

## 2015 年度数学 1A 期末試験問題

以下の設問 1 から 5 に答えよ. 解答は 解答用紙の所定の欄に記入すること.

1.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\cos x}{1+x^2} + a + bx^2}{x^4}$$

が有限の極限值をもつように定数  $a, b$  を定め, そのときの極限値を求めよ.

2.  $\sin(x-y) - (x+y)\cos(x-y)$  の  $(0,0)$  におけるテイラー展開において,  $y^3$  の項および  $x^5$  の項を決定せよ.

3. (1)  $f(x, y) = \frac{1}{\pi}(x^2 - 3xy) - x + 2y + \sin x - \cos y - (\frac{5}{3}\pi + \frac{\sqrt{3}}{2}) = 0$  により定まる陰関数  $y = \varphi(x)$  で  $x = 0$  のとき  $y = \frac{5}{6}\pi$  を満たすものがただ一つ存在することを示し,  $\frac{d\varphi}{dx}(0)$  を求めよ.

(2) さらに  $\frac{d^2\varphi}{dx^2}(0)$  を求めよ.

4. 2 変数関数  $g(x, y) = 3x^2y + y^3 - 12x^2 - 75y$  を考える.

(1)  $g(x, y)$  の停留点をすべて求めよ.

(2) (1) で求めた停留点の各点について, 極大点, 極小点, 鞍点, あるいはいずれでもないか, を判定せよ.

5.  $\varphi(x, y) = 6x^4 + x^2 + y^2 - 1 = 0$  を満たしながら  $(x, y)$  が動くとき,  $f(x, y) = x^2 + y^2$  の最大値, 最小値とそれらを与える  $(x, y)$  を ラグランジュの乗数法を用いて すべて求めよ.