

2010年1月23日(土) 3 時限 (試験時間 50 分) 持込み不可. 問題用紙回収不要.

担当者 小原, 神成, 高野, 日向

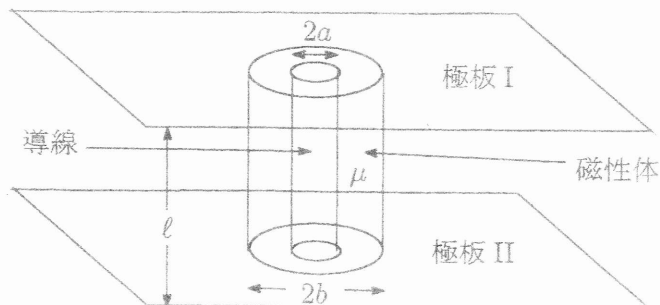
注意: 「求めなさい。」と指示している場合には、答案には結果のみならず、それを導いた過程についても記すこと。万一与えられた条件だけでは解けない場合には、適当な量を定義したり、条件を明記した上で解いてよい。ただし、真空の誘電率 ϵ_0 、透磁率 μ_0 は断りなしに使ってよい。

問題 A 球コンデンサーを考える。内部の極板は半径 a 、外部の極板は半径 b ($b > a$) の金属球殻であり中心を共通とする。中心からの距離を r とし、 $a < r < b$ には誘電率が $\epsilon(r) = A/r^3$ の誘電体がぎっしり詰まっているとする。ここで A は正の定数である。

- (1) 内部の極板に電荷 Q , ($Q > 0$) を、外部の極板に $-Q$ を与える。位置 r ($a < r < b$) での電束密度の大きさを求めなさい。
- (2) 位置 r ($a < r < b$) での電界ベクトルの大きさを求めなさい。
- (3) 極板間の電位差を求め、電気容量を求めなさい。
- (4) 位置 r ($a < r < b$) での静電エネルギー密度を r の関数で表し、それを体積積分することで全静電エネルギーを求めなさい。

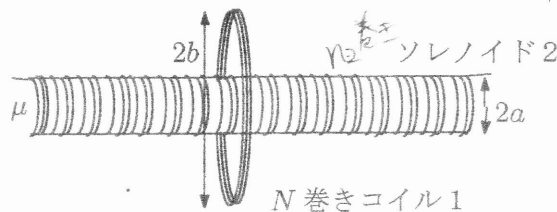
問題 B 図のように無限に広い 2 枚の平板極板 I と II が間隔 ℓ あけて平行に配置されている。これらは半径 a の導線でつながり、その導線を半径 a から半径 b の間で、透磁率 μ の (電流を通さない) 磁性体を取り囲んでいる。これらの中心軸からの距離を r とする。極板 I の電位は V ($V > 0$) であり、極板 II の電位は 0 である。導線の抵抗は R である。なお、透磁率 μ は温度によらず一定であるとする。

- (1) 導線を通る電流、 $a < r < b$ および $b < r$ での磁界の強さおよび磁束密度の大きさを求めなさい。また、どの方向を向いているか記しなさい。
- (2) ポインティング・ベクトルの大きさを $a < r < b$ および $b < r$ で求めなさい。またどの方向を向いているか記しなさい。
- (3) 外部から磁性体に流れ込む単位時間当たりの全エネルギーを (2) の結果を用いて求めなさい。同様に導線に流れ込む単位時間当たりの全エネルギーを求め、それが何に対応するか述べなさい。



問題 C 半径 b の円形の N 巻きコイル 1 と、このコイル 1 の中心軸とソレノイド 2 の中心軸が一致するようにしてある。このソレノイド 2 は半径が a で、単位長さあたり n_2 巻きであり、半径 a で透磁率 μ の（電流を通さない）磁性体が詰まっている。 $a < b$ とする。

- (1) ソレノイド 2 に電流 I_2 を流した場合、このソレノイド内の磁束密度を求めなさい。
- (2) これより、ソレノイド 2 と円形コイル 1 との間の相互インダクタンス L_{12} および単位長さ当たりのソレノイドの自己インダクタンス L_{22} を求めなさい。 $L_{22} = \mu n_2^2 \pi a^2$ $L_{12} = \mu n_2 N \pi a^2$
- (3) ソレノイド 2 の電流を一定の割合 $dI_2/dt = \beta$ で増していく。このときコイル 1 に流れる電流を求めなさい。ただし、コイル 1 の全抵抗を R とする。



$$V_{emf} = -N \frac{d\Phi_{12}}{dt} = -L_{12} \frac{dI_2}{dt} = -\mu n_2 N \pi a^2 \beta$$

問題 D 以下の問では、 $a, b, c, d, e, f, g, \beta, \lambda$ は定数とする。また、 x, y, z, t は空間座標および時間である。 \mathbf{E}, \mathbf{B} は電界ベクトルおよび磁束密度とし、真空のマクスウェル方程式にしたがって、各問に答えなさい。

- (1) $\mathbf{E} = (ax, 0, bz)$ である場合、電荷密度 ρ は何か。
- (2) $\mathbf{B} = (cx, dy, 0)$ とする場合、 c, d の間にはどのような関係があるか。
- (3) $\mathbf{E} = (ey, fx, 0), \mathbf{B} = (0, 0, \beta t)$ である場合、 e, f, β の間にはどのような関係があるか。
- (4) $\mathbf{E} = (0, 0, \lambda t), \mathbf{B} = (gy, 0, 0)$ である場合、電流密度 \mathbf{i} は何か。

問題 E 誘電率 ϵ で透磁率 μ の物体中を伝わる平面電磁波の電界が $\mathbf{E} = E_0 \sin(kz - \omega t) \mathbf{e}_x$ であるとする。このとき、磁束密度 \mathbf{B} はどのようにあらわされるか。また、 k と ω の関係を記しなさい。