Curve e Superfici per il Design
Laboratorio 4: Rette e piani nello spazio

Prof.ssa Anna Scotti

14 Maggio 2019

Materiali

Nella con i materiale di oggi troverete:

- Questa presentazione (`lab4.pdf`)

Nella cartella 'Franzplot_DCS' troverete invece:

- Gli eseguibili per lanciare FranzPlot

Esercizio 1-i

- Rappresentare con FranzPlot il piano α, i vettori giacitura e la normale al piano.

$$\alpha : \begin{cases} u + v \\ u \\ u + 2\, v \end{cases} \qquad u, v \in \mathbb{R}$$

- Rappresentare con FranzPlot il piano β, i vettori giacitura e la normale al piano.

$$\beta : \begin{cases} u + v + 2 \\ u \\ u + 2\, v - 1 \end{cases} \qquad u, v \in \mathbb{R}$$

- Determinare la retta perpendicolare al piano β dell'esercizio 2 e passante per il punto **P**:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix}$$

Esercizio 1 - ii

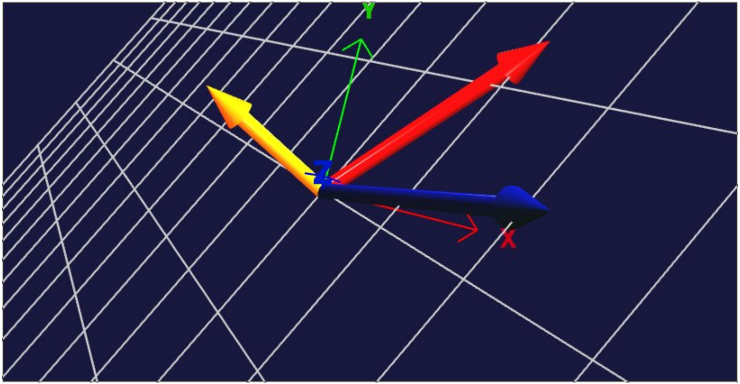
$$\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{n} = \det \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \mathbf{e}_3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

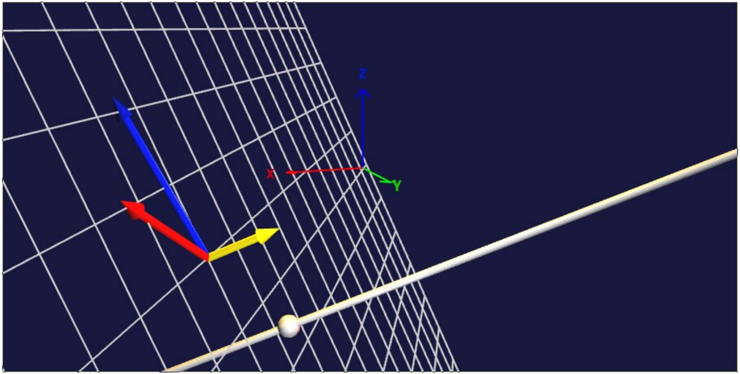
$$\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

- Il piano β ha la stessa normale del piano α ma non passa dell'origine, ma è traslata del vettore $\mathbf{p} = [2, 0, -1]^T$

Esercizio 1 - iii



Esercizio 1 - iv



Esercizio 2 - i

- Rappresentare la retta r passante per i punti

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix};$$

- Determinare la retta s perpendicolare ad r e passante per:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

- Rappresentare il piano su cui giacciono i tre punti

Esercizio 2 - ii

- Rappresentazione della retta r:

$$r : \begin{cases} x = t + 1 \\ y = 1 \\ z = -2\ t + 3 \end{cases}$$

- Vettore che congiunge **M** ed un punto generico di r

$$\mathbf{M} - r(t) = \begin{bmatrix} -t \\ 1 \\ 2t - 5 \end{bmatrix}$$

- Imponendo $\begin{bmatrix} -t \\ 1 \\ 2t - 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix} = 0$ trovo $t = 2$.

