

# Grammatiche LL(1)

Giovedì 15 Novembre

# Grammatica LL(1)

*Una grammatica è LL(1) se e solo se per ogni produzione del tipo  $A \rightarrow \alpha | \beta$  si ha:*

- $\alpha$  e  $\beta$  non derivano stringhe che cominciano con lo stesso simbolo a.
- Al più uno tra i due può derivare la stringa vuota.
- Se  $\beta \rightarrow^* \epsilon$  allora  $\alpha$  non deriva stringhe che cominciano con terminali che stanno in FOLLOW(A). Analogamente per  $\alpha$

Equivalentemente affinché una grammatica sia LL(1) deve avvenire che per ogni coppia di produzioni  $A \rightarrow \alpha | \beta$

1. FIRST( $\alpha$ ) e FIRST( $\beta$ ) devono essere disgiunti
2. Se  $\epsilon$  è in FIRST( $\beta$ ) allora FIRST( $\alpha$ ) e FOLLOW(A) devono essere disgiunti.

# Come costruire la tabella?

1. Per ogni regola  $X \rightarrow \alpha$  di  $G$ , si inserisce nella casella  $(X, \dagger)$  la regola  $X \rightarrow \alpha$ , per ogni  $\dagger$  tale che  $\dagger \in \mathbf{FIRST}(\alpha)$
2. Per ogni regola  $X \rightarrow \alpha$  di  $G$ , per cui  $\alpha \Rightarrow^* \varepsilon$  ( $\varepsilon \in \mathbf{FIRST}(\alpha)$ ), si inserisce nella casella  $(X, \dagger)$  la regola  $X \rightarrow \alpha$ , per ogni  $\dagger$  tale che  $\dagger \in \mathbf{FOLLOW}(X)$ .  
Se  $\varepsilon \in \mathbf{FIRST}(\alpha)$  and  $\$ \in \mathbf{FOLLOW}(X)$ , si inserisce la regola  $X \rightarrow \alpha$  in  $(X, \$)$ .
3. Le caselle non definite definiscono un errore.

NOTA: Se  $G$  è ricorsiva sinistra o ambigua, la tabella avrà caselle con valori multipli.

# Altra definizione di Grammatica LL(1)

*Una grammatica la cui tabella **LL(1)** non contiene più di un elemento nelle caselle è detta **LL(1)***

**Osservazione:** per costruzione una grammatica **LL(1)** non è ambigua, né ricorsiva sinistra

## Esercizio: esempi di grammatiche LL(1) e non

- G:  $S \rightarrow aSb \mid \epsilon$
- G:  $S \rightarrow +SS \mid *SS \mid id$
- G:  $S \rightarrow aSb \mid aSc \mid \epsilon$
- G:  $S \rightarrow aSa \mid bSb \mid a \mid b$
- G:  $S \rightarrow iEtS \mid iEtSeS \mid a$   
 $E \rightarrow b$

G:  $S \rightarrow aSb \mid \epsilon$



$\text{FIRST}(S) = \{a, \epsilon\}$ ,  $\text{FIRST}(a) = \{a\}$ ,  $\text{FIRST}(b) = \{b\}$

$\text{FOLLOW}(S) = \{b, \$\}$

|   | a                   | b                        | \$                       |
|---|---------------------|--------------------------|--------------------------|
| S | $S \rightarrow aSb$ | $S \rightarrow \epsilon$ | $S \rightarrow \epsilon$ |

G:  $S \rightarrow +SS \mid *SS \mid id$



Per semplicità consideriamo solo i simboli non terminali

$FIRST(S) = \{+, *, id\}$

$FOLLOW(S) = \{\$, +, *, id\}$

|   | +                   | *                   | id                 | \$ |
|---|---------------------|---------------------|--------------------|----|
| S | $S \rightarrow +SS$ | $S \rightarrow *SS$ | $S \rightarrow id$ |    |

G:  $S \rightarrow aSb \mid aSc \mid \epsilon$



Metodo della fattorizzazione sinistra:

