情報学基礎　第12回

11章　数式処理と計算ツール

管理工学科

担当：篠沢 佳久

本日の内容

- 数式処理と計算ツール（11章）
  - 数式処理システム（11.1節）
  - 数値計算のツール（11.2節）

- 期末試験について
- 第三回課題の解説（時間があれば…）

理工学を支える道具たち

- 高校までの数学には電卓で十分
  - 大学以降の数学のための道具は関数電卓で十分？
- 数式処理
  - 数式を記号のまま処理
  - 四則演算，微積分，因数分解，級数展開
  - 理論的・理学的な問題に適している
- 数値計算
  - 数式を具体的な値を用いて計算
  - ベクトル計算や行列計算の基盤
＋高度なプログラミング機能
  - 実際的・工学的な問題に適している
- 可視化処理
  - 網羅的な数値計算を行ない，グラフィカルに表示

数式処理システム（11.1節）

Mathematica

数式処理システム（11.1節）

- 有料／無料のソフトウェア
  - Reduce, Macsyma, Maple, Mathematica, MuPad
  - 各々のウェブにあるライセンス条項を読み，無料で利用可能なものを探してみて下さい
- Mathematicaは有料であるが，慶應義塾大学は包括契約を締結している
  - ITCのパソコン室全室で利用可能！
  - みなさんのパソコンにもインストール可能！（個人で購入したら25,000円もします）
    - 日吉ITCのソフトウェアライセンス利用ページ参照

三田 日吉 信濃町 矢上 湘南藤沢 芝共立 ITCについて

慶應義塾 日吉 ITC
Hiyoshi Information Technology Center

TOP
コンピュータ
ネットワーク
ソフトウェア
keio.jp
利用案内
お問い合わせ
スケジュール
教職員向け情報

トップ ＞ソフトウェア ＞ソフトウェアライセンス利用 ＞

Mathematica

ライセンス種別について

Mathematicaは、インストールしてご使用になる端末によって、以下のライセンスを使い分ける必要があります。

ライセンスの種別 と 導入PC例

シングルマシン用 (旧: マシン固有パスワード/セキュア 版)	• 慶應義塾が所有・管理するPC • 慶應義塾が賃貸借契約を結んで導入しているPC
教員用ホームユーズライセンス	• 教職員 本人が所有するPC
学生用ホームユーズライセンス	• 学生 本人が所有するPC 導入手順 [PDF（.pdf）形式]

- 利用対象者/非対象者の詳細については、上記各ライセンスのページをご覧ください。
- 上記の表に掲載されていない「非対象者と共有利用しているPC」、「外部資金で整備され、その所有が義塾以外の組織となるPC」、「利用対象者の家族、親族と共有利用しているPC」にはインストールできません。

最終更新日: 2016年8月23日

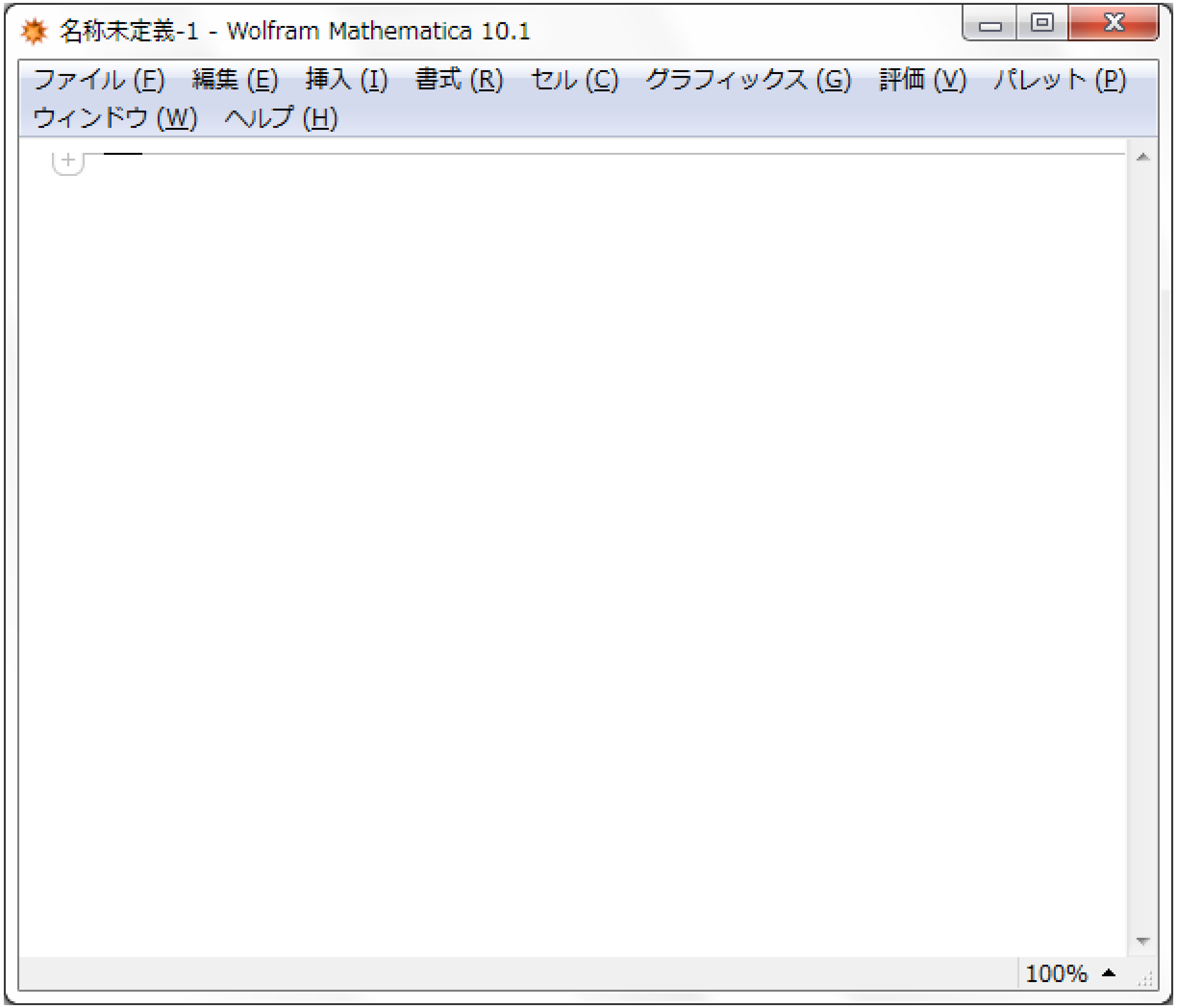
keio.jp 共通認証システム
慶應義塾大学 日吉キャンパス
慶應義塾
日吉図書館
慶應義塾の電力使用状況

数式処理システム（Mathematica）

- Wolfram Research社が開発/販売している
計算システムソフトウェア
- 数式処理が出発点（1988）
- 現在では数値計算機能，可視化機能を
備えた数理系の万能ツールである
- オンラインヘルプが充実しており，
使用方法の検索や閲覧が画面上で可能
  - ウェブでも公開されている
http://www.wolfram.com/mathematica/
  - 自分で調べられるようになることが重要！
    - ドキュメントセンター，関数ナビゲータ，?コマンドなど

数式処理システム（Mathematica）

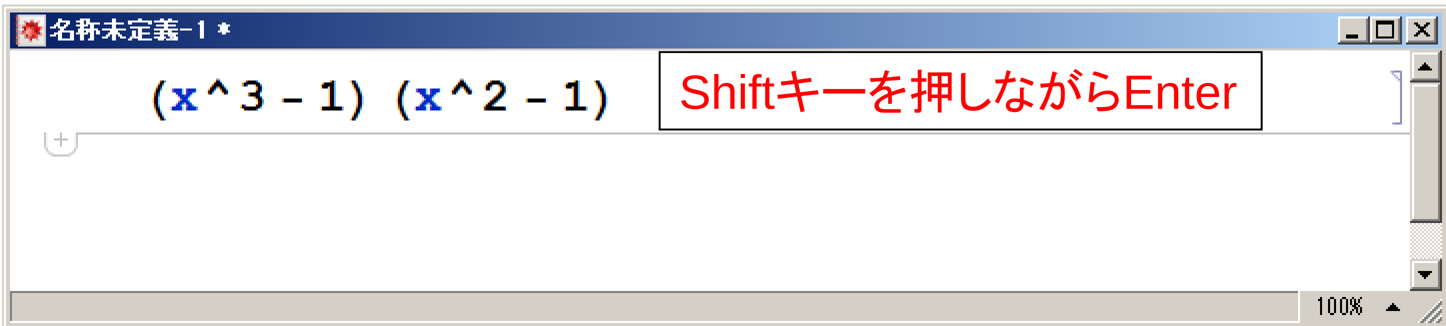
Mathematica

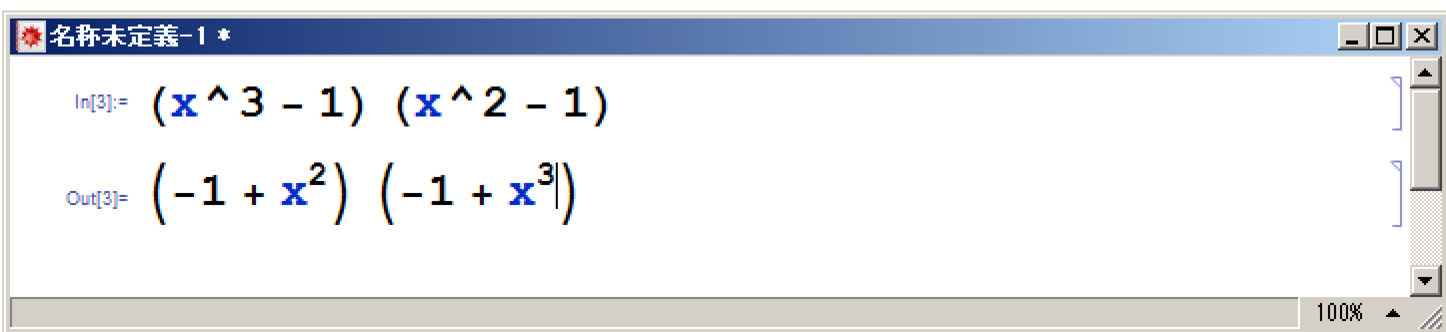


式の入力①

$(x^3-1)(2x-1)$ ⇔ (x^3-1)(2x-1)

^
べき乗

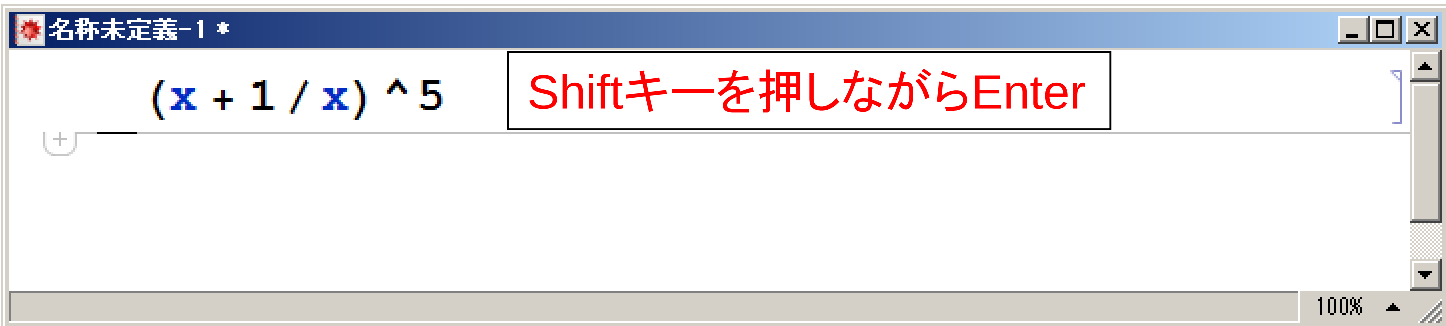


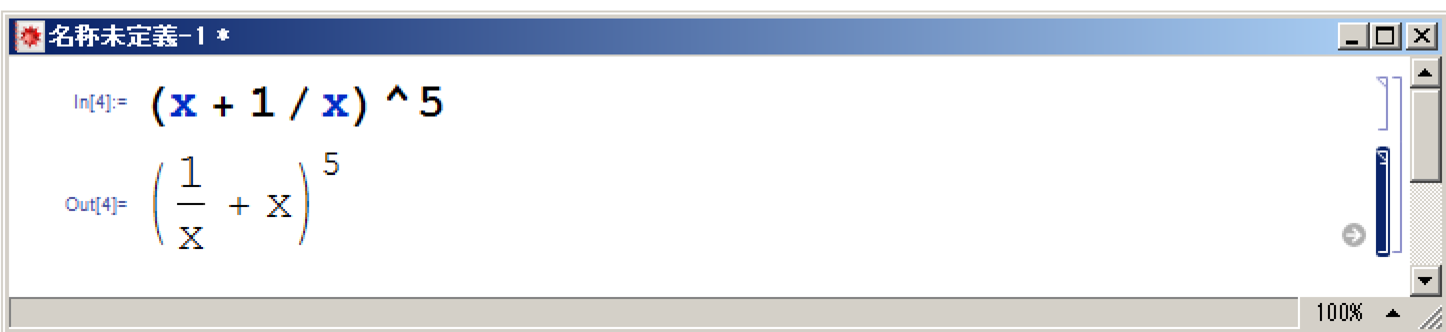


式の入力②

$$\left(x+\frac{1}{x}\right)^5$$

(x+1/x)^5





演算記号

- 四則演算
  - 足し算 +
  - 引き算 –
  - 掛け算 *
    - 2*x は 2x と省略が可能
    - xとyの積を xy と書くと，xyという変数として扱われる
    - xとyの積は x*y もしくは x y （xとyの間にスペースキー）と入力
  - 割り算 /
- べき乗 ^

