

PROBLEMA 1

Una lupa és un instrument òptic format per una única lent convergent, que en so funció de lupa es fa servir per augmentar la mida dels objectes a observar, formant una imatge virtual i dreta a més de més grossa.

El problema dona com dades la posició de l'objecte

($S = 10 \text{ cm}$) i l'augment lateral ($m = 2$)

(a) La distància focal la podem trobar fent servir les equacions:

$$\frac{1}{S} + \frac{1}{S'} = \frac{1}{f} \quad \text{i} \quad m = \frac{Y'}{Y} = -\frac{S'}{S}$$

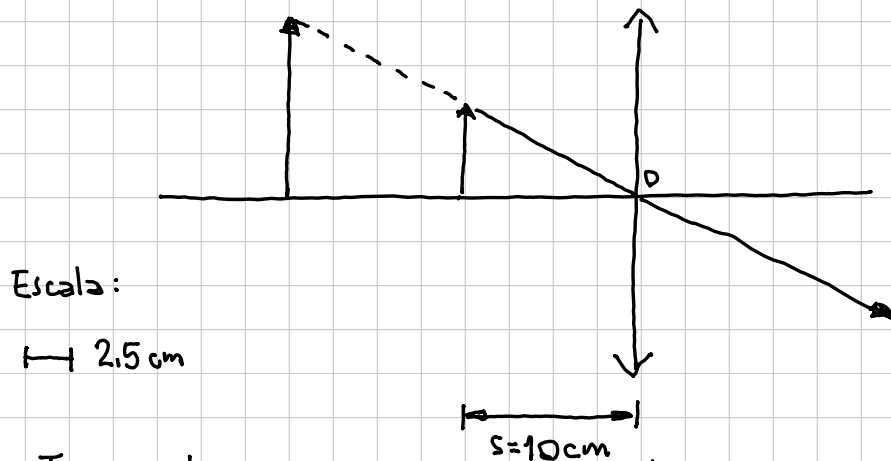
on $S = 10 \text{ cm}$ i $m = 2$. Les incògnites son S' i f . De la segona equació obtenim que $S' = -m \cdot S = -2 \cdot 10 \text{ cm} = -20 \text{ cm}$. Reemplaçant en la primera tenim:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{10} + \frac{1}{(-20)} = \frac{2}{20} - \frac{1}{20} = \frac{1}{20}$$

Aleshores: $f = 20 \text{ cm}$

La potència $P = \frac{1}{f} = \frac{1}{0,20} = 5 \text{ D}$ D = diòptrics

El problema el podem resoldre també de manera gràfica de forma independent



Escala:

$\text{---} 2,5\text{ cm}$

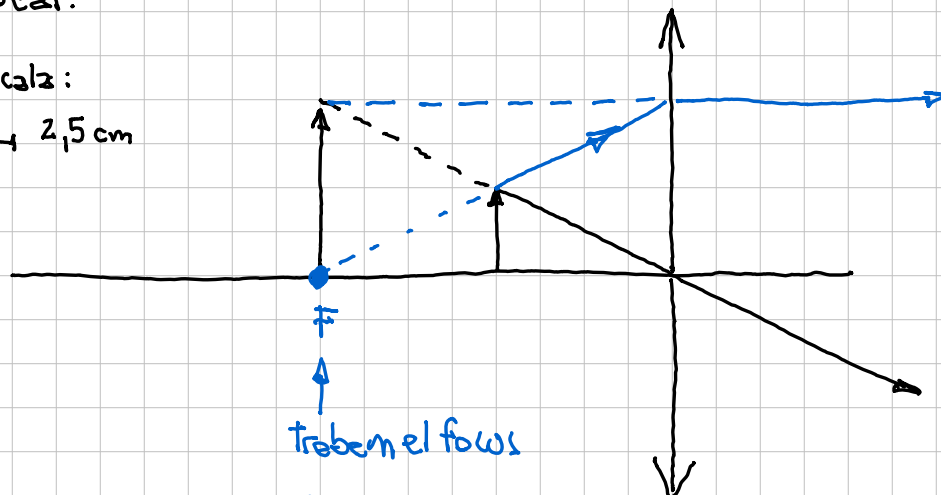
$s = 10\text{ cm}$

Tracem el raig que passa pel centre de la lent i que no es desvia. Si el raig sortint de la lent el perllonguem enrere (línia discontinua) fins que trobem una altura del doble de l'objecte obtenim la posició de la imatge (augment lateral $m = \frac{y'}{y} = 2$).

