数学 B1・期末試験問題 (平成 18 年)

[問題 1]

次の不定積分を求めよ．

$$\int \frac{dx}{x^3 + x^2 - 2}$$

[問題 2]

$f(x, y)$ を連続関数とする．次の累次積分の積分範囲を図示し，積分順序を交換せよ．

$$I = \int_{2/\sqrt{5}}^{\sqrt{2}} \left[\int_{\sqrt{4-x^2}}^{2/x} f(x, y) dy \right] dx$$

[問題 3]

$a > 0$ とする．次の重積分の値を求めよ．

$$I = \iiint_D yz \, dxdydz \qquad D : x, y, z \geqq 0, x^2 + y^2 + z^2 \leqq a^2$$

[問題 4]

次の 2 重積分を考える．

$$I = \iint_D x e^{\left(\frac{x}{x+y}\right)^2} dxdy \qquad D : x, y \geqq 0, 1 \leqq x + y \leqq 2$$

(1)$s = \dfrac{x}{x+y}, t = x + y$ とおいて，変数を (s, t) に変換するとき，ヤコビアン $J(s, t)$ を求めよ．
(2)I の値を求めよ．

[問題 5]

$a > 0$ とする．曲面 $z = 1 - \sqrt{a}xy$ の，$x, y \geqq 0, x^2 + y^2 \leqq 1$ にある部分の曲面積 S を求めよ．

[問題 6]

xy 平面において，点 $(0, 1)$ から点 $(1, e)$ にいたる曲線 $y = e^x, 0 \leqq x \leqq 1$ を Γ_1，点 $(1, e)$ から点 $(0, 1)$ にいたる線分を Γ_2 とする．このとき閉曲線 $\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2$ に沿っての線積分

$$I = \int_\Gamma xy^2 dx + (x + x^2 y) dy$$

の値を求めよ．