SCMA 322 Homework 2

August 26, 2021

1. กำหนดให้ $A \neq \emptyset$ เป็นสับเชตของจำนวนจริงที่มีขอบเขตล่าง นิยามเซต $-A = \{-a \mid a \in A\}$ จงแสดงว่า

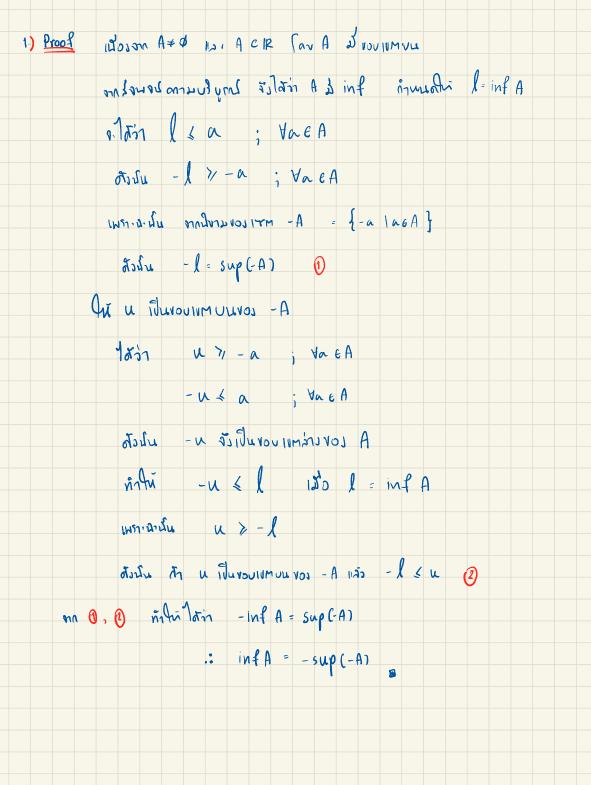
 $\operatorname{Ardim} \operatorname{Ju} \operatorname{Marie} - \operatorname{sup}(-A)$

- 2. กำหนดให้ $\mathbb{I}=\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}$ เป็นเชตของจำนวนอตรรกยะ จงพิสูจน์ว่า สำหรับจำนวนจริงใด ๆ a< b จะมี $x\in\mathbb{I}$ โดยที่ a< x< b Hint: แสดงว่า $\{r+\sqrt{2}\mid r\in\mathbb{Q}\}\subset\mathbb{I}$
- 3. จงแสดงว่า Complex field ไม่สามารถเป็น ordered field ได้
- 4. สำหรับ $x=(x_1,x_2)\in\mathbb{R}^2$ นิยาม $\|x\|_1=|x_1|+|x_2|$ จงแสดงว่า $\|\cdot\|_1$ เป็น norm (ซึ่งเรียกว่า l_1 -norm)
- 5. (Optional) การพิสูจน์ Cauchy-Schwarz inequality

$$|x \cdot y| \le ||x|| \cdot ||y||$$

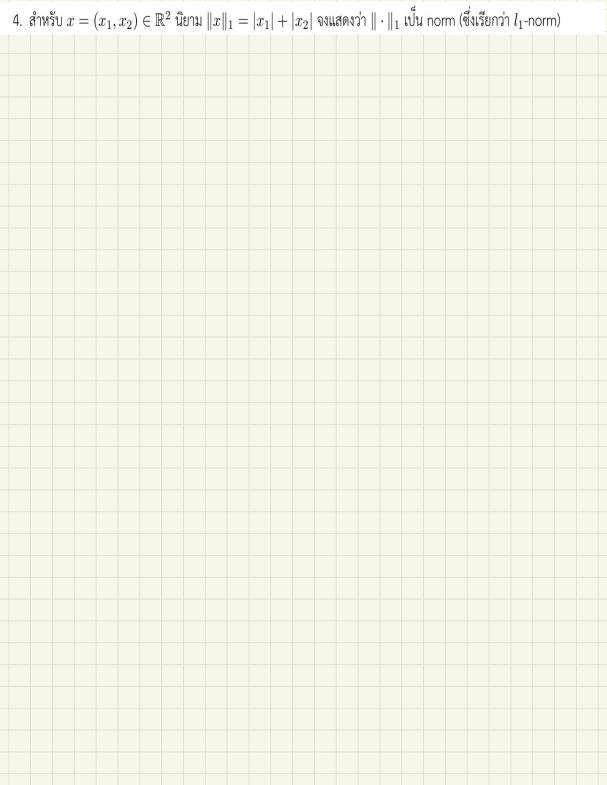
โดยใช้ฟังก์ชันกำลังสองดังนี้ สำหรับ $x,y\in\mathbb{R}^k$ พิจารณาฟังก์ชัน $f(t)=\|x+ty\|^2$ ของจำนวนจริง t เขียน f(t) ในรูป ของ at^2+bt+c เมื่อ $a,b,c\in\mathbb{R}$ และพิสูจน์บางอย่างเกี่ยวกับ b^2-4ac หากทราบว่า f(t) ไม่เป็นลบเสมอ