A partir d'aquí ja podem traçar els altres rajos i trobar la posició del focus i mesurar la distància focal.

Escala:

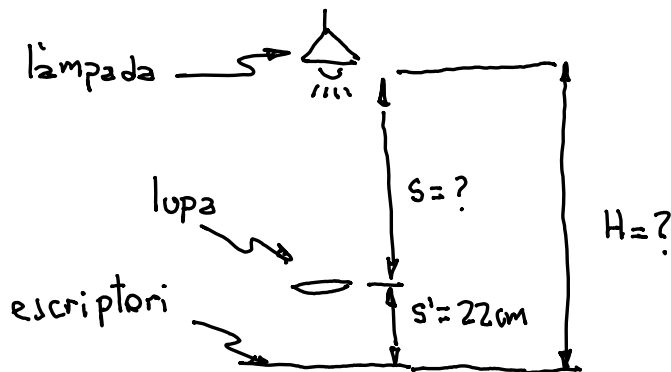
$\text{---} 2,5\text{ cm}$



trobem el focus

Distància focal $f = 20\text{ cm}$

(b) Si ara volem veure la imatge de la làmpada sobre el paper, la imatge serà real i es formarà de l'altra banda de la lupa



Busquem

$$H = s + s'$$

Ja sabem la distància focal de la lupa $f = 20\text{cm}$, per tant, amb l'equació de la lent:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{s} = \frac{1}{f} - \frac{1}{s'} = \frac{1}{20} - \frac{1}{22} = \frac{11 - 10}{220} = \frac{1}{220}$$

Per tant: $s = 220\text{cm}$

$$i \quad H = s + s' = 220 + 22 = \boxed{242\text{cm}}$$

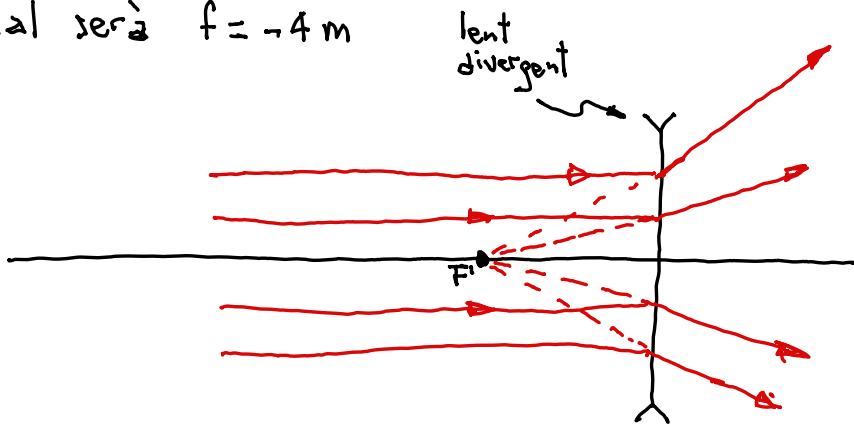
PROBLÈMA 2

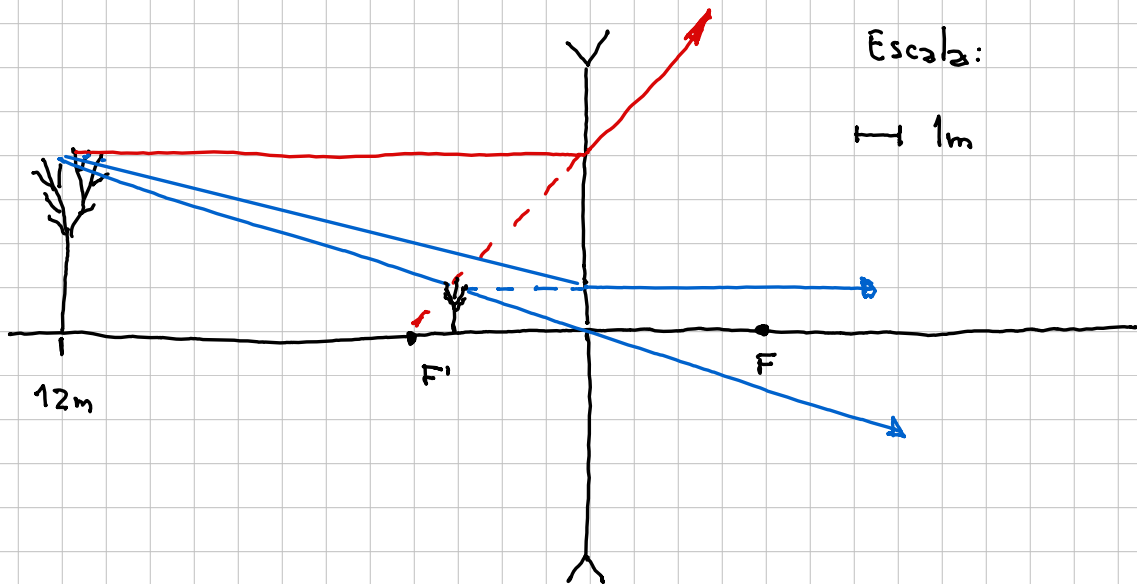
Si l'ull miop és massa convergent i la imatge es forma abans de la retina, aleshores, per corregir la miopia hem d'interposar una lent divergent.

