



# Model Antrian

Riset Operasi  
Politeknik Elektronika Negeri Surabaya



# Model Antrian pada OR

- Persoalan antrian yang ditangani pada bidang Riset Operasi diantaranya adalah Antrian yang berhubungan dengan pembelajaran pada *waiting line* (baris tunggu).
- Persoalan tersebut bukan teknik optimasi tapi lebih pada menentukan ukuran performansi dari baris tunggu, semisal rata-rata waktu yang diperlukan dalam antrian, rata-rata waktu pelayanan (service) yang dibutuhkan, dan utilitas dari fasilitas pelayanan..



# Model Antrian

- Model antrian menggunakan probabilitas dan model stokastik untuk menganalisa waiting lines, dan simulasi mengestimasi ukuran performansi yang menggambarkan keadaan yang terjadi pada system pada dunia nyata.
- Simulasi merupakan cara terbaik untuk mengobservasi keadaan system nyata.



# Perbedaan simulasi dan antrian

- Perbedaan utama diantara antrian dan simulasi adalah bahwa model antrian murni matematis, dalam hal ini memiliki asumsi yang spesifik yang membatasi ruang lingkup dari aplikasi. Pada sisi lain, simulasi bersifat fleksibel dan dapat digunakan untuk menganalisa secara praktis situasi dari antrian



# Fenomena antrian

- Fenomena antrian yang dapat dilihat dalam kehidupan sehari-hari. Semisal orang antri mengambil uang di atm, antri beli karcis, dll.). Atau berupa barang semisal mobil yang akan dicuci di tempat cuci mobil, dll).
- Lamanya waktu menunggu dalam antrian tergantung kecepatan pelayanan.
- Teori tentang antrian pertama dikemukakan oleh A.K. Erlang (1910)



# Contoh persoalan antrian

- Salah satu contoh persoalan pada antrian:
- Operator telepon yang menjadi kewalahan melayani para penelpon di waktu-waktu sibuk sehingga penelpon harus antri cukup lama menunggu giliran untuk dilayani.



# Macam-macam aturan antrian

- FIFO: First in First out
  - Kedatangan pelanggan pertama menerima pelayanan lebih dulu.
  - Contoh: Membeli tiket bioskop
- LIFO: Last in First out
  - Kedatangan terakhir menerima pelayanan lebih dulu.
  - Contoh: pembongkaran barang dari truk
- Random (acak)
  - Penerimaan pelayanan secara acak
  - Contoh: penanganan terhadap pasien gawat di rumah sakit, pengawasan mutu barang dalam quality control.

