

Opgave 4

Vis Laplace transformationen af $f(t)$ kan skrives $F(s)$:

$$f(t) = 1 - e^{-\alpha t}$$

$$F(s) = \frac{\alpha}{s(s + \alpha)}$$

Det gøres som følger:

$$F(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} \cdot f(t) dt$$

$$F(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} \cdot (1 - e^{-\alpha t}) dt$$

$$F(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} - e^{-(s+\alpha)t} dt$$

$$F(s) = \left[\frac{e^{-st}}{-s} - \frac{e^{-(s+\alpha)t}}{s+\alpha} \right]_0^{\infty}$$

Derefter indsættes grænserne:

$$F(s) = -\left(\frac{1}{-s} + \frac{1}{s+\alpha} \right)$$

$$F(s) = \frac{-1}{-s} - \frac{1}{s+\alpha}$$

$$F(s) = \frac{1}{s} - \frac{1}{s+\alpha}$$

$$F(s) = \frac{s+\alpha}{s(s+\alpha)} - \frac{s}{s(s+\alpha)}$$

$$F(s) = \frac{\alpha}{s(s+\alpha)}$$

Hvilket var hvad vi skulle vise.