Il est à noter qu'en fonctionnement inverse, passé une certaine tension (appelée tension inverse) la diode claque et laisse passer du courant dans le sens inverse (destructif ! sauf pour les diodes Schottky qui supportent les tensions inverses).

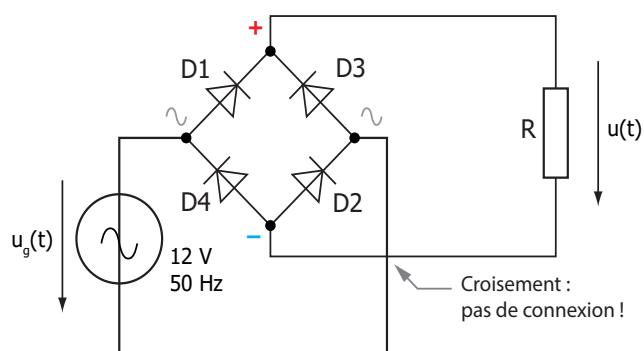
En mode normal, le courant dans une diode n'est pas limité (R équivalent très petit). Un autre élément doit donc limiter le courant dans une diode, sinon il y a risque de court-circuit.

a) Redresseur à une diode :



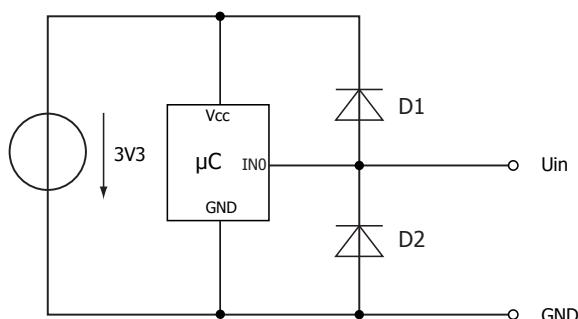
Tracez $u(t)$ et $i(t)$ sur une période en tenant compte de U_j .

b) Redresseur à pont de Graetz :



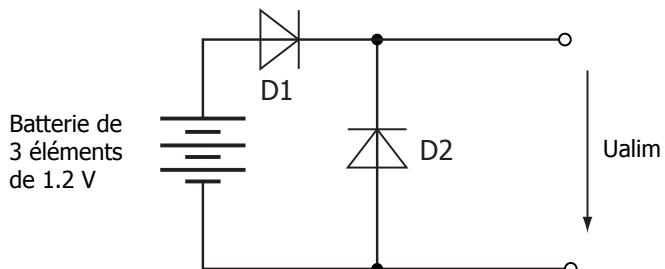
Tracez $u(t)$ sur une période en tenant compte de U_j .

c) Protection d'une entrée numérique de microcontrôleur:



Dans quelles limites U_{in} peut évoluer en tenant compte de U_j .

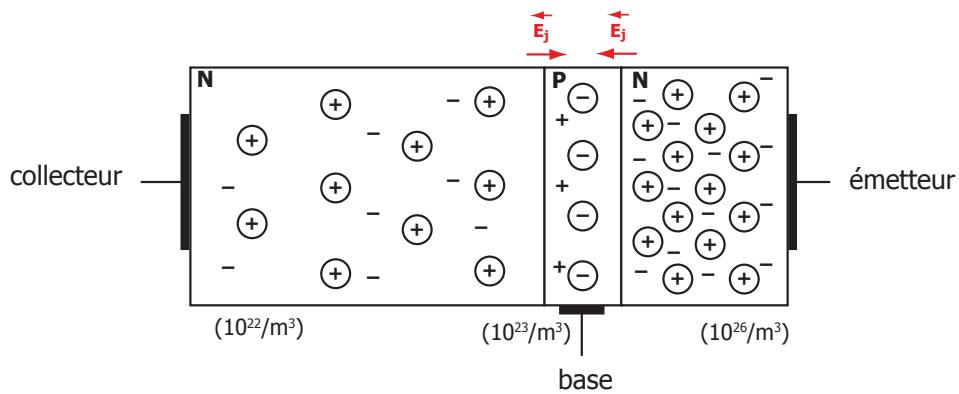
d) Alimentation par pile (protection contre l'inversion de polarité) :



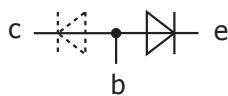
Que vaut U_{alim} si la batterie est branchée correctement et si elle est branchée à l'envers.

A quoi sert D2 ?

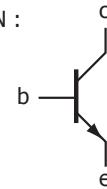
Au repos :



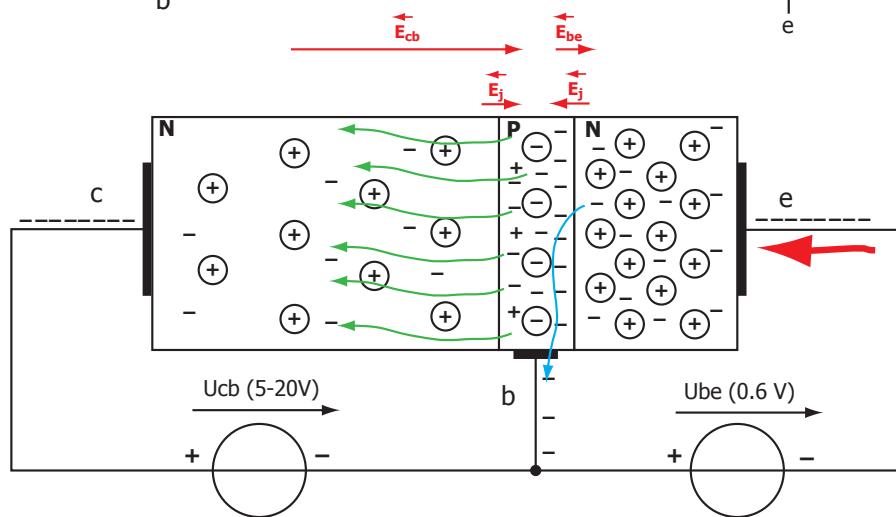
Premier schéma équivalent :



Symbol du transistor NPN :



Polarisé :



Commentaire :

La quantité de dopant, indiquée en nombre d'atomes par m^3 , n'est pas la même dans chacune des trois zones du transistor bipolaire. La région centrale appelée la base est très étroite, environ $1 \mu m$. Vu que ce transistor est composé de deux jonctions PN, on peut le représenter sous la forme de deux diodes inversées. Ce premier schéma équivalent est utile pour déterminer où se situe l'émetteur, la base et le collecteur lorsque le transistor n'est pas encore branché. Toutefois la diode b-c ne fonctionne pas du tout comme telle lorsque le transistor est correctement utilisé.

Si la diode «base-émetteur» est polarisée ($U_{be} \approx U_j$), l'émetteur injecte des électrons dans la base. Celle-ci est peu dopée (faible densité de trous) par rapport à l'émetteur (environ 1000 fois moins). Les électrons ont tendance à s'accumuler dans la base et ont de la peine à sortir par la base vu le faible taux de «trous» à disposition. La base étant en plus très mince ($1 \mu m$), la plus part des électrons se font piéger par le champ E_{cb} , provoqué par U_{cb} , qui leur est favorable et migrent vers le collecteur. Ce phénomène se nomme **l'effet transistor**.

$I_c >> I_b$ -> amplification de courant, $I_e = I_b + I_c$

Si $U_{be} < U_j$ -> Le transistor est bloqué, $I_b = 0$ et $I_c = 0$.

Si $U_{be} \approx U_j$ -> Un petit courant s'établi dans la base et un grand courant dans le collecteur, le tout alimenté par les électrons émis par l'émetteur. Un petit courant I_b engendre un grand courant I_c !

On constate que le transistor bipolaire est premièrement un **amplificateur de courant**.


BC337-25
BC337-40

SMALL SIGNAL NPN TRANSISTORS

ABSOLUTE MAXIMUM RATINGS

Symbol	Parameter	Value	Unit
V_{CBO}	Collector-Base Voltage ($I_E = 0$)	50	V
V_{CEO}	Collector-Emitter Voltage ($I_B = 0$)	45	V
V_{EBO}	Emitter-Base Voltage ($I_C = 0$)	5	V
I_C	Collector Current	0.5	A
I_{CM}	Collector Peak Current	1	A
P_{tot}	Total Dissipation at $T_C = 25^\circ\text{C}$	625	mW
T_{stg}	Storage Temperature	-65 to 150	$^\circ\text{C}$
T_j	Max. Operating Junction Temperature	150	$^\circ\text{C}$

ELECTRICAL CHARACTERISTICS ($T_{case} = 25^\circ\text{C}$ unless otherwise specified)

Symbol	Parameter	Test Conditions	Min.	Typ.	Max.	Unit
I_{CBO}	Collector Cut-off Current ($I_E = 0$)	$V_{CB} = 20 \text{ V}$ $V_{CB} = 20 \text{ V}$ $T_C = 150^\circ\text{C}$			100 5	nA μA
I_{EBO}	Emitter Cut-off Current ($I_C = 0$)	$V_{EB} = 5 \text{ V}$			100	nA
$V_{(BR)CBO}$	Collector-Base Breakdown Voltage ($I_E = 0$)	$I_C = 10 \mu\text{A}$	50			V
$V_{(BR)CEO}^*$	Collector-Emitter Breakdown Voltage ($I_B = 0$)	$I_C = 10 \text{ mA}$	45			V
$V_{(BR)EBO}$	Emitter-Base Breakdown Voltage ($I_C = 0$)	$I_E = 10 \mu\text{A}$	5			V
$V_{CE(sat)}^*$	Collector-Emitter Saturation Voltage	$I_C = 500 \text{ mA}$ $I_B = 50 \text{ mA}$			0.7	V
$V_{BE(on)}^*$	Base-Emitter On Voltage	$I_C = 500 \text{ mA}$ $V_{CE} = 1 \text{ V}$			1.2	V
h_{FE}^*	DC Current Gain	$I_C = 100 \text{ mA}$ $V_{CE} = 1 \text{ V}$ for BC337-25 for BC337-40	160 250		400 600	
f_T	Transition Frequency	$I_C = 10 \text{ mA}$ $V_{CE} = 5 \text{ V}$ $f = 100\text{MHz}$	100			MHz
C_{CBO}	Collector-Base Capacitance	$I_E = 0$ $V_{CB} = 10 \text{ V}$ $f = 1 \text{ MHz}$		5		pF

* Pulsed: Pulse duration = 300 μs , duty cycle $\leq 2\%$

Le mode normal direct

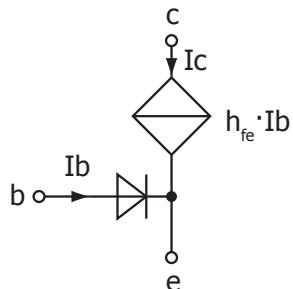
On dit qu'un transistor fonctionne en mode normal direct si aucun électron n'est accumulé dans la base. Tous les électrons peuvent migrer en minorité par la base et en majorité par le collecteur. Le courant I_c dépend alors pratiquement que du champ E_{be} provoqué par U_{be} .

Conditions pour être en mode normal direct :

$$\begin{aligned} U_{be} &\approx U_j \\ U_{ce} &\geq U_j \end{aligned}$$

Alors $I_c \approx h_{fe} \cdot I_b$

h_{fe} ou β correspond à l'amplification de courant.