G':  $S \rightarrow aSA \mid \epsilon$

$A \rightarrow b \mid c$



Per semplicità consideriamo solo i simboli non terminali

$\text{FIRST}(S) = \{a, \epsilon\}$        $\text{FIRST}(A) = \{b, c\}$

$\text{FOLLOW}(S) = \{\$, b, c\} = \text{FOLLOW}(A)$

|   | a                   | b                        | c                        | \$                       |
|---|---------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| S | $S \rightarrow aSA$ | $S \rightarrow \epsilon$ | $S \rightarrow \epsilon$ | $S \rightarrow \epsilon$ |
| A |                     | $A \rightarrow b$        | $A \rightarrow c$        |                          |



G:  $S \rightarrow aSa \mid bSb \mid a \mid b$



Metodo della fattorizzazione sinistra:

G':  $S \rightarrow aA \mid bB$

$A \rightarrow Sa \mid \epsilon$

$B \rightarrow Sb \mid \epsilon$



Per semplicità consideriamo solo i simboli non terminali

$\text{FIRST}(S) = \{a, b\}$

$\text{FIRST}(A) = \{a, b, \epsilon\} = \text{FIRST}(B)$

$\text{FOLLOW}(S) = \{a, b, \$\} = \text{FOLLOW}(A) = \text{FOLLOW}(B)$

|   | a  | b  | \$                       |
|---|--|--|--------------------------|
| S | $S \rightarrow aA$                             | $S \rightarrow bB$                             |                          |
| A | $A \rightarrow Sa$<br>$A \rightarrow \epsilon$ | $A \rightarrow Sa$<br>$A \rightarrow \epsilon$ | $A \rightarrow \epsilon$ |
| B | $B \rightarrow Sb$<br>$B \rightarrow \epsilon$ | $B \rightarrow Sb$<br>$B \rightarrow \epsilon$ | $B \rightarrow \epsilon$ |

Non è un  
linguaggio  
LL(1)

G:  $S \rightarrow iEtS \mid iEtSeS \mid a$   
 $E \rightarrow b$

Fattorizzazione sinistra:

$G': S \rightarrow iEtSS' \mid a$

$S' \rightarrow eS \mid \epsilon$

$E \rightarrow b$

|    | a   | b   | e             | i        | t | \$   |
|----|-----|-----|---------------|----------|---|------|
| S  | S→a |     |               | S→iEtSS' |   |      |
| S' |     |     | S'→ε<br>S'→eS |          |   | S'→ε |
| E  |     | E→b |               |          |   |      |

# Come ottenere grammatiche LL(1)

- Verificare, se è possibile, che non sia ambigua. In caso contrario, se si può si rimuova l'ambiguità;
- Controllare che non presenti ricorsioni sinistre. In caso contrario trasformarle in ricorsioni destre.
- Se un simbolo non terminale ammette più derivazioni con lo stesso prefisso applicare il metodo della fattorizzazione sinistra.
- In alternativa, può essere necessario allungare la lunghezza della prospezioni. (Equivale a considerare parser LL(k),  $k > 1$ )

# Limiti della famiglia LL(k)

- Non tutti i linguaggi verificabili da parser deterministici sono generabili da grammatiche LL(k).

Per esempio:

$L = \{a^*a^n b^n \mid n \geq 0\}$  Linguaggio deterministico ma non LL(k)

È generato dalla grammatica

$S \rightarrow A \mid aS$

$A \rightarrow aAb \mid \epsilon$

*Altro esempio:*

$S \rightarrow R \mid (S)$

$R \rightarrow E = E$

$E \rightarrow a \mid (E + E)$

Definisce relazioni di uguaglianza tra espressioni aritmetiche additive.

Una stringa che inizia con "(" può essere una relazione R parentesizzata oppure un'espressione.

Il linguaggio non è LL(k) ma è deterministico.

# Relazione tra grammatiche LL(k)

E' possibile generalizzare la nozione di **FIRST** nel parsing predittivo in modo da restituire i primi  $k$  token in input, e costruire una tabella predittiva in cui le righe sono i simboli non-terminali e *le colonne sono sequenze di  $k$  terminali* .

Le grammatiche non ambigue corrispondenti sono le **LL(K)**

