Opgave 2

$$K(x,y) = \begin{matrix} ye^{xy} - y^2 \\ xe^{xy} - 2xy + 1 \end{matrix}$$

a) Er vektorfeltet K konservativt?

Hvis de to koordinater i K differentieret med hensyn til henholdsvis y og x giver det samme er vektorfeltet konservativt.

$$\frac{\partial K_y}{\partial x} = (xy+1)e^{xy} - 2y$$

$$\frac{\partial K_x}{\partial y} = (xy+1)e^{xy} - 2y$$

Ja, det er det.

b) Bestemt kurveintegralet:

Udtryk for bestemmelse af kurveintegraler forkonservative vektorfelter:

$$\int_A^B K\,dr = \phi(B) - \phi(A)$$

Φ er potentialfunktionen for vektorfeltet K.

$$K = \nabla\phi = \frac{\partial\phi}{\partial x} i + \frac{\partial\phi}{\partial y} j$$

$$\phi_1 = e^{xy} - xy^2 + f(y)$$

$$\phi_2 = e^{xy} - xy^2 + y + g(x)$$

Φ kan så isoleres til:

$$\phi = e^{xy} - xy^2 + y$$

Så kan grænserne indsættes:

$$\phi(0,2) - \phi(2,0) = (e^{0\cdot 2} - 0\cdot 2^2 + 2) - (e^{2\cdot 0} - 2\cdot 0^2 + 0) = 3 - 1 = 2$$