Serie 3

Vorbesprechung: 6/7. März 2013

Aufgabe 1

Eine Regressionsgerade hat die Gleichung $y = mx + 7.8$. Der Durchschnitt der x-Werte beträgt 7, derjenige der y-Werte ist 12. Die Standardabweichungen betragen $s_x = 2.5$ und $s_y = 1.8$.

(**a**) Berechnen Sie die Kovarianz zwischen den x- und den y-Werten.

(**b**) Berechnen Sie den Korrelationskoffizienten r.

Aufgabe 2

Die Ereignisse A und B seien unabhängig mit Wahrscheinlichkeiten $P(A) = 3/4$ und $P(B) = 2/3$. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:

(**a**) Beide Ereignisse treten ein.

(**b**) Mindestens eines von beiden Ereignissen tritt ein.

(**c**) Höchstens eines von beiden Ereignissen tritt ein.

(**d**) Keines der beiden Ereignisse tritt ein.

(**e**) Genau eines der Ereignisse tritt ein .

Aufgabe 3

Die Rauchsensoren in einer Fabrik melden ein Feuer mit Wahrscheinlichkeit 0.95. An einem Tag ohne Brand geben sie mit Wahrscheinlichkeit 0.01 falschen Alarm. Pro Jahr rechnet man mit einem Brand.

(**a**) Die Alarmanlage meldet Feuer. Mit welcher Wahrscheinlichkeit brennt es tatsächlich?

(**b**) In einer Nacht ist es ruhig (kein Alarm). Mit welcher Wahrscheinlichkeit brennt es tatsächlich nicht?

Aufgabe 4

Bei einem Zufallsexperiment werden zwei Würfel gleichzeitig geworfen. Wir nehmen an, dass sie "fair" sind, d.h. die Augenzahlen 1 bis 6 eines Würfels treten mit gleicher Wahrscheinlichkeit auf.

(**a**) Beschreiben Sie den Ereignisraum in Form von Elementarereignissen.

(**b**) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit eines einzelnen Elementarereignisses?

(**c**) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass das Ereignis E_1 "Die Augensumme ist 7 " eintritt.

(**d**) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Ereignis E_2 "Die Augensumme ist kleiner als 4" eintritt.

(**e**) Bestimmen Sie $P(E_3)$ für das Ereignis E_3 "Beide Augenzahlen sind ungerade".

(**f**) Berechnen Sie $P(E_2 \cup E_3)$.

Aufgabe 5

Wo steckt in den folgenden Aussagen der Fehler? Begründen Sie!

(**a**) Bei einer gezinkten Münze wurde festgestellt, dass $P(\text{Kopf}) = 0.32$ und $P(\text{Zahl}) = 0.73$.

(**b**) Die Wahrscheinlichkeit für einen "Sechser" im Zahlenlotto ist $-3 \cdot 10^{-6}$.

(**c**) Bei einer Befragung wurden die Ereignisse

S: Befragte Person ist schwanger.
M: Befragte Person ist männlich.

untersucht. Man findet $P(S) = 0.1$, $P(M) = 0.5$ und $P(S \cup M) = 0.7$

Aufgabe 6

Im Wahrscheinlichkeitsbaum (Abbildung 1) wird für eine zufällig ausgewählte Person zuerst das Merkmal Geschlecht (w = weiblich, m = männlich) und danach das Merkmal Erwerbstätigkeit (E = erwerbstätig, N = nicht erwerbstätig) betrachtet. Aus dem Baum können nun zum Beispiel folgende Wahrscheinlichkeiten herausgelesen werden:

- Wahrscheinlichkeit, dass die Person weiblich ist; $P(w) = 0.514$.
- Wahrscheinlichkeit, dass eine Person erwerbstätig ist, wenn man schon weiss, dass sie männlich ist; $P(E|m) = 0.578$.

	E	N
w	$P(w \cap E) =$	
m		

(**a**) Füllen Sie die obenstehende Tabelle aus:

(**b**) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(w|E)$.

(**c**) Die Reihenfolge der Merkmale wird nun umgekehrt. Dies führt zum invertierten Wahrscheinlichkeitsbaum gemäss Abbildung 2. Berechnen Sie die gesuchten Wahrscheinlichkeiten.

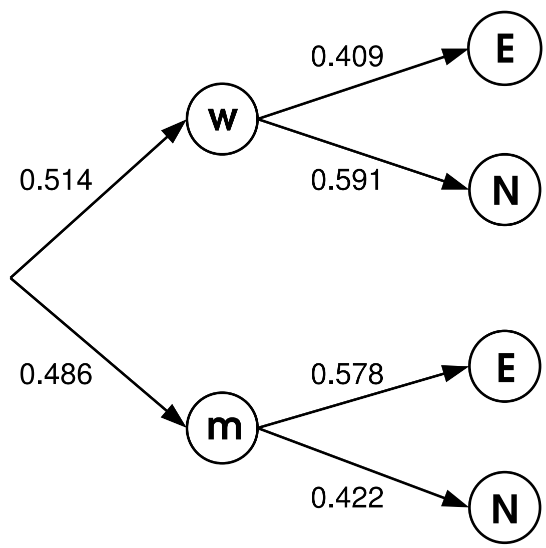

Figure 1: Wahrscheinlichkeitsbaum: Geschlecht vor Erwerbstätigkeit.

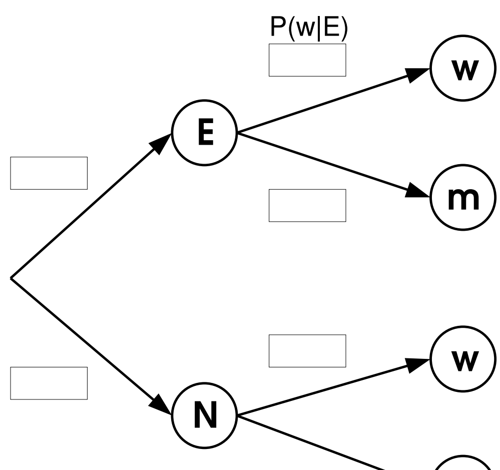

Figure 2: Wahrscheinlichkeitsbaum: Erwerbstätigkeit vor Geschlecht.