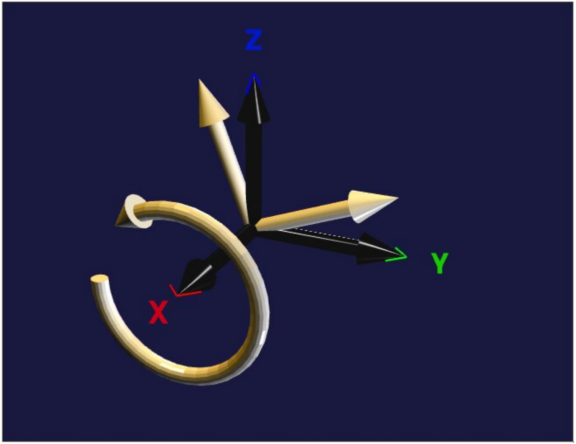
Curve e Superfici per il Design
Laboratorio - 1

Prof. Anna Scotti

2 Aprile 2019

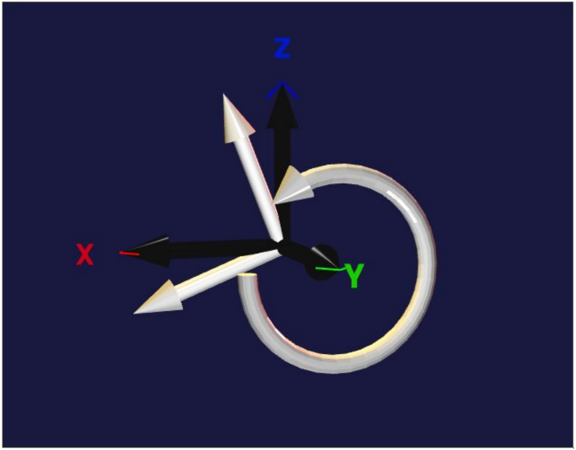
Rotazioni: Asse x

$$R_x(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta) & -\text{sen}(\theta) \\ 0 & \text{sen}(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \tag{1}$$



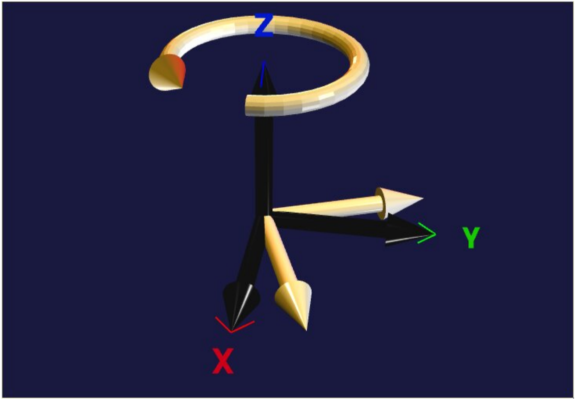
Rotazioni: Asse y

$$R_y(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & \mathrm{sen}(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\mathrm{sen}(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (2)$$



Rotazioni: Asse z

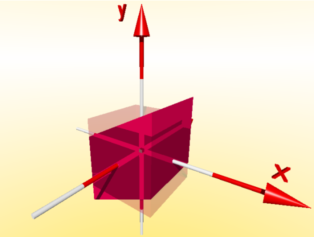
$$R_z(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\text{sen}(\theta) & 0 \\ \text{sen}(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3}$$

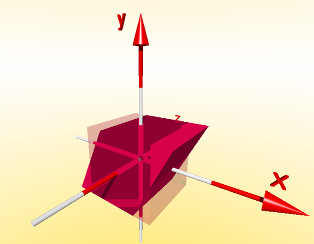


Tagli

Taglio in direzione x sulle facce con normale y:

$$T_{xy} = \begin{bmatrix} 1 & k_x & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (4)$$





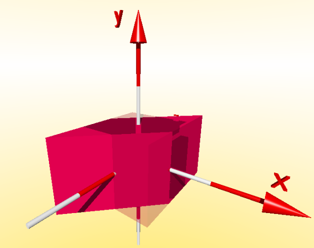
Taglio in direzione y sulle facce con normale x:

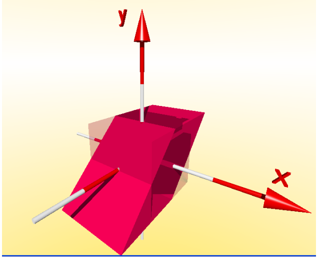
$$T_{yx} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ k_y & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (5)$$

Tagli[2]

Taglio in direzione z sulle facce con normale x:

$$T_{zx} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ k_z & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (6)$$





Taglio in direzione z sulle facce con normale y:

$$T_{zy} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & k_z & 1 \end{bmatrix} \qquad (7)$$

Scalatura, Riflessione,Proiezione

- Scalatura

$$S = \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & S_z \end{bmatrix} \tag{8}$$

- Riflessione

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_x & n_y & n_z \end{bmatrix} \tag{9}$$

- Proiezione

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_x & n_y & n_z \end{bmatrix} \tag{10}$$

Coordinate omogenee

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & t_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & t_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & t_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z + t_1 \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z + t_2 \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z + t_3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Il FranzPlot in breve

FranzPlot nasce come strumento software specificamente come supporto per la didattica di questo corso.

