

Curve e Superfici per il Design

Laboratorio 6 - Curve di Bezier

Prof.ssa Anna Scotti

28 Maggio 2019

Materiali

Nella con il materiale di oggi troverete:

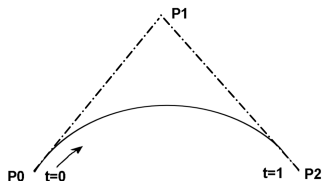
- ▶ Questa presentazione (lab6.pdf)

Nella cartella 'Materiale Lab.' troverete invece:

- ▶ Il file trasformazioni_ref.pdf

FranzPlot è scaricabile dalla cartella 'franzplot-DCS'

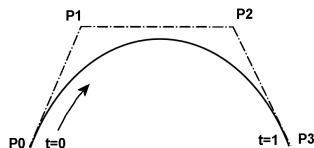
Curve di Bezier di ordine 2



$$\mathbf{x} = (1 - t)^2 \mathbf{p}_0 + 2t(1 - t) \mathbf{p}_1 + t^2 \mathbf{p}_2$$

- ▶ Tangente in $t = 0$: $2(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_0)$
- ▶ Tangente in $t = 1$: $2(\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1)$

Curve di Bezier di ordine 3



$$\mathbf{x} = (1 - t)^3 \mathbf{p}_0 + 3t(1 - t)^2 \mathbf{p}_1 + 3t^2(1 - t) \mathbf{p}_2 + t^3 \mathbf{p}_3$$

- ▶ Tangente in $t = 0$: $3(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_0)$
- ▶ Tangente in $t = 1$: $3(\mathbf{p}_3 - \mathbf{p}_2)$

Esercizio 1

- ▶ Rappresentare la curva di Bezier i cui punti di controllo siano:

$$P_0 = (0, 0, 0) \quad (1)$$

$$P_1 = (1, 0, 3) \quad (2)$$

$$P_2 = (2, 0, 1) \quad (3)$$

- ▶ Indicare i punti di controllo.
- ▶ Rappresentare la curva sia con il nodo 'curve' che con il nodo 'Bezier Curve' e mostrare che i due risultati corrispondono.

Esercizio 2

- Rappresentare la curva di Bezier i cui punti di controllo siano:

$$P_0 = (0, 0, 0) \quad (4)$$

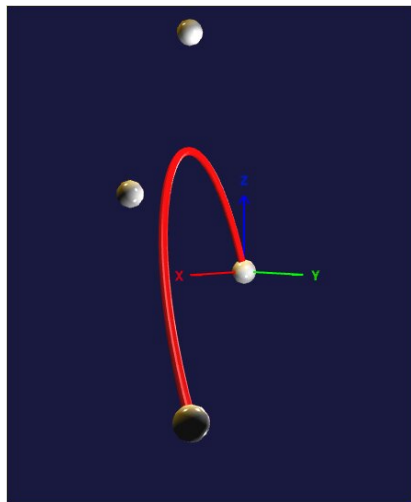
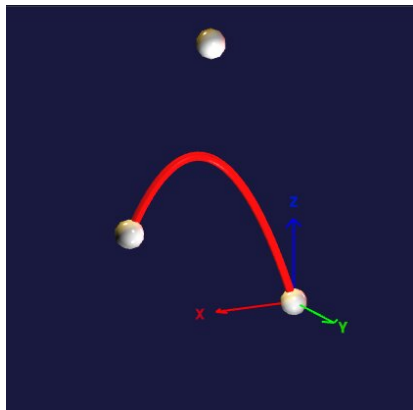
$$P_1 = (1, 0, 3) \quad (5)$$

$$P_2 = (2, 0, 1) \quad (6)$$

$$P_3 = (4, 3, -1) \quad (7)$$

- Rappresentare i punti di controllo e la curva.

