

より定まる陰関数 $y = \varphi(x)$ で $x = 0$ のとき $y = \frac{\pi}{6}$ を満たすものがただ一つ存在することを示し, $\frac{d\varphi}{dx}(0)$ を求めよ.

(2) さらに, $\frac{d^2\varphi}{dx^2}(0)$ を求めよ.

4. 2変数関数 $g(x, y) = 3x^2y + y^3 - 12x^2 - 75y$ を考える.

(1) $g(x, y)$ の停留点をすべて求めよ.

(2) (1) で求めた停留点の各々について, 極大点, 極小点, 鞍点, あるいはそれらのいずれでもないか, を判定せよ.

5. $\varphi(x, y) = 6x^4 + x^2 + y^2 - 1 = 0$ を満たしながら (x, y) が動くとき, $f(x, y) = x^2 + y^2$ の最大値, 最小値とそれらを与える (x, y) を ラグランジュの乗数法を用いてすべて求めよ.