Lösungen zu Serie 9

Aufgabe 3

(a) Wir haben zwei mögliche Ausgänge (“gefällt“ und “gefällt nicht“) und wir haben n Versuche. Somit ist die Anzahl zufriedener Kunden S_n binomialverteilt: $S_n \sim \text{Binomial}(n, \pi)$. Der Erwartungswert ist

$$\mathrm{E}(S_n) = n \cdot \pi = 0.8 \cdot 356 = 284.8\,.$$

(b) $0.2^4 \cdot 0.8 = 0.0013$ bzw. $4 \cdot 0.2 \cdot 0.8^3 = 0.4096$

(c) $Z = \frac{S_n - n\pi}{\sqrt{n\pi(1-\pi)}}$ ist annähernd standard-normalverteilt. Es gilt hier $Z = -3.153$. Also

$$P(Z \leq -3.153) = \Phi(-3.153) = 1 - \Phi(3.153) \approx 8 \cdot 10^{-4}$$

(d)
1. **Modell**: Anzahl zufriedene Kunden: $S_n \sim \text{Binomial}(n, \pi),\ n = 356.$
2. **Nullhypothese**: $H_0:\ \pi = \pi_0 = 0.8$
   Alternative: $H_A:\ \pi \neq 0.8$
3. **Teststatistik**: $Z = \frac{S_n - n\pi_0}{\sqrt{n\pi_0(1-\pi_0)}}$
   Verteilung der Teststatistik unter $H_0:\ Z \approx \mathcal{N}(0,1)$
4. **Signifikanzniveau**: $\alpha = 0.05$
5. **Verwerfungsbereich für die Teststatistik**:

$$K = \left(-\infty, -\Phi^{-1}(1-\frac{\alpha}{2})\right] \cup \left[\Phi^{-1}(1-\frac{\alpha}{2}), \infty\right) = (-\infty, -1.960] \cup [1.960, \infty)$$

6. **Testentscheid**: $z = -3.153 \in K$, daher kann die Nullhypothese verworfen werden.