Esercizi 1 e 2 - Risultati



Esercizio 3

- Rappresentare la curva di Bezier determinata dai punti

$$P_0 = (0, 0, 0)$$

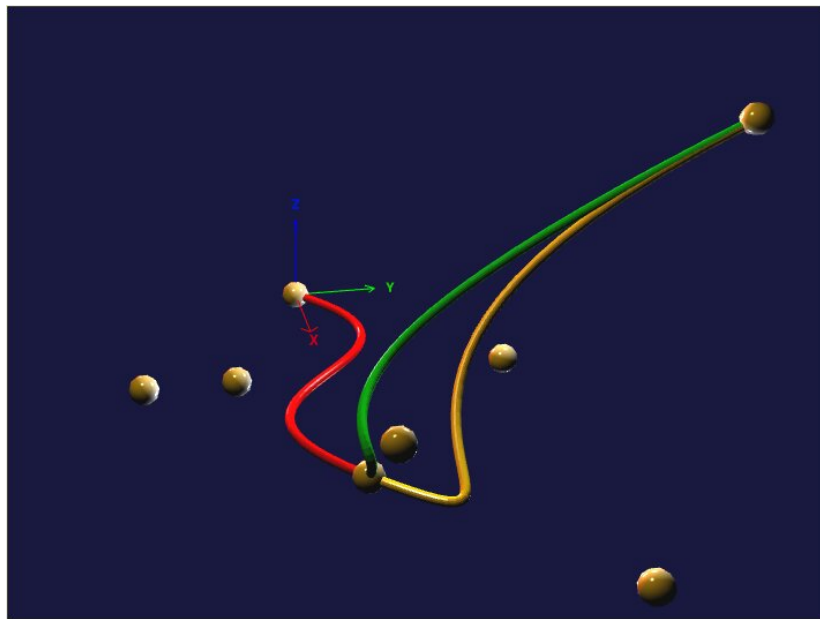
$$P_1 = (2, 2, 0)$$

$$P_2 = (2, -2, 0)$$

$$P_3 = (4, 0, 0)$$

- Rappresentare una curva di Bezier di ordine a scelta il cui punto di controllo iniziale (Q_0) corrisponda a P_3 ed il cui punto finale sia $(3, 4, 3)$. Al variare dei punti di controllo che considerazioni si possono fare sulle curve?

Esercizio 3 - i



Esercizio 4

- Rappresentare la curva di Bezier data dai punti:

$$P_0 = (0, 0, 0)$$

$$P_1 = (1, 0, 0)$$

$$P_2 = (1, 1, 0)$$

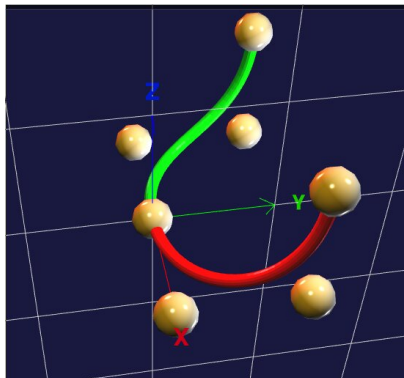
$$P_3 = (1, 1, 1)$$

- Calcolare e rappresentare la curva riflessa rispetto al piano y-z.
- Determinare se le due curve si raccordano con continuità.

Nota

Con le curve di Bezier posso applicare la trasformazione richiesta ai punti di controllo, quindi scrivere la curva riflessa usando i punti riflessi

Esercizio 4 - i



Esercizio 5

- Rappresentare la curva di Bezier $B1$ definita dai punti di controllo:

$$P_0 = (0, 0, 0)$$

$$P_1 = (2, 2, 0)$$

$$P_2 = (2, -2, 0)$$

$$P_3 = (4, 0, 0)$$

- Calcolare l'espressione della superficie che si ottiene trasladando la curva $B1$ della curva $B2$ seguente:

$$Q_0 = (0, 0, 0)$$

$$Q_1 = (1, 0, 1)$$

$$Q_2 = (-2, -1, 0)$$

$$Q_3 = (-1, 4, 3)$$

- Rappresentare la superficie e le curva $B2$.