ส่งภายในวันที่ 5 กันยายน 23:59 น.



2. f	ท้าหนดให้ $\widehat{\mathbb{T}} = \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$	เป็นเซตของจำนวนอ	<u>ตรรกยะ</u> จงพิสูจน์ว่า	สำหรับจำนวนจริงใด	ๆ $a < b$ จะมี $x \in$	I
	โดยที่ $a < x < b$					
Proof (In red	ส่วนใน r=	k, lav Vk.	, kz e sinunum	โม	
			K2			
	הלאעעה	r+12 & I				
	แรดเว่า	Y + 12 =	m ;	Vm,n & Snun	าเนก	
		<u>k</u> ₁ + [2 =	<u>m</u>			
		№ 2	A			
		6 =	m _ k1			
			$\frac{M-k_1}{N}$			
		12 =	mk ₂ - nk ₁			
			เป็นล้าแานห	155071	iga lo la 11 42	
2	rofi cI	-0				
ก้านแด	lvi √a, b eR	for a <				
					•	
9= din	a <r 6<="" <="" th=""><th>(mans)</th><th>อ โปนจำนาน ขางา</th><th>1 24 1120 4</th><th>วี จำนวน พรรคชา</th><th>4 to ace (b)</th></r>	(mans)	อ โปนจำนาน ขางา	1 24 1120 4	วี จำนวน พรรคชา	4 to ace (b)
Gri .	x = r+12			V		
			T	$-\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$		
พี่งารณ	n atte L	1+12 4 6+12		1		
ړ	3 a L a + \(\frac{1}{2}	\(\chi + \f2 \)	6 < 6+12			
mh	itan ac	r+12 < b				
	:. a< x	46				

3. จงแสดงว่า (Complex field ไม่สามารถเป็	็น ordered field ได้			
proof: 52	with complex f	ield idu ordered	d field		
	i eed lav				
Yı Yı	i eel lav	C = -1			
n	n del of ordered	field Ausum	n t≠o Não C	. พื่อ - ฮ่ สอเป็นบาก	
1 k 6m	ć is positive		ניים לי איין	Alamald .)	
	i.i > 0. t				
	-1 7 o 18	rtupialni			
05-{-}					
MmM Z	é is negative é (o	•			
	- i >0				
	- (· (· i) > o (- i)	2 . 2			
	-1 >0	igalolan1			
:	Complex field	1 denouble	ordered field	7ar	
	\ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \				



5.	(Op	tional	.) การเ	พิสูจน์	Cauch	ny-Sch	nwarz	inequ	ıality															
									$ x \cdot y $	$ y \le y $	x .	$\ y\ $												
	โดยใ	ใช้ฟังก์	์ชันกำลั	า้งสอง	ดังนี้ สำ	าหรับ	$x, y \in$	\mathbb{R}^{k}	พิจารถ	นาฟังก์	ชัน $f($	(t) =	x +	$ty ^2$	ของจำ	นวนจ'	ริง t เข็	เยน f	(t) ใน	รูป				
	ของ	at^2 -	+ bt +	- c เมื่	a, b	$c \in I$	R และ	พิสูจน์	บางอย	บ่างเกี่ย	วกับ $\it t$	$p^2 - 4$.ac и	ากทรา	บว่า f	(t) ไม่	็เป็นลง	ปเสมอ						