No.　　Date　・　・

$x_1(t) = u(t)\Phi(t)$ について

両辺を t で微分して　$\dfrac{dx_1(t)}{dt} = \dfrac{du(t)}{dt}\Phi(t) + u(t)\dfrac{d\Phi(t)}{dt}$

$x_1(t)$ は解であるから　$\dfrac{dx_1(t)}{dt} = Au(t)\Phi(t) + \begin{pmatrix} e^{2t} \\ e^{2t} \end{pmatrix}$

ここで　$\dfrac{d\Phi(t)}{dt} = A\Phi(t)$ より 2式から

$$\frac{du(t)}{dt}\Phi(t) = \begin{pmatrix} e^{2t} \\ e^{2t} \end{pmatrix} \quad \therefore\ u(t) = \int^{t} \Phi^{-1}(t)\begin{pmatrix} e^{2t} \\ e^{2t} \end{pmatrix} dt$$

$$\Phi^{-1}(t) = \begin{pmatrix} 4e^{-t} & 3e^{-t} \\ -e^{-2t} & -e^{-2t} \end{pmatrix} \text{ より} \quad u(t) = \begin{pmatrix} 7e^{t} \\ -2t \end{pmatrix}$$

$$\therefore\ x_1(t) = u(t)\Phi(t) = \begin{pmatrix} 7-6t \\ -7+8t \end{pmatrix} e^{2t}$$

以上より与式の一般解 $x(t)$ は

$$x(t) = x_0(t) + x_1(t) = \begin{pmatrix} C_1e^{t} + (3C_2 + 7 - 6t)e^{2t} \\ -C_1e^{t} + (-4C_2 - 7 + 8t)e^{2t} \end{pmatrix}$$

$t=0$ のとき　$x(0) = \begin{pmatrix} C_1 + 3C_2 + 7 \\ -C_1 - 4C_2 - 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$$\therefore\ (C_1, C_2) = (-6, 0)$$

よって求める解は　$x(t) = \begin{pmatrix} -6e^{t} + (7-6t)e^{2t} \\ 6e^{t} + (-7+8t)e^{2t} \end{pmatrix}$ //