Le mode normal direct est utilisé pour réaliser des amplificateurs à transistors (pas étudié dans le cadre de ce cours).

Le mode de saturation

On dit qu'un transistor est en mode de saturation si le champ E_{cb} ne suffit plus à capter tous les électrons injectés par l'émetteur dans la base. Il y a alors accumulation d'électrons dans la base.

Conditions pour être en saturation :

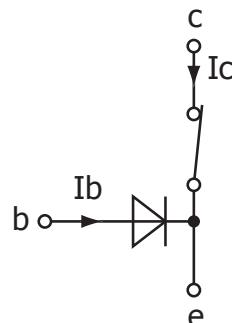
$$\begin{aligned} U_{be} &\approx U_j \\ U_j &> U_{ce} \geq 0.1 \text{ V} \end{aligned}$$

Alors $I_c < h_{fe} \cdot I_b$ (I_c est proportionnel à U_{ce})

En pratique on transforme cette inéquation en équation : $I_c = \frac{h_{fe}}{k} \cdot I_b$

avec $k = 1 \dots 10$ (20)

Plus k est grand plus la saturation est importante, mais plus le courant I_c diminue par rapport à I_b , donc plus l'amplification de courant diminue.



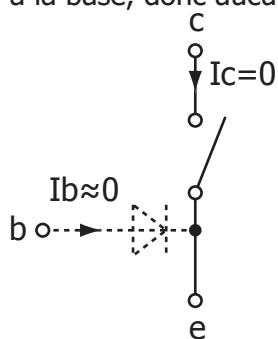
Le mode bloqué

On dit qu'un transistor est en mode bloqué si la tension $U_{be} < U_j$. La diode base émetteur est bloquée, aucun électron ne circule de l'émetteur à la base, donc aucun électron ne circule aussi vers l'émetteur.

Condition pour être bloqué :

$$U_{be} < U_j$$

Alors $I_b = I_c = I_e = 0$



Si un transistor en commutation consomme 1 mA, 1 million de transistors consommeront 1000 A !

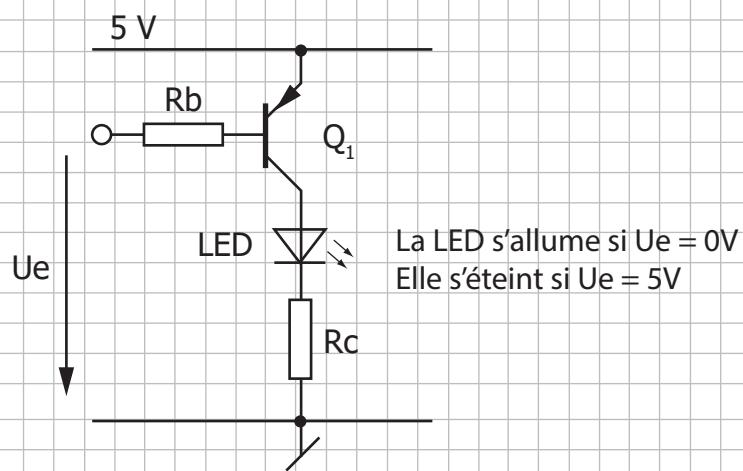
Les circuits numériques actuels peuvent contenir plusieurs milliards de transistors. Si ces transistors étaient des transistors bipolaires, ils consommeraient 1 million d'ampère.

Comparison of Logic Families

	CMOS		TTL				
	74HC	4000	74	74LS	74S	74ALS	74AS
Power dissipation (mW/gate)							
Static	0.000025	0.001	10	2	19	1	8.5
At 100 kHz	0.17	0.1	10	2	19	1	8.5
Propagation delay time (ns)	8	50	10	10	3	4	1.5
Maximum clock frequency (MHz)	40	12	35	40	125	70	200
Speed/Power product @100kHz (pJ)	1.4	11	100	20	57	4	13
Minimum output drive,	4	1.6	16	8	20	8	20
Fan-out:							
LS loads	10	4	40	20	50	20	50
same series	*	*	10	20	20	20	40
Maximum input current,	0.001	0.001	-1.6	-0.4	-2	-0.1	-0.5

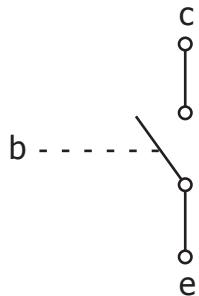
FPGA 1 million de portes, ordre de grandeur de la consommation :
10 W -> 0.01 mW/gate à 100 MHz

Commande d'une LED avec un transistor PNP :

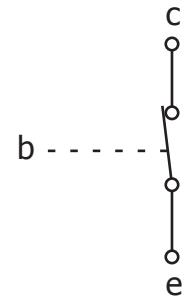


Utiliser un transistor en commutation c'est le faire fonctionner alternativement en mode bloqué et en mode saturé. Pour comprendre le fonctionnement en commutation on utilise les schémas équivalents suivants :

Mode bloqué :



Mode saturé :



On a ainsi transformé notre transistor en interrupteur. La commande de l'interrupteur s'effectue par la base du transistor : Si la tension de base est environ égale à U_j , $I_b \neq 0$, le transistor conduit; si la tension de base est inférieure à U_j , $I_b = 0$, le transistor est bloqué.

Les avantages d'un transistor en commutation par rapport à un interrupteur mécanique sont :

- Rapidité (facilement des millions de commutations par seconde, voir des milliards)
- Pas de pièce en mouvement -> pas d'usure
- Taille extrêmement réduite
- Prix très bas

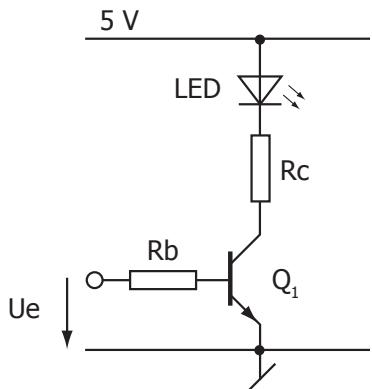
Les inconvénients sont :

- Faible pouvoir de coupure ($0.1 - 1 A$) pour des petits transistors. Les transistors de puissance sont capables de commander des courants de centaines d'ampère.
- Faible pouvoir d'isolation (max $100 V$) pour des transistors conventionnels.
- Pas possible de commuter du courant alternatif, le courant ne pouvant circuler que dans un sens.

Principaux domaines d'utilisation :

- Commande de système électrique en courant continu : ampoules, LEDs, moteurs CC, relais, ...
- Systèmes logiques : des simples portes ET aux ordinateurs les plus complexes.

Commande d'une LED avec un transistor NPN :



Dimensionner R_c et R_b pour une LED verte de 20 mA et 2.1 V . On veut que la LED s'allume quand $U_e = 5 \text{ V}$ et que s'éteigne lorsque $U_e = 0 \text{ V}$.

Le $h_{fe \min}$ du transistor Q_1 (BC546B) est de 200.

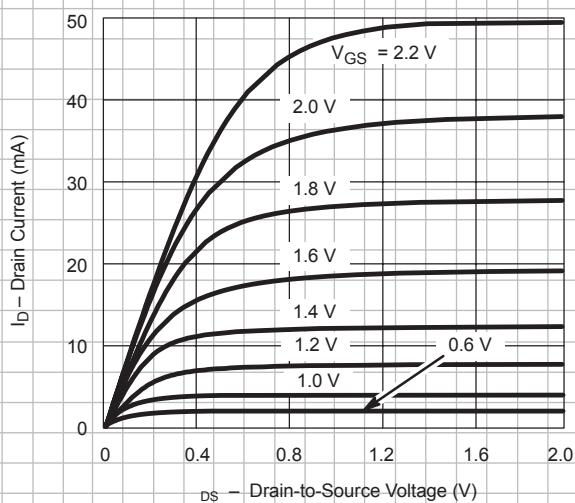
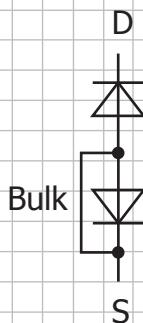
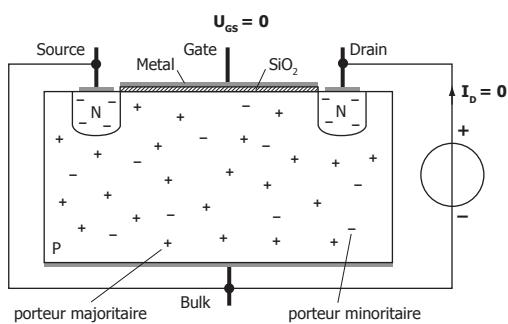


Schéma équivalent «à diodes» du MOS canal N :

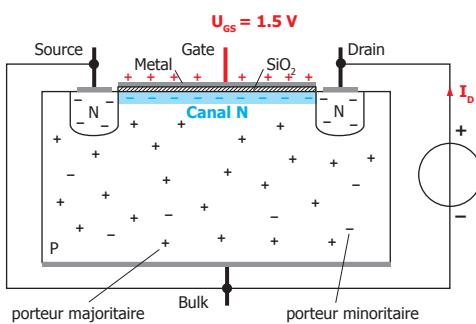


Fonctionnement du transistor MOS canal N à enrichissement :

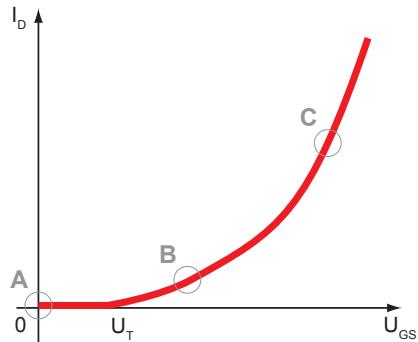
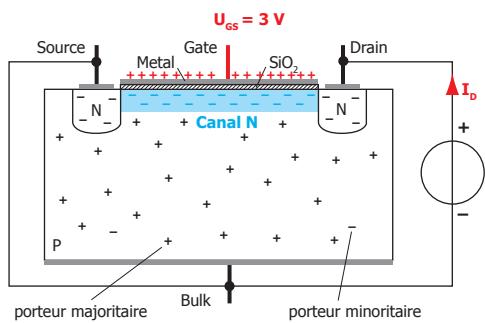
Point A :



Point B :



Point C :



Commentaire :

Dans un cristal de silicium dopé P, on ajoute des atomes de Bore qui introduisent des trous (charges positives mobiles), on appelle ces charges les porteurs **majoritaires**. Mais il subsiste quand même dans le cristal une certaine quantité d'électrons libres (charges négatives mobiles) appelés les porteurs **minoritaires**, qui ne se recombinent pas avec les trous. C'est sur ces porteurs minoritaires que reposent le fonctionnement des transistors MOSFET (Metal Oxyde Semiconductor Field Effect Transistor).

Gate \leftrightarrow Grille

Bulk \leftrightarrow Substrat

L'oxyde de silicium SiO_2 est un excellent isolant, on l'utilise pour isoler la grille du reste du cristal de silicium. C'est sous cette grille qu'il va se former ou non un canal de conduction dépendant de la tension appliquée à la grille.

