Curve e Superfici per il Design
Laboratorio 5 - Curve parametriche

Prof. Nicola Parolini

21 Novembre 2019

Materiali

Nella cartella con il materiale di oggi troverete:

- Questa presentazione (`Materiale Didattico/Laboratori/lab 5/lab5_testo.pdf`);
- L'eseguibile del FranzPlot (`Software/Franzplot 19.08 - Windows.exe`)

Esercizio 1: Curve con FranzPlot - Il comando parametric curve

Sia data la seguente curva:

$$c : \begin{cases} x = cos(t) \\ y = 2sin(t) \\ z = 0.5 \end{cases}$$

con $t \in [0, 2\pi]$.
Vogliamo rappresentarla con FranzPlot attraverso l'elemento 'parametric curve'.

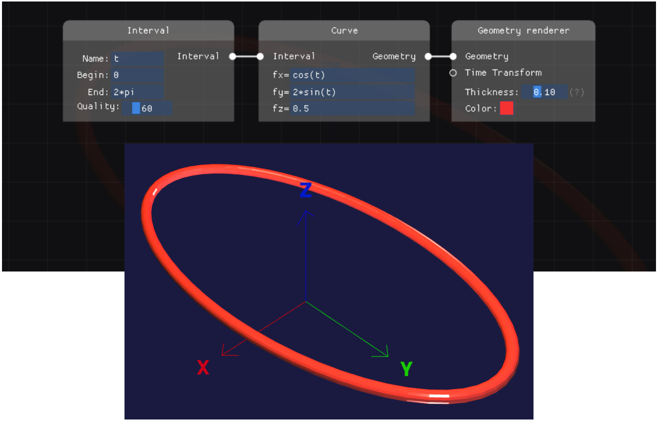
Esercizio 1 - i

Come avevamo visto nel caso del plot di rette, anche oggi faremo uso dei seguenti nodi:

- `Geometries > Curve`
- `Parameters > Interval`
- `Geometry Renderer`

A differenza della visualizzazione di una retta, questa volta sarà fondamentale assegnare i valori corretti all'inizio e la fine dell'intervallo.

Esercizio 1 - ii



Il parametro "quality" indica quanti punti saranno usati dal FranzPlot per approssimare la curva (o la superficie)

Esercizio 2: Rotazione di un punto

Sia dato il punto $P(0, 1, 1)$.

- Scrivere la generica matrice R di rotazione intorno l'asse Z.
- Applicare a P una trasformazione parametrica di rotazione intorno l'asse Z, con parametro $\theta \in [0, \pi]$, e scrivere la curva parametrica ottenuta. Di che curva si tratta?
- Rappresentare il punto P e la curva ottenuta in FranzPlot .
- Usando FranzPlot , disegnare la curva applicando al punto una matrice parametrica.

Esercizio 2 - i

La matrice che rappresenta la trasformazione parametrica è la seguente:

$$R(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \theta \in [0, \pi] \tag{1}$$

Per ottenere la curva dobbiamo moltiplicarla per il vettore che contiene le coordinate del punto:

$$c(\theta) = R(\theta)P$$

Esercizio 2 - ii

Svolgendo i conti troviamo:

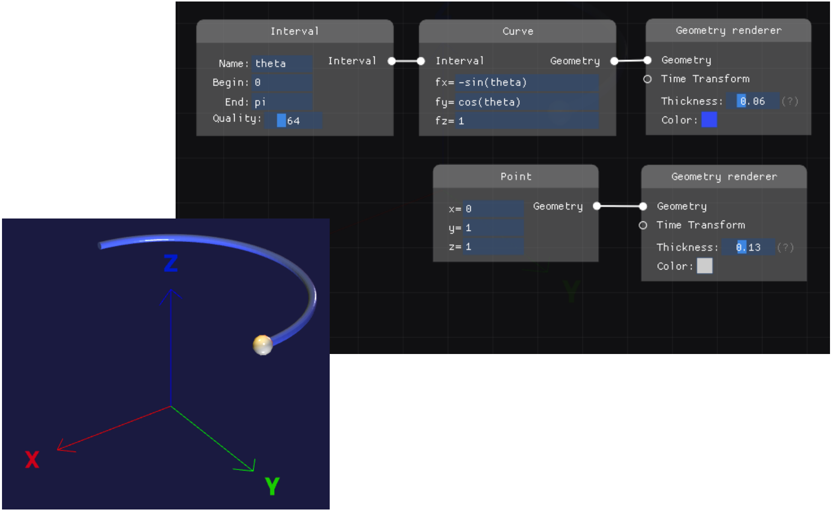
$$c(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -sin(\theta) \\ cos(\theta) \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{2}$$

Quindi possiamo scrivere la nostra curva:

$$c(\theta) : \begin{cases} x = -sin(\theta) \\ y = cos(\theta) \\ z = 1 \end{cases} \qquad \theta \in [0, \pi]$$

Poiché θ varia da 0 a π, la curva è una semicirconferenza.