- É in grado di rappresentare attraverso un rendering superfici e curve parametriche.
- La creazione e la trasformazione degli oggetti rappresentati avviene attraverso la produzione di diagrammi (grafi).
- Ogni elemento del grafo ha una funzione specifica ed usualmente è legato ad uno o più elementi aggiuntivi.
- Il documento di riferimento (WIP) del programma è disponibile su beep nella cartella taldeitali.

Come avviare FranzPlot

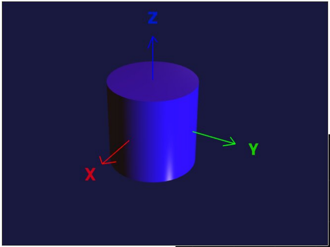
FranzPlot è disponibile come eseguibile per Windows ed iOS su Beep.

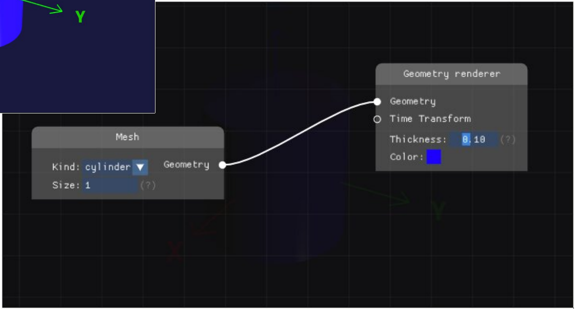
Esercizio 1: prendere familiarità con FranzPlot

FranzPlot ha a disposizione una piccola libreria di figure geometriche primitive, figure solide già costruite, accessibile attraverso il menu: `Geometries` →`Primitive`.

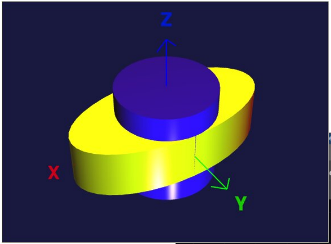
- Disegnare un cilindro con asse parallelo a z ed altezza 1.
  - *Elementi da utilizzare:* `Geometries`→ `Primitives`, `Geometry Renderer`.
- Effettuare uno scaling con $S_x = 2$, $S_y = 1$, $S_z = 0.5$.
  - *Elementi aggiuntivi da utilizzare:* `Transformations`→ `Generic Matrix` *e* `Transformations`→`Transform`

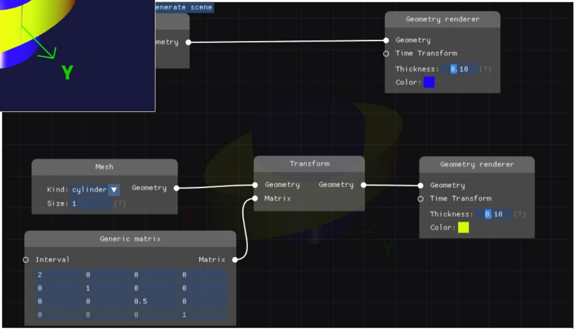
Esercizio 1 - i





Esercizio 1 - ii





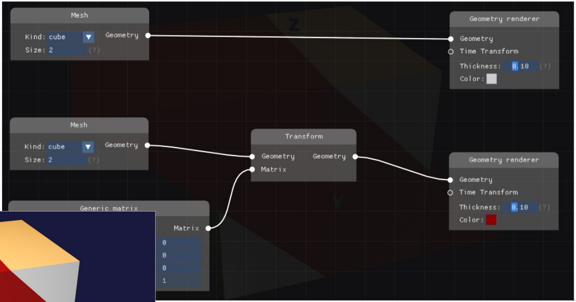
Esercizio 2: Identificare una trasformazione

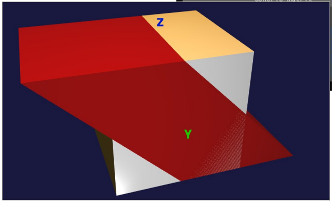
- Disegnare un cubo centrato sull'origine, con lati di misura 2 (notare che nella primitiva è possbile fissare un parametro che influenza la dimensione dell'oggetto).
- Applicare al cubo la seguente matrice:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Di che trasformazione si tratta? Qual'è il volume del cubo deformato?

Esercizio 2 - i



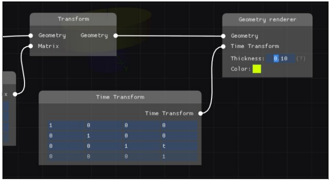


Esercizio 3: Trasformazioni tempo dipendenti con FranzPlot

- Riprendendo il grafo dell'Es.1, aggiungere al cilindro deformato una trasformazione nel tempo del tipo:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & t \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Utilizzare l'elemento `Transformations` → `Time Transform`
  Attenzione: l'uso della lettera t per indicare la variabile temporale in questa matrice è mandatoria.