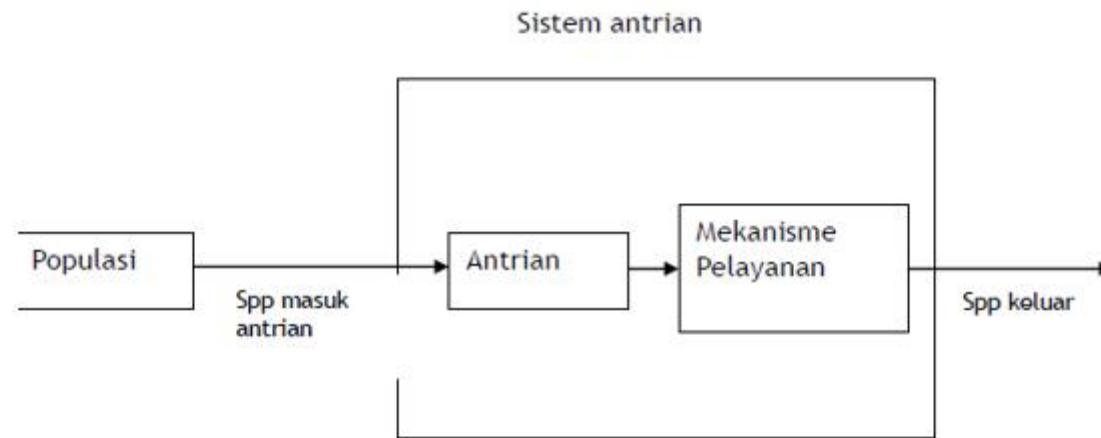


# Terminologi (istilah) dalam teori antrian

- Kedatangan (arrival): datangnya pelanggan (orang/barang) untuk dilayani. Mengikuti distribusi Poisson dan bebas thd kedatangan sebelum/sesudahnya.
- Waktu pelayanan: lama pelayanan sampai selesai
- Waktu menunggu: waktu menunggu untuk dilayani atau waktu menunggu selama dalam sistem
- Satuan penerima pelayanan (spp) = pelanggan = customer
- Pemberi pelayanan (pp) = server (orang: kasir, teller, penjual tiket ; barang: mesin otomatis)
- Rata-rata kedatangan (rrk): banyaknya kedatangan spp per satuan waktu.
- Rata-rata pelayanan (rrp): banyaknya pelayanan yang dapat diberikan dalam waktu tertentu.



# Struktur dasar model Antrian



Keterangan : spp = satuan penerima pelayanan

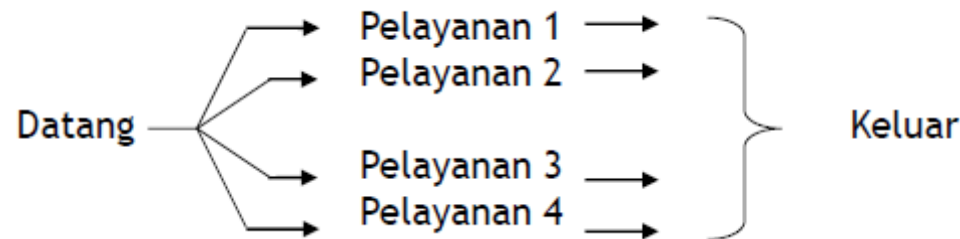


# Macam-macam struktur kedatangan dan pelayanan

- Berikut ini istilah-istilah yang harus diketahui dalam teori antrian :
- Satu barisan dan satu fase pelayanan
  - Datang  $\Rightarrow$  Pelayanan  $\Rightarrow$  Keluar
  - Contoh: seorang pelayan toko, seorang tukang cukur.
- Satu barisan dan beberapa fase/urutan pelayanan
  - Datang  $\Rightarrow$  Pelayanan fase 1  $\Rightarrow$  Pelayanan fase 2  $\Rightarrow$  Pelayanan fase 3  $\Rightarrow$  Keluar
  - Contoh: pengurusan ijin usaha, pendaftaran ulang mahasiswa.

# Macam-macam struktur kedatangan dan pelayanan

- Lanjutan istilah dalam teori antrian :
- Satu atau beberapa barisan dan lebih dari satu



- Contoh: pelayanan di bank dengan beberapa teller
- Satu atau beberapa barisan dan beberapa fase pelayanan
  - Contoh: pelayanan di rumah sakit oleh perawat



# Macam-macam struktur kedatangan dan pelayanan

- Lanjutan istilah dalam teori antrian :
- Campuran: Satu pelanggan dilayani beberapa pelayan dan keluar hanya dari satu pintu.

↻ Pelayanan 1 ↻  
Datang ⇒ Pelayanan 2 ⇒ Pelayanan akhir ⇒ Keluar  
↻ Pelayanan 3 ↻

- contoh: pelayanan di supermarket, dimana waktu belanja dilayani oleh beberapa pelayan tapi untuk keluar hanya melalui satu kasir.



# Contoh Model Antrian

- Kedatangan menurut saluran tunggal Poisson dengan rata-rata pelayanan eksponensial, memiliki ciri sebagai berikut :
  - Hanya ada satu unit pemberi pelayanan (pp).
  - Pelanggan (spp) datang mengikuti fungsi Poisson.
  - Rata-rata pelayanan mengikuti fungsi eksponensial dan bebas terhadap banyaknya pelanggan yang berada dalam antrian.
  - Kedatangan diperlakukan secara FIFO.