Point A : $U_{GS} = 0 \text{ V}$, la tension de grille est neutre, il n'y a pas assez de charge mobile négative pour faire circuler un courant entre la source et le drain. Le canal n'est pas formé et $I_D = 0$

Point B : Le champ électrique (+) généré par U_{GS} repousse les porteurs majoritaires (charges mobiles positives) et attire les porteurs minoritaires (charges mobiles négatives). Lorsque U_{GS} atteint un certain seuil U_T (threshold), un canal se forme et un courant I_D peut circuler.

Point C : Le phénomène est le même qu'au point C mais se renforce, le canal augmente de largeur et le courant I_D capable de circuler dans le canal augmente aussi.

Comme le canal est inexistant lorsqu'aucune tension est appliquée à la grille, on parle de MOS à enrichissement. Sinon, il existe des MOS dont le canal est formé au repos et que l'on peut ensuite contrôler par l'intermédiaire de la tension de grille, on parle alors de MOS à appauvrissement.

Philips Semiconductors

Product specification

**N-channel enhancement mode vertical
D-MOS transistor**

BS107

FEATURES

- Direct interface to C-MOS, TTL, etc.
- High-speed switching
- No secondary breakdown.

QUICK REFERENCE DATA

SYMBOL	PARAMETER	MAX.	UNIT
V_{DS}	drain-source voltage (DC)	200	V
V_{GSTh}	gate-source threshold voltage	2.4	V
I_D	drain current (DC)	150	mA
R_{DSon}	drain-source on-state resistance	28	Ω

DESCRIPTION

N-channel enhancement mode vertical D-MOS transistor in a TO-92 variant envelope. Intended for use as a line current interruptor in telephone sets and for applications in relay, high-speed and line transformer drivers.

PINNING - TO-92 variant

PIN	DESCRIPTION
1	source
2	gate
3	drain

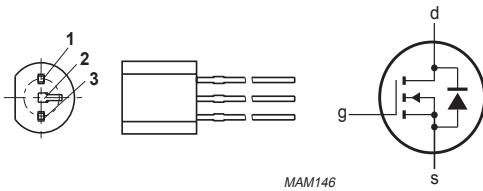
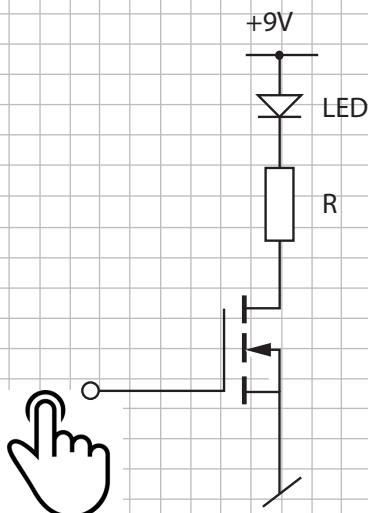


Fig.1 Simplified outline and symbol.

Démonstration du fonctionnement de MOS canal N à l'aide de la main :

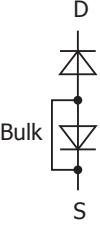
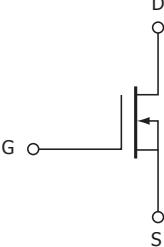
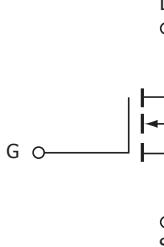
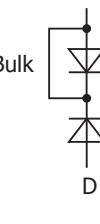
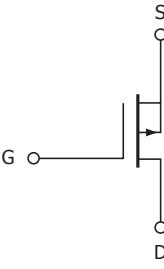
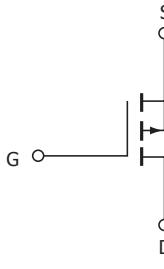


Grille 0V	LED éteinte
Grille +9V	LED allumée
Grille en l'air	LED hésitante ...

Charger la main à 0V et toucher la grille LED éteinte
Charger la main à +9V et toucher la grille LED allumée

Un fois chargée à 0V ou +9V la LED reste dans l'état correspondant !
Le transistor MOS n'a pas besoin de courant pour fonctionner, mais a uniquement besoin de charges sur la grille !

On distingue quatre sortes de transistors MOS ou MOSFET :

	schéma équivalent «à diodes»	à appauvrissement ou normalement ON	à enrichissement ou normalement OFF
Canal N			
Canal P			

Les MOS ont l'avantage sur les transistors bipolaires de ne consommer aucun courant, une fois la capacité de la grille chargée.

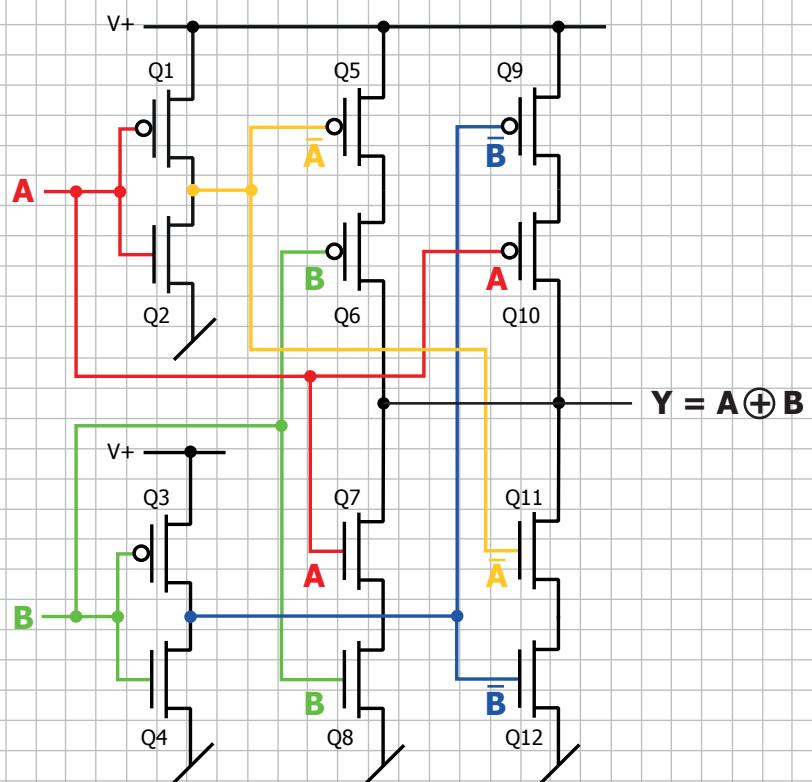
Les MOS à enrichissement sont beaucoup utilisés dans les circuits intégrés logiques. Les deux types de canaux N et P sont utilisés de manière complémentaire donnant naissance à la technologie très répandue dites CMOS avec «C» pour complementary. Cette utilisation complémentaire de transistors MOS permet la constitution de systèmes logiques ne consommant aucun courant en régime statique, quelque soit leur état logique. Seule la charge des différentes capacités (principalement la grille) des transistors consomment du courant lors des changements d'états.

En plus des circuits numériques, les transistors MOS sont beaucoup utilisés dans les éléments de puissance. Ils sont capables de commuter des centaines d'ampères sans consommer de courant sur la grille.

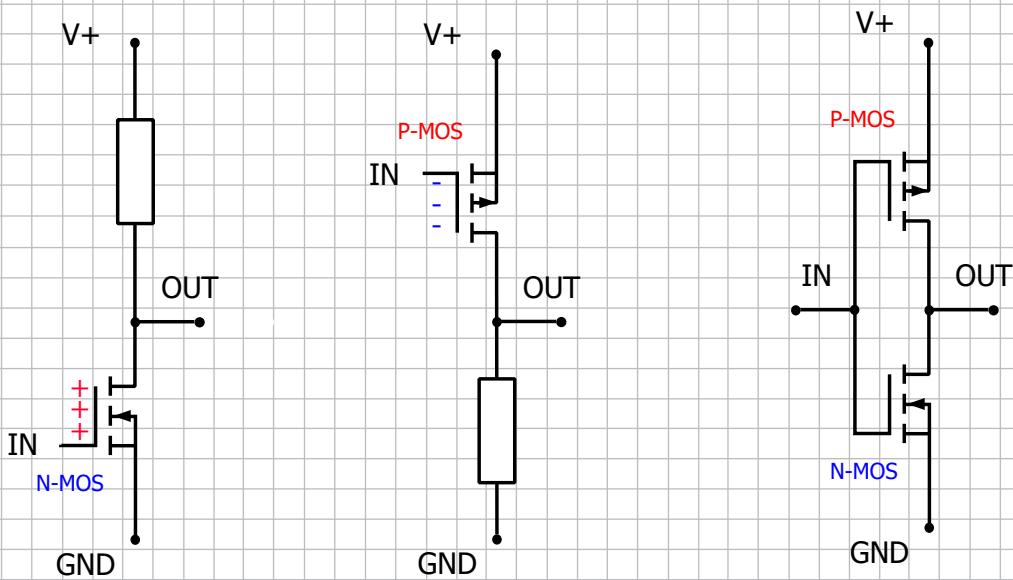
Les transistors MOS sont spécialement sensibles aux décharges électrostatiques. La faible épaisseur d'oxyde de silicium isolant la grille du substrat peut facilement se faire transpercer par une décharge électrostatique (ESD : Electro Static Discharge). C'est pour cette raison qu'il faut prendre des précautions particulières lorsque l'on manipule des éléments électroniques composés de circuits MOS et CMOS. Heureusement, la plus part des circuits intégrés actuels sont protégés par des diodes ajoutées par les fabricants eux-mêmes, ce qui les rend moins sensibles, mais pas insensibles aux ESD !

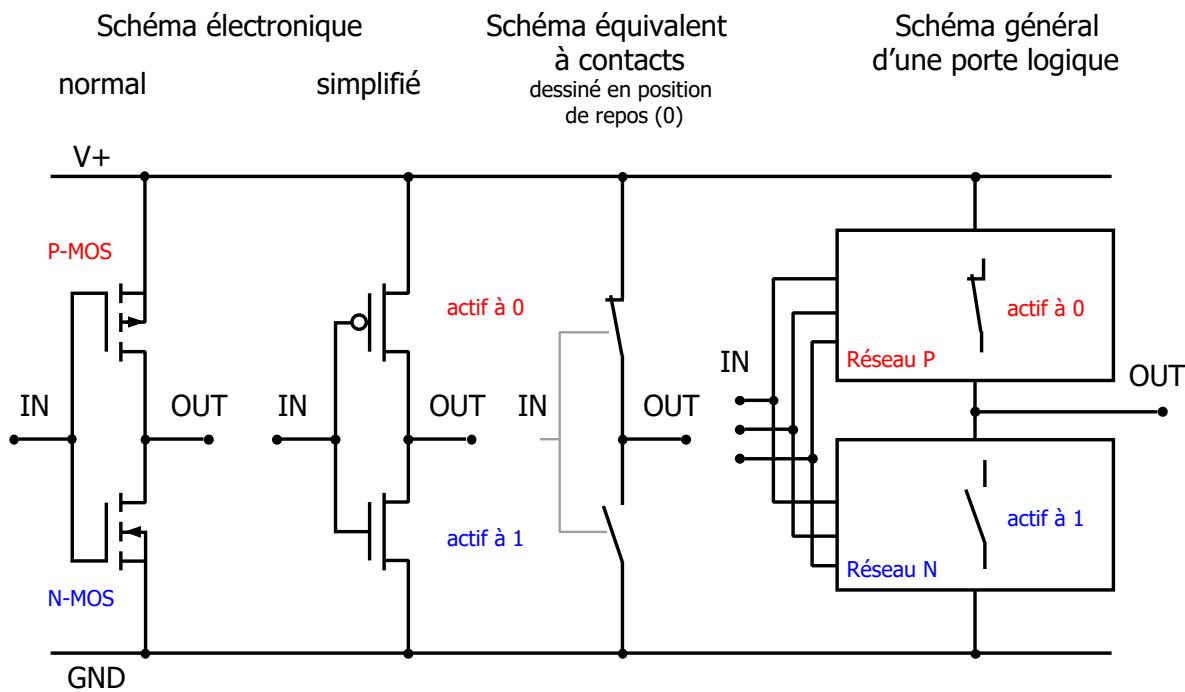


La principale caractéristique d'un MOS en commutation est sa résistance «drain-source» $r_{DS(on)}$: la résistance du canal à l'état «on» en Ω . Elle est faible à plein enrichissement et moyenne si le canal n'est pas complètement formé (dépend de U_{GS}). Il est à noter encore que la diode «parasite» drain - bulk-source empêche un transistor MOS de bloquer du courant en mode inverse.