Esercizio 2 - iii



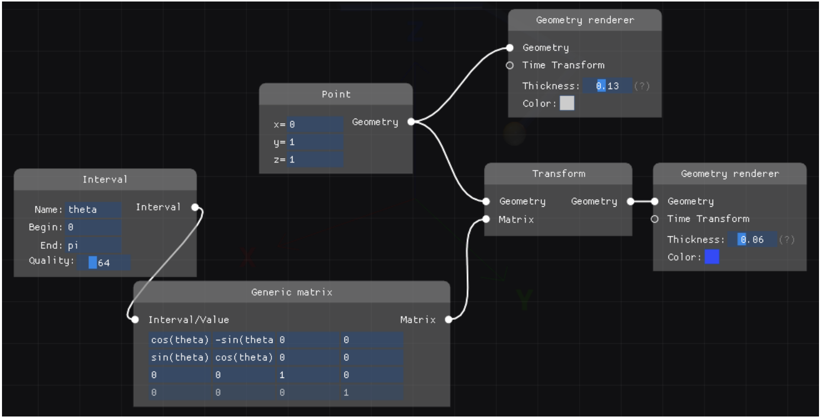
Esercizio 2 - iv

Nel FranzPlot è possibile scrivere matrici parametriche e usare il nodo `Transform` per applicare una trasformazione parametrica a una geometria 0D o 1D (punto o curva).

- Nota: non è possibile applicare trasformazioni parametriche a primitive come cubi, dadi, ecc

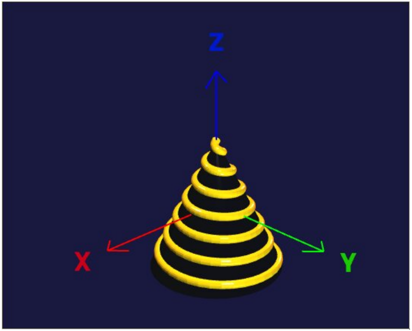
Per scrivere una trasformazione parametrica, è sufficiente usare il nodo `Generic Matrix`, collegare in input l'`Interval` del parametro da usare, e scrivere espressioni contenenti il parametro all'interno della matrice.

Esercizio 2 - v



Come sempre il nome del parametro è a scelta (`theta`, `t`, `r`, sono tutti validi). L'importante é essere **consistenti**.

Esercizio 3: Spirale conica



Determinare la curva parametrica che descrive il filo avvolto sul cono (da `primitive`).

Esercizio 3-ii

La curva è data dalla rotazione di un punto intorno all'asse, con raggio variabile, composta con una traslazione lungo lo stesso asse, quindi si tratta di un'elica conica.

$$\mathcal{C} : \begin{cases} x(t) = at\cos t \\ y(t) = at\sin t \\ z(t) = ct + d \qquad t_I \leq t \leq 0 \end{cases}$$

Il rapporto fra a e c è legato alla semiapertura del cono. Usiamo valori di t negativi per disegnare il tratto inferiore dell'elica conica e d per traslare il vertice lungo z.

Esercizio 4: Sole/Terra/Luna

L'equazione parametrica della circonferenza, ad esempio:

$$\mathcal{C} : \begin{cases} x(t) = a\cos t \\ y(t) = a\sin t \\ z(t) = 0 \end{cases}$$

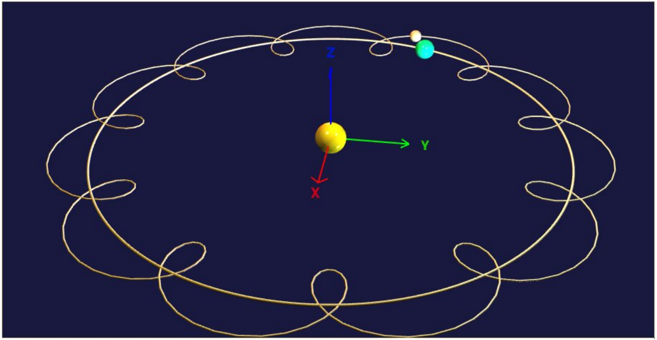
è utile anche per descrivere l'orbita dei corpi celesti.
Ponendo il sole al centro del sistema di riferimento, scrivere la curva che descrive il moto di un pianeta e di un suo satellite.

Suggerimento

Per ogni valore del parametro t, il moto del satellite rispetto al pianeta può essere visto come una rotazione attorno al centro degli assi traslato della posizione del pianeta.

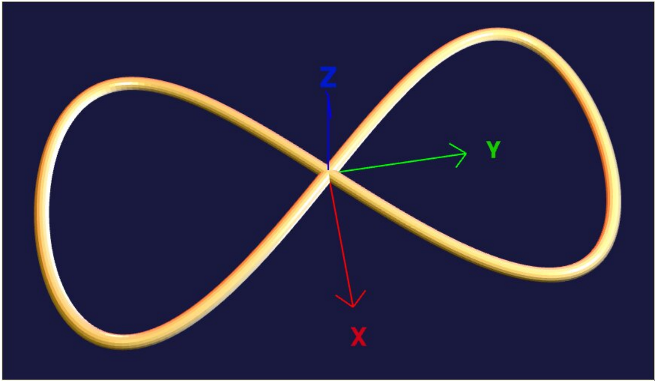
- Rappresentare lo stesso sistema utilizzando punti e/o sfere ed il nodo `time transform`.

Esercizio 4 - ii



Una curva come quella in figura è qualitativamente l'unico tipo di curva osservabile?

Esercizio 5



Determinare la forma della equazione parametrica che descrive questa curva.