

2009 年 7 月 17 日 (金) 6 時限 奥 施

数学 A1 (一斉)

次の 1 から 5 に答えなさい。解答は解答用紙の所定の欄に記入すること。

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x + x^2) - \log(1 + x) - ax^2 - bx^3}{x^4}$ が有限の極限值を持つように定数 a, b を定め、その時の極限值を求めなさい。
2. (1) $f(x) = (a + x + x^2) \sin x$ のマクローリン展開を 5 次まで求めなさい。
(2) $f(x)$ の $x = 0$ における 5 階微分 $f^{(5)}(0)$ が 10 となるように a を定めなさい。
3. (1) $x^4 + x^2y + y^4 - 3 = 0$ により定まる陰関数 $y = \varphi(x)$ で $x = 1$ のとき $y = 1$ を満たすものが唯一つ存在することを示し、 $\frac{d\varphi}{dx}(1)$ を求めなさい。
(2) 更に、 $\frac{d^2\varphi}{dx^2}(1)$ を求めなさい。
4. $f(x, y) = x^3 + xy + y^2 + x + 4y$ を考える。
(1) f の停留点をすべて求めなさい。
(2) (1) で求めた停留点がそれぞれ極大、極小、あるいはそのいずれでもないかを判定しなさい。
5. $\varphi(x, y) = x^4 + 3xy + y^4 - 2 = 0$ のもとで $f(x, y) = x - y$ の最大値、最小値とそれらを与える (x, y) を全て求めなさい。