- Sostituisco nell'espressione per $s(t)$, trovando:

$$s : \begin{cases} x = -2t + 1 \\ y = t + 2 \\ z = -t - 2 \end{cases}$$

Esercizio 2 - iii

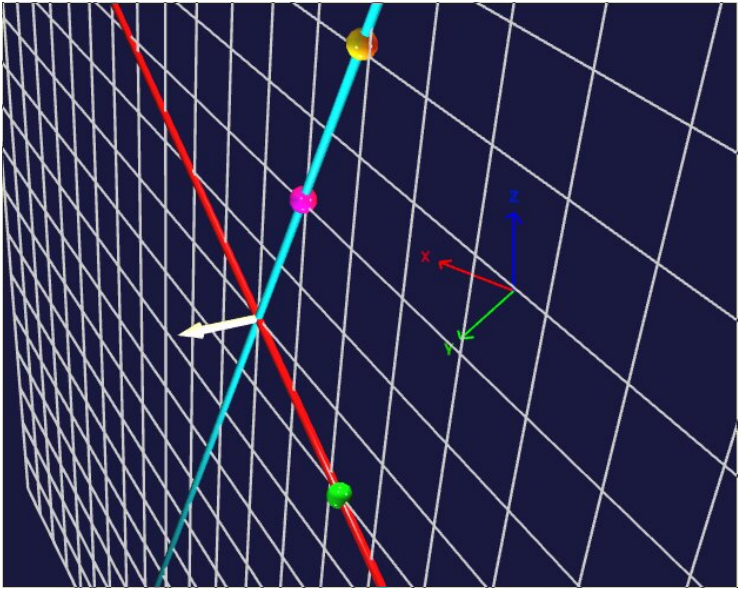
Date le espressioni di r ed s, una rappresentazione parametrica del piano è :

$$\beta : \begin{cases} x = -2u - v + 3 \\ y = u + 1 \\ z = -u + 2v - 1 \end{cases}$$

Il vettore normale può calcolarsi come il prodotto vettoriale dei due vettori giacitura:

$$\mathbf{n} = \det \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \mathbf{e}_3 \\ -2 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Esercizio 2 - iv



Esercizio 3 - i

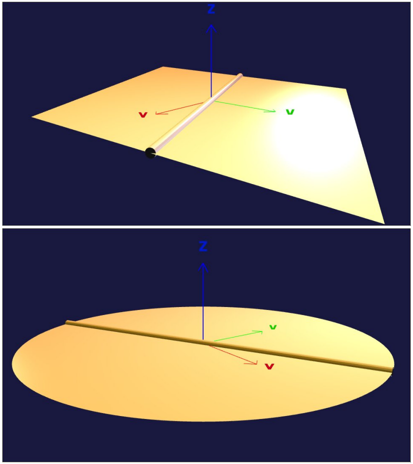
Con FranzPlot è possibile rappresentare un piano parametricamente, come una superficie qualsiasi.

- Rappresentare la retta r:

$$r : \begin{cases} x = t \\ y = 0.5\ t \\ z = 0 \end{cases}$$

- Rappresentare l'oggetto che si ottiene:
    1. Traslando la retta in direzione y facendo variare il parametro della traslazione tra -5 e 5.
    2. Ruotanto rispetto a z la retta di 2π radianti.

Esercizio 3 - ii



Esercizio 4 - i

Date le rette:

$$p : \begin{cases} x = 3\ t - \frac{1}{2} \\ y = t - \frac{1}{2} \\ z = -2\ t \end{cases} \qquad q : \begin{cases} x = t - 13 \\ y = 2 \\ z = -t + 15 \end{cases} \qquad r : \begin{cases} x = t + \frac{3}{2} \\ y = t + \frac{1}{2} \\ z = 2\ t - 2 \end{cases}$$

- Rappresentare le rette con FranzPlot
- Le rette p e q sono perpendicolari? E le rette p ed r?
- Determinare e rappresentare i punti di intersezione se presenti

Esercizio 4 - ii

- Scrivere l'equazione del piano α con normale $\mathbf{n} = [1, 1, 1]^T$ passante per il punto $(1, 0, 0)$. Rappresentare il piano con FranzPlot
- Calcolare e rappresentare i punti di intersezione di p e q con il piano.
- Calcolare e rappresentare il piano β su cui giacciono le rette p e q, e scrivere l'espressione parametrica della retta s intersezione dei piani α e β

Esercizio 4 - iii