Passage du canal N et canal P à l'inverseur CMOS





Commentaire :

Les MOS canal N et les MOS canal P se comportent de façon complémentaire : au repos, quand l'entrée IN est à l'état bas (0 V), le N-MOS est bloqué alors que le P-MOS est conduit → la sortie OUT est reliée à $V+$, elle est donc à l'état haut.

Quand l'entrée IN est à l'état haut ($V+$), le N-MOS conduit, le P-MOS est bloqué et la sortie OUT est reliée à GND, donc à l'état bas (0 V).

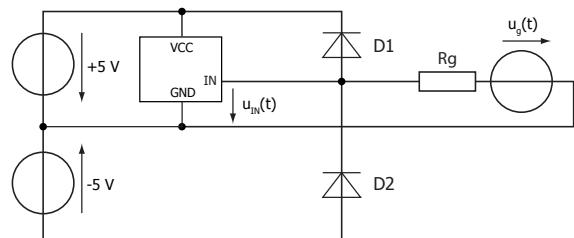
Le circuit ci-dessus est un inverseur et le schéma équivalent avec contacts de repos (P-MOS) et contact de travail (N-MOS) nous fait bien voir que le courant entre $V+$ et GND est toujours interrompu par l'un ou l'autre des réseaux. La consommation statique de la porte est bien nulle, pour autant que l'on ne laisse jamais une entrée en l'air, car les deux transistors pourraient se mettre à conduire en même temps provoquant ainsi un court-circuit qui pourrait bien être fatal à notre circuit.

Cette technologie CMOS et ses dérivés est encore à la base de la plus part des circuits numériques actuels, microprocesseur compris.

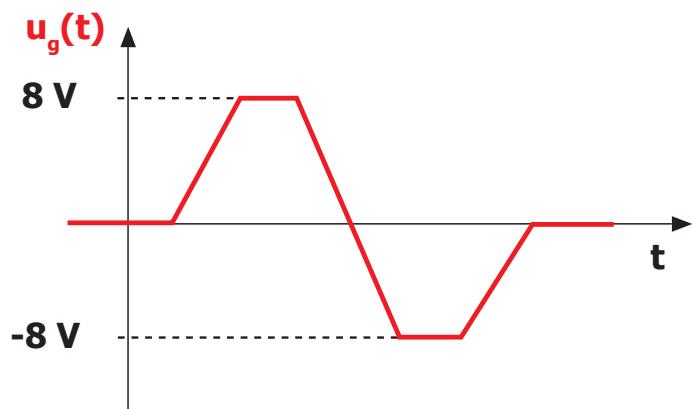
Exemple :

Réalisez les réseaux P et N pour obtenir les portes logiques de base : NAND, NOR, AND et OR.
Attention, les N-MOS sont toujours en «bas» et les P-MOS en «haut».

Exercice 1 diodes :

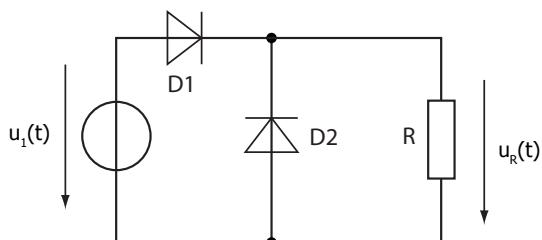


Dessinez $u_{IN}(t)$:

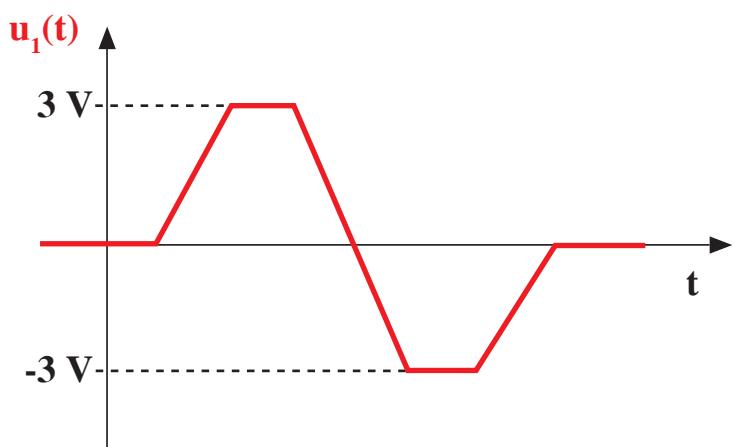


$R_g \ll$ que la résistance de l'entrée IN

Exercice 2 diodes :



Dessinez $u_R(t)$:



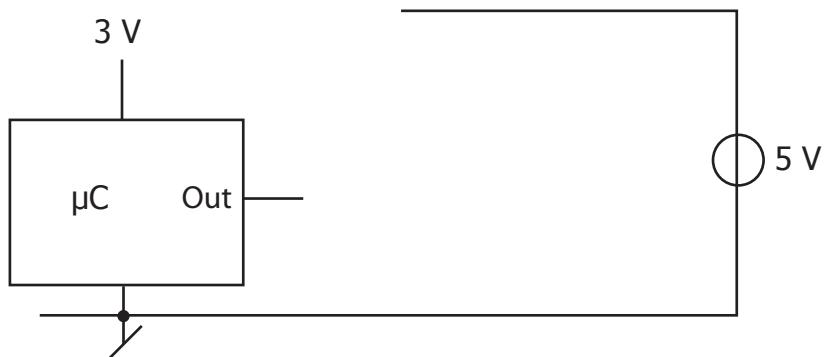
A quoi servent D1 et D2 ?

Exercice transistors :

On désire commander une LED de signalisation à l'aide d'un microcontrôleur. Ce dernier est capable de fournir par sa sortie numérique une tension de 3 V et un courant maximum de 0.2 mA.

La LED est de couleur blanche avec les caractéristiques suivantes : 3.6 V et 20 mA. Une alimentation de 5 V capable de fournir jusqu'à 100 mA est aussi disponible sur la carte du microcontrôleur.

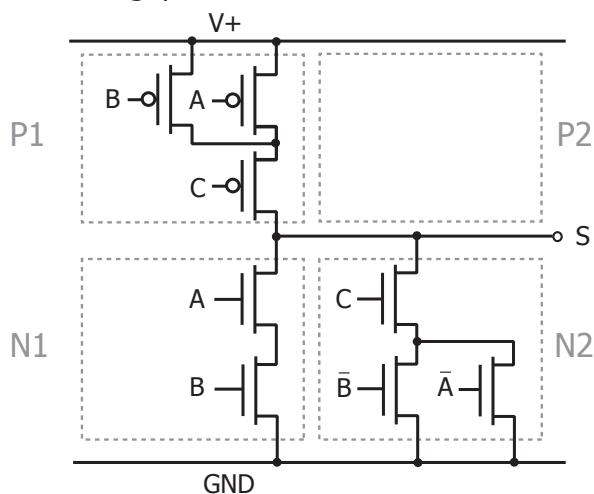
Complétez le schéma ci-dessous et dimensionnez les éventuelles résistances utilisées :



Donnez aussi le type et les caractéristiques du transistor utilisé.

Exercice CMOS :

Une fonction logique est réalisée selon le schéma CMOS suivant :



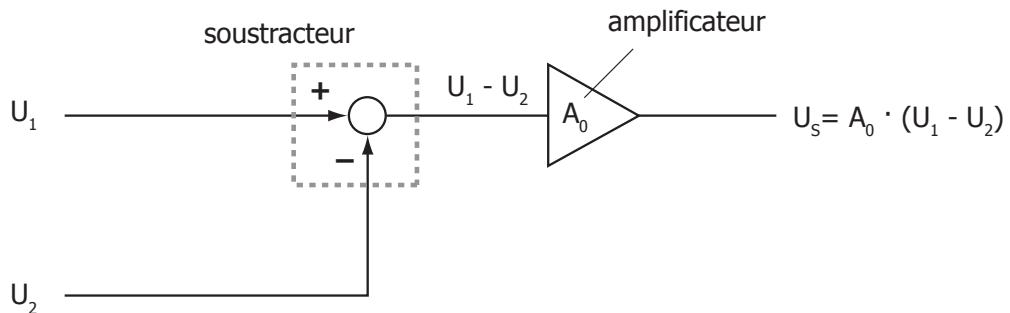
C	B	A	P1	N1	P2	N2	S
0	0	0					
0	0	1					
0	1	0					
0	1	1					
1	0	0					
1	0	1					
1	1	0					
1	1	1					

Remplir la table de vérité par des 0 (GND), 1 (V+) ou - (si flottant).

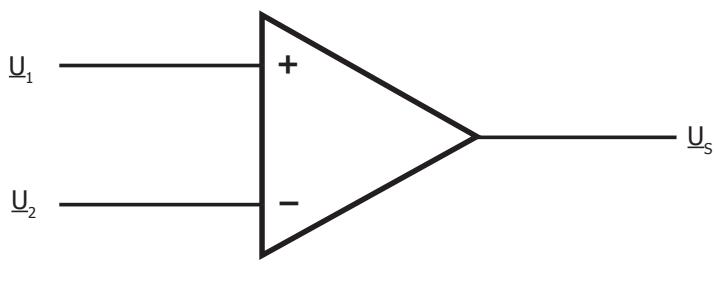
Px : réseau P, Nx : réseau N, Sx : réseaux Px et Nx, S : S1 et S2

Est-ce que ce schéma semble correct ? Quel fonction logique réalise-t-il ?

Amplificateur différentiel :



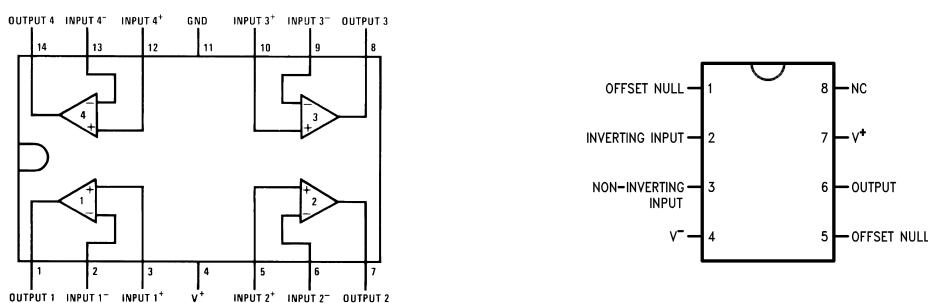
Amplificateur opérationnel :



Commentaire :

Un amplificateur opérationnel fonctionne tant statiquement (courant continu : DC) que dynamiquement (courant alternatif sinusoïdal : AC). Raison pour laquelle on a représenté les tensions sous formes complexes (lettres soulignées). Le gain \underline{A} est aussi exprimé de manière complexe ce qui signifie qu'il va non seulement modifier l'amplitude du signal mais aussi sa phase.

