

## 数学 A2 期末試験問題

担当：石井, 太田, 小田, 清水, 沖田, 前田, 森吉： 2003 年 7 月 23 日

試験時間 90 分, 持込不可. 計算用紙 1 枚 (回収不要). 答だけでなく解答の過程も示すこと.

- [1] 次のベクトルの組が一次独立か一次従属かを判定せよ. ただし  $a$  は実定数とする.

$$\begin{pmatrix} a \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ a+1 \end{pmatrix}$$

- [2] 次の条件を満たす 2 次直交行列  $T$  を求めよ：

ベクトル  $T \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  は直線  $x + y = 1$  と同じ傾きを持ち,  $\det T = -1$  である.

- [3] 次の行列の固有値と固有ベクトルを求めよ.

$$\begin{pmatrix} 3 & -6 \\ -5 & 1 \end{pmatrix}$$

- [4] 以下の行列を  $A$  とする. ここで適当な正則行列  $P$  を見つけ,  $P^{-1}AP$  を  $\begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix}$

あるいは  $\begin{pmatrix} \lambda & 1 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix}$  の形にせよ.

$$1) \begin{pmatrix} 8 & -10 \\ 5 & -7 \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$$

- [5] 直交行列を用いて次の実対称行列を対角化せよ.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$$

- [6]  $X = \frac{1}{10} \begin{pmatrix} 7 & k \\ k & 7 \end{pmatrix}$  とする. ただし  $k$  は実数である.

1)  $X$  の固有値を求めよ.

2)  $k$  に関して, すべての 2 次列ベクトル  $x$  に対して  $\lim_{n \rightarrow \infty} X^n x = 0$  となるための条件を求めよ.

- [7]  $A = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$  とする.

1) 同次線形微分方程式  $\frac{dx}{dt} = Ax$  の基本行列を求めよ.

2) 非同次線形微分方程式  $\frac{dx}{dt} = Ax + \begin{pmatrix} e^t \\ -e^t \end{pmatrix}$  の解で, 初期条件  $x(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$  を満たすものを求めよ.