

Pertemuan 10 : Model Transportasi (2)

Penyelesaian Solusi Awal & Optimalisasi dengan Metode MODI

Dosen : Tessy Badriyah

CONTOH KASUS

- Suatu perusahaan yang mempunyai 3 buah pabrik di W, H, P. Perusahaan menghadapi masalah alokasi hasil produksinya dari pabrik-pabrik tersebut ke gudang-gudang penjualan di A, B, C

Tabel Kapasitas pabrik

Pabrik	Kapasitas produksi tiap bulan
W	90 ton
H	60 ton
P	50 ton
Jumlah	200 ton

Tabel Kebutuhan gudang

Gudang	Kebutuhan tiap bulan
A	50 ton
B	110 ton
C	40 ton
Jumlah	200 ton

Tabel Biaya pengangkutan setiap ton dari pabrik W, H, P, ke gudang A, B, C

Dari	Biaya tiap ton (dalam ribuan Rp)		
	Ke gudang A	Ke gudang B	Ke gudang C
Pabrik W	20	5	8
Pabrik H	15	20	10
Pabrik P	25	10	19

Penyusunan Tabel Alokasi

Aturan

1. jumlah kebutuhan tiap-tiap gudang diletakkan pada baris terakhir
2. kapasitas tiap pabrik pada kolom terakhir
3. biaya pengangkutan diletakkan pada segi empat kecil

Dari \ Ke	Gudang A		Gudang B		Gudang C		Kapasitas Pabrik
Pabrik W	X_{11}	20	X_{12}	5	X_{13}	8	90
Pabrik H	X_{21}	15	X_{22}	20	X_{23}	10	60
Pabrik P	X_{31}	25	X_{32}	10	X_{33}	19	50
Kebutuhan Gudang	50		110		40		200

Representasi Model Transportasi

Tabel Alokasi

Ke Dari	Gudang A		Gudang B		Gudang C		Kapasitas Pabrik
Pabrik W	X_{11}	20	X_{12}	5	X_{13}	8	90
Pabrik H	X_{21}	15	X_{22}	20	X_{23}	10	60
Pabrik P	X_{31}	25	X_{32}	10	X_{33}	19	50
Kebutuhan Gudang	50		110		40		200

$$\text{Minimumkan } Z = 20X_{WA} + 15X_{HA} + 25X_{PA} + 5X_{WB} + 20X_{HB} + 10X_{PB} + 8X_{WC} + 10X_{HC} + 19X_{PC}$$

Batasan	$X_{WA} + X_{WB} + X_{WC} = 90$	$X_{WA} + X_{HA} + X_{PA} = 50$
	$X_{HA} + X_{HB} + X_{HC} = 60$	$X_{WB} + X_{HB} + X_{PB} = 110$
	$X_{PA} + X_{PB} + X_{PC} = 50$	$X_{WC} + X_{HC} + X_{PC} = 40$

Prosedur pemecahan persoalan Transportasi

- Untuk memecahkan persoalan Transportasi, maka langkah utama yang dilakukan adalah:
 1. Pertama, membuat table awal
 2. Setelah table awal dibuat, kemudian langkah utama yang kedua adalah melakukan prosedur iterative sampai dengan solusi optimum terpenuhi. Pada materi kuliah ini akan digunakan metode MODI
- Tabel awal antara lain dapat dibuat dengan dua metode, yaitu:
 1. Metode North West Corner (NWC) => dari pojok kiri atas ke pojok kanan bawah
Kelemahan : tidak memperhitungkan besarnya biaya sehingga kurang efisien.
 2. Metode biaya terkecil => mencari dan memenuhi yang biayanya terkecil dulu.
Lebih efisien dibanding metode NWC

Proses iterative setelah table awal dibuat

- Setelah tabel awal dibuat, tabel dapat dioptimalkan lagi dengan metode:
 1. Stepping Stone (batu loncatan)
 2. Modified Distribution Method (MODI)
 3. Vogel's Approximation Method (VAM).
- Pada materi kuliah ini solusi awal yang didapatkan akan dioptimalkan lagi menggunakan metode MODI.

