Aktivitet: Gauss' lov

Nis Sarup 201078

24. februar 2010

SDU - Det Tekniske Fakultet
Kursus: FD-DDF1-U1-1-E09
Vejleder: Rene
Projektperiode: 25. september - 14. december 2009

1 Opgave 1

Kraften på en testmasse i et tyngdefelt er:

$$\vec{F} = G \cdot \frac{m \cdot m_0}{r^2} \cdot \vec{r} \tag{1}$$

Det ligner til forveksling kraften for en punktladning i et elektriskfelt:

$$\vec{F} = k \cdot \frac{q \cdot q_0}{r^2} \cdot \vec{r} \tag{2}$$

For at finde tyngdefeltet, $\vec{T}$, skal vi dividere kraften med testmassen:

$$\vec{T} = \frac{\vec{F}}{m_0} = G \cdot \frac{m}{r^2} \cdot \vec{r} \tag{3}$$

Hvilket er udtrukket for tygndefeltet opstillet på samme måde som Gauss' lov:

$$\vec{E} = k \cdot \frac{q}{r^2} \cdot \vec{r} \tag{4}$$

Hvis tyngdefeltet skal beregnes hvor testmassen ligger uden for jorden er det bare ligning 3 der skal bruges. Skal tyngdefeltet beregnes inden for jorden, skal der tages højde for at det ikke er hele jordens massen der påvirker testmassen. Da vi snakker om Gauss flader vi intelligent har lagt så tyngdekraftvektorerne ligger vinkelret på overfladen af Gaussfladen vil tyngdefeltet fra den del af jordens masse der ligger uden for Gaussfladen være lig nul, da tyngdekraften på en del af Gaussfladen ophæves af tyngdekraften på den dimentralt modsatte del af Gaussfladen. Ergo kan vi opsætte formlen således:

$$T = \frac{\vec{F}}{m_0} = G \cdot \frac{m'}{r^2} \tag{5}$$

Hvor m' er den del af jordens masse der ligger inden for Gaussfladen. Hvis vi antager at tyngden i jorden er ligeligt fordelt kan vi sige at forholdet mellem hele tyngden af jorden og dens volumen, må være lig forholdet mellem tyngden af den del af jorden inden for Gaussfladen og volumen af Gaussfladen:

$$\begin{aligned} \frac{m'}{\frac{4}{3}\pi r^3} &= \frac{m}{\frac{4}{3}\pi R^3} \Rightarrow \\ m' &= q\frac{r^3}{R^3} \end{aligned} \tag{6}$$

Hvor r er Gaussfladens raidus og R er jordens radius. Putter man det ind i ligning 5 får man:

$$E = (\frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^3})r \tag{7}$$

2 Opgave 2

2.1 Del a

Uden at have noget udtryk for det vil jeg mene at den eneste pertikel der ikke bidrager med et elektrisk felt i punktet P er q_3, da de tre andre partikler "spærrer"for dens feltlinjer ved at have samme ladning og derved skubber dem væk. Dog kan der argumenteres for at q_3 vil have en indflydelse på de tre andre partiklers feltlinjer, og at q_3 derved også har en indflydelse på det elektriske felt i punktet P

2.2 Del b

Netto fluxen gennem en Gaussflade er defineret ved summen af de indkapslede ladninger delt med ϵ_0, ergo er fluxen fra q_1 og q_2 størst:

$$\Phi = \frac{q_1 + q_2}{\epsilon_0} \tag{8}$$

3 Opgave 3

3.1 Del a

Fluxen igennem bundfladen vil være det samme som fluxen igennem topfladen, dog med omvendt fortegn. Fluxen gennem sidevæggen vil være lig nul, da væggen er parallel med det elektriske felt. Den elektriske flus vil derfor være lig nul. Endefladerne ophæver hinanden, og sidevæggen bidrager ikke. Den elektriske flux vil derfor være det samme for dem alle sammen og lig nul.

3.2 Del b

4 Opgave 4

Vi har formlen for netto flux gennem en lukket flade:

$$\Phi = \frac{q_{enc}}{\epsilon_0} \tag{9}$$

Da en terning er lavet af seks lige store dele må fluxen gennem en side være en sjettedel af den samlede flux:

$$\Phi_{\frac{1}{6}} = \frac{q}{\epsilon_0} \cdot \frac{1}{6} \tag{10}$$

5 Opgave 5

5.1 Del a

Da ladningen ligger i overfladen af metalpladen vil den Gaussflade med størst toppladeareal omslutte den største ladning. Rækkefølgen vil derfor være S_3, S_2, S_1.

5.2 Del b

Vi har formlen for størrelsen det elektriske felt ved endefladen på et legeme halvt nedsænket i en leder:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \tag{11}$$

Da overfladearealet ikke indgår i formlen har det ikke nogen indflydelse. Størrelsen af det elektriske felt ved topfladerne må derfor være det samme for alle tre Gaussflader.

5.3 Del c

Det elektriske felt inde i en leder er lig nul og derfor må den elektriske flux igennem bundfladerne også være lig nul.

6 Opgave 6

Hvis vi satte metalkassen om A ville der dannes en ladning på indersiden af kassen og den modsatte ladning på ydersiden af kassen. Dette vil gøre at B stadig er under indflydelse af et elektrisk felt.

Sætter man derimod B ind i kassen vil A skabe en elektrisk ladning på ydersiden vendt mod A og en modsat ladet ladning på ydersiden af kassen vendt væk fra A. B vil derfor ikke være påvirket af noget felt.

7 Opgave 7

Den inderste kugle har ladningen q den inderste skal vil så få en ladning på indersiden på $-q$ og ladningen på ydersiden vil så være $4q$ da nettoladningen skal være $3q$. Den ydersteskal vil så få en ladning på indersiden på $-4q$ og på ydersiden $9q$ da nettoladningen skal være $5q$. Vi får så Elektriske felter for Gaussfladerne, G_1, G_2, G_3 på:

$$\begin{aligned}
E_{G1} &= k \cdot \frac{q}{r^2} \\
E_{G2} &= k \cdot \frac{4q}{(2r)^2} = k \cdot \frac{4q}{4r^2} = k \cdot \frac{q}{r^2} \\
E_{G3} &= k \cdot \frac{9q}{(3r)^2} = k \cdot \frac{9q}{9r^2} = k \cdot \frac{q}{r^2} \Rightarrow \\
E_{G1} &= E_{G2} = E_{G3} \qquad (12)
\end{aligned}$$

Som det kan ses er størrelsen af det elektriske felt på de tre Gaussflader ens.