



GRAMMATICHE LL(1)

Lunedì 11 Novembre

GRAMMATICA LL(1)

Una grammatica è LL(1) se e solo se per ogni produzione del tipo $A \rightarrow \alpha / \beta$ si ha:

- α e β non derivano stringhe che cominciano con lo stesso simbolo a .
- Al più uno tra i due può derivare la stringa vuota.
- Se $\beta \rightarrow^* \epsilon$ allora α non deriva stringhe che cominciano con terminali che stanno in FOLLOW(A). Analogamente per α

Equivalentemente affinché una grammatica sia LL(1) deve avvenire che per ogni coppia di produzioni $A \rightarrow \alpha / \beta$

1. FIRST(α) e FIRST(β) devono essere disgiunti
2. Se ϵ è in FIRST(β) allora FIRST(α) e FOLLOW(A) devono essere disgiunti.



COME COSTRUIRE LA TABELLA?

1. Per ogni regola $X \rightarrow \alpha$ di G , si inserisce nella casella (X, \dagger) la regola $X \rightarrow \alpha$, per ogni \dagger tale che $\dagger \in \mathbf{FIRST}(\alpha)$
2. Per ogni regola $X \rightarrow \alpha$ di G , per cui $\alpha \Rightarrow^* \varepsilon$ ($\varepsilon \in \mathbf{FIRST}(\alpha)$), si inserisce nella casella (X, \dagger) la regola $X \rightarrow \alpha$, per ogni \dagger tale che $\dagger \in \mathbf{FOLLOW}(X)$.
Se $\varepsilon \in \mathbf{FIRST}(\alpha)$ and $\$ \in \mathbf{FOLLOW}(X)$, si inserisce la regola $X \rightarrow \alpha$ in $(X, \$)$.
3. Le caselle non definite definiscono un errore.

NOTA: Se G è ricorsiva sinistra o ambigua, la tabella avrà caselle con valori multipli.



ALTRA DEFINIZIONE DI GRAMMATICA $LL(1)$

Una grammatica la cui tabella $LL(1)$ non contiene più di un elemento nelle caselle è detta $LL(1)$

Osservazione: per costruzione una grammatica $LL(1)$
non è ambigua, né ricorsiva sinistra



ESERCIZIO: ESEMPI DI GRAMMATICHE LL(1) E NON

- $G: S \rightarrow aSb \mid \varepsilon$
- $G: S \rightarrow +SS \mid *SS \mid \text{id}$
- $G: S \rightarrow aSb \mid aSc \mid \varepsilon$
- $G: S \rightarrow aSa \mid bSb \mid a \mid b$
- $G: S \rightarrow iEtS \mid iEtSeS \mid a$
 $E \rightarrow b$



$G: S \rightarrow aSb \mid \epsilon$



$\text{FIRST}(S) = \{a, \epsilon\}$, $\text{FIRST}(a) = \{a\}$, $\text{FIRST}(b) = \{b\}$

$\text{FOLLOW}(S) = \{b, \$\}$

	a	b	\$
S	$S \rightarrow aSb$	$S \rightarrow \epsilon$	$S \rightarrow \epsilon$



$G: S \rightarrow +SS \mid *SS \mid id$



Per semplicità consideriamo solo i simboli non terminali

$FIRST(S) = \{+, *, id\}$

$FOLLOW(S) = \{\$, +, *, id\}$

	+	*	id	\$
S	$S \rightarrow +SS$	$S \rightarrow *SS$	$S \rightarrow id$	



$G: S \rightarrow aSb \mid aSc \mid \varepsilon$



Metodo della fattorizzazione sinistra:

$G': S \rightarrow aSA \mid \varepsilon$
 $A \rightarrow b \mid c$



Per semplicità consideriamo solo i simboli non terminali

$\text{FIRST}(S) = \{a, \varepsilon\}$ $\text{FIRST}(A) = \{b, c\}$

$\text{FOLLOW}(S) = \{\$, b, c\} = \text{FOLLOW}(A)$

	a	b	c	\$
S	$S \rightarrow aSA$	$S \rightarrow \varepsilon$	$S \rightarrow \varepsilon$	$S \rightarrow \varepsilon$
A		$A \rightarrow b$	$A \rightarrow c$	



$G: S \rightarrow aSa \mid bSb \mid a \mid b$



Metodo della fattorizzazione sinistra:

$G': S \rightarrow aA \mid bB$

$A \rightarrow Sa \mid \epsilon$

$B \rightarrow Sb \mid \epsilon$



Per semplicità consideriamo solo i simboli non terminali

$\text{FIRST}(S) = \{a, b\}$

$\text{FIRST}(A) = \{a, b, \epsilon\} = \text{FIRST}(B)$

$\text{FOLLOW}(S) = \{a, b, \$\} = \text{FOLLOW}(A) = \text{FOLLOW}(B)$

	a	b	\$
S	$S \rightarrow aA$	$S \rightarrow bB$	
A	$A \rightarrow Sa$	$A \rightarrow Sa$	$A \rightarrow \epsilon$
	$A \rightarrow \epsilon$	$A \rightarrow \epsilon$	
B	$B \rightarrow Sb$	$B \rightarrow Sb$	$B \rightarrow \epsilon$
	$B \rightarrow \epsilon$	$B \rightarrow \epsilon$	

Non è un
linguaggio
LL(1)

$G: S \rightarrow iEtS \mid iEtSeS \mid a$
 $E \rightarrow b$

Fattorizzazione sinistra:

$G': S \rightarrow iEtSS' \mid a$
 $S' \rightarrow eS \mid \varepsilon$
 $E \rightarrow b$

	a	b	e	i	t	\$
S	S \rightarrow a			S \rightarrow iEtSS'		
S'			S' \rightarrow ε S' \rightarrow eS			S' \rightarrow ε
E		E \rightarrow b				

COME OTTENERE GRAMMATICHE LL(1)

- Verificare, se è possibile, che non sia ambigua. In caso contrario, se si può si rimuova l'ambiguità;
- Controllare che non presenti ricorsioni sinistre. In caso contrario trasformarle in ricorsioni destre.
- Se un simbolo non terminale ammette più derivazioni con lo stesso prefisso applicare il metodo della fattorizzazione sinistra.
- In alternativa, può essere necessario allungare la lunghezza della prospezioni. (Equivale a considerare parser LL(k), $k > 1$)



LIMITI DELLA FAMIGLIA $LL(k)$

- Non tutti i linguaggi verificabili da parser deterministici sono generabili da grammatiche $LL(k)$.

Per esempio:

$L = \{a^*a^n b^n \mid n \geq 0\}$ Linguaggio deterministico ma non $LL(k)$

È generato dalla grammatica

$S \rightarrow A \mid aS$

$A \rightarrow aAb \mid \epsilon$

Altro esempio:

$S \rightarrow R \mid (S)$

$R \rightarrow E = E$

$E \rightarrow a \mid (E + E)$

Definisce relazioni di uguaglianza tra espressioni aritmetiche additive.

Una stringa che inizia con "(" può essere una relazione R parentesizzata oppure un'espressione.

Il linguaggio non è $LL(k)$ ma è deterministico.



RELAZIONE TRA GRAMMATICHE $LL(k)$

E' possibile generalizzare la nozione di **FIRST** nel parsing predittivo in modo da restituire i primi k token in input, e costruire una tabella predittiva in cui le righe sono i simboli non-terminali e *le colonne sono sequenze di k terminali*.

Le grammatiche non ambigue corrispondenti sono le **$LL(K)$**