Prosedur Alokasi dengan Northwest Corner Rule

1. Mulai dari sudut kiri atas dari $X_{1,1}$ dialokasikan sejumlah maksimum produk dengan melihat kapasitas pabrik dan kebutuhan gudang
2. Kemudian setelah itu, bila X_{ij} merupakan kotak terakhir yang dipilih dilanjutkan dengan mengalokasikan pada $X_{i,j+1}$ bila i mempunyai kapasitas yang tersisa
3. Bila tidak, alokasikan ke $X_{i+1,j}$, dan seterusnya sehingga semua kebutuhan telah terpenuhi

Tabel Alokasi tahap pertama dengan Metode Northwest Corner (NWC)

Ke Dari	Gudang A		Gudang B		Gudang C		Kapasitas Pabrik
Pabrik W	50	20	40	5		8	90
Pabrik H		15	60	20		10	60
Pabrik P		25	10	10	40	19	50
Kebutuhan Gudang	50		110		40		200

maka biaya transportasinya yang harus dibayar adalah

$$50(\text{Rp } 20,-) + 40(\text{Rp } 5,-) + 60(\text{Rp } 20,-) + 10(\text{Rp } 10,-) + 40(\text{Rp } 19,-) = \text{Rp } 3.260,-$$

Tabel Alokasi tahap pertama dengan Metode Biaya Terkecil

Ke Dari	Gudang A		Gudang B		Gudang C		Kapasitas Pabrik
Pabrik W		20	90	5		8	90
Pabrik H	50	15		20	10	10	60
Pabrik P		25	20	10	30	19	50
Kebutuhan Gudang	50		110		40		200

maka biaya transportasinya yang harus dibayar adalah

$$90(\text{Rp } 5,-) + 20(\text{Rp } 10,-) + 30(\text{Rp } 19,-) + 10(\text{Rp } 10,-) + 50(\text{Rp } 15,-) = \text{Rp } 2.070,-$$

Metode MODI (Modified Distribution)

Formulasi

$$R_i + K_j = C_{ij}$$

R_i = nilai baris i

K_j = nilai kolom j

C_{ij} = biaya pengangkutan dari
sumber i ke tujuan j

Metode MODI (Modified Distribution)

Langkah Penyelesaian

1. Isilah tabel pertama dari sudut kiri atas ke kanan bawah
2. Menentukan nilai baris dan kolom dengan cara:
 - Baris pertama selalu diberi nilai 0
 - Nilai baris yang lain dan nilai semua kolom ditentukan berdasarkan rumus $R_i + K_j = C_{ij}$.

Nilai baris W = $R_W = 0$

Mencari nilai kolom A:

$$R_W + K_A = C_{WA}$$

$$0 + K_A = 20, \text{ nilai kolom A} = K_A = 20$$

Mencari nilai kolom dan baris yg lain:

$$R_W + K_B = C_{WB}; 0 + K_B = 5; K_B = 5$$

$$R_H + K_B = C_{HB}; R_H + 5 = 20; R_H = 15$$

$$R_P + K_B = C_{PB}; R_P + 5 = 10; R_P = 5$$

$$R_P + K_C = C_{PC}; 5 + K_C = 19; K_C = 14$$

Tabel Pertama

Baris pertama = $R_W + K_A = C_{WA}$ $0 + K_A = 20; K_A = 20$ $R_W + K_B = C_{WB}$ $0 + K_B = 5; K_B = 5$ $R_P + K_C = C_{PC};$ $5 + K_C = 19; K_C = 14$							
Dari \ Ke	Gudang A = 20		Gudang B = 5		Gudang C = 14		Kapasitas Pabrik
Pabrik W = 0	50	20	40	5		8	90
Pabrik H = 15		15		20		10	60
Pabrik P = 5		25	10	10	40	19	50
Kebutuhan Gudang	50		110		40		200