式の書き方

$(x^3-1)(2x-1)$ ⇔ (x^3-1)(2x-1)

$(x+\frac{1}{x})^5$ ⇔ (x+1/x)^5

$\cos x \cos y$ ⇔ Cos[x]Cos[y]

$\log_a b$ ⇔ Log[a,b]

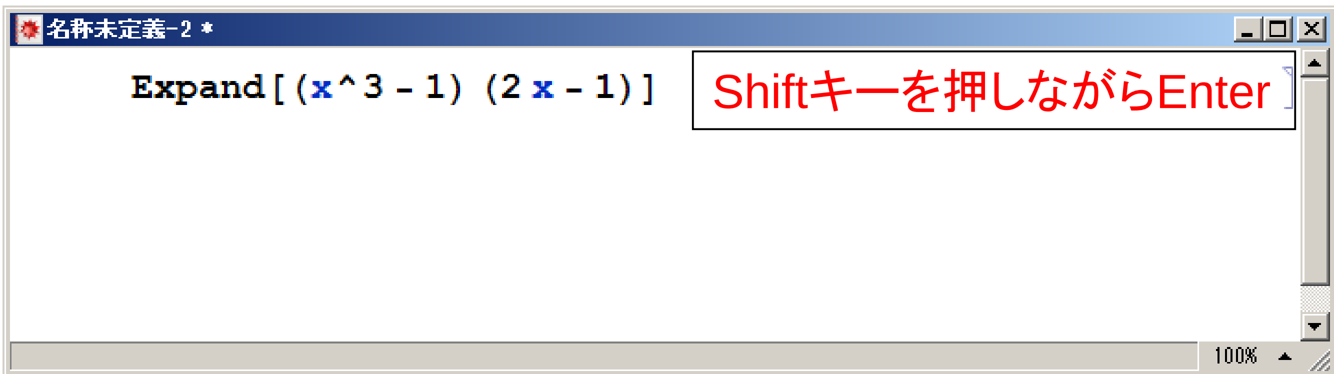
$\sum_{k=1}^{100} k$ ⇔ Sum[k,{k,1,100}]

関数の先頭は大文字
Cos
Log
Sum

式の展開①

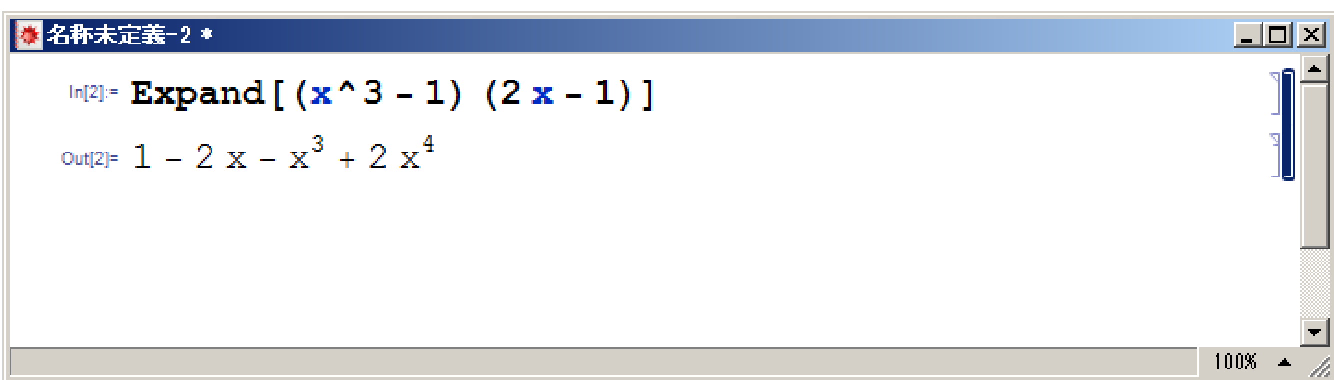
先頭は大文字

$(x^3-1)(2x-1)$ ⟺ Expand[(x^3-1)(2x-1)]



Shiftキーを押しながらEnter

多項式を展開することができる



式の展開②

先頭は大文字

$$\left(x+\frac{1}{x}\right)^5$$

Expand[(x+1/x)^5]

名称未定義-4 *

```
Expand[(x + 1 / x) ^ 5]
```

Shiftキーを押しながらEnter

100%

多項式を展開することができる

名称未定義-2 *

```
In[5]:= Expand[(x + 1 / x) ^ 5]
```

Out[5]= $\frac{1}{x^5} + \frac{5}{x^3} + \frac{10}{x} + 10\,x + 5\,x^3 + x^5$

100%

オンラインヘルプ

- ? に続けて知りたい内容を書く

```
In[26]:=
        ? Expand
```

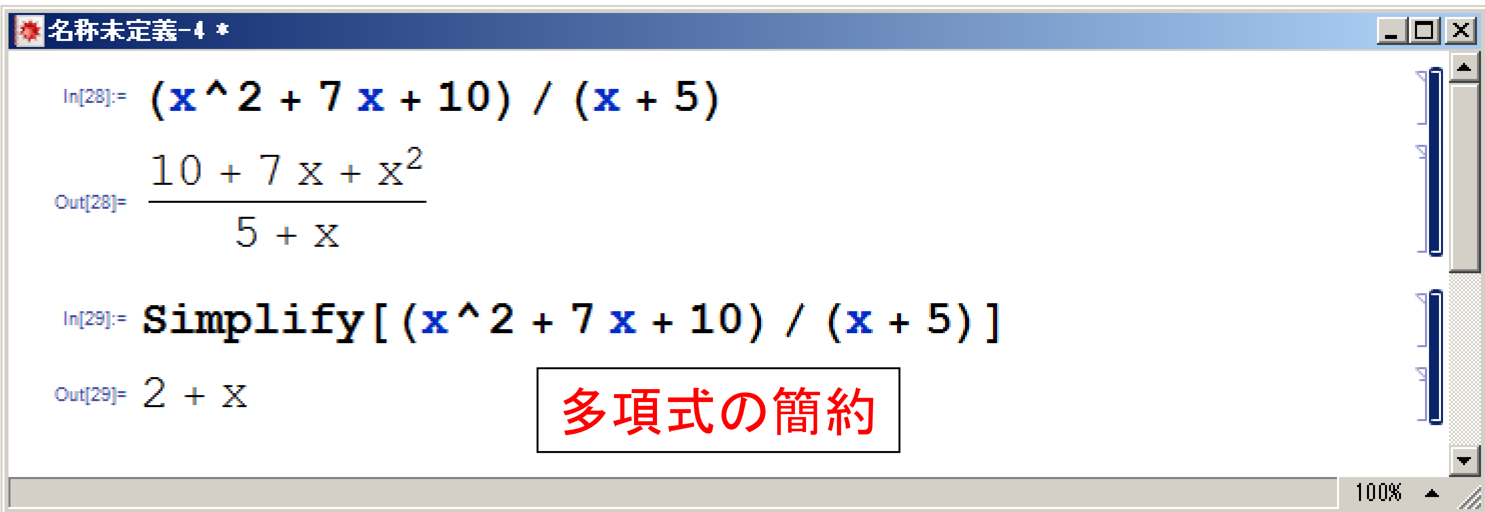
Expand[*expr*] 式 *expr* における積と正の整数ベキを展開する.
Expand[*expr*, *patt*] パターン *patt* にマッチする項を含まない式 *expr* の要素の展開を避ける. ≫

- >> を押せば，さらに詳しく調べられます

簡約化①

$$\left(\frac{x^2+7x+10}{x+5}\right)$$

Simplify[(x^2 + 7 x + 10)/(x + 5)]

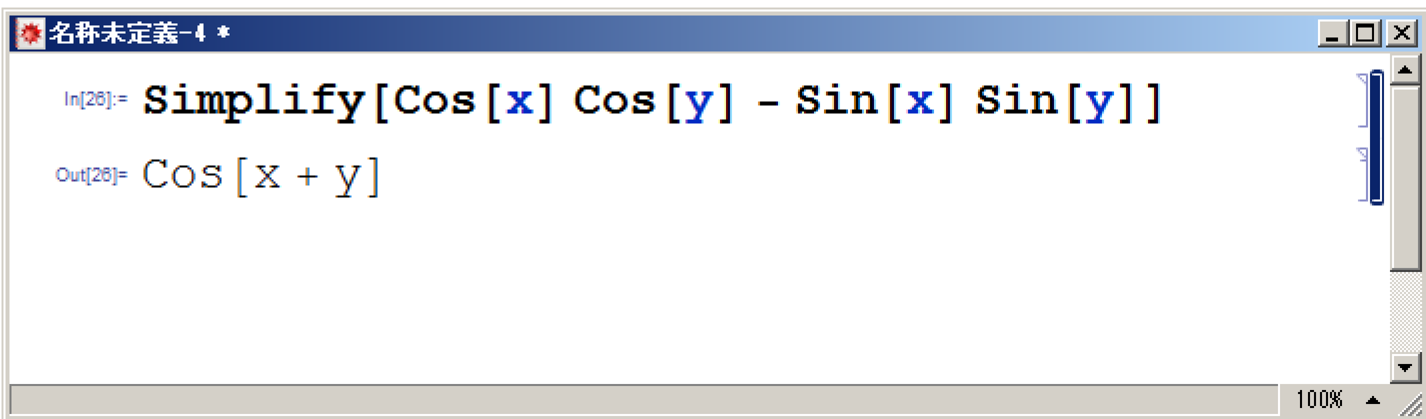


多項式の簡約

簡約化②

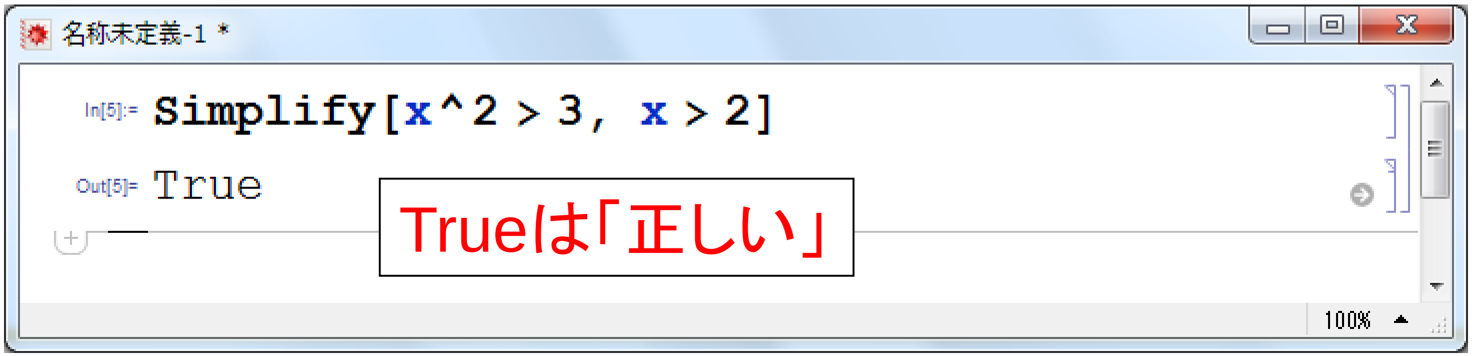
$$\cos x \cos y - \sin x \sin y$$

Simplify[Cos[x]Cos[y]-Sin[x]Sin[y]]

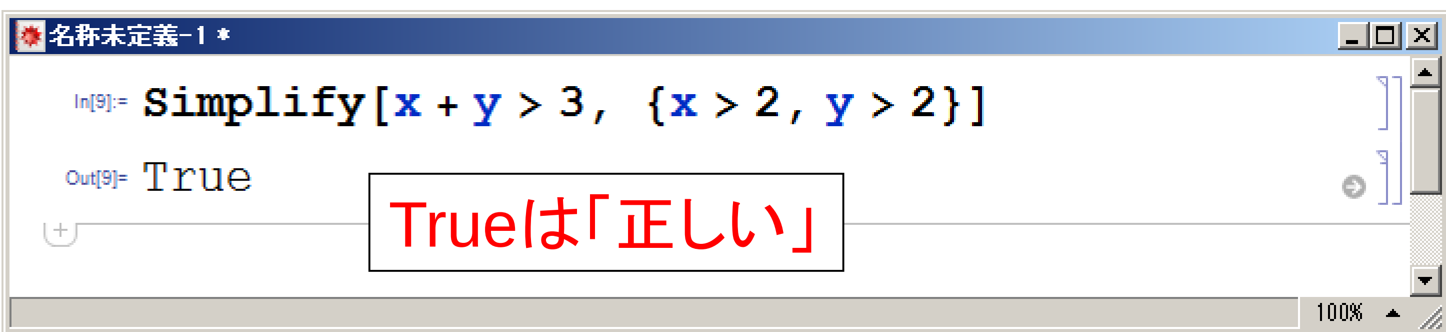


簡約化③

$x^2>3$ は $x>2$ において成立するか



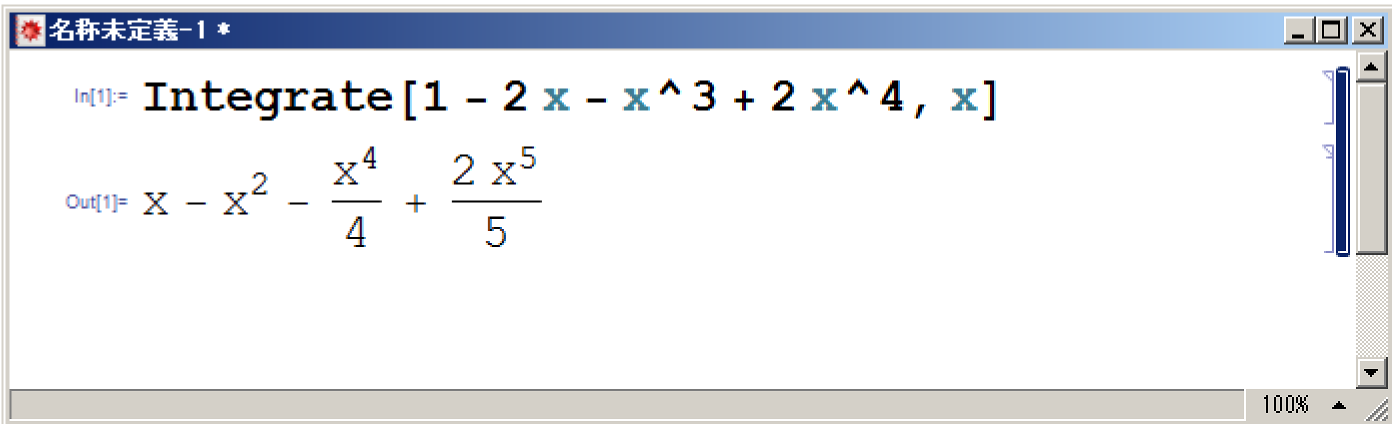
$x+y>3$ は $x>2$, $y>2$ において成立するか



不定積分①

$$\int 1 - 2x - x^3 + 2x^4 dx$$

Integrate[1-2x-x^3+2x^4,x]