Un amplificateur opérationnel, abrégé ampli OP, OpAmp, AO, se présente sous la forme d'un circuit intégrés contenant un ou plusieurs amplificateurs :



En plus des deux entrées et de la sorties, on trouve les bornes d'alimentation (mono-tension V+ et GND ou bi-tensions V+ et V-) et certaines fois d'autres fonctions comme «offset null».

L'amplificateur opérationnel est utilisé aujourd'hui dans la plus part des circuits électroniques analogiques comme des amplificateurs, filtres actifs, comparateurs, oscillateurs, régulateurs, source de courant, etc ... Il est bien évidemment construit à partir de diodes, transistors bipolaires ou transistors FET ou MOS.

Exemple de schéma interne (LM324) :

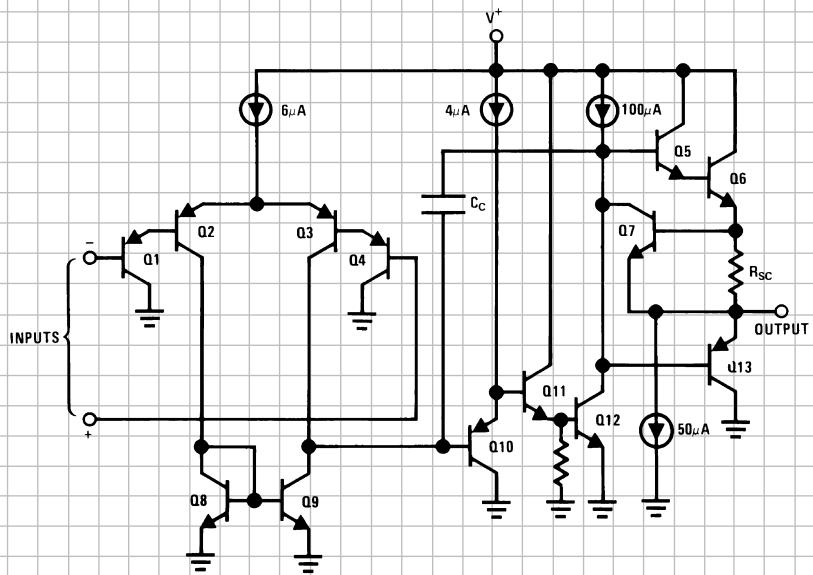
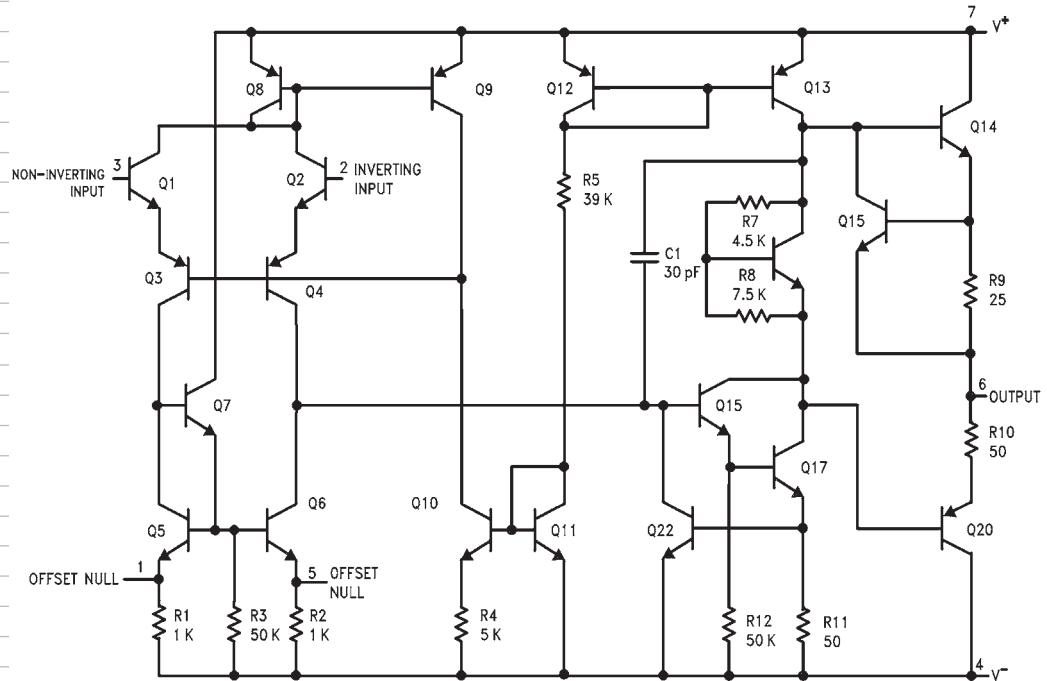


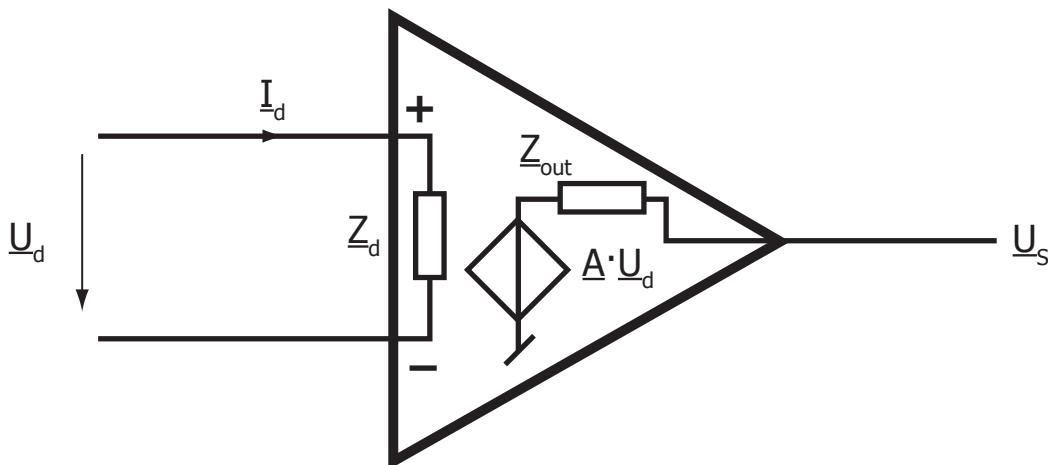
Schéma interne LM741



Un amplificateur opérationnel idéal aurait :

- Une amplification A_0 (en courant continu) infinie
- Une impédance d'entrée infinie
- Une impédance de sortie nulle
- Une bande passante infinie
- Un bruit nul
- Une très haute stabilité thermique

Le modèle dynamique simplifié d'un ampli OP est le suivant :



En basse fréquence (BF) les impédances peuvent être assimilées à des résistances

Quelques ordres de grandeurs :

$$A_0 = 10^5 \text{ ou } 100 \text{ dB} \quad (A_0 \text{ est aussi appelé le gain en boucle ouverte})$$

$$Z_d = 0.1 \text{ à } 10 \text{ M}\Omega \text{ en parallèle avec une capacité de } 10 \text{ pF avec des transistors bipolaires} \\ 10^{11} \Omega \text{ en parallèle avec } 5 \text{ pF avec des transistors à effet de champs}$$

$$Z_{out} = \text{quelques ohms à quelques centaines d'ohms.}$$

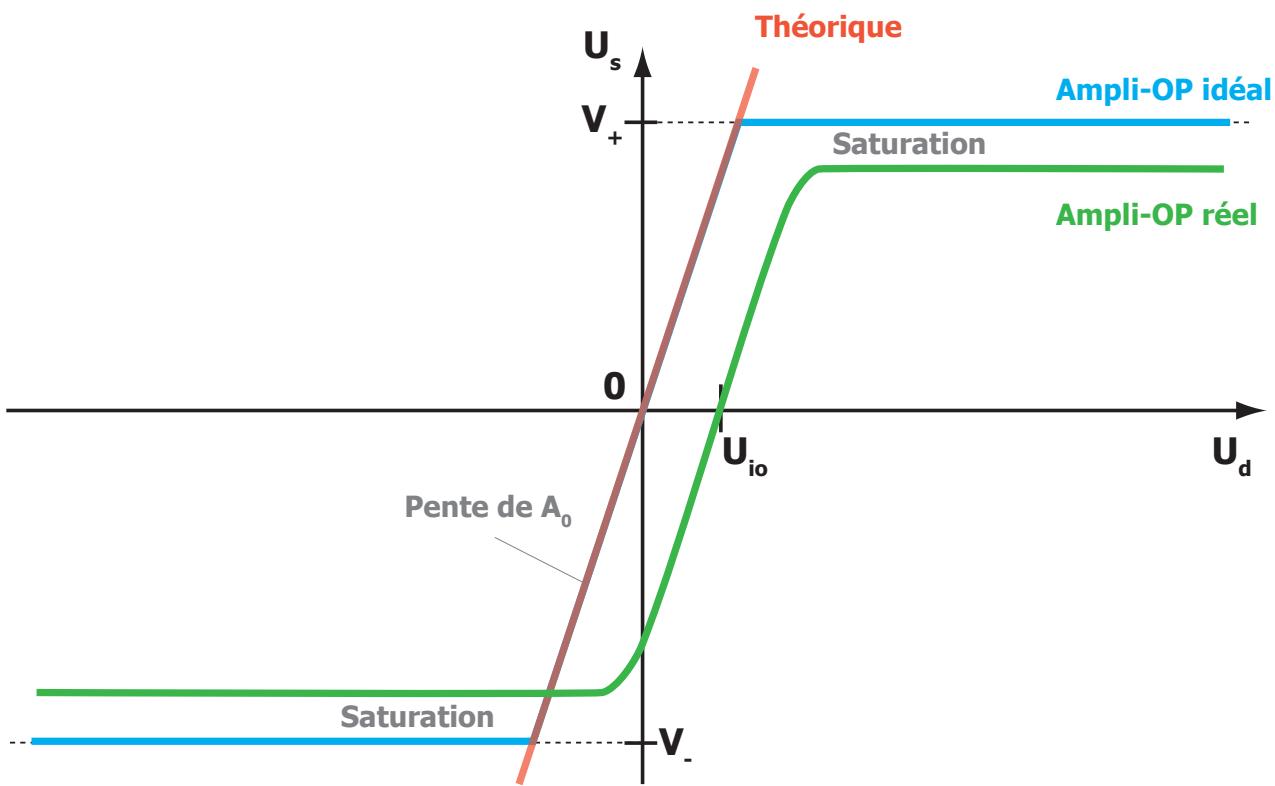
L'amplificateur opérationnel idéal n'existant pas, on peut distinguer deux types de défauts dont il faudra tenir compte : les défauts statiques qui influencent le fonctionnement en continu (DC) et les défauts dynamiques qui influencent le fonctionnement en alternatif (AC). Les pages suivantes détaillent les principaux défauts des deux types.