# Istilah penting dalam model antrian

- $\lambda$  (lamda) = rata-rata kedatangan
- banyaknya kedatangan pelanggan (spp) per satuan waktu.
- $\mu$  = rata-rata pelayanan
- banyaknya pelanggan (spp) yang dilayani per satuan waktu.
- $1/\mu$  = rata-rata waktu pelayanan untuk 1 pelanggan (spp)
- $n$  = banyaknya pelanggan (spp) dalam system antrian pada waktu  $t$



# Rumus-rumus pada model antrian

1. Probabilitas bahwa fasilitas pelayanan sedang menganggur/kosong ( $P_o$ ).

$$P_o = 1 - \frac{\lambda}{\mu}$$

2. Probabilitas bahwa ada  $n$  spp dalam sistem antrian, pada waktu  $t$  ( $P_n$ ).

$$P_n = \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^n \left( 1 - \frac{\lambda}{\mu} \right)$$

3. Rata-rata banyaknya pelanggan dalam sistem [ $E(n)$ ]  
termasuk yang belum menerima dan yang sedang menerima pelayanan.

$$E(n) = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}$$

4. Rata-rata panjangnya antrian [ $E(m)$ ]  
rata-rata banyaknya spp yang harus menunggu untuk memperoleh pelayanan.

$$E(m) = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$$



# Rumus-rumus pada model antrian

5. Rata-rata waktu seorang spp harus menunggu dalam sistem  $[E(v)]$  □ meliputi waktu sebelum dan sesudah dilayani.

$$E(v) = \frac{1}{\mu - \lambda}$$

6. Rata-rata waktu tunggu sebelum menerima pelayanan  $[E(w)]$

$$E(w) = E(v) - \frac{1}{\mu} = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)}$$

7. Rata-rata panjang antrian yang tidak kosong  $[E(m/m > 0)]$

$$E(m / m > 0) = \frac{\mu}{\mu - \lambda}$$

8. Rata-rata waktu suatu kedatangan tidak menunggu  $[E(w/w > 0)]$

$$E(w / w > 0) = \frac{1}{\mu - \lambda}$$





# Latihan soal

- Dalam suatu ruang praktek dokter, setiap 4 menit datang 1 pasien. Untuk melayani setiap pasien dibutuhkan waktu 2,5 menit. Jam kerja praktek dokter adalah jam 15.00 – 18.00. Hitunglah:
  - Banyaknya pasien yang bisa dilayani selama jam kerja. (*45 pasien*)
  - Rata-rata banyaknya pasien dalam sistem. (*1,66 pasien*)
  - Rata-rata panjang antrian. (*1,04 pasien*)
  - Rata-rata waktu menunggu seorang pasien dalam sistem. (*6,66 menit*)
  - Rata-rata waktu menunggu tiap pasien sebelum menerima pelayanan (antri). (*4,16 menit*)



# Latihan soal

- Kedatangan penelpon ke suatu telepon umum mengikuti fungsi poisson dengan rata-rata waktu 10 menit antara kedatangan satu dengan lainnya. Lamanya satu pembicaraan telepon rata-rata 3 menit dan mengikuti distribusi eksponensial. Hitunglah:
  - Probabilitas bahwa seorang penelpon yang datang ke telepon umum tersebut harus menunggu.  $(0,3)$
  - Rata-rata panjang antrian yang tidak kosong.  $(1,43 \text{ penelpon})$
  - Perusahaan telepon akan mendirikan tempat telepon umum yang kedua dengan syarat waktu menunggu suatu kedatangan penelpon hingga memperoleh giliran paling sedikit 3 menit. Berapa seharusnya banyaknya kedatangan sehingga tempat telepon umum yang kedua tersebut mempunyai alas an kuat untuk didirikan?  $(10 \text{ penelpon/jam atau } 1 \text{ penelpon setiap } 6 \text{ menit})$