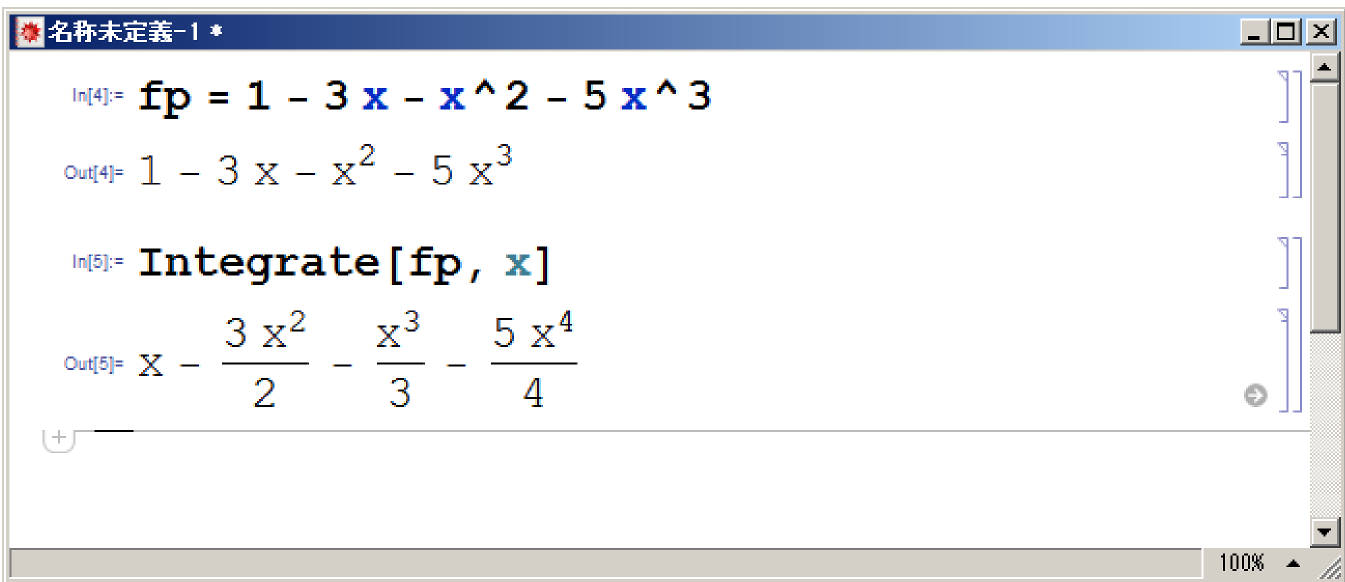
不定積分②

fpに右辺の式を代入

$$f(x) = 1 - 3x - x^2 - 5x^3$$

$$\int f(x)dx$$

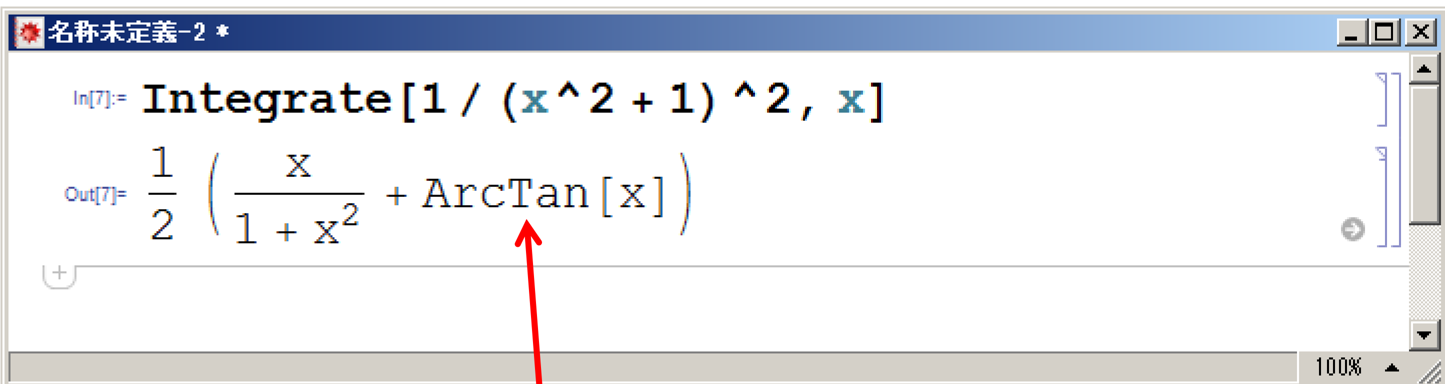
fp=1-3x-x^2-5x^3
Integrate[fp,x]



不定積分③

$$\int \frac{1}{(x^2+1)^2}dx$$

Integrate[1/(x^2+1)^2,x]



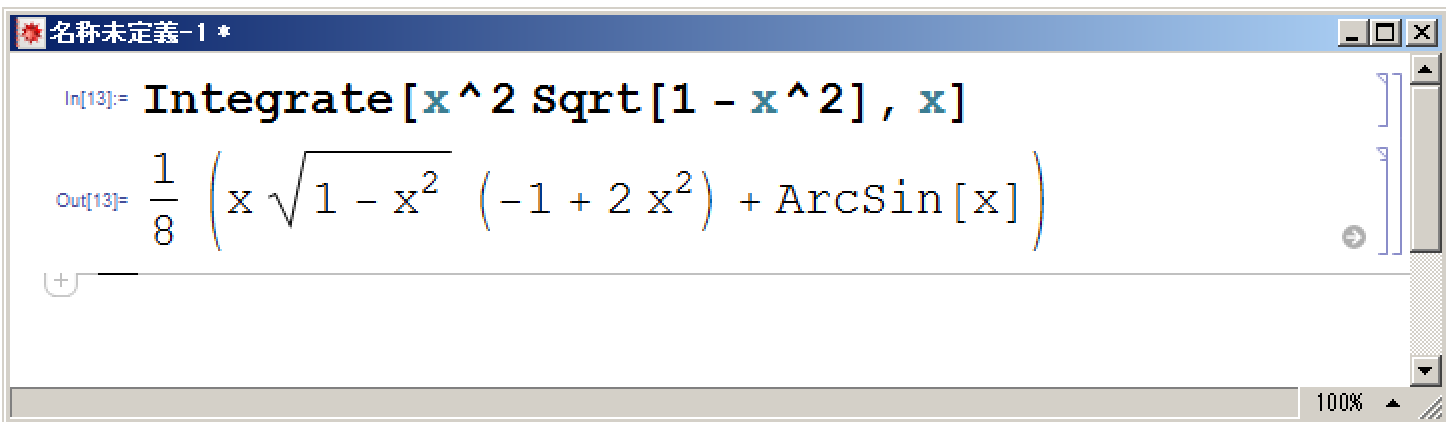
$Tan^{-1}x$

不定積分④

平方根
Sqrt

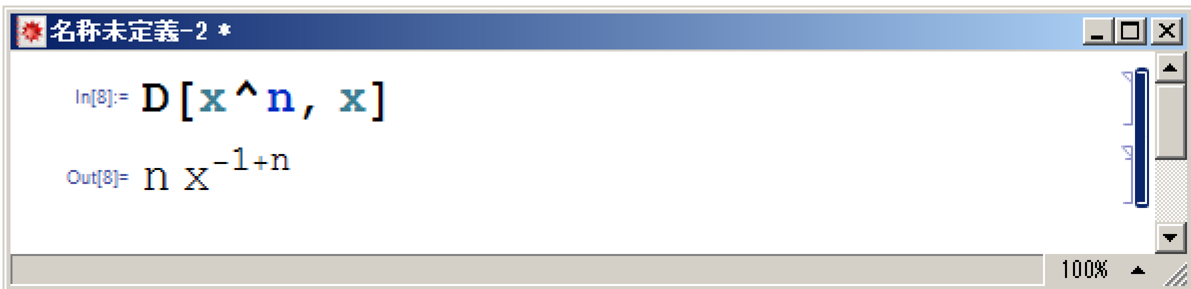
$$\int x^2\sqrt{1-x^2}\,dx$$

Integrate[x^2 Sqrt[1-x^2] , x]

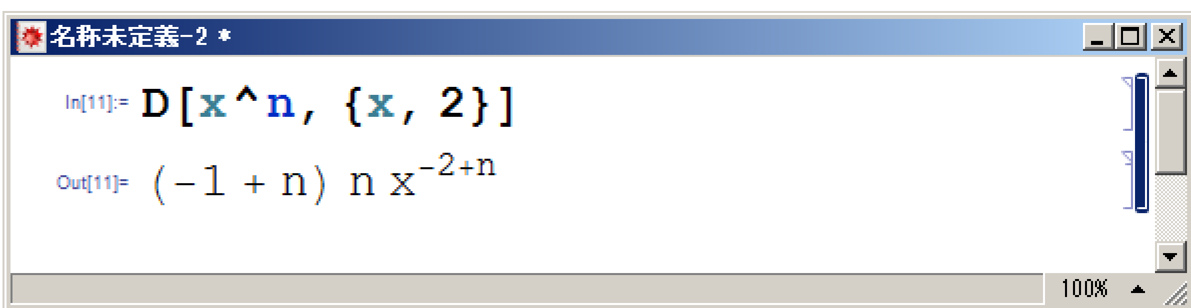


微分①

$\left(x^n\right)'$ ⟺ D[x^n,x]



$\left(x^n\right)''$ ⟺ D[x^n,{x,2}] 2回微分



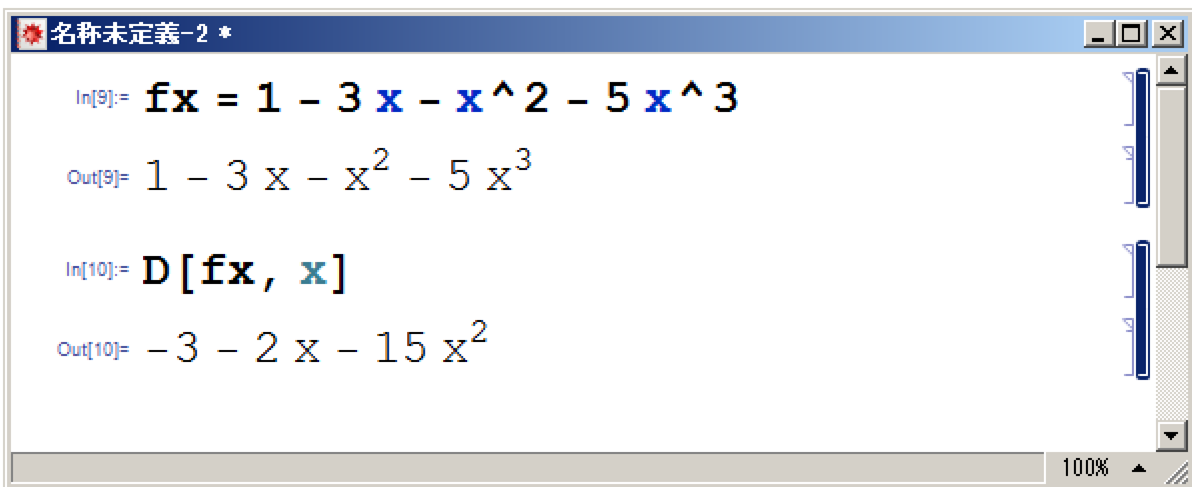
微分②

$$f(x) = 1 - 3x - x^2 - 5x^3$$

$$f'(x)$$

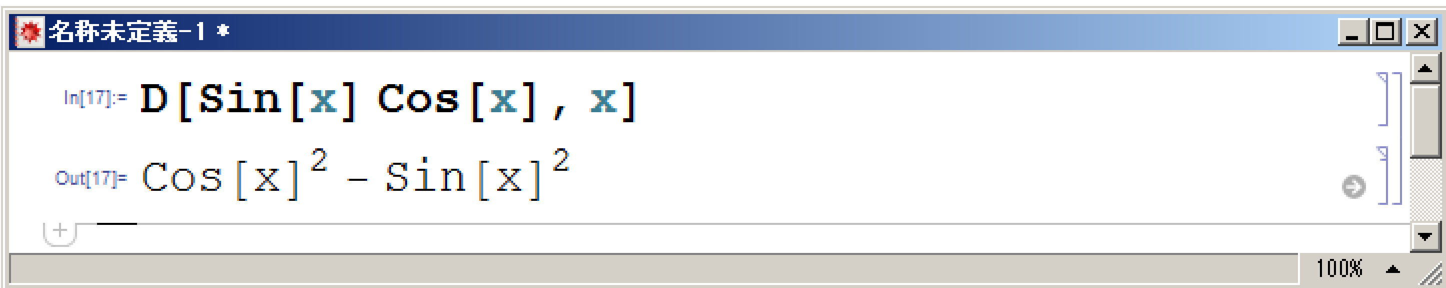
fx=1-3x-x^2-5x^3

D[fx,x]

