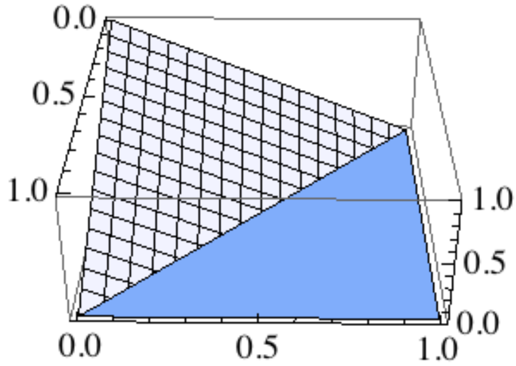
Opgave 3
Bestem fluxen op ad fladen s.

Fladen s er givet ved:

$$z = 1 - x - y$$

I første oktant.



Og vektorfeltet er beskrevet ved:

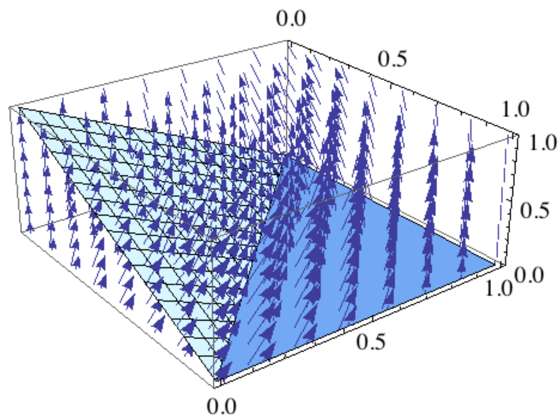
$$F(x,y,z) = \begin{pmatrix} -y \\ x \\ 2 \end{pmatrix}$$

Fluxen kan findes ved at finde kurveintegralet, hvilket er givet ved:

$$\iint_s \vec{F} \bullet d\vec{s}$$

Først findes normalvektoren til s, $d\vec{s}$:

$$d\vec{s} = \begin{pmatrix} -\frac{dz}{dx} \\ -\frac{dz}{dy} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} dxdy$$



Dette sættes ind i kurveintegralet:

$$\iint_s \begin{pmatrix} -y \\ x \\ 2 \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} dx\,dy = \iint_s (-y + x + 2)\,dx\,dy$$

Integralegrænserne findes ud fra fladens ligning.

$$x = 1, y = 1, z = 1$$

De kan så sættes ind i kurveintegralet og fluxen findes:

$$\iint_s \vec{F} \bullet d\vec{s} = \int_{y=0}^{y=1} \int_{x=0}^{x=1} (-y + x + 2)\,dxdy$$

$$= \int_{y=0}^{y=1} \left[-yx + \frac{1}{2}x^2 + 2x \right]_{x=0}^{x=1} dy$$

$$= \int_{y=0}^{y=1} \left(-y + \frac{1}{2} + 2 \right) dy$$

$$= \left[-\frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{2}y + 2 \right]_{y=0}^{y=1}$$

$$= -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 2$$

$$= 2$$