Exemple :

Calculer la tension U_s à vide, si on applique une tension U_d de 0.5 V à un ampli OP dont l'amplification en courant continu A_0 vaut 10^5 .

Calculer le courant I_d qui va circuler dans Z_d si la valeur de celle-ci est de 1 MΩ.

Calculer encore la valeur de la tension U_s si le courant de sortie vaut 100 mA et que $Z_{out} = 10 \Omega$.

Caractéristiques de transfert $U_s = f(U_d) = f(U_1 - U_2)$ **La tension de décalage (input offset voltage U_{io}) :**

U_{io} est de l'ordre du mV. Ce qui se traduit par des dizaines de volts au niveau de la tension de sortie U_s . Il n'est pas rare de voir la sortie U_s en saturation alors que la tension U_d est à zéro. Certains ampli-OP disposent d'un réglage du zéro (offset null). La tension d'offset dépend malheureusement aussi de la température de fonctionnement.

Dans la pratique, il est très rare d'utiliser un ampli OP avec son gain en boucle ouverte. On ajoute des résistances pour créer un contre-réaction afin de diminuer le gain du système à une valeur acceptable pour l'application recherchée. L'influence de la tension de décalage diminue dans la même proportion que le nouveau gain ainsi obtenu diminue.

La saturation :

La tension de sortie U_s est limitée par les tensions d'alimentation de l'ampli OP. En général la tension de sortie ne peut pas atteindre les valeurs V_+ et V_- . La marge est des quelques volts.

Il existe des modèles d'ampli-OP dit «rail to rail» qui sont capable de faire évoluer leur tension de sortie jusqu'aux valeurs des tensions d'alimentation V_+ et V_- .

$$\text{Gain : } G = \frac{U_{out}}{U_{in}}$$

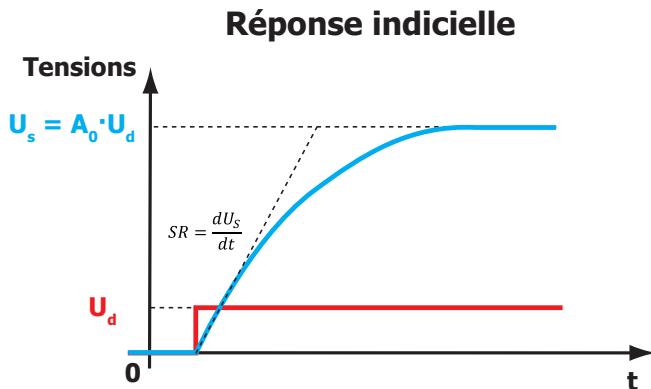
Bandé passante : $f_c' \cdot G' = f_c \cdot G$

Gain en dB : $A = 20 \cdot \log |G|$

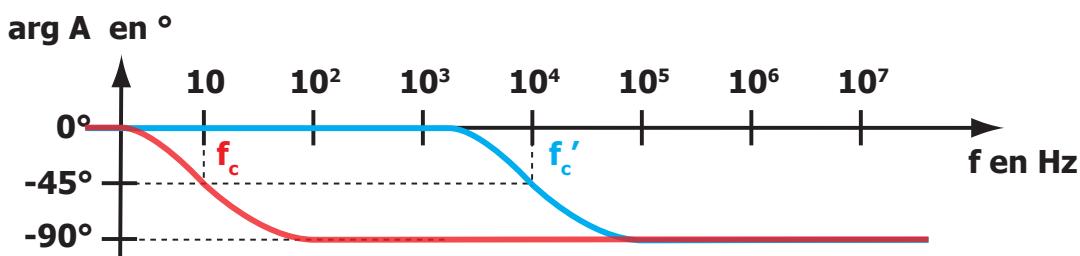
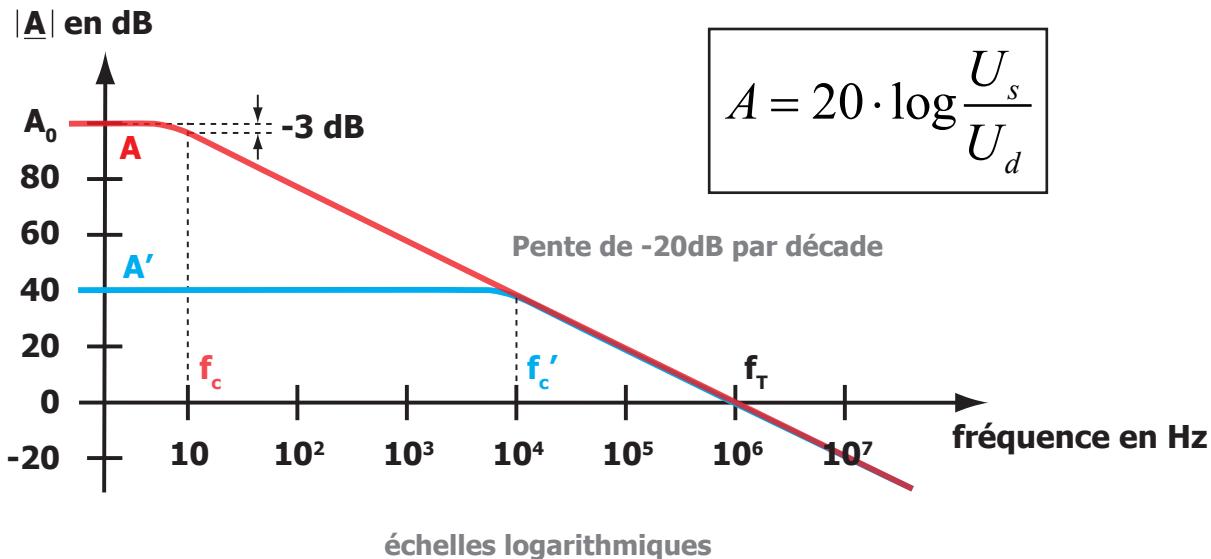
G en x fois	->	A en dB
1	->	0 dB
10	->	20 dB
100	->	40 dB
1000	->	60 dB
10^4	->	80 dB
10^5	->	100 dB
Mutiplier par 2 ajoute 3 dB		
Mutiplier par 10 ajoute 20 dB		
Mutilpier par 100 ajoute 40 dB		
Diviser par 2 soustrait 3 dB		
Diviser par 10 soustrait 20 dB		
Diviser par 100 soustrait 40 dB		
0.1	->	-20 dB
0.01	->	-40 dB
0.001	->	-60 dB
10^{-4}	->	-80 dB
10^{-5}	->	-100 dB

Le slew rate (vitesse de balayage, le «ew» se prononce «ou») :

Le slew rate définit la vitesse maximum de croissance de la tension de sortie de l'ampli OP lorsque son entrée est excitée par une impulsion de tension.



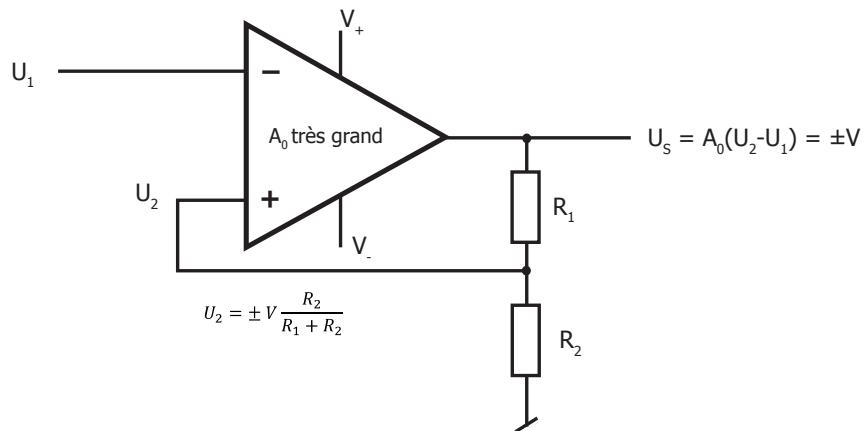
Le slew rate (SR) est généralement donné en V par μs . Ordre de grandeur 10 V/ μs .
En sinusoïdale : $\text{SR} > \omega \cdot \hat{U}_s$ où ω est la pulsation de la plus grande fréquence à amplifier.

La réponse harmonique (sinusoïdale) :**Réponse harmonique**

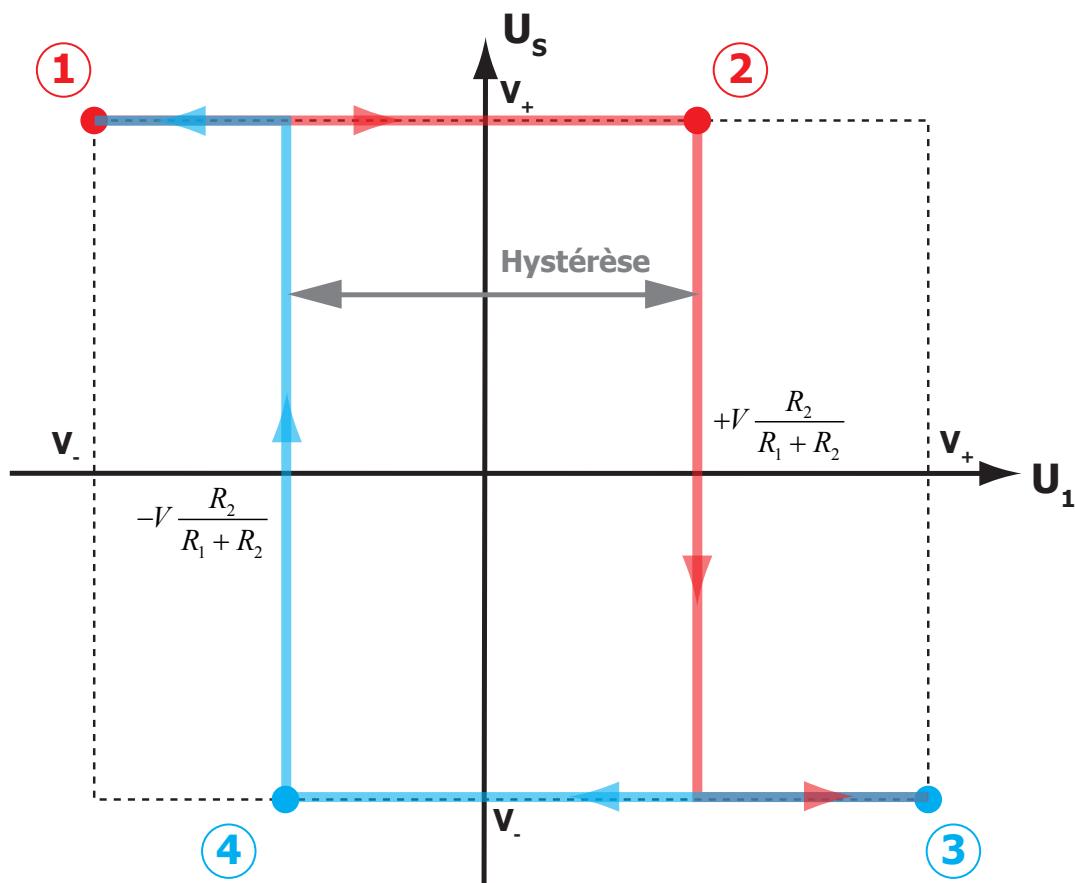
Le gain de l'ampli OP dépend de la fréquence comme un filtre passe-bas du 1er ordre. Dans la pratique, il est très rare d'utiliser un ampli OP avec son gain en boucle ouverte A. On ajoute des résistances pour créer un contre-réaction afin de diminuer le gain du système à une valeur acceptable A' pour l'application recherchée. Ceci a pour effet de repousser la fréquence de coupure f_c vers des valeurs plus élevées f'_c (voir la courbe bleue).