Joan veu enfocat objectes fins els 4 metres i volem que vegi enfocats objectes ubicats a l'infinit. La manera que tenim de fer això és fer servir una lent que agafi un objecte ubicat a l'infinit i formi la seva imatge a 4 m de la lent. Aquesta imatge servirà d'objecte per a l'ull d'en Joan, que formarà la imatge a la retina.

Hem de tenir en compte que en un sistema òptic compost on tenim més d'una lent, la imatge formada per la primera lent serveix d'objecte per a la segona i així successivament.

Com la lent fa convergir raigs que venen de l'infinit a 4 m de la lent. Per definició de focus la distància focal serà $f = -4 \text{ m}$





La imatge es forma a $s' = -3\text{m}$ aproximadament segons la gràfica.

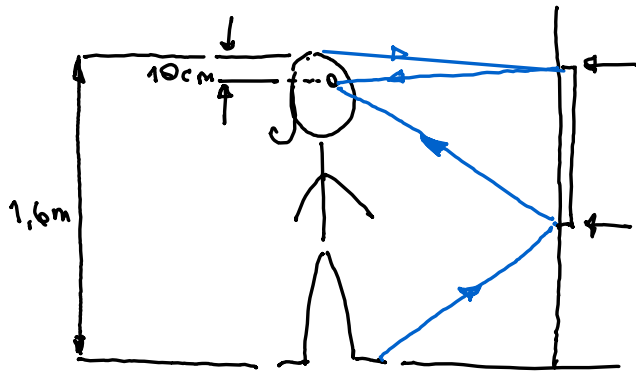
Podem verificar-lo analíticament:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{s} = -\frac{1}{4} - \frac{1}{12} = \frac{-3-1}{12} = -\frac{4}{12}$$

$$s' = -\frac{12}{4} = \boxed{-3\text{m}}$$

PROBLEMA 3

Per estudiar el camí dels raigs hem de fer servir la llei de la reflexió, que diu que l'angle de reflexió d'un raig és igual a l'angle d'incidència.



Ha d'estar 5cm per sobre
dels seus ulls : 1,55m de terra

Ha d'estar a meitat de camí
entre els seus peus i els seus
ulls:

$$\frac{1,5m}{2} = \boxed{0,75m}$$

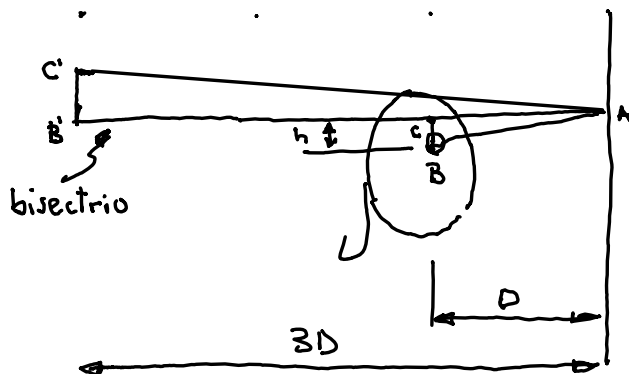
El mirall com altura mínima ha de tenir:

$$1,55 \text{ m} - 0,75 \text{ m} = \boxed{0,80 \text{ m}}$$

distància
del terra

Altura del mirall

(b)



