Algoritmos y estructuras de datos II
Complejidad I

Carlos Gustavo Lopez Pombo
(Charlie)

Departamento de Computación,
Facultad de ciencias exactas y naturales,
Universidad de Buenos Aires

Complejidad

Desde un punto de vista **práctico** no todo algoritmo que satisface una especificación da lo mismo.

Veamos un ejemplo...

Complejidad

```
void max_min (int *datos, int cant, int &max, int &min){
    max = datos[0];
    for (int i = 1; i < cant; i++)
        if (max < datos[i]) then max = datos[i];
    min = datos[0];
    for (int i = 1; i < cant; i++)
        if (min > datos[i]) then min = datos[i];
}
```

Complejidad

```
void max_min (int *datos, int cant, int &max, int &min){
        max = datos[0], min = datos[0];
        for (int i = 1; i < cant; i++){
            if (max < datos[i]) then max = datos[i];
            if (min > datos[i]) then max = datos[i];
        }
}
```

Complejidad

Existen dos tipos de **complejidad**, la **temporal** y **espacial**, y sirven para saber cuanto nos cuesta resolver un problema en tiempo y espacio.

En la materia sólo nos preocuparemos por la **complejidad temporal**

¿Siempre podemos abstraernos de la complejidad espacial?

Complejidad

¿Cómo podemos medir el costo temporal de un algoritmo?

Complejidad

¿Cómo podemos medir el costo temporal de un algoritmo?

Debiéramos encontrar una métrica que sea independiente de la "máquina" en la que se ejecuta...

Complejidad

¿Cómo podemos medir el costo temporal de un algoritmo?

Debiéramos encontrar una métrica que sea independiente de la "máquina" en la que se ejecuta...

... e incluso del lenguaje en el que está implementado

Complejidad

¿Cuánto tiempo nos cuesta resolver el problema de buscar el máximo y el mínimo con este algoritmo?

```
void max_min (int *datos, int cant, int &max, int &min){
    max = datos[0];
    for (int i = 1; i < cant; i++)
        if (max < datos[i]) then max = datos[i];
    min = datos[0];
    for (int i = 1; i < cant; i++)
        if (min > datos[i]) then min = datos[i];
}
```

Complejidad

¿Cuánto tiempo nos cuesta resolver el problema de buscar el máximo y el mínimo con este algoritmo?

```
void max_min (int *datos, int cant, int &max, int &min){
    max = datos[0];                                          c1
    for (int i = 1; i < cant; i++)                           cant*c2
        if (max < datos[i]) then max = datos[i];             cant*c3
    min = datos[0];                                          c4
    for (int i = 1; i < cant; i++)                           cant*c5
        if (min > datos[i]) then min = datos[i];             cant*c6
}
```

Complejidad

¿Cuánto tiempo nos cuesta resolver el problema de buscar el máximo y el mínimo con este algoritmo?

```
void max_min (int *datos, int cant, int &max, int &min){
max = datos[0], min = datos[0];
for (int i = 1; i < cant; i++){
      if (max < datos[i]) then max = datos[i];
      if (min > datos[i]) then max = datos[i];
     }
}
```

Complejidad

¿Cuánto tiempo nos cuesta resolver el problema de buscar el máximo y el mínimo con este algoritmo?

```
void max_min (int *datos, int cant, int &max, int &min){
max = datos[0], min = datos[0];                          2*c1'
for (int i = 1; i < cant; i++){                          cant*c2'
     if (max < datos[i]) then max = datos[i];            cant*c3'
     if (min > datos[i]) then max = datos[i];            cant*c4'
    }
}
```

Complejidad

¿Cuál de los dos algoritmos es mejor, el que tarda *c1+cant*c2+cant*c3+c4+cant*c5+cant*c6*, o el que tarda *c1'+cant*c2'+cant*c3'+cant*c4'*?

Complejidad

¿Cuál de los dos algoritmos es mejor, el que tarda *c1+cant*c2+cant*c3+c4+cant*c5+cant*c6*, o el que tarda *c1'+cant*c2'+cant*c3'+cant*c4'*?

¿Qué es lo que expresan las constantes?

Complejidad

¿Cuál de los dos algoritmos es mejor, el que tarda *c1+cant*c2+cant*c3+c4+cant*c5+cant*c6*, o el que tarda *c1'+cant*c2'+cant*c3'+cant*c4'*?

¿Qué es lo que expresan las constantes?

Las constantes reflejan el costo de las operaciones elementales en el lenguaje y plataforma puntual en la que se ejecuta el algoritmo

Complejidad

¿Cuál de los dos algoritmos es mejor, el que tarda *c1+cant*c2+cant*c3+c4+cant*c5+cant*c6*, o el que tarda *c1'+cant*c2'+cant*c3'+cant*c4'*?

¿Qué es lo que expresan las constantes?

