

Materiali

Il materiale per l'esercitazione di oggi:

- ▶ Questa presentazione
(Materiale Didattico/Laboratori/lab
4/lab4_testo.pdf);
- ▶ L'eseguibile del FranzPlot
(Software/Franzplot 19.08 - Windows.exe)

Riepilogo

Per scrivere una retta in forma parametrica necessito di un **vettore direttore** e di un **punto appartenente alla retta** (a volte chiamato *termine noto*).

Sia \mathbf{v} il vettore direttore e sia \mathbf{P} il punto appartenente alla retta, allora la forma parametrica sarà $r(t) = \mathbf{v}t + \mathbf{P}$, con $t \in \mathbb{R}$.

Scritto come sistema lineare:

$$r(t) : \begin{cases} x = v_x t + P_x \\ y = v_y t + P_y \\ z = v_z t + P_z \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

Il nome del parametro è arbitrario (tipicamente useremo t o s).
È sempre importante specificare l'intervallo di appartenenza.

Rette in FranzPlot

Per disegnare una qualsiasi curva parametrica in FranzPlot introduciamo i nodi `Geometries > Interval` e `Parameters > Interval`.

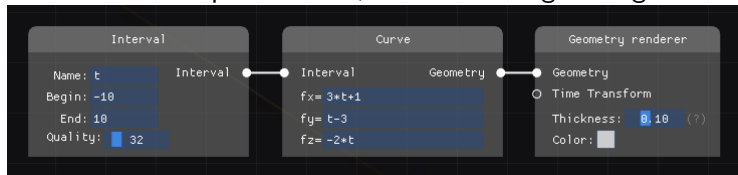
Il nodo `Interval` ci permette di definire il nome del parametro e l'intervallo cui appartiene.

Nel nodo `Curve` andiamo a inserire le coordinate x , y e z in funzione del parametro usato nel nodo `Interval`. Prendiamo ad esempio la seguente curva:

$$r : \begin{cases} x = 3t + 1 \\ y = t - 3 \\ z = -2t \end{cases} \quad t \in [-10, 10]$$

Rette in FranzPlot

Per visualizzare questa curva, creeremo il seguente grafo:



L'output del nodo `Curve` è una Geometria, e come tale possiamo applicargli trasformazioni o animazioni.

Una curva è una Geometria 1D, possiamo usare lo slider `thickness` per modificare lo spessore usato nella visualizzazione.

Nota: nel nodo `Interval` non è possibile selezionare l'intero \mathbb{R} , quindi per **visualizzare** le rette scegliamo sempre un intervallo con valori sufficientemente grandi.

Esercizio 1

Date le seguenti rette nello spazio si calcoli, se esiste, il punto di intersezione:

$$r : \begin{cases} x = 3t + 1 \\ y = t - 3 \\ z = -2t \end{cases}, \quad w : \begin{cases} x = s + 3 \\ y = 4 \\ z = -s + 5 \end{cases}$$

con $t, s \in \mathbb{R}$

(Suggerimento: voglio che $r_x = w_x$, $r_y = w_y$, $r_z = w_z$)

Le rette sono perpendicolari?

Esercizio 2

Siano assegnate le rette r e s di equazione

$$r: \begin{cases} x = 3t - 3 \\ y = t - 2 \\ z = -2t + 4 \end{cases} \quad s: \begin{cases} x = t \\ y = t - 1 \\ z = 2t - 2 \end{cases}$$

- ▶ r ed s sono perpendicolari?
- ▶ Si visualizzino le rette r e s usando FranzPlot

(Reminder: due rette sono perpendicolari se sono incidenti e le loro direzioni formano un angolo retto)

Esercizio 3

Dati i punti

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ -1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

si calcolino:

- ▶ una rappresentazione parametrica della retta r passante per \mathbf{P} e \mathbf{R} .
- ▶ una rappresentazione parametrica della retta s passante per \mathbf{P} e \mathbf{S} .

Le due rette sono perpendicolari?

Esercizio 4

- Rappresentare la retta r passante per i punti

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix};$$

- Determinare la retta s perpendicolare ad r e passante per:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix}.$$