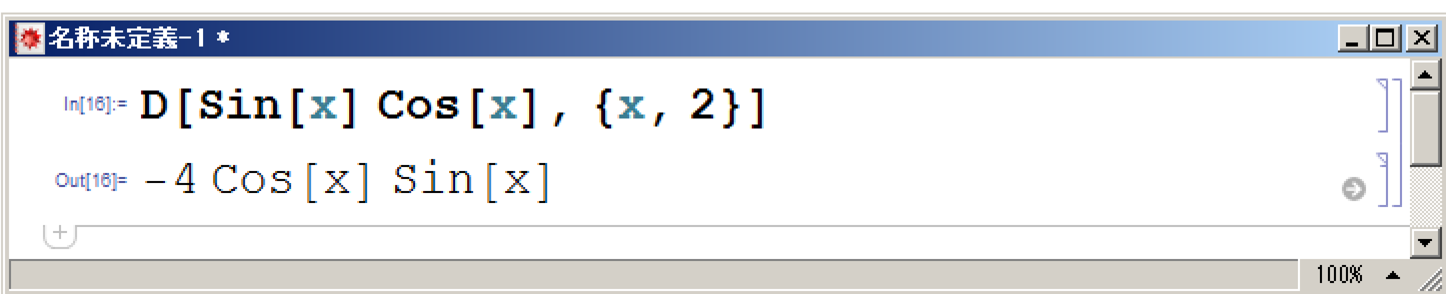


微分③

$$\frac{d(\sin x \cos x)}{dx} \Leftrightarrow \boxed{\text{D[Sin[x] Cos[x],x]}}$$

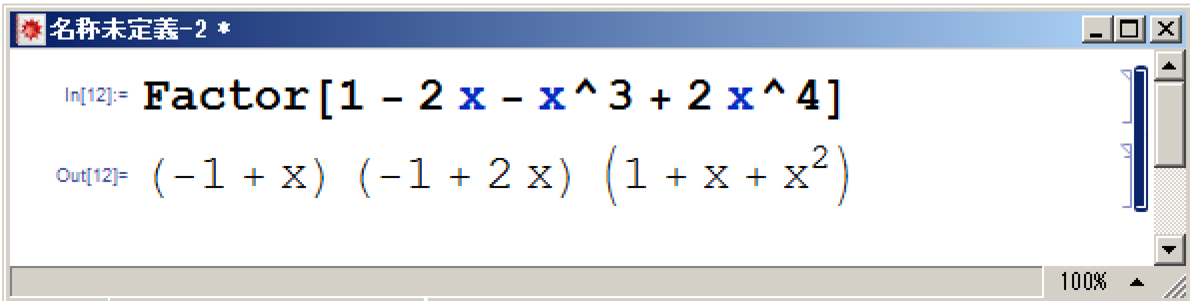


$$\frac{d^2(\sin x \cos x)}{dx^2} \Leftrightarrow \boxed{\text{D[Sin[x] Cos[x],\{x,2\}]}}$$

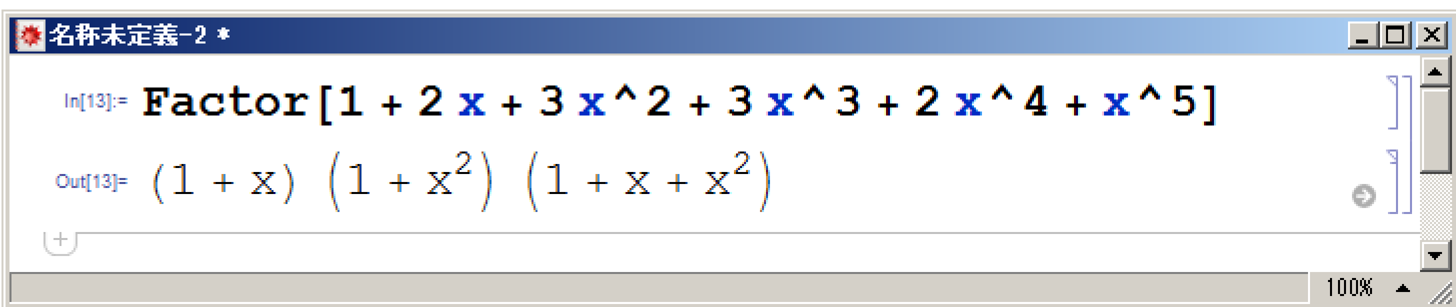


因数分解

$1-2x-x^3+2x^4$ ⟺ Factor[1-2x-x^3+2x^4]



$1+2x+3x^2+3x^3+2x^4+x^5$ ⟺ Factor[1+2x+3x^2+3x^3+2x^4+x^5]



三角関数の扱い（テキストにない）

- ExpandやFactorは三角関数を操作しない
- 三角関数式を操作する命令もある
  - 展開 TrigExpand
  - 分解 TrigFactor, TrigFactorList
  - 簡約 TrigReduce
  - 指数関数に変換 TrigToExp
  - 指数関数から変換 ExpToTrig

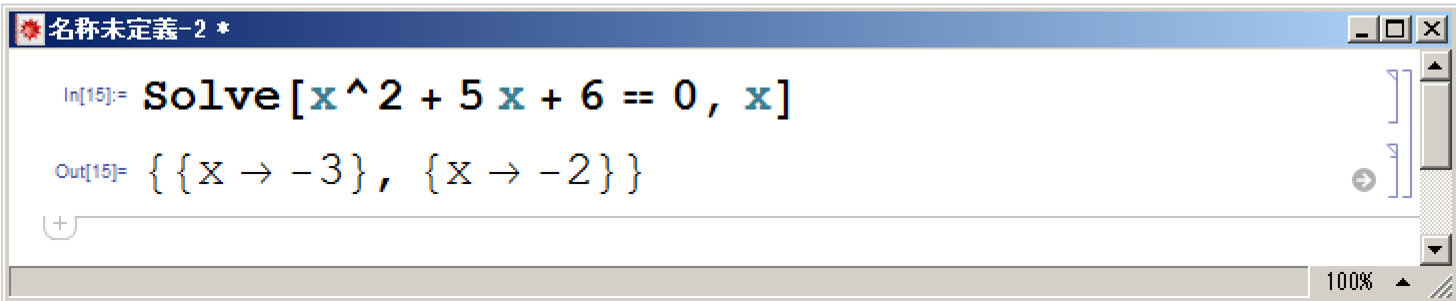
$$\cos 2x = \cos x^2 - \sin x^2$$

```
In[27]:=
        TrigExpand[Cos[2 x]]
Out[27]=
        Cos[x]^2 - Sin[x]^2
```

代数方程式の解①

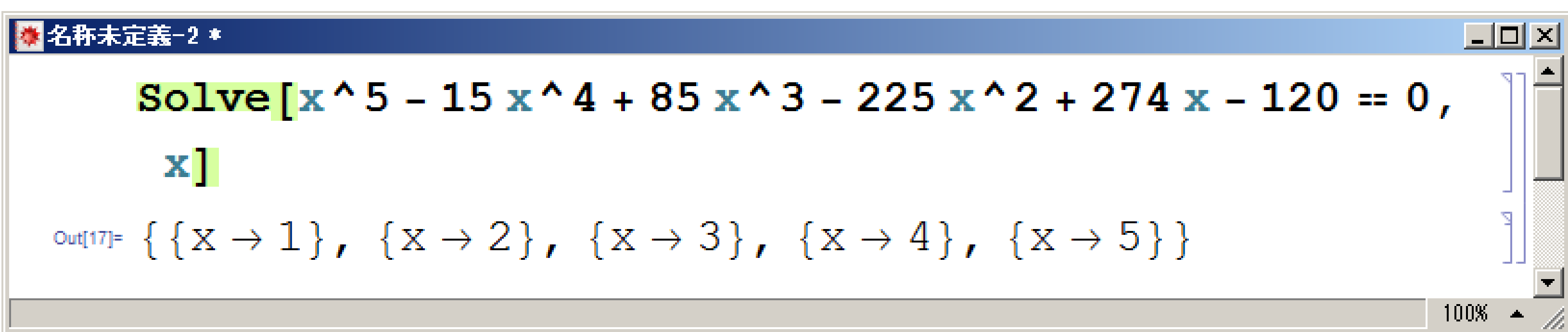
$$x^2+5x+6=0$$

Solve[x^2+5x+6==0,x]



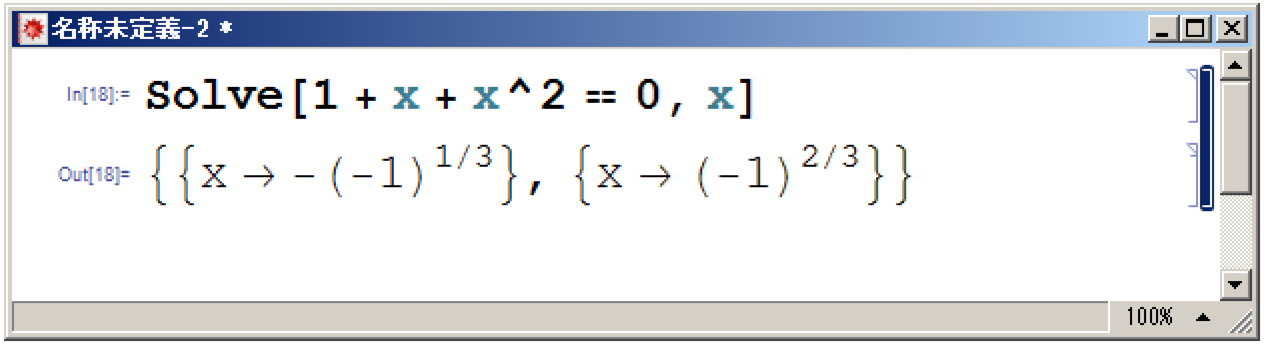
$$x^5-15x^4+85x^3-225x^2+274x-120=0$$

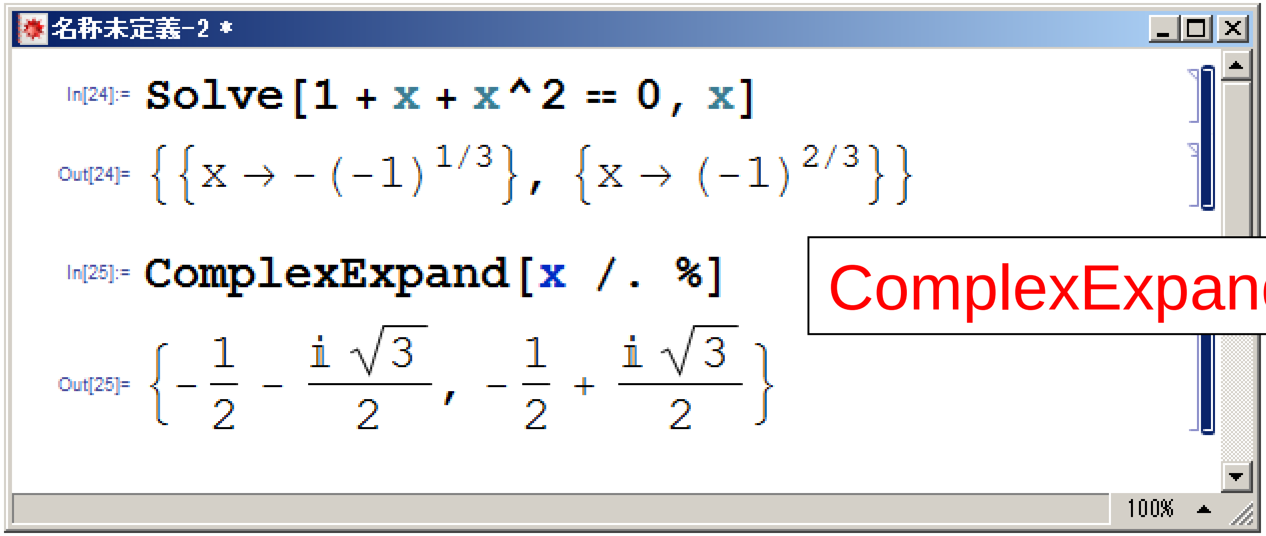
Solve[x^5 - 15x^4 + 85x^3 - 225x^2 + 274x - 120 == 0,x]



代数方程式の解②

$1+x+x^2=0$ ⇔ Solve[1+x+x^2==0,x]



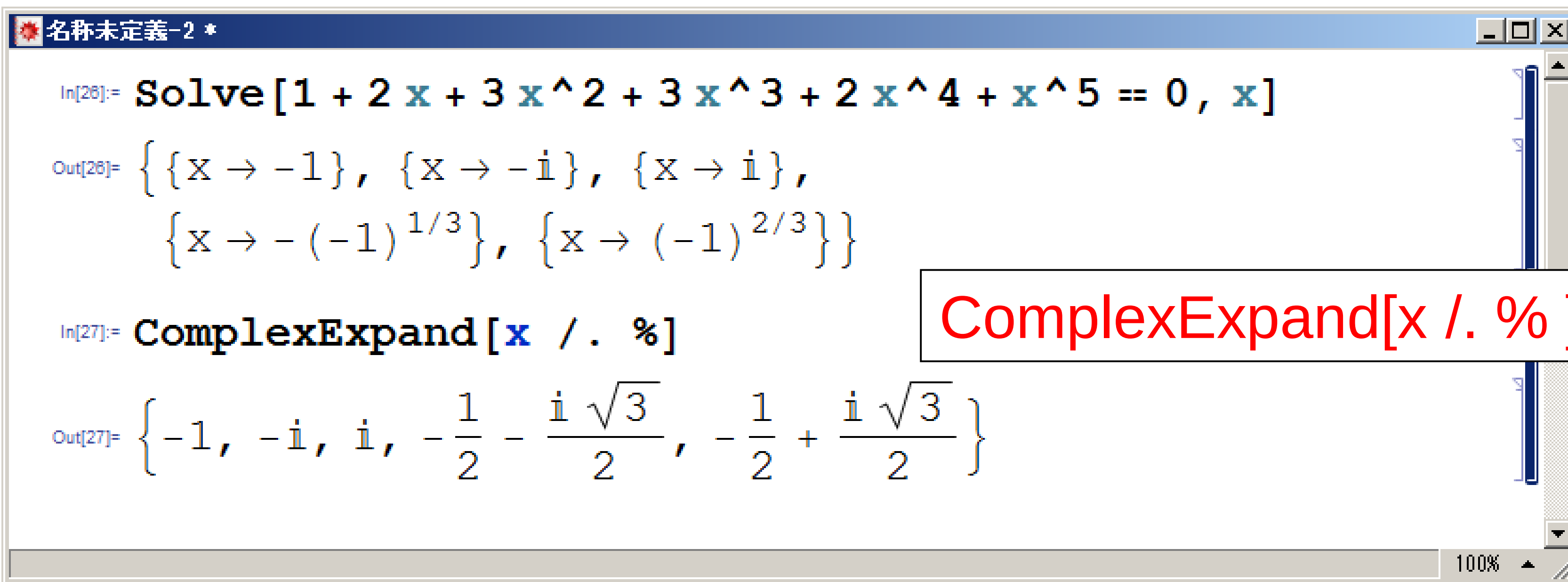


ComplexExpand[x /. %]