Las constantes reflejan el costo de las operaciones elementales en el lenguaje y plataforma puntual en la que se ejecuta el algoritmo

Es decir, aquello de lo que queremos abstraernos...

Complejidad

Clases de funciones

Para poder abstraernos de las constantes, deberemos poder clasificar las funciones de acuerdo a su razón de crecimiento...

Para ello, lo que se hace es determinar cotas ajustadas por encima y por debajo que permiten reflejar esta razón.

Complejidad

Volviendo a nuestro ejemplo, ¿cuántas veces se ejecutan las asignaciones que figuran en los **then** realmente?

```
void max_min (int *datos, int cant, int &max, int &min){
max = datos[0], min = datos[0];                          2*c1'
for (int i = 1; i < cant; i++){                          cant*c2'
     if (max < datos[i]) then max = datos[i];            cant*c3'
     if (min > datos[i]) then max = datos[i];            cant*c4'
    }
}
```

Complejidad

Clases de funciones

Podría ser 0 en el **mejor** de los casos y nuestro algoritmo sería más eficiente,

podría ser cant en el **peor** de los casos y nuestro algoritmo tendría su peor rendimiento, o

podríamos asumir que es cant/2 en un caso **promedio** y tendríamos una idea general de su rendimiento

Complejidad

Clases de funciones

Cada una de estas suposiciones nos brinda una mirada sobre el comportamiento de nuestro algoritmo:

peor: tendremos la certeza de cuál es el máximo tiempo necesario para ejecutar nuestro algoritmo,

mejor: nos brinda una cota de lo más rápido que nuestro algoritmo consigue ejecutar, y

promedio: nos proporciona una mirada equilibrada entre peor y mejor caso del tiempo que toma ejecutar nuestro algoritmo.

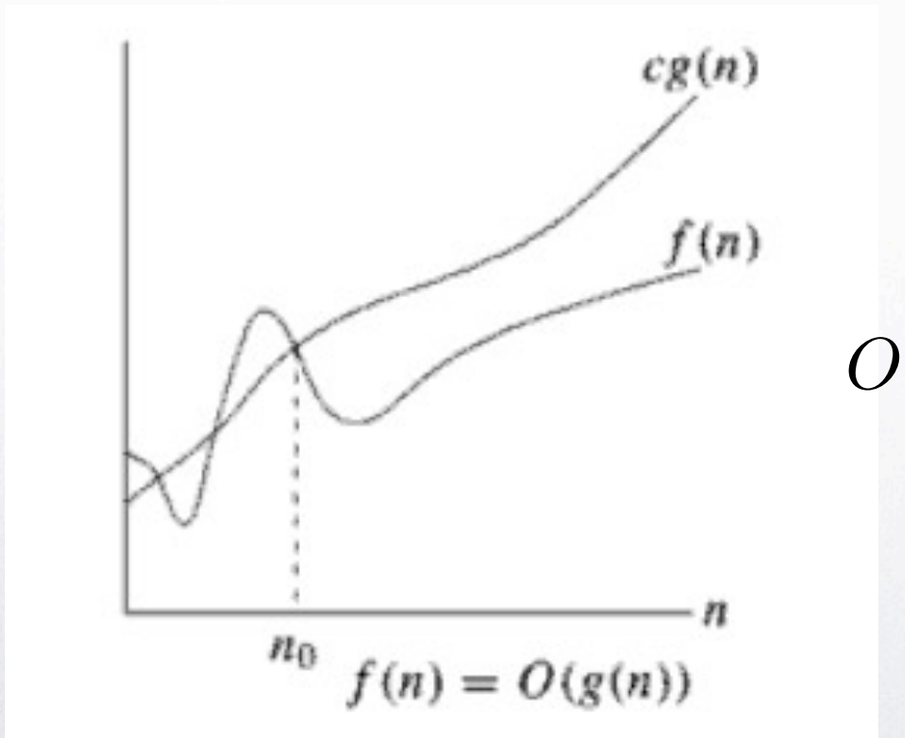
Complejidad

Clases de funciones

Para cada uno de estos análisis se puede definir una **clase de funciones** que se comportan "igual" a una dada y así probar si nuestro algoritmo pertenece o no a dicha clase caracterizando así su **complejidad temporal**