FORMULASI

$$R_i + K_j = C_{ij}$$

3. Menghitung Indeks perbaikan

Indeks perbaikan adalah nilai dari segi empat kosong

Rumus : $C_{ij} - R_i - K_j = \text{indeks perbaikan}$

Tabel Indeks Perbaikan :

Segi empat kosong	$C_{ij} - R_i - K_j$	indeks perbaikan
HA	$15 - 15 - 20$	-20
PA	$25 - 5 - 20$	0
WC	$8 - 0 - 14$	-6
HC	$10 - 15 - 14$	-19

4. Memilih titik tolak perubahan

Segi empat yang merupakan titik tolak perubahan adalah segi empat yang indeks nya

yang memenuhi syarat adalah segi empat **HA** dan dipilih sebagai segi empat yang akan diisi

bertanda negatif dan angkanya terbesar

Segi empat kosong	$C_{ij} - R_i - K_j$	indeks perbaikan
HA	$15 - 15 - 20$	-20
PA	$25 - 5 - 20$	0
WC	$8 - 0 - 14$	-6
HC	$10 - 15 - 14$	-19

5. Memperbaiki alokasi

1. Berikan tanda positif pada x_1 terpilih (HA)
2. Pilihlah x_2 terdekat yang mempunyai isi dan sebaris (HB),
3. Pilihlah x_3 terdekat yang mempunyai isi dan sekolom (WA);
berilah tanda negatif keduanya
4. Pilihlah x_4 sebaris atau sekolom dengan x_2 yang bertanda negatif tadi (WB), dan berilah x_4 ini tanda positif
5. Pindahkanlah alokasi dari x_3 yang bertanda negatif ke yang bertanda positif sebanyak isi terkecil dari x_3 yang bertanda positif (50)

Jadi HA kemudian berisi 50, HB berisi
 $60 - 50 = 10$, WB berisi $40 + 50 = 90$,
WA menjadi tidak berisi

Tabel Perbaikan Pertama

Ke Dari	Gudang A = 20	Gudang B = 5	Gudang C = 14	Kapasitas Pabrik
Pabrik W = 0	<div> <div>50</div> <div>20</div> </div>	<div> <div>40</div> <div>90</div> </div>	<div> <div>8</div> </div>	90
Pabrik H = 15	<div> <div>50</div> <div>15</div> </div>	<div> <div>60</div> <div>10</div> </div>	<div> <div>10</div> </div>	60
Pabrik P = 5	<div> <div>25</div> </div>	<div> <div>10</div> <div>10</div> </div>	<div> <div>40</div> <div>19</div> </div>	50
Kebutuhan Gudang	50	110	40	200

A) Tabel Pertama Hasil Perubahan

Ke Dari	Gudang A = 20		Gudang B = 5		Gudang C = 14		Kapasitas Pabrik
Pabrik W = 0		20	90	5		8	90
Pabrik H = 15	50	15	10	20		10	60
Pabrik P = 5		25	10	10	40	19	50
Kebutuhan Gudang	50		110		40		200

$$\begin{aligned}
 \text{Biaya transportasi} &= 90(5) + 50(15) + 10(20) + 10(10) + 40(19) \\
 &= 2260
 \end{aligned}$$

6. Ulangi langkah-langkah tersebut mulai langkah nomor 2 sampai diperoleh biaya terendah

Tabel Kedua Hasil Perubahan

Ke Dari	Gudang A = 20	Gudang B = 5	Gudang C = 14	Kapasitas Pabrik
Pabrik W = 0	20	90	8	90
Pabrik H = 15	50	10	10	60
Pabrik P = 5	25	10 20	40 30	50
Kebutuhan Gudang	50	110	40	200

Diagram showing adjustments between rows H and P:

- From row H to row P:
 - From Gudang B: (-) 10 units (indicated by a downward arrow from the ~~10~~ in row H to the 20 in row P).
 - From Gudang C: (+) 10 units (indicated by an upward arrow from the 30 in row P to the 10 in row H).
- From row P to row H:
 - From Gudang C: (-) 30 units (indicated by a downward arrow from the 30 in row P to the 10 in row H).
 - From Gudang B: (+) 10 units (indicated by an upward arrow from the 20 in row P to the ~~10~~ in row H).

