

慶應義塾大学試験問題用紙 (日吉)

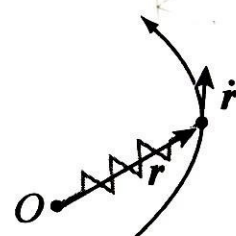
試験時間 50 分 分

平成 21 年 1 月 30 日 (金)   時限施行	学部	学科	年	組	採点欄 ※
担当者名 福田・斎藤・萩野・江藤	学籍番号				
科目名 物理学Ⅱ	氏名				

- 解答用紙に学籍番号、氏名を書くこと。特に学籍番号の数字は記入例に従って丁寧に記すこと。
- 結果を導く過程がわかるように解答すること。計算には問題用紙の裏を用いてよい。

問題 1. 滑らかな水平面上で、質量  $m$  の質点が原点  $O$  に軽いバネ (バネ定数  $k$ , 自然長  $a$ ) でつながれて運動している。質点の位置ベクトルを  $\mathbf{r}$ , 速度を  $\dot{\mathbf{r}}$  で表す。

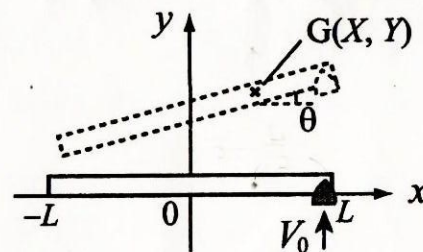
- (1) 質点が原点  $O$  に関して持つ角運動量  $\mathbf{L}$  を書きなさい。
- (2) 質点にはたらく力  $\mathbf{F}$  を、 $r = |\mathbf{r}|$ , 単位ベクトル  $\mathbf{r}/r$  を用いて表しなさい。次に角運動量  $\mathbf{L}$  が保存することを示しなさい。
- (3) 力学的エネルギー  $E$  を求めなさい。



問題 2. 質量  $M$ , 長さ  $2L$  の一様な剛体棒が滑らかな水平面上に静止している (図のように  $xy$  軸を取る)。この剛体棒の中点を通り、棒に垂直な軸のまわりの慣性モーメントは  $ML^2/3$  である。

この水平面内で、棒の一端に、質量  $M$  の弾丸が速さ  $V_0$  で棒に垂直に打ち込まれて棒の内部で止まり、棒と一体となって運動を始めた。

- (1) 棒と弾丸から成る系の重心  $G$  の座標を  $(X, Y)$  とする。弾丸が衝突した直後の  $X$  を求めなさい。
- (2) 棒と弾丸から成る系の重心  $G$  を通り、棒に垂直な軸まわりの慣性モーメント  $I$  を求めなさい。  
(ヒント:  $G$  のまわりの棒の慣性モーメントを  $I_1$ ,  $G$  のまわりの弾丸の慣性モーメントを  $I_2$  とし、まずそれらを計算する。)
- (3) 衝突直後の重心  $G$  の速度  $(\dot{X}, \dot{Y})$  を求めなさい。
- (4) 重心  $G$  のまわりの回転角を  $\theta$  とする。重心  $G$  のまわりの角運動量の保存則から、衝突直後の  $\theta$  を求めなさい。
- (5) 衝突直後に動き出さない点の  $x$  座標を求めなさい。



問題 3. 点  $O'$  を支点として  $x$ - $y$  面内で回転できる剛体を考える (鉛直下向きに  $x$  軸、水平方向に  $y$  軸をとる)。支点  $O'$  は  $y$  軸上を動くことができ、その位置は時間の関数  $y_0(t)$  で与えられている。剛体の質量を  $M$ , 支点  $O'$  から距離  $h$  にある重心  $G$  を通り  $x$ - $y$  平面に垂直な軸まわりの慣性モーメントを  $I$  とする。剛体の  $x$  軸からの回転角を  $\theta$ , 重力加速度の大きさを  $g$  とする。

- (1) 支点  $O'$  で剛体にはたらく抗力の  $x$  方向成分を  $F_x$ ,  $y$  方向成分を  $F_y$  とする。重心  $G$  の座標を  $(X, Y)$  とするとき、 $X$  と  $Y$  の運動方程式をそれぞれ書きなさい。
- (2) 重心  $G$  のまわりの回転の運動方程式を書きなさい。
- (3)  $X$  と  $Y$  を  $\theta$  と  $y_0$  を使ってそれぞれ表しなさい。

以下では  $|\theta|$  が十分小さく、 $\sin \theta \approx \theta$ ,  $\cos \theta \approx 1$  と近似できる場合を考える。

- (4) (3) で求めた  $X, Y$  の近似式を書きなさい。それを (1) の運動方程式に代入しなさい。
- (5) (2) の回転の運動方程式の近似式を書きなさい。次に、(4) の結果を用いて抗力を消去し、回転の運動方程式を書き直しなさい。
- (6) 支点  $O'$  の加速度  $\ddot{y}_0 = 0$  のとき、剛体振り子の角振動数  $\omega_0$  を求めなさい。
- (7) 支点  $O'$  を次式のように、振幅  $a$ , 角振動数  $\omega$  で周期的に振動させる:  
 $y_0(t) = a \cos \omega t$ . このときの  $\theta(t)$  の特解を、 $\theta = C \cos \omega t$  と仮定して  $C$  を求めなさい。剛体の振幅が最大になる角振動数  $\omega$  はいくつか。この現象を何と呼ぶか。