Complejidad

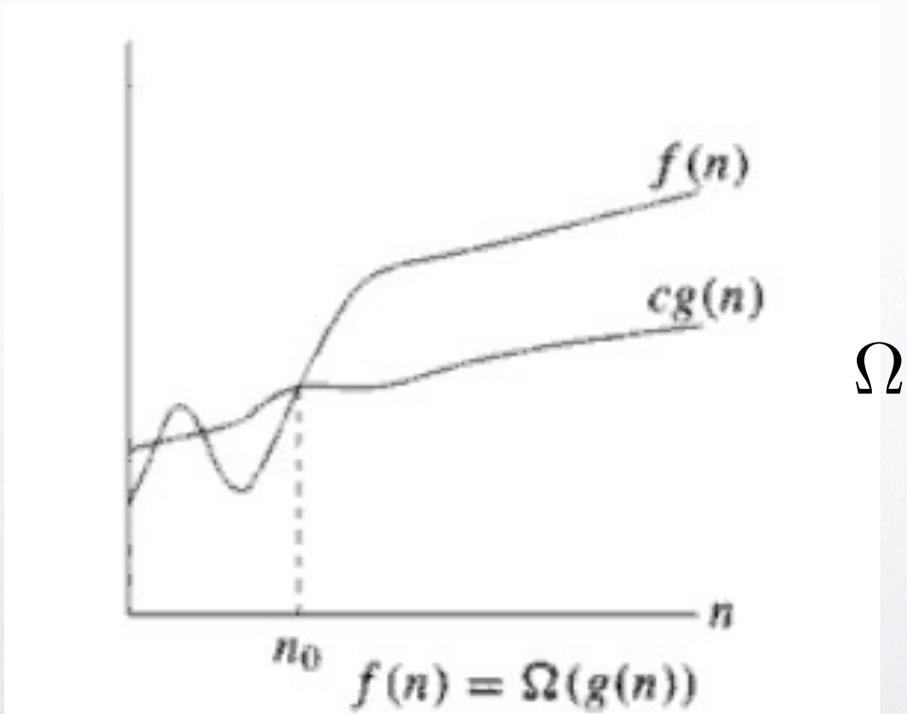
La clase $O(g(n))$



$$O(g(n)) = \{f(n)|(\exists c, x_o)(\forall x_0 \leq x)(f(x) < c * g(x))\}$$

Complejidad

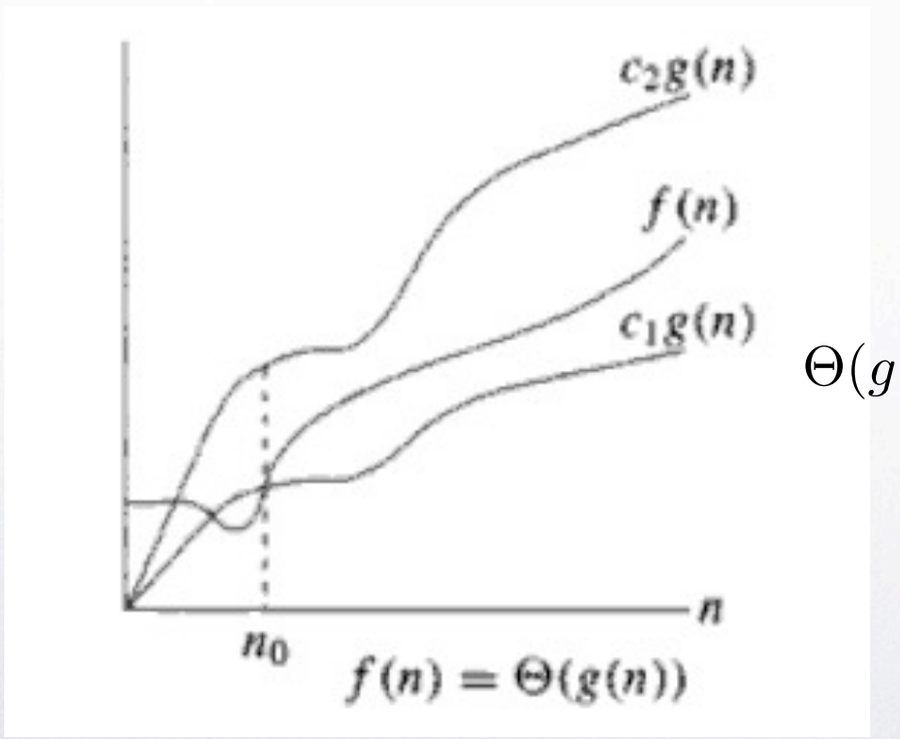
La clase $\Omega(g(n))$



$$\Omega(g(n)) = \{f(n)|(\exists c, x_o)(\forall x_0 \leq x)(c * g(x)) < f(x)\}$$

Complejidad

La clase $\Theta(g(n))$



$$\Theta(g(n)) = \{f(n)|(\exists c_1, c_2, x_o)(\forall x_0 \leq x)(c_1 * g(x)) < f(x) \leq c_2 * g(x))\}$$

Complejidad

Complejidad de un algoritmo

Luego, dada la función de costo de un algoritmo particular, se puede probar su pertenencia a una clase de funciones determinada.

Veamos un ejemplo...

Repaso

- Presentamos el concepto naïf de costo temporal de un algoritmo
- Formalizamos varias nociones de complejidad de un algoritmo usando clases de funciones
- Presentamos un pequeño ejemplo de cómo usarlas.

¡Es todo por hoy!

¡Es todo por hoy!