

数学 1A・中間試験

2015 年 6 月 18 日

勝良健史, e-mail: katsura@math.keio.ac.jp

14 棟 635 号室 (内線 42761)

http://www.math.keio.ac.jp/~katsura/course/14_1/A1/

解答は解答用紙の所定の欄に書いてください。([1], [2], [3] は表, [4], [5], [6] は裏に書いてください)。計算間違いや写し間違いなどをしていないか確認するようにしてください。

[1] 次の極限值を求めよ。

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{6^x - 2^x}{x} \quad (2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\cos x - 1)}{x^2} \quad (3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\log x - x + 1}{x^3 - 3x + 2}$$

[2] 2 変数関数 $f(x, y) = \sin(xy^2)$ の 1 階偏導関数, 2 階偏導関数を求めよ。

[3] $f = f(x, y)$ を C^1 級関数とする。2 変数関数 $z(l, \theta) = f(e^l \cos \theta, e^l \sin \theta)$ に対し,

$$\left(\frac{\partial z}{\partial l}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial \theta}\right)^2$$

を f の偏導関数と l, θ を用いて表せ。

[4] 極限

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - (a + bx) \log(1 + x)}{x^3}$$

が有限の極限值を持つように実数 a, b を定めよ。また, その時の極限值を求めよ。

[5] 極限

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\sqrt{1+x}}{2-x} - \frac{\sqrt{1+2x}}{2}}{x^n}$$

が 0 以外の有限の極限值を持つように自然数 n を定めよ。また, その時の極限值を求めよ。

[6] 曲線 $x^2 + 3xy + 2y^4 = 0$ の上の点 $(x, y) = (2, -1)$ の近傍で陰関数 $y = \varphi(x)$ が存在することを示し, $\varphi(2), \varphi'(2)$ を求めよ。