Opgave 5

Anvend Laplace transformationen til at løse differentialligningen

$$iR - L\frac{di}{dt} = t$$

Transformerer over i tidsdomænet:

$$\ell(i(t)) = I(s)$$

Jeg anvender det generelle udtryk for Laplace for en afledt funktion:

$$\ell\left(\frac{di}{dt}\right) = sI(s) - i(0) = sI(s)$$

$$\ell(t) = \frac{1}{s^2}$$

Dette sættes ind og I(s) isoleres:

$$I(s)R - LsI(s) = \frac{1}{s^2}$$

$$I(s) = \frac{1}{s^2(R - Ls)}$$

Den deles op i partialbrøker:

$$I(s) = \frac{A}{s} + \frac{B}{s^2} + \frac{C}{R - Ls}$$

Den ganges med $s^2(R - Ls)$:

$$1 = As(R - Ls) + B(R - Ls) + Cs^2$$

Sættes s = 0 findes:

$$B = \frac{1}{R}$$

Sættes s = R/L så R-Ls = 0 findes:

$$C = \frac{L^2}{R^2}$$

Ved at se på s' koefficienter og at indsætte det vi har fundet B til, findes:

$$A = \frac{L}{R^2}$$

De fundne værdier sættes ind:

$$I(s) = \frac{L}{R^2 s} + \frac{1}{Rs^2} + \frac{L^2}{R^2(R - Ls)}$$

$$I(s) = \frac{L}{R^2 s} + \frac{1}{Rs^2} + \frac{L}{R^2\left(\frac{R}{L} - s\right)}$$

Ved invers Laplace på alle ledene fås:

$$i(t) = \frac{L}{R^2} + \frac{t}{R} + \frac{L}{R^2} e^{\frac{tR}{L}}$$