代数方程式の解③

$$1+2x+3x^2+3x^3+2x^4+x^5=0$$ ⟺

Solve[1+2x+3x^3+3x^3+2x^4+x^5 == 0,x]



ComplexExpand[x /. %]

代数方程式の解②

$$1+x+x^2=0$$

NSolve[1+x+x^2==0,x]

```
名称未定義-2 *
In[29]:= NSolve[1 + x + x^2 == 0, x]
Out[29]= {{x → -0.5 - 0.866025 i}, {x → -0.5 + 0.866025 i}}
100%
```

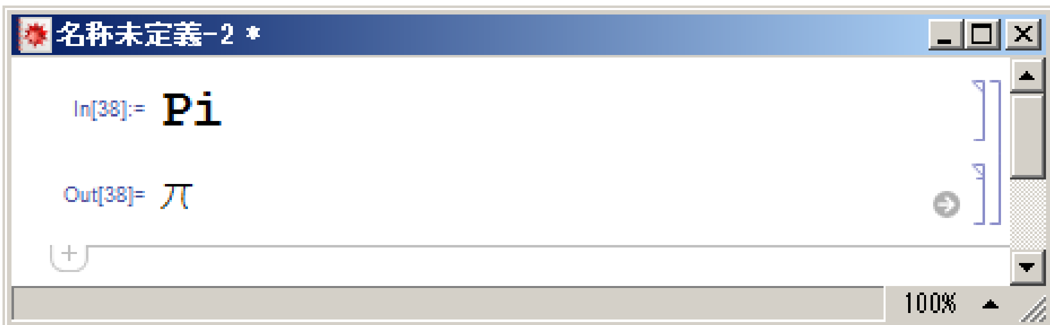
$$1+2x+3x^2+3x^3+2x^4+x^5=0$$

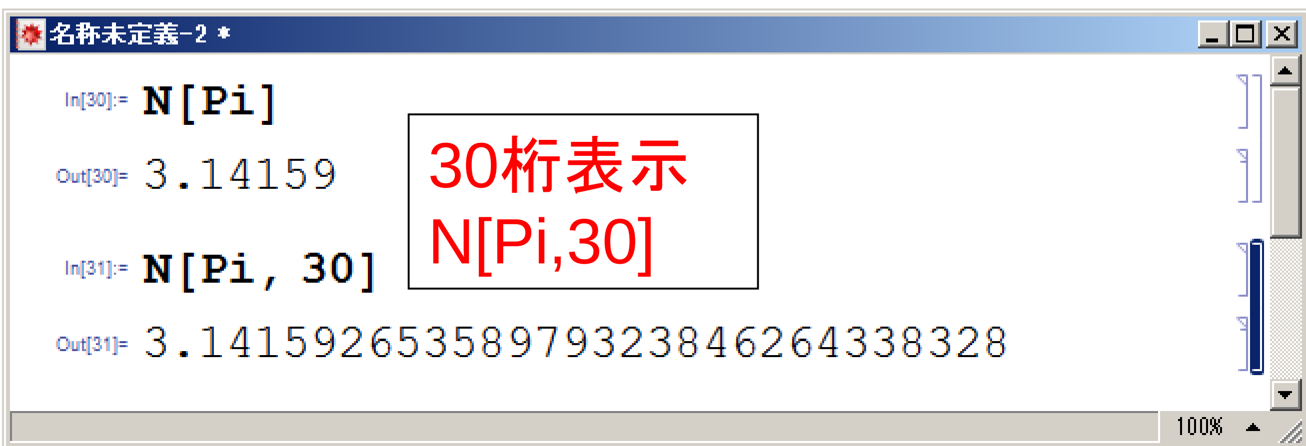
NSolve[1+2x+3x^3+3x^3+2x^4+x^5 == 0,x]

```
名称未定義-2 *
In[28]:= NSolve[1 + 2 x + 3 x^2 + 3 x^3 + 2 x^4 + x^5 == 0, x]
Out[28]= {{x → -1.}, {x → -0.5 - 0.866025 i},
 {x → -0.5 + 0.866025 i}, {x → 0. - 1. i}, {x → 0. + 1. i}}
100%
```

円周率π①

π ⟷ Pi





30桁表示
N[Pi,30]

円周率 π ②

1000桁表示
N[Pi,1000]

名称未定義-2 *

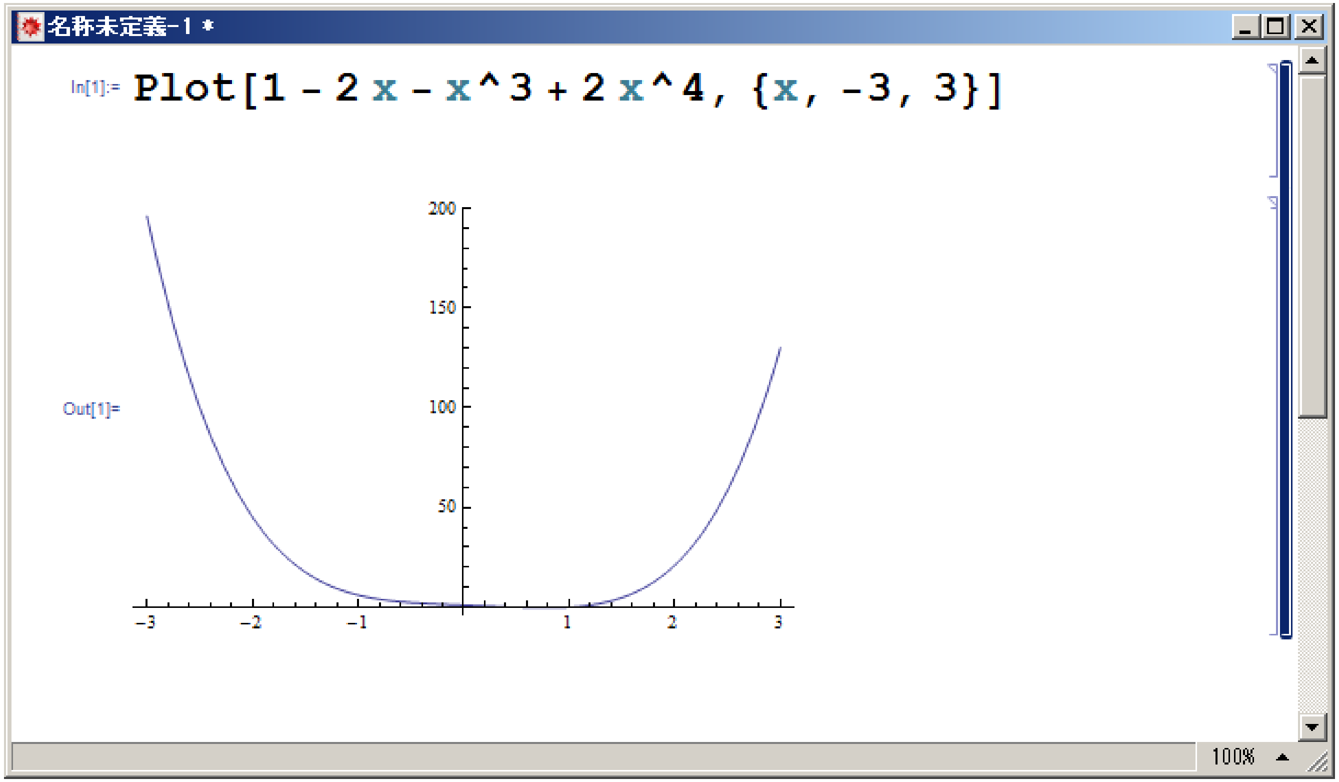
```
In[32]:= N[Pi, 1000]

Out[32]= 3.141592653589793238462643383279502884197169399375105820974944592307\
 816406286208998628034825342117067982148086513282306647093844609550\
 582231725359408128481117450284102701938521105559644622948954930381\
 964428810975665933446128475648233786783165271201909145648566923460\
 348610454326648213393607260249141273724587006606315588174881520920\
 962829254091715364367892590360011330530548820466521384146951941511\
 609433057270365759591953092186117381932611793105118548074462379962\
 749567351885752724891227938183011949129833673362440656643086021394\
 946395224737190702179860943702770539217176293176752384674818467669\
 405132000568127145263560827785771342757789609173637178721468440901\
 224953430146549585371050792279689258923542019956112129021960864034\
 418159813629774771309960518707211349999998372978049951059731732816\
 096318595024459455346908302642522308253344685035261931188171010003\
 137838752886587533208381420617177669147303598253490428755468731159\
 562863882353787593751957781857780532171226806613001927876611195909\
 216420199
```

グラフの書き方①

$$f(x) = 1 - 2x - x^3 + 2x^4$$
$$-3 \le x \le 3$$

⇔

Plot[1-2x-x^3+2x^4,{x,-3,3}]