Els triangles ABC

i $A'B'C'$ son
semblants i els
seus costats propor-
cionals:

$$\frac{BC}{AC} = \frac{B'C'}{AC'}$$

o, equivalentment

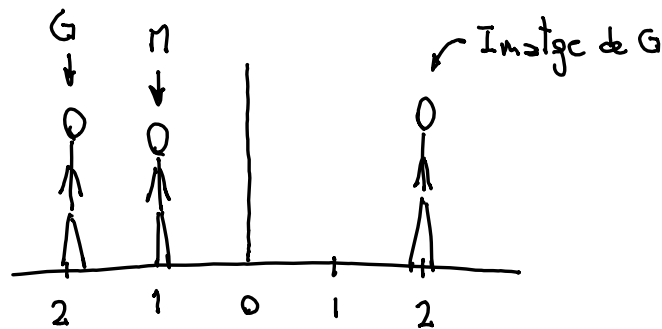
$$\frac{h}{D} = \frac{H}{3D}$$

on $h = 5\text{ cm}$

Per tant $H = 3h = 15\text{ cm}$

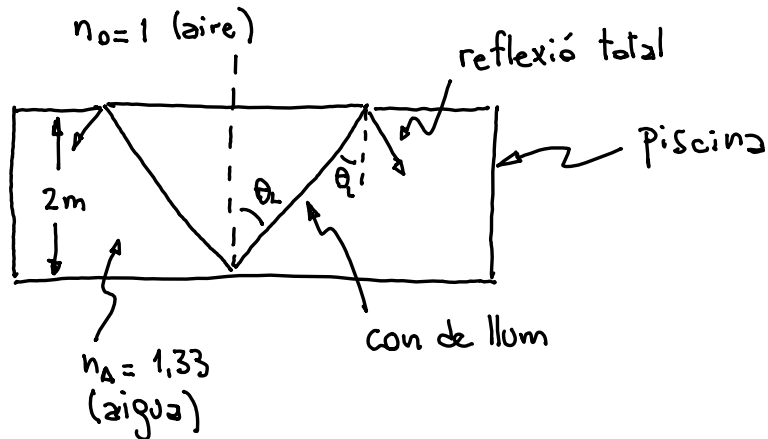
Si l'altura fins els ulls de la Meritxell és de $1,50\text{ m}$ i Guifré té una altura de 15 cm per sobre dels ulls de la Meritxell

L'altura de Guifré serà de $1,50\text{ m} + 0,15\text{ m} = \boxed{1,65\text{ m}}$



La imatge de Guifré es forma a una posició simètrica respecte del mirall per tant hi serà a una distància del triple de la distància de Meritxell al mirall.

PROBLEMA 4



- (a) La llei d'Snell estableix la relació entre l'angle d'incidència de la llum θ_i i l'angle de transmissió o refracció de la llum θ_r quan la llum passa d'un medi 1 a un medi 2 caracteritzats per un índex de refracció $n = \frac{c}{v}$ on c és la velocitat de la llum al buit i v la velocitat de propagació de la llum al medi;

La llei d'Snell és $n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_r$

Si el medi 2 té un índex de refracció més petit que el medi 1 ($n_2 < n_1$), l'angle de refracció serà més gran que el d'incidència ($\theta_r > \theta_i$), però el valor màxim que pot assolir θ_r és 90° , aquest valor s'obté per un angle d'incidència anomenat angle límit. A partir d'aquest valor de θ_i tota la llum es reflecteix.

Per determinar el valor de l'angle límit imposem a la llei d'Snell que $\theta_r = 90^\circ$

$$n_1 \cdot \sin \theta_L = n_2 \sin 90^\circ$$

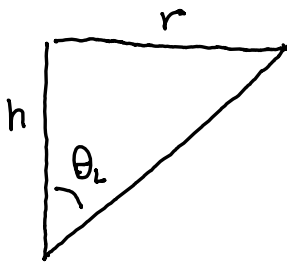
Però $\sin 90^\circ = 1$, per tant:

$$\boxed{\sin \theta_L = \frac{n_2}{n_1}} \quad \text{ó} \quad \theta_L = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

En el cas de l'aigua ($n_A = 1,33$) i l'aire ($n_o = 1$) podem obtenir l'angle límit

$$\theta_L = \arcsin\left(\frac{1}{1,33}\right) = \boxed{48,8^\circ} \quad \leftarrow \begin{array}{l} \text{Angle límit} \\ \text{aigua - aire} \end{array}$$

El cas contrari no és possible perquè l'angle en comptes d'augmentar en passar d'un medi a l'altre, disminueix. La reflexió total només es produeix en passar d'un medi a un altre de menor índex de refracció.



Per trobar el radi del cercle tenim:

$$\tan \theta_L = \frac{r}{h}$$

$$r = h \tan \theta_L = 2\text{m} \cdot \tan(48,8^\circ) = \boxed{2,28\text{m}}$$