担当者名	江藤・山内・藪野・大橋	学籍番号	
科目名	物理学C	氏名	

- 解答用紙に学籍番号、氏名を書くこと。特に学籍番号の数字は記入例に従って丁寧に記すこと。
- 結果を導く過程がわかるように解答すること。計算には問題用紙の裏を用いてよい。

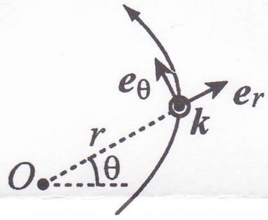
問題 1. 質量が m_1、m_2 の 2 つの粒子 (粒子 1、粒子 2) が軽いバネで結ばれ、一様な重力場中を運動している。粒子の位置ベクトルをそれぞれ $\boldsymbol{r}_1$、$\boldsymbol{r}_2$ とし、相対座標を $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{r}_2$ で定義する。バネ (バネ定数 k、自然長 l) を通して粒子 1 が粒子 2 に及ぼす力は $k(r-l)\frac{\boldsymbol{r}}{r}$、ここで $r = |\boldsymbol{r}|$ である。重力加速度ベクトルを $\boldsymbol{g}$ とする。

(1) 粒子 1、粒子 2 のしたがう運動方程式をそれぞれ書きなさい。

(2) 重心座標 $\boldsymbol{r}_G$ の定義を書き、$\boldsymbol{r}_G$ のしたがう運動方程式を求めなさい。

(3) 相対座標 $\boldsymbol{r}$ のしたがう運動方程式を求めなさい。換算質量 $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ を用いてよい。

問題 2. 滑らかな水平面上を質量 m の質点が運動している。極座標表示を考え、r 方向、θ 方向の単位ベクトルをそれぞれ $\boldsymbol{e}_r$, $\boldsymbol{e}_\theta$ とする。また水平面に垂直で紙面の裏から表へ向かう単位ベクトルを $\boldsymbol{k}$ とする。質点には中心力 $\boldsymbol{F} = (A/r^2)\boldsymbol{e}_r$ (A は定数) がはたらいている。質点の速度を $\dot{\boldsymbol{r}} = v_r \boldsymbol{e}_r + v_\theta \boldsymbol{e}_\theta$ とする。

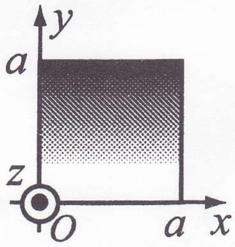


(1) 原点のまわりの質点の角運動量 $\boldsymbol{L}$ を求めなさい。

(2) 原点のまわりの力のモーメント $\boldsymbol{N}$ を求めなさい。

(3) 力学的エネルギー E を求めなさい。ポテンシャル $U(r)$ の基準点は無限遠方 ($r = \infty$) に取ること。

問題 3. 1 辺が a の正方形の薄板が図のように xy 平面上に置かれている。面密度は一様でなく、$\sigma(x,y) = C(1 + (y/a)^2)$ で与えられる。ここで C は定数である。
　x 軸、y 軸、z 軸のまわりの慣性モーメント I_x, I_y, I_z をそれぞれ求めなさい。結果は C と a を用いて表すこと (質量 M で表す必要はない)。



問題 4. 質量 M、半径 a の一様な円板が、水平面上を滑らずに転がる場合 (図 A) と、それが高さ h ($h < a$) の段差に衝突した瞬間 (図 B) を考える。円板の重心を通り紙面に垂直な軸のまわりの慣性モーメントを I_G とする。段差の角を原点 O とし、図のように単位ベクトル $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$ ($\boldsymbol{k}$ は紙面に垂直で裏から表へ向かう) を定義する。図 A では、重心の速さを v (速度 $-v\boldsymbol{i}$) とする。図 B では、重心は O のまわりを速さ v' で円運動をおこなう。以下の設問に対して、ベクトル量は $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$ を用いて表すこと。

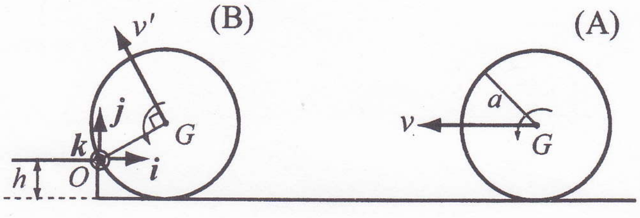
(1) 図 A で、円板の重心に関する角運動量 $\boldsymbol{L}'_{\mathrm{A}}$ を求めなさい。ヒント: 角速度ベクトルは $(v/a)\boldsymbol{k}$

(2) 図 B で、円板の角速度ベクトル、および重心に関する角運動量 $\boldsymbol{L}'_{\mathrm{B}}$ を求めなさい。ヒント: 角速度ベクトルはどの点から見ても同じである。

(3) 図 A、B で、原点 O に関する重心の角運動量 (重心に全質量が集中したと考えた時の角運動量) $\boldsymbol{L}_G^{(\mathrm{A})}$、$\boldsymbol{L}_G^{(\mathrm{B})}$ をそれぞれ求めなさい。

(4) 衝突前後の原点 O に関する全角運動量の差 $\Delta \boldsymbol{L} = \boldsymbol{L}_{\mathrm{B}} - \boldsymbol{L}_{\mathrm{A}}$ を計算しなさい。ただし、$\boldsymbol{L}_{\mathrm{A}} = \boldsymbol{L}'_{\mathrm{A}} + \boldsymbol{L}_G^{(\mathrm{A})}$、$\boldsymbol{L}_{\mathrm{B}} = \boldsymbol{L}'_{\mathrm{B}} + \boldsymbol{L}_G^{(\mathrm{B})}$ である。

(5) 図 B の衝突の瞬間には O からの撃力のみがはたらくとする。その撃力による原点 O に関する力のモーメント (トルク) を求めなさい。この結果から、(4) の $\Delta \boldsymbol{L}$ はいくらになるべきか、答えなさい。



(6) (4) と (5) の結果から、衝突後の速度 v' を衝突前の速度 v で表しなさい。