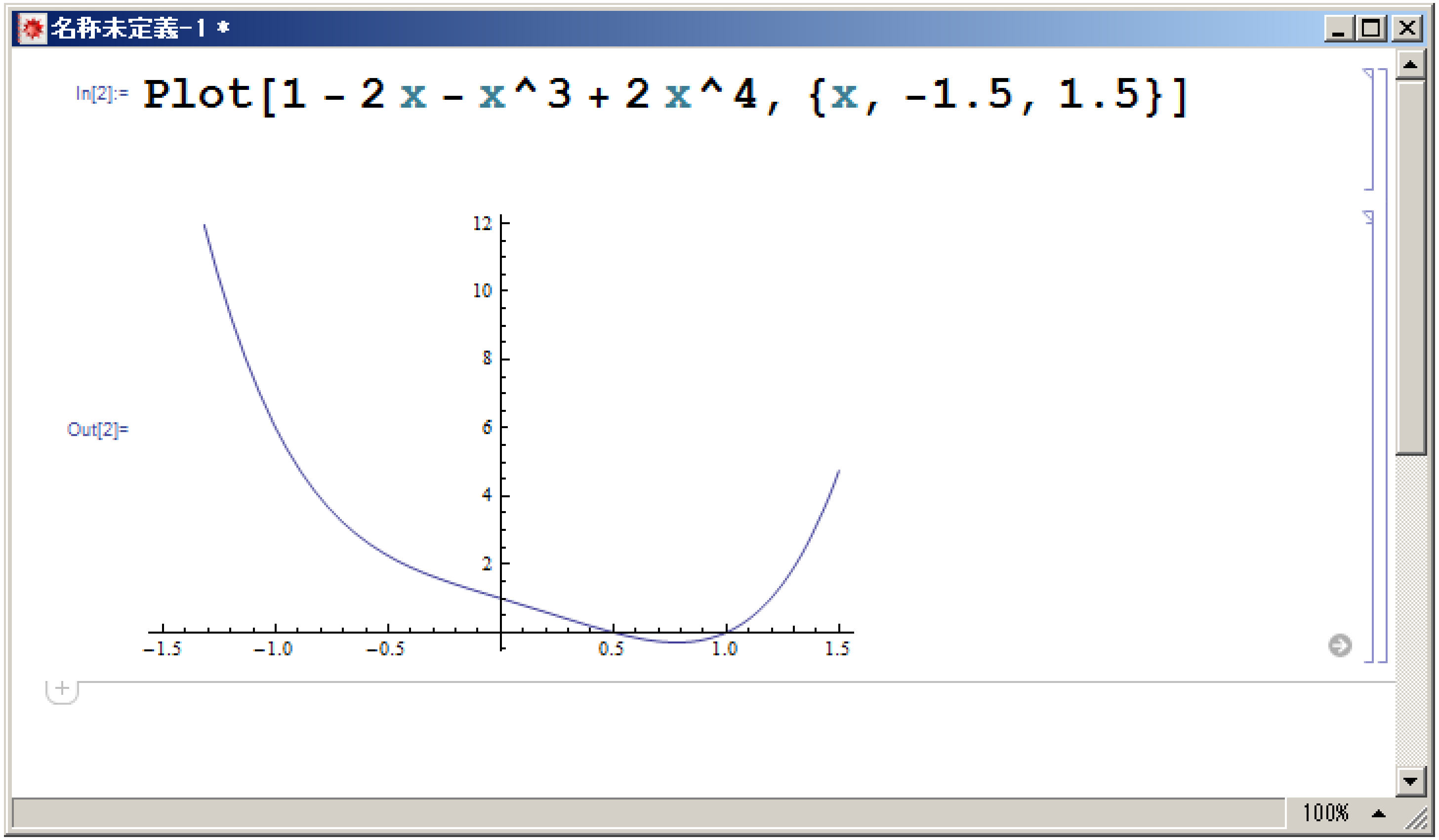


グラフの書き方②

$$f(x) = 1 - 2x - x^3 + 2x^4$$
$$-1.5 \le x \le 1.5$$

⇔

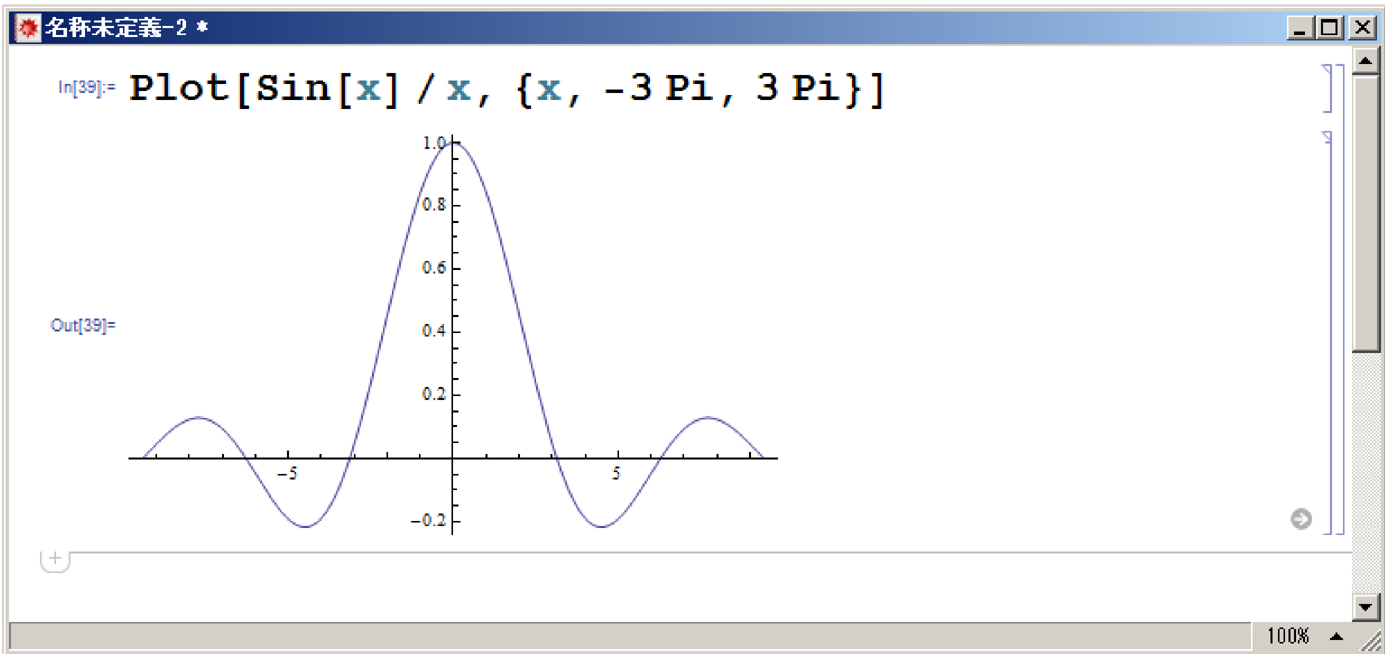
Plot[1-2x-x^3+2x^4,
{x,-1.5,1.5}]



グラフの書き方③

$$f(x) = \frac{\sin(x)}{x}$$
$$-3\pi \le x \le 3\pi$$

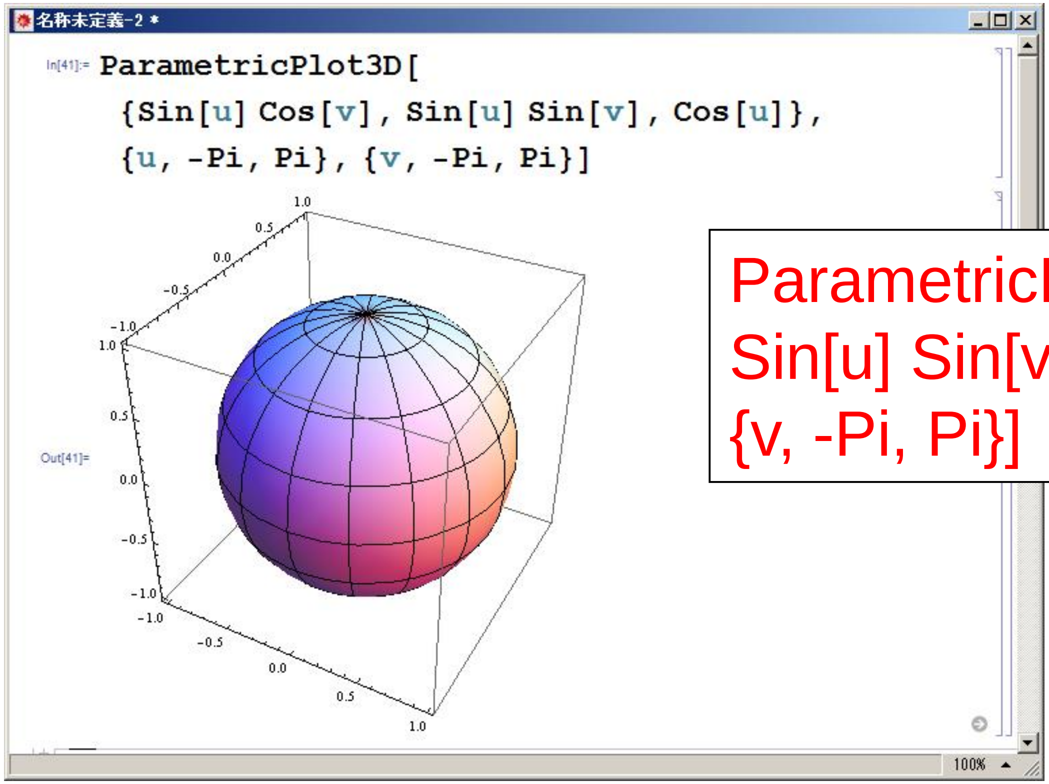
Plot[Sin[x]/x,{x,-3Pi,3Pi}]



３次元グラフィックス①

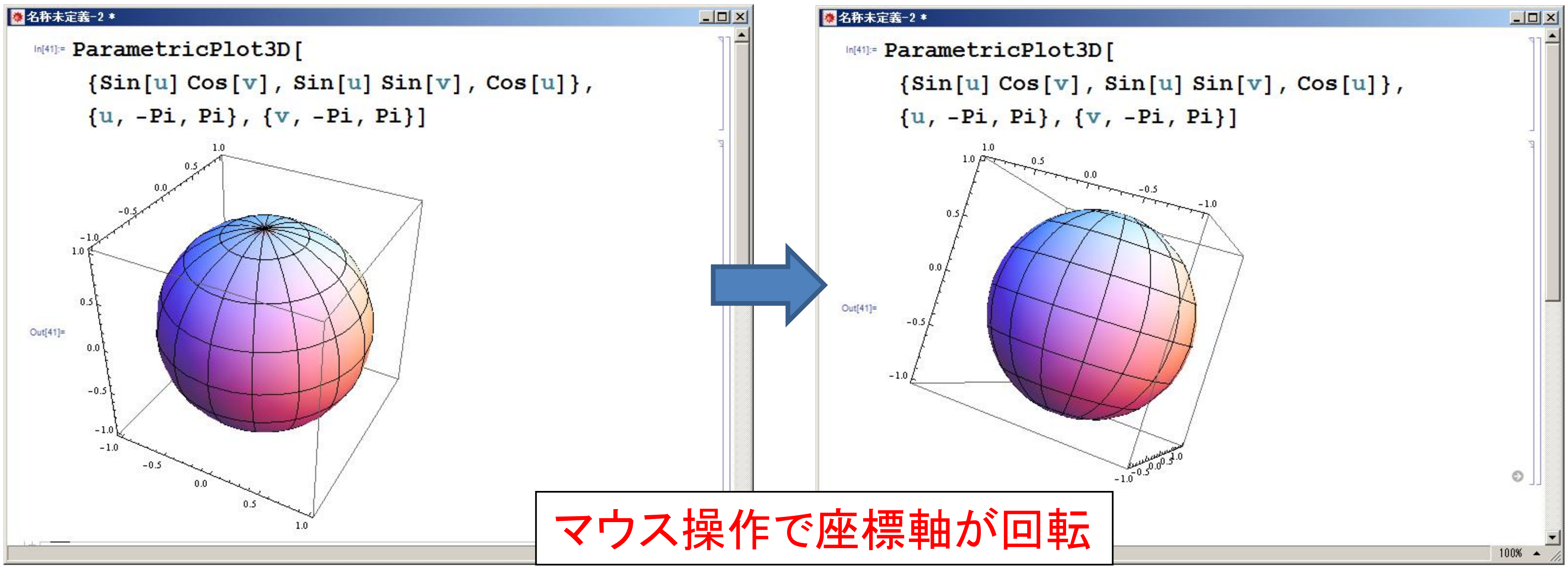
$$x = \sin(u)\cos(v), y = \sin(u)\sin(v), z = \cos(u)$$

$$-\pi \le u \le \pi, -\pi \le v \le \pi$$



ParametricPlot3D[{Sin[u]Cos[v], Sin[u] Sin[v], Cos[u]}, {u, -Pi, Pi}, {v, -Pi, Pi}]

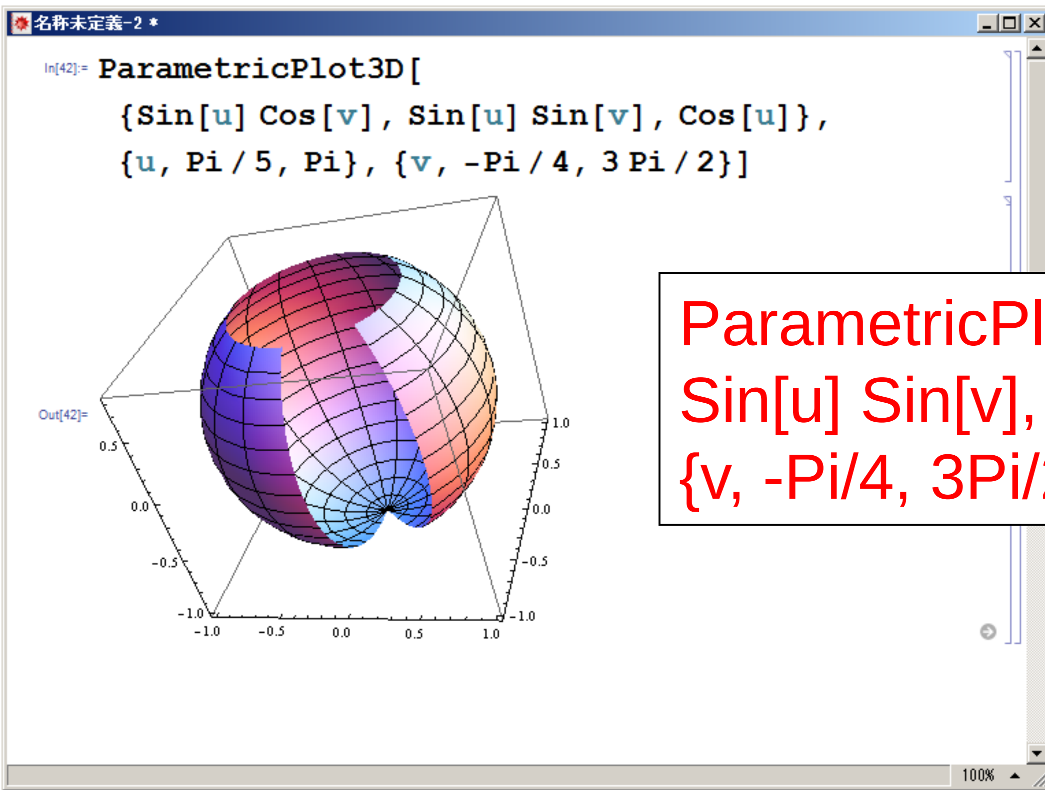
３次元グラフィックス②



３次元グラフィックス③

$$x = \sin(u)\cos(v),\ y = \sin(u)\sin(v),\ z = \cos(u)$$

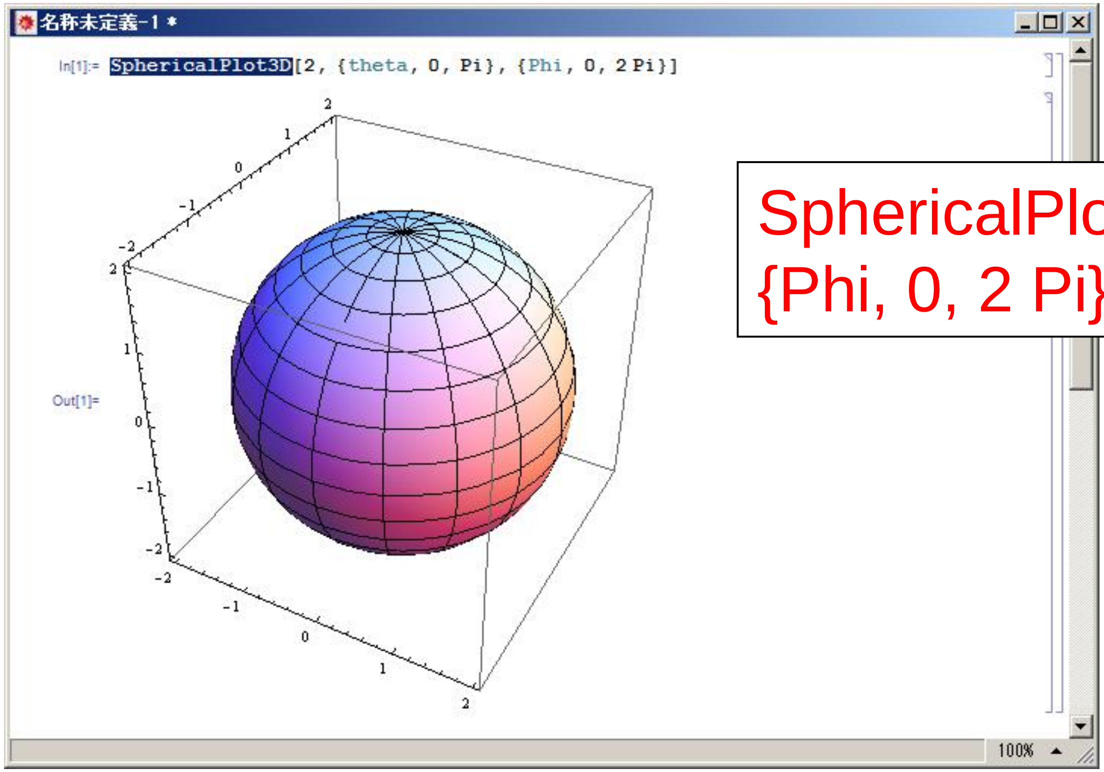
$$\pi/5 \le u \le \pi, -\pi/4 \le v \le \frac{3}{2}\pi$$