L'amplificateur opérationnel fonctionne en boucle ouverte avec son gain maximum. Il en découle que la sortie du comparateur va pouvoir prendre deux valeur V_+ ou V_- .

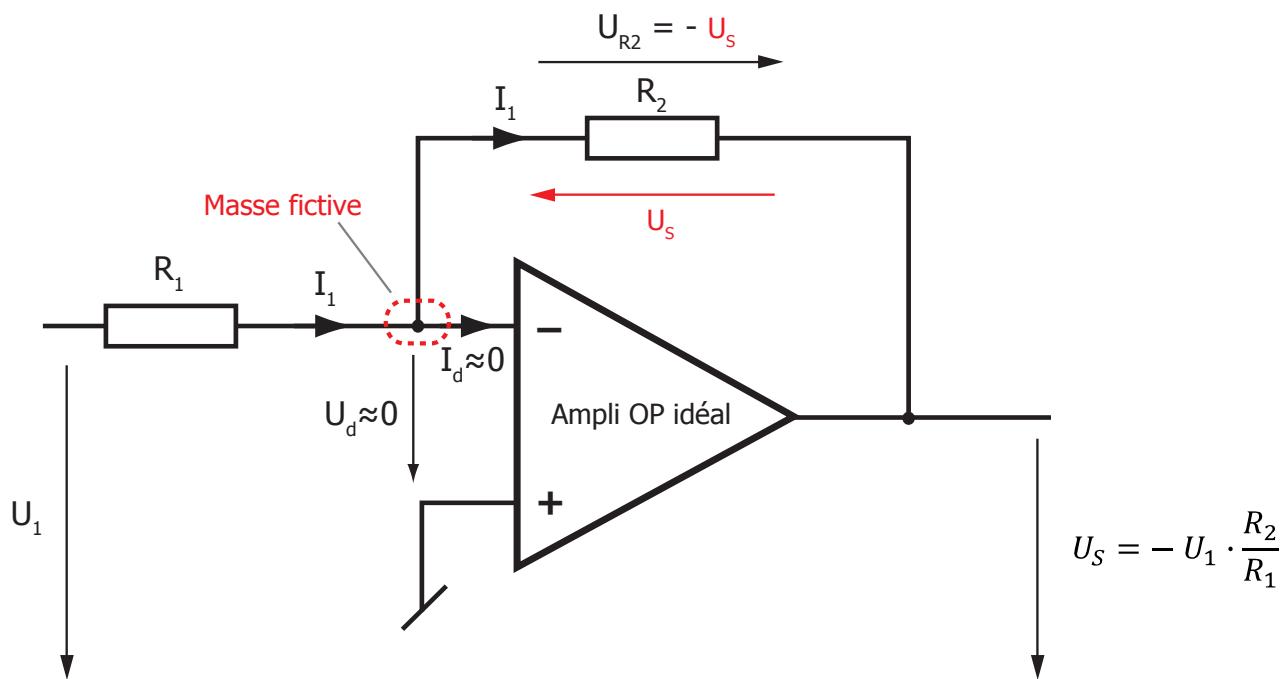
Exemple d'un comparateur :



Traçons la caractéristique $U_s = f(U_1)$:



Trouvez les équations des différentes tensions apparaissant aux points 1, 2, 3 et 4.
Commencer par le point 1, en admettant que $U_1 = V_-$. Poursuivre par 2, 3, 4 et retour à 1.

Schéma de l'amplificateur inverseur :

La résistance d'entrée $R_{in} = R_1$

La résistance de sortie $R_{out} =$ Résistance de sortie de l'ampli OP, donc très basse.

Cet ampli est un bon amplificateur avec une résistance d'entrée qui vaut R_1 , une résistance de sortie basse et un gain qui ne dépend que de R_1 et R_2 . Attention cet ampli, comme son nom l'indique, inverse la tension. Autrement dit, il introduit un déphasage de 180° .

Pour la résistance d'entrée, il faut prendre garde à conserver une valeur de R_1 suffisamment grande par rapport à la résistance du générateur qui fournit la tension U_1 . Remarquez au passage que plus la valeur de R_1 augmente, plus le gain de l'amplificateur diminue.

Ce montage n'est pas approprié lors de l'utilisation d'ampli OP mono-tension. En effet la tension de sortie ne pourra jamais être négative à cause de la saturation à 0V. De plus pour obtenir une tension de sortie positive il faut que U_1 soit négatif.

Attention, lors d'une utilisation en alternatif (sinusoïdale), il faudra tenir compte de la fréquence de coupure f_c et du déphasage introduit par l'ampli OP une fois la fréquence de coupure atteinte.

Exemple :

Dimensionner un amplificateur inverseur qui va amplifier un signal issu d'un capteur de pression donnant -10 mV par bar avec une résistance interne de $10 \text{ k}\Omega$. On désire obtenir une résistance d'entrée de notre ampli dix fois plus grande que celle du capteur utilisé. On désire encore obtenir une tension de sortie de 5 V lors que le capteur mesure la plus grande pression qui est de 10 bar .

Calculer :

- Le gain de l'amplificateur
- Les valeurs de R_1 et R_2 .
- La résistance d'entrée de l'amplificateur.
- L'effet sur le système de la résistance interne du capteur qui est de $10 \text{ k}\Omega$.



August 2000

LM124/LM224/LM324/LM2902

Low Power Quad Operational Amplifiers

General Description

The LM124 series consists of four independent, high gain, internally frequency compensated operational amplifiers which were designed specifically to operate from a single power supply over a wide range of voltages. Operation from split power supplies is also possible and the low power supply current drain is independent of the magnitude of the power supply voltage.

Application areas include transducer amplifiers, DC gain blocks and all the conventional op amp circuits which now can be more easily implemented in single power supply systems. For example, the LM124 series can be directly operated off of the standard +5V power supply voltage which is used in digital systems and will easily provide the required interface electronics without requiring the additional $\pm 15V$ power supplies.

Unique Characteristics

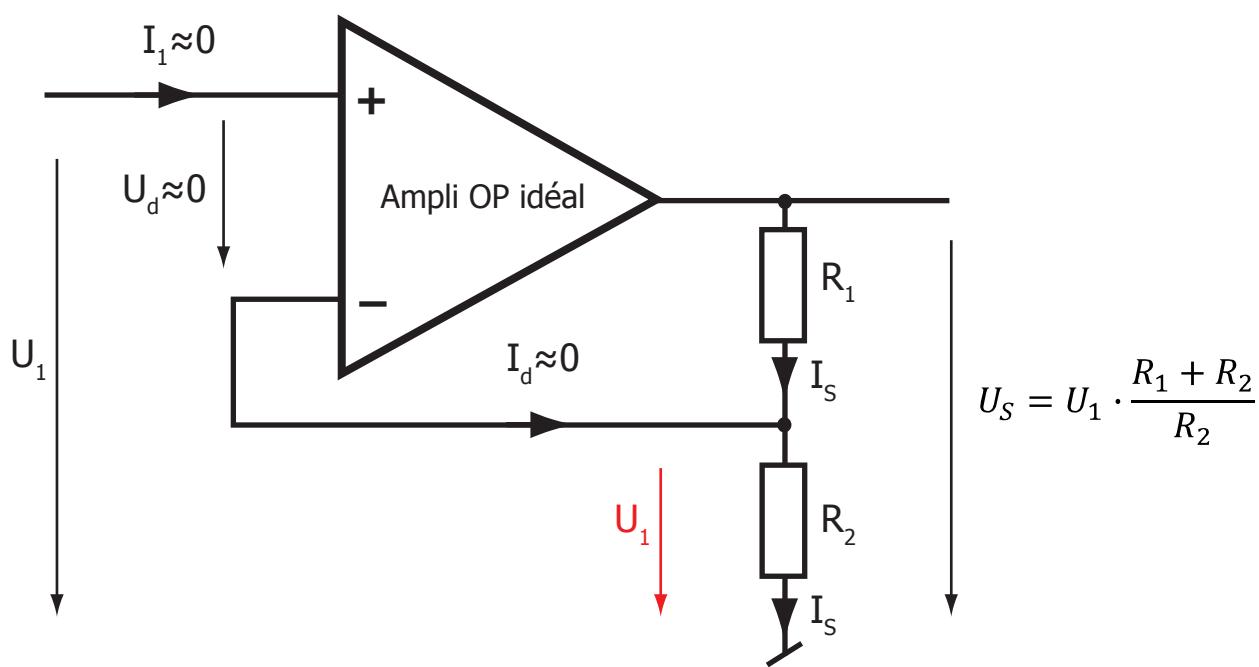
- In the linear mode the input common-mode voltage range includes ground and the output voltage can also swing to ground, even though operated from only a single power supply voltage.
- The unity gain cross frequency is temperature compensated
- The input bias current is also temperature compensated

Advantages

- Eliminates need for dual supplies
- Four internally compensated op amps in a single package
- Allows directly sensing near GND and V_{OUT} also goes to GND
- Compatible with all forms of logic
- Power drain suitable for battery operation

Features

- Internally frequency compensated for unity gain
- Large DC voltage gain 100 dB
- Wide bandwidth (unity gain) 1 MHz (temperature compensated)
- Wide power supply range:
Single supply 3V to 32V or dual supplies $\pm 1.5V$ to $\pm 16V$
- Very low supply current drain (700 μA)—essentially independent of supply voltage
- Low input biasing current 45 nA (temperature compensated)
- Low input offset voltage 2 mV and offset current: 5 nA
- Input common-mode voltage range includes ground
- Differential input voltage range equal to the power supply voltage
- Large output voltage swing 0V to $V^+ - 1.5V$

Schéma de l'amplificateur non-inverseur :

La résistance d'entrée $R_{in} = R_d$ est très élevée

La résistance de sortie $R_{out} =$ Résistance de sortie de l'ampli OP, donc très basse.

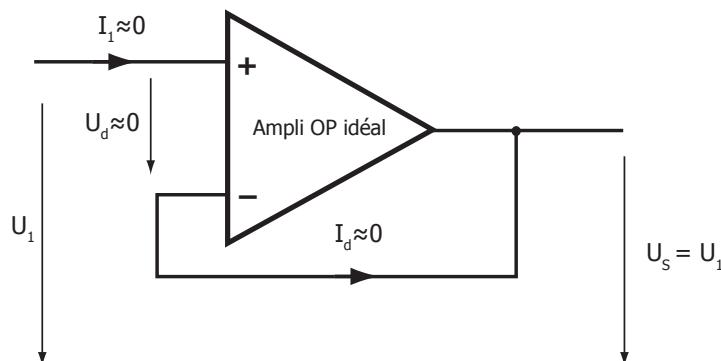
Cette ampli est un excellent amplificateur avec une résistance d'entrée très élevé, une résistance de sortie basse et un gain qui ne dépend que de R_1 et R_2 .