Tabel Kedua Hasil Perubahan

Ke Dari	Gudang A = 20		Gudang B = 5		Gudang C = 14		Kapasitas Pabrik
Pabrik $W = 0$		20	90	5		8	90
Pabrik $H = 15$	50	15		20	10	10	60
Pabrik $P = 5$		25	20	10	30	19	50
Kebutuhan Gudang	50		110		40		200

$$\begin{aligned}\text{Biaya transportasi} &= 90(5) + 50(15) + 10(10) + 20(10) + 30(19) \\ &= 2070\end{aligned}$$

Tabel Ketiga Hasil Perubahan

Ke Dari	Gudang A = 20	Gudang B = 5	Gudang C = 14	Kapasitas Pabrik
Pabrik W = 0	20	90 60	30 8	90
		(-)	(+)	
Pabrik H = 15	50 15		10 10	60
Pabrik P = 5	25	20 50	30 19	50
		(+)	(-)	
Kebutuhan Gudang	50	110	40	200

$$\begin{aligned}\text{Biaya transportasi} &= 60(5) + 30(8) + 50(15) + 10(10) + 50(10) \\ &= 1890\end{aligned}$$

Tabel Keempat Hasil Perubahan

Ke Dari	Gudang A = 20		Gudang B = 5		Gudang C = 14		Kapasitas Pabrik
Pabrik W = 0		20	60	5	30	8	90
Pabrik H = 15	50	15		20	10	10	60
Pabrik P = 5		25	50	10		19	50
Kebutuhan Gudang	50		110		40		200

Tabel Indeks perbaikan

Segi empat kosong	$C_{ij} - R_i - K_j$	indeks perbaikan
WA	$20 - 0 - 5$	15
HB	$20 - 2 - 5$	13
PA	$25 - 5 - 13$	7
PC	$19 - 5 - 8$	6

Tabel ini tidak bisa dioptimalkan lagi, karena indeks perbaikan tidak ada yang negatif

Tabel Keempat Hasil Perubahan

Ke Dari	Gudang A = 20		Gudang B = 5		Gudang C = 14		Kapasitas Pabrik
Pabrik W = 0		20	60	5	30	8	90
Pabrik H = 15	50	15		20	10	10	60
Pabrik P = 5		25	50	10		19	50
Kebutuhan Gudang	50		110		40		200

Tabel Indeks perbaikan

Segi empat kosong	$C_{ij} - R_i - K_j$	indeks perbaikan
WA	$20 - 0 - 5$	15
HB	$20 - 2 - 5$	13
PA	$25 - 5 - 13$	7
PC	$19 - 5 - 8$	6

Tabel ini tidak bisa dioptimalkan lagi, karena indeks perbaikan tidak ada yang negatif

Hasil akhir Implementasi metode MODI

Ke Dari	Gudang A = 20	Gudang B = 5	Gudang C = 14	Kapasitas Pabrik
Pabrik W = 0	20	60	30	90
Pabrik H = 15	50	20	10	60
Pabrik P = 5	25	50	19	50
Kebutuhan Gudang	50	110	40	200

maka biaya transportasinya yang harus dibayar adalah

$$60(\text{Rp } 5,-) + 30(\text{Rp } 8,-) + 50(\text{Rp } 15,-) + 10(\text{Rp } 10,-) + 50(\text{Rp } 10,-) = \text{Rp } 1.890,-$$

Implementasikan Metode MODI

- **Tugas :**

- Implementasikan Metode MODI dengan menggunakan solusi awal metode biaya terkecil