ParametricPlot3D[{Sin[u]Cos[v], Sin[u] Sin[v], Cos[u]}, {u, Pi/5, Pi}, {v, -Pi/4, 3Pi/2}]

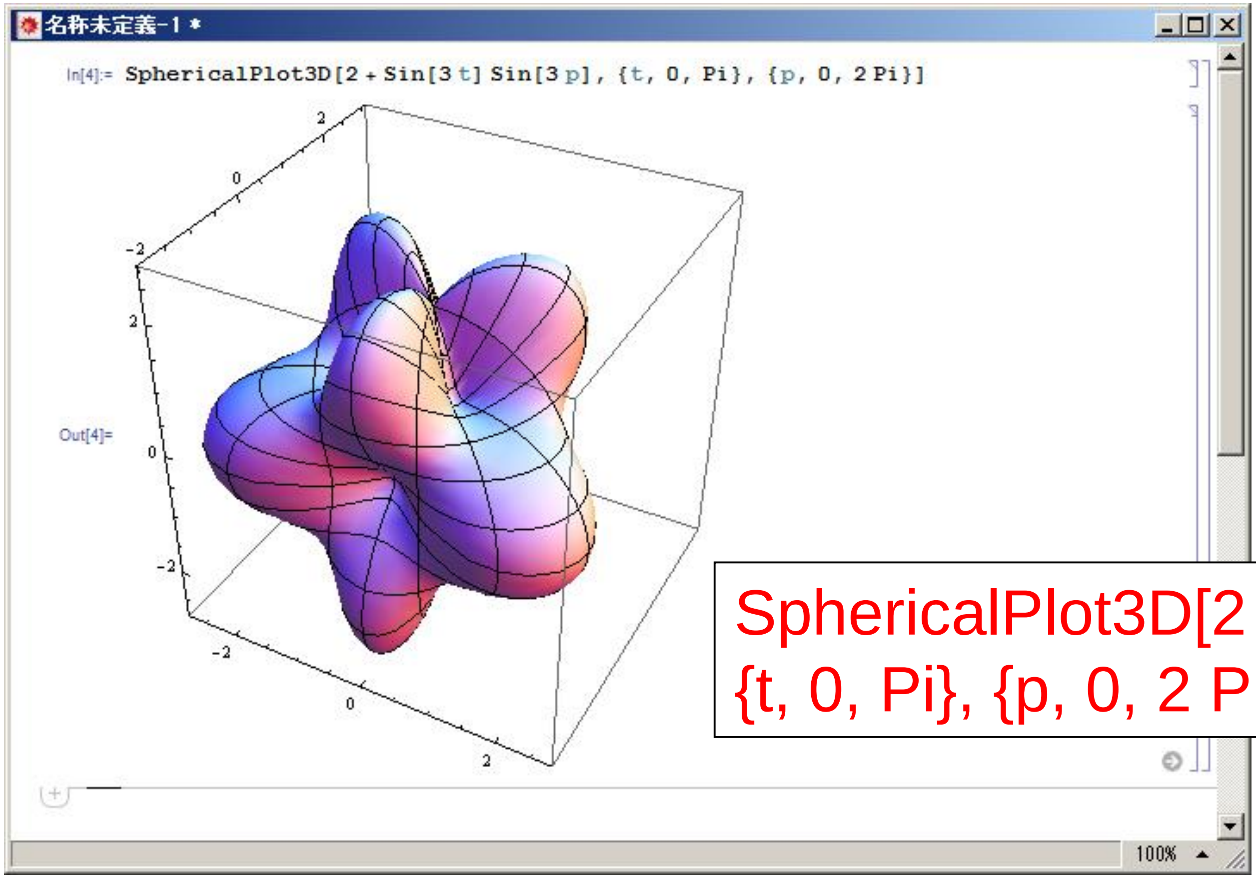
３次元グラフィックス④

SphericalPlot3D[r, θ, φ]
極座標θとφの関数として，球面半径rの3Dプロットを生成



SphericalPlot3D[2, {theta, 0, Pi}, {Phi, 0, 2 Pi}]

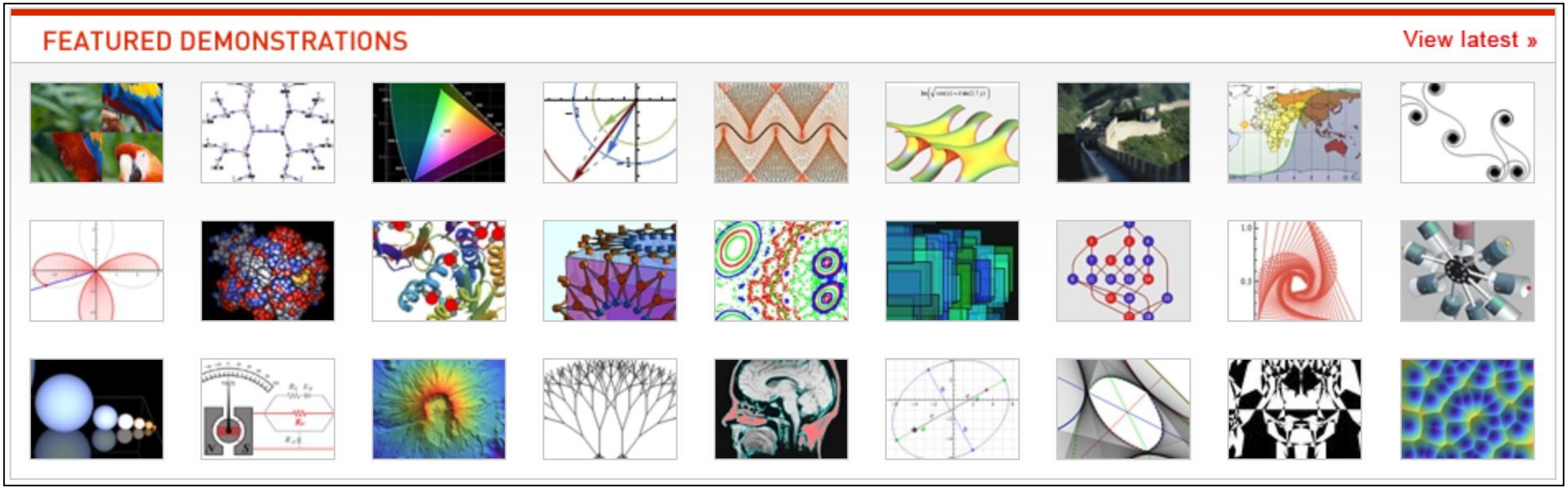
３次元グラフィックス⑤



SphericalPlot3D[2 + Sin[3 t] Sin[3 p], {t, 0, Pi}, {p, 0, 2 Pi}]

Wolfram Demonstrations Project

- http://demonstrations.wolfram.com/
- 多種多様な動く資料を見ることができる
- 使いこなしたくなる動機づけになる



Mathematicaに慣れておいて下さい

- 日々使って，慣れておくべき道具です
  - 今後の勉強の学習効率が上がること間違いなし

- 数学，物理，化学などの演習問題を解く際の
検算用途で使い始めることを強く勧めます
  - ただし導出過程が得られないので，検算用途にのみ

数値計算のツール（11.2節）

Matlab

数値計算のツール（11.2節）

- 有料/無料のソフトウェア
  - MATLAB, Scilab, Octave
  - 各々のウェブにあるライセンス条項を読み，諸君が無料で利用可能なものを探してみると良い
- MATLABは有料であるが，慶應義塾大学は包括契約を締結している
  - ITCの一部のパソコン室で利用可能！
  - 日吉は3室のみ，矢上は全室
  - みなさんのパソコンにもインストール可能！日吉ITCのソフトウェアライセンス利用ページ参照

三田 | 日吉 | 信濃町 | 矢上 | 湘南藤沢 | 芝共立 | ITCについて

慶應義塾 日吉 ITC
Hiyoshi Information Technology Center

- TOP
- コンピュータ
- ネットワーク
- ソフトウェア
- keio.jp
- 利用案内
- お問い合わせ
- スケジュール
- 教職員向け情報

keio.jp 共通認証システム

慶應義塾大学 日吉キャンパス

慶應義塾

日吉図書館

トップ ＞ソフトウェア ＞ソフトウェアライセンス利用 ＞

MATLAB

ライセンスオプションについて

MATLABは、インストールしてご使用になる端末によって、以下のライセンスオプションを使い分ける必要があります。

ライセンスオプション と 導入PC例

キャンパスオプション	• 常勤教職員本人が所有するPC • 研究室などに設置されているPC
スチューデントオプション	• 学生 本人が所有するPC

- 利用対象者/非対象者の詳細については、上記各ライセンスオプションのページをご覧ください。
- 上記の表に掲載されていない「非対象者と共有利用しているPC」、「外部資金で整備され、その所有が義塾以外の組織となるPC」、「利用対象者の家族、親族と共有利用しているPC」にはインストールできません。

MATLAB オンライントレーニング

オンラインで受講できる自己学習形式のトレーニングです。

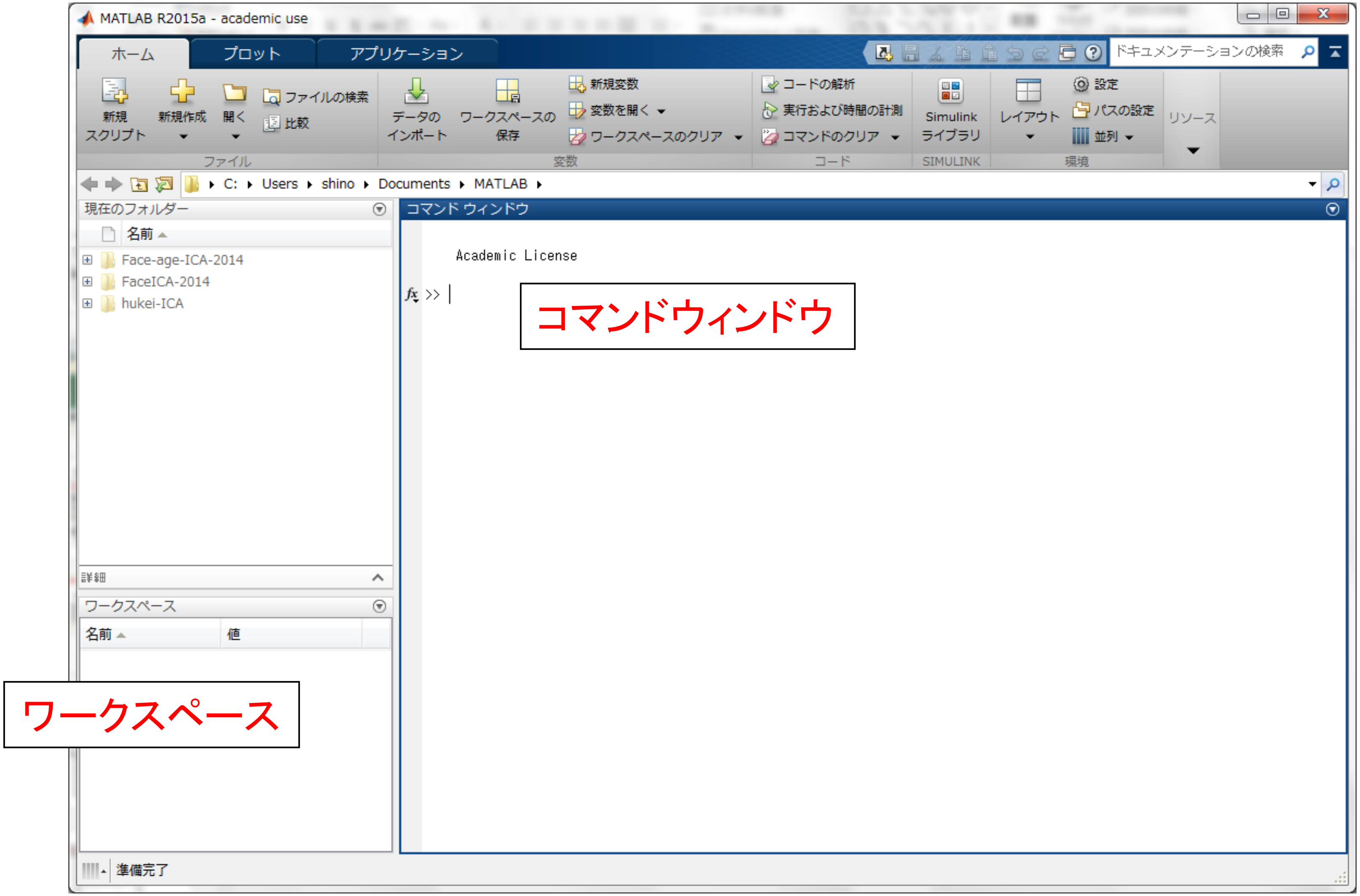
MATLAB オンライントレーニング

最終更新日：2016年10月17日

数値計算のツール（MATLAB）

- MathWorks社が開発/販売している数値計算ツール
- 行列計算に基づく高水準プログラミング言語が出発点（1984）
- 現在は数式処理を扱うMuPadが組み込まれている
- GUIを使ってプラントを設計し，シミュレーションを行ったり，実際の機器を操作することができる
- 多くのツールボックスにより，様々な分野のシミュレーションを容易に実現可能
  - 統計解析，最適化，信号処理，金融モデル，生命科学
- 使用法はオンラインヘルプで検索/閲覧できる
  - 自分で調べられるようになることが重要！ help, doc
  - オンラインチュートリアルも充実している