Esercizio 4 - Riflessione

- Creare una piramide utilizzando il comando Primitive, con fattore di scala 0.5.
- Traslare il centro dell'oggetto in $\langle 2, 1, 0 \rangle$ (combinando gli elementi `Transformations` $\rightarrow$ `Translation Matrix` e `Vector`).
- Riflettere l'oggetto rispetto al piano con normale $\mathbf{N} = [1, 1, 0]^T$.
- Rappresentare il piano di riflessione.

Esercizio 4 - i - La matrice di trasformazione

Come prima cosa, occorre normalizzare **N**.

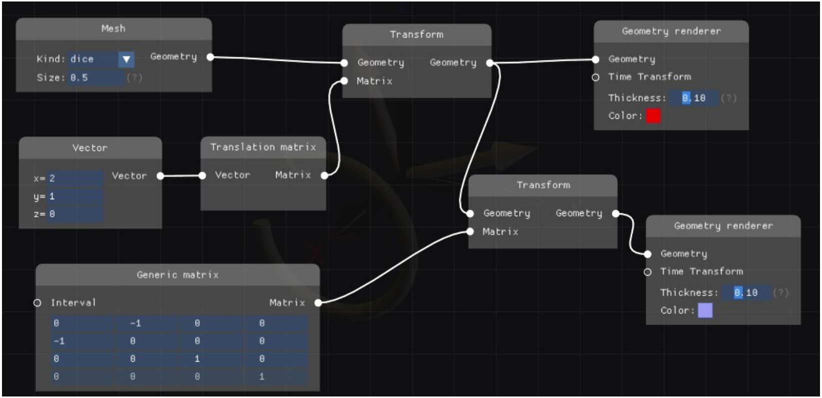
$$\sqrt{\mathbf{N}\cdot\mathbf{N}} = \sqrt{N_x^2 + N_y^2 + N_z^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Applicando la formula per la trasformazione di ‘proiezione’:

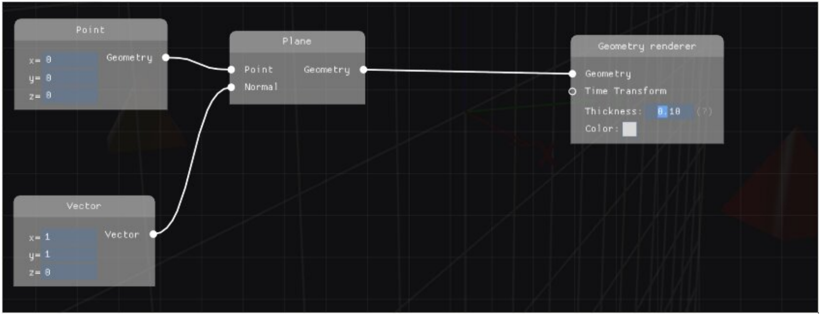
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - 2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

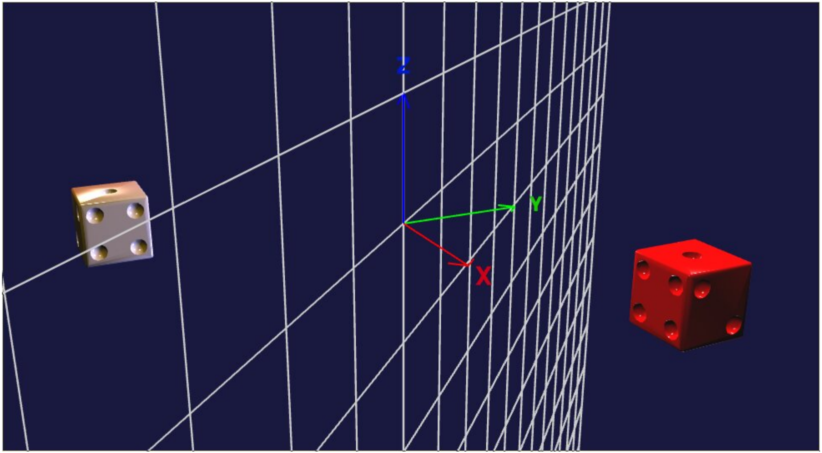
Esercizio 4 - ii - L'oggetto riflesso



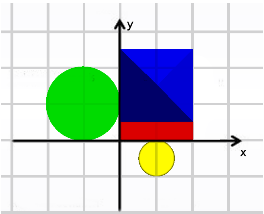
Esercizio 4 - iii - Il piano

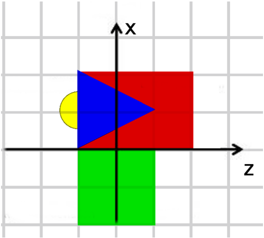


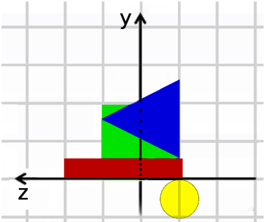
Esercizio 4 - iv



Per Casa: Proiezioni ortogonali







Creare un'organizzazione di oggetti le cui proiezioni sui piani cartesiani riproducono le figure sovrastanti.