Esercizio 6

- Fissati i punti:

$$P_0 = (0, 0, 0)$$

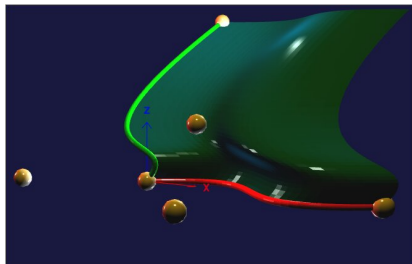
$$P_1 = (2, 0, 2)$$

$$P_2 = (1, -1, 3)$$

$$P_3 = (0, 1, 3)$$

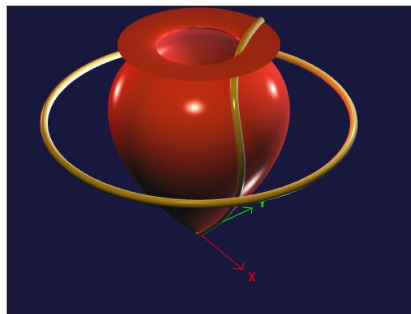
- Rappresentare la curva di Bezier, e la superficie che si ottiene componendo la curva con una rotazione di 2π attorno all'asse z .

Esercizi 5-6



← Es. 5

Es. 6 →



Raccordo tra curve di Bezier - i

Data una curva definita dai punti P_0, P_1, P_2, P_3 e dal parametro t e la curva definita dai punti Q_0, Q_1, Q_2, Q_3 e dal parametro s , è possibile raccorderle in 4 modi.

► $\mathbf{p}_0 = \mathbf{q}_3$: $t = 0, s = 1$ e
 $3(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_0) = 3(\mathbf{q}_3 - \mathbf{q}_2)$
(Caso A);

► $\mathbf{p}_3 = \mathbf{q}_0$: $t = 1, s = 0$ e
 $3(\mathbf{p}_3 - \mathbf{p}_2) = 3(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_0)$
(Caso B);

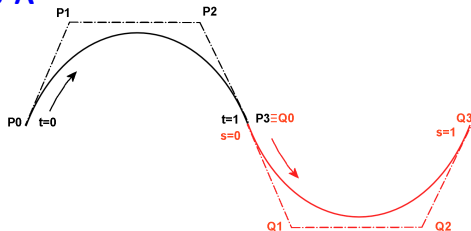
► $\mathbf{p}_0 = \mathbf{q}_0$: $t = 0, s = 0$ e
 $3(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_0) = -3(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_0)$
(Caso C);

► $\mathbf{p}_3 = \mathbf{q}_3$: $t = 1, s = 1$ e
 $3(\mathbf{p}_3 - \mathbf{p}_2) = -3(\mathbf{q}_3 - \mathbf{q}_2)$
(Caso D);

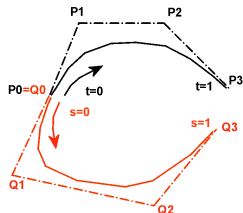
Nota: nei casi C e D la connessione è liscia ma non c'è continuità della tangente!! (cambio di segno)

Raccordo tra curve di Bezier - ii

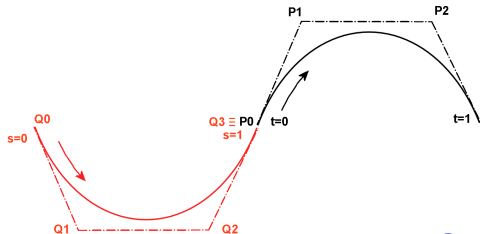
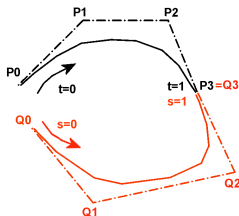
Caso A



Caso C



Caso D



Caso B