Attention, lors d'une utilisation en alternatif (sinusoïdale), il faudra tenir compte de la fréquence de coupure f_c et du déphasage introduit par l'ampli OP une fois la fréquence de coupure atteinte.

Exemple :

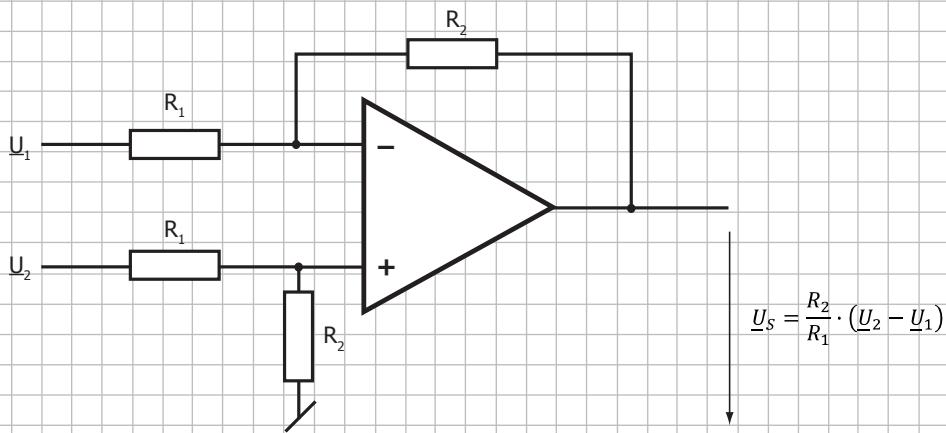
Dimensionner une amplificateur non-inverseur qui a un gain de 100 à partir d'un ampli OP de type LM324 (voir datasheets) alimenter en +12 V.

- Déterminer R_1 et R_2
- Déterminer la fréquence de coupure de cet ampli.
- Quelle sera la tension d'entrée maximale possible sans saturer l'amplificateur ?

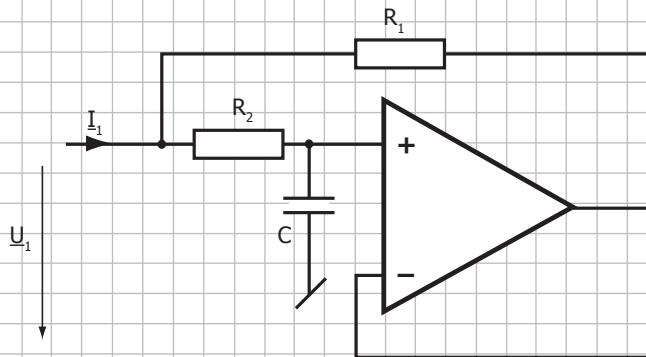
Cas particulier de l'amplificateur non-inverseur : Le suiveur

Quelle est l'utilité d'un tel montage ?

Soustracteur ou amplificateur différentiel :



Multiplicateur de capacité :



$$Z_{IN} = \frac{U_1}{I_1} = \left(\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \right) + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C \cdot \left(1 + \frac{R_1}{R_2} \right)}$$

$$C_{eq} = C \cdot \left(1 + \frac{R_1}{R_2} \right)$$

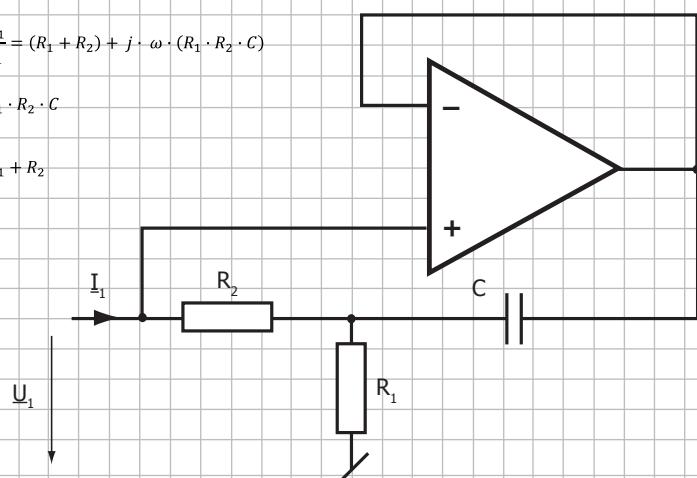
$$R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = R_1 // R_2$$

Inductance active (remplace une inductance) :

$$Z_{IN} = \frac{U_1}{I_1} = (R_1 + R_2) + j \cdot \omega \cdot (R_1 \cdot R_2 \cdot C)$$

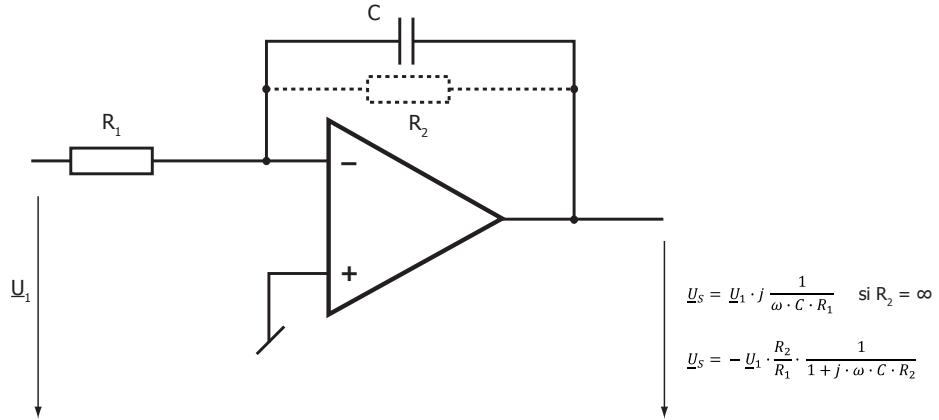
$$L_{eq} = R_1 \cdot R_2 \cdot C$$

$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

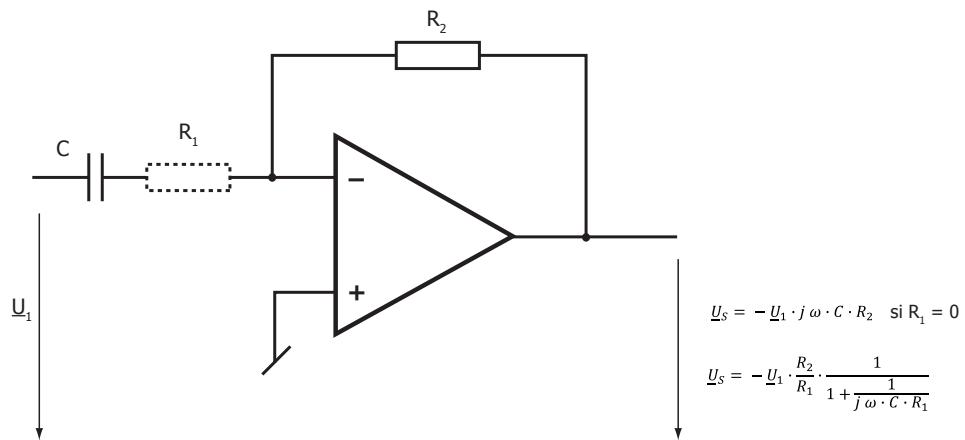


Il existe de multiples montages à amplificateurs opérationnels, tous plus utiles les uns que les autres, en voici quelques uns des plus connus :

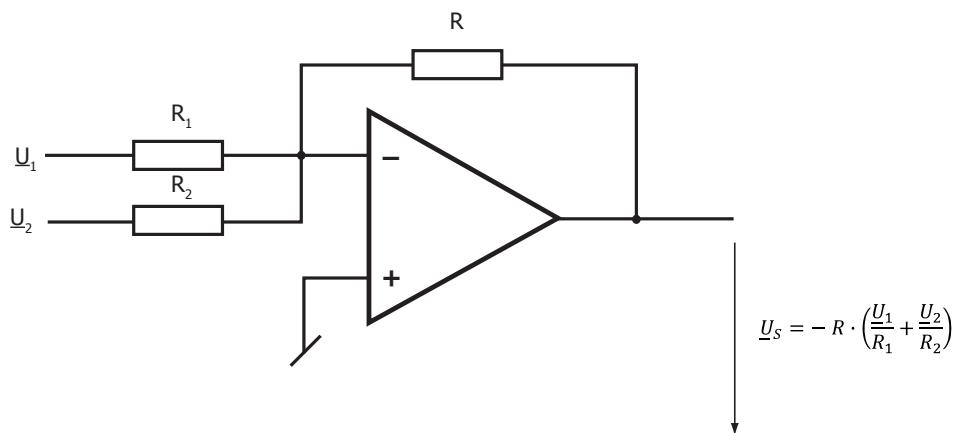
Filtre passe-bas ou intégrateur :



Filtre passe-haut ou dérivateur :



Sommateur inverseur :

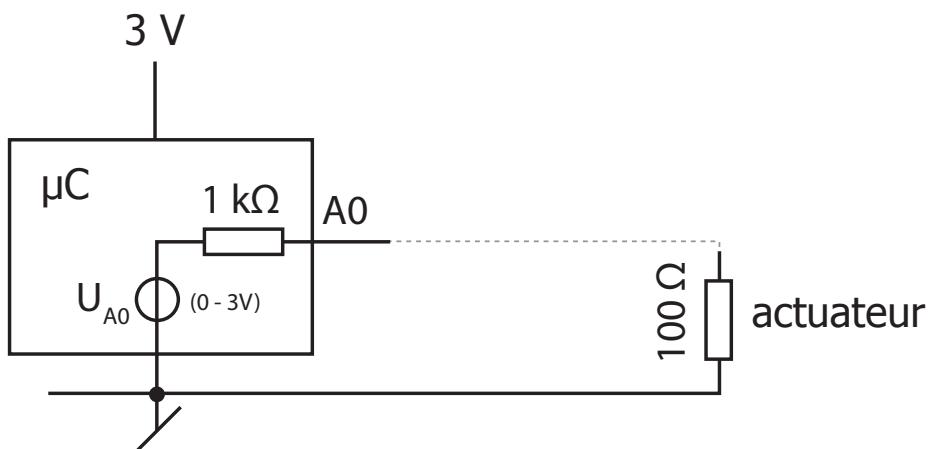


Exercice 1 Ampli-OP :

La sortie analogique 7 bits d'un microcontrôleur est capable de sortir une tension entre 0 et 3 V avec une résistance interne de $1 \text{ k}\Omega$. On désire commander un actuateur qui peut être considéré comme une résistance de 100Ω entre 0 et 3 V.

Que ce passe-t-il si l'on branche simplement cet actuateur sur la sortie analogique ? Quel montage à amplificateur opérationnel pourrait nous aider à améliorer le fonctionnement du système ?

Indiquez sur le schéma ci-dessous comment ce montage serait introduit :

**Exercice 2 Ampli-OP :**

Un capteur de température fournit une tension de $2 \text{ mV}/^\circ\text{C}$. On voudrait pouvoir acquérir des températures T entre -50°C et $+50^\circ\text{C}$ sur une entrée analogique 0 - 3.3 V.

Quelles opérations mathématiques faudra-t-il appliquer à la tension U_{capt} fournie par le capteur ?
Dessiner $U_{\text{entrée_analogique}} = f(T)$.

Proposer un schéma électrique pour réaliser ces opérations mathématiques.