数値計算のツール（MATLAB）



行列の入力

行列A

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -5 & 1 \\ 6 & -14 & 5 \\ 21 & 13 & -10 \end{pmatrix}$$

⟺

要素と要素の間は空白もしくは「，」
行の終了は「；」

A = [1 -5 1; 6 -14 5; 21 13 -10]

```
>> A = [ 1 -5 1; 6 -14 5; 21 13 -10]

A =

     1    -5     1
     6   -14     5
    21    13   -10
```

ベクトルの入力

ベクトルb

$$\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 18 \\ 71 \\ -13 \end{pmatrix}$$

⇔

b = [18 ; 71 ; -13]

```
>> b = [ 18 ; 71 ; -13 ]

b =

    18
    71
   -13
```

行列計算の関数①

サイズ

```
>> size(A)

ans =

     3     3

>> size(b)

ans =

     3     1
```

行列Aのサイズ
size(A)

ベクトルbのサイズ
size(b)

ランク

```
>> rank(A)

ans =

     3
```

行列Aのランク
rank(A)

行列計算の関数②

転置

```
>> A'

ans =

     1     6    21
    -5   -14    13
     1     5   -10

>> b'

ans =

    18    71   -13
```

行列Aの転置
A'

ベクトルbの転置
b'

行列式

```
>> det(A)

ans =

 -378.0000
```

行列Aの行列式
det(A)

行列計算の関数③

トレース

```
>> trace(A)

ans =

   -23
```

行列Aのトレース
trace(A)

逆行列

```
>> inv(A)

ans =

   -0.1984    0.0979    0.0291
   -0.4365    0.0820   -0.0026
   -0.9841    0.3122   -0.0423
```

行列Aの逆行列
inv(A)

行列計算の関数④

積 *

足し算 +

```
>> A+A

ans =

     2   -10     2
    12   -28    10
    42    26   -20
```

A+A

引き算 -

```
>> A-A

ans =

     0     0     0
     0     0     0
     0     0     0
```

A-A

```
>> 2*A

ans =

     2   -10     2
    12   -28    10
    42    26   -20
```

2*A

```
>> A*A

ans =

    -8    78   -34
    27   231  -114
  -111  -417   186
```

A*A

行列計算の関数⑤

```
>> A*b

ans =

   -350
   -951
   1431
```

A*b

```
>> A.*A

ans =

     1    25     1
    36   196    25
   441   169   100
```

A.*A

要素毎の四則演算は演算子の前にピリオドを付ける

逆行列を確かめてみよう

- 元の行列と逆行列の積が単位行列になるか

```
>> A*inv(A)

ans =

    1.0000    0.0000   -0.0000
   -0.0000    1.0000   -0.0000
    0.0000   -0.0000    1.0000
```

A*inv(A)

$$AA^{-1} = I$$

- -0.0000 とは？ 精度を上げて表示してみよう

```
>> format long
>> A*inv(A)

ans =

   1.000000000000000   0.000000000000000  -0.000000000000000
  -0.000000000000001   1.000000000000000  -0.000000000000000
   0.000000000000004  -0.000000000000000   1.000000000000000
```

format long
桁をさらに表示

２進数による小数表現の問題点（復習）

- 循環小数
  - （10進数）0.1 → （2進数）0.000110011001100...

    ⇩

  - 有限桁でしか表現できず，誤差が生じる（丸め誤差）

    ⇩

  - 0.1を10回足しても1とならない場合がある

連立方程式

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -5 & 1 \\ 6 & -14 & 5 \\ 21 & 13 & -10 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 18 \\ 71 \\ -13 \end{pmatrix}$$

$$A\mathbf{x} = \mathbf{b}$$

$$\mathbf{x} = A^{-1}\mathbf{b}$$

```
>> inv(A)*b

ans =

    3.0000
   -2.0000
    5.0000
```

$A^{-1}\mathbf{b}$

inv(A)*b

```
>> A¥b

ans =

    3.0000
   -2.0000
    5.0000
```

連立方程式の解
A¥b

行列計算の関数⑥

固有値問題

$$A\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x}$$

[X D] = eig(A)

```
>> [X D] = eig(A)

X =

  -0.1367 - 0.1956i  -0.1367 + 0.1956i  -0.1497 + 0.0000i
  -0.3934 + 0.0345i  -0.3934 - 0.0345i  -0.4865 + 0.0000i
  -0.8872 + 0.0000i  -0.8872 + 0.0000i   0.8608 + 0.0000i


D =

  -1.0000 + 4.1231i   0.0000 + 0.0000i   0.0000 + 0.0000i
   0.0000 + 0.0000i  -1.0000 - 4.1231i   0.0000 + 0.0000i
   0.0000 + 0.0000i   0.0000 + 0.0000i -21.0000 + 0.0000i
```

固有ベクトル

固有値

行列の一部を選択
X(1:3,1)

行列の一部を選択
X(1:3,2)

行列の一部を選択
X(1:3,3)

```
X =

 -0.1367 - 0.1956i  -0.1367 + 0.1956i  -0.1497 + 0.0000i
 -0.3934 + 0.0345i  -0.3934 - 0.0345i  -0.4865 + 0.0000i
 -0.8872 + 0.0000i  -0.8872 + 0.0000i   0.8608 + 0.0000i


D =

 -1.0000 + 4.1231i   0.0000 + 0.0000i   0.0000 + 0.0000i
  0.0000 + 0.0000i  -1.0000 - 4.1231i   0.0000 + 0.0000i
  0.0000 + 0.0000i   0.0000 + 0.0000i -21.0000 + 0.0000i
```

行列の一部を選択
D(3,3)

行列の一部を選択
D(1,1)

行列の一部を選択
D(2,2)

固有値を確かめてみよう

- 固有ベクトルと行列の積は,
  固有ベクトルのスカラー倍になっているか

Ax

```
>> A*X(1:3,3)

ans =

    3.1436
   10.2168
  -18.0758
```

λx

```
>> D(3,3)*X(1:3,3)

ans =

    3.1436
   10.2168
  -18.0758
```

近似解の計算

$$x^2+2x+1=0$$

```
>> roots([1 2 1])

ans =

    -1
    -1
```

roots([1 2 1])

$$2x^4-x^3-2x+1=0$$

```
>> roots([2 -1 0 -2 1])

ans =

  -0.5000 + 0.8660i
  -0.5000 - 0.8660i
   1.0000 + 0.0000i
   0.5000 + 0.0000i
```

roots([2 -1 0 -2 1])

関数のプロット①

$$\boxed{f(x) = 4x^3 - 4x^2 - x + 1}$$

- 予め関数をMファイルに定義
  - f.m というファイル名で作成

```
function y=f(x)
y=4*x.^3-4*x.^2-x+1;
end
```

関数のプロット②

- プロットしたい範囲の値をxベクトルに用意
  - 例えば -1から1.5の範囲

```
>> x= -1:0.01:1.5
```

-1から1.5まで0.01ずつ

```
>> x= linspace(-1, 1.5, 10)
```

1から1.5まで10個

```
>> x= linspace(-1, 1.5, 100)
```

1から1.5まで100個

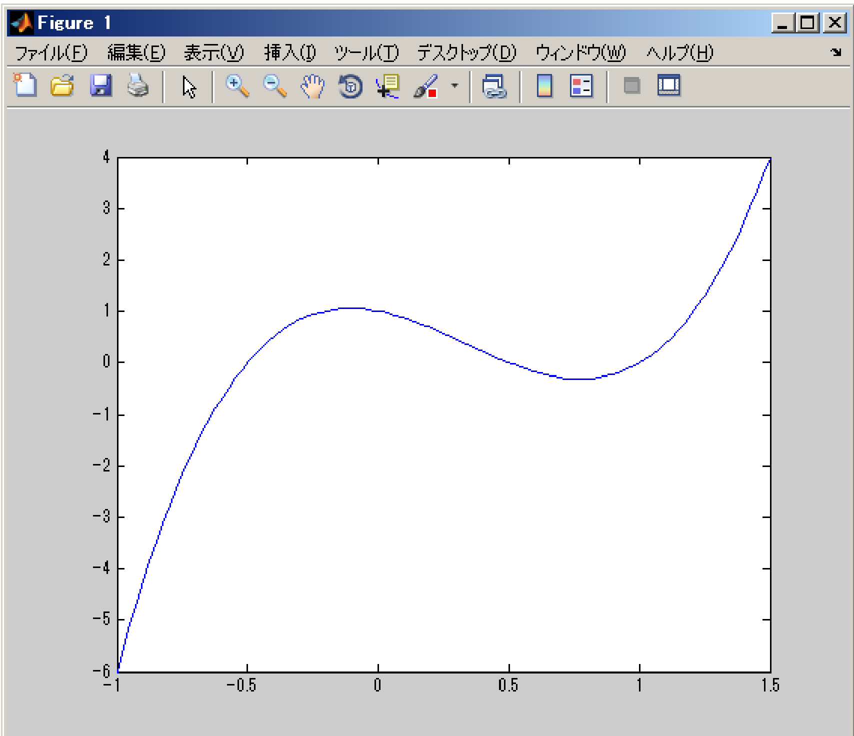
関数のプロット③

```
>> x= linspace(-1,1.5,10)

x =

  Columns 1 through 6

   -1.0000   -0.7222   -0.4444   -0.1667    0.1111    0.3889

  Columns 7 through 10

    0.6667    0.9444    1.2222    1.5000
```

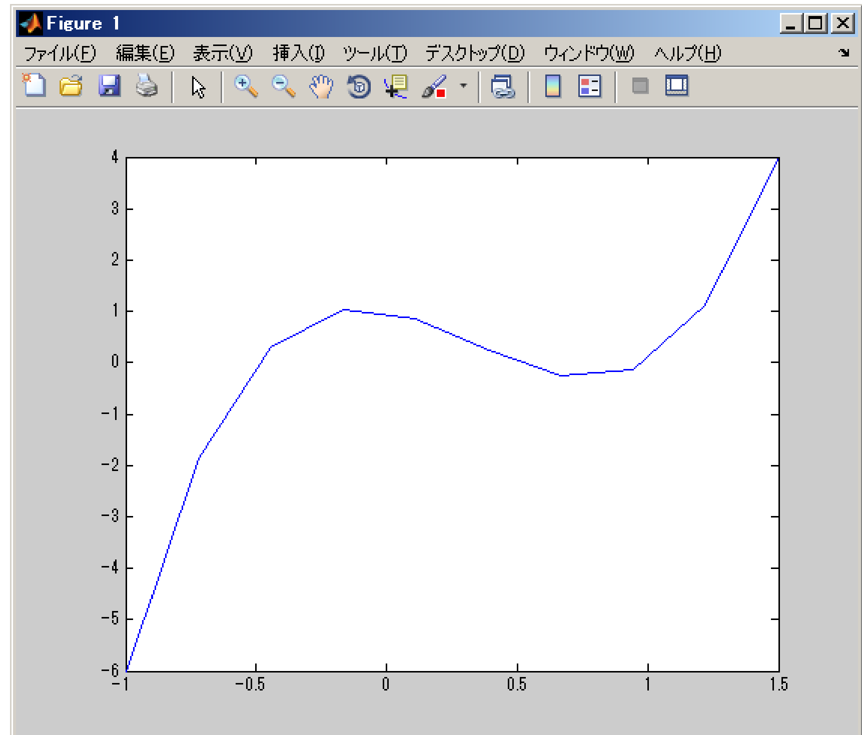
x=linspace(-1,1.5,10)
1から1.5まで10個

関数のプロット④

```
>> plot(x, f(x))
```




```
>> x= linspace(-1, 1.5, 100)
```




```
>> x= linspace(-1, 1.5, 10)
```

ニュートン法

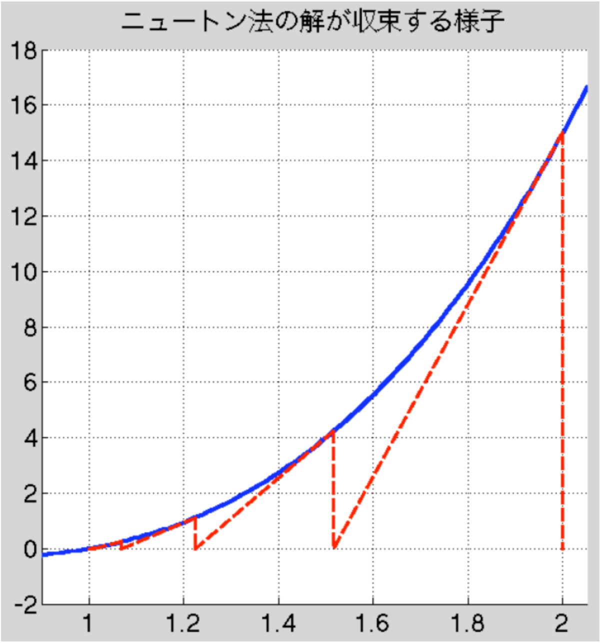
- 1階微分可能な代数方程式の求解法の1つ
- $(x_k, f(x_k))$を通り，傾き$f'(x_k)$の直線

$$y = f'(x_k)(x - x_k) + f(x_k)$$

x軸との交差点を次のx_{k+1}とする

$$0 = f'(x_k)(x_{k+1} - x_k) + f(x_k)$$

$$\boxed{x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}}$$



x_3 x_2 x_1 x_0

ニュートン法による解法の手順①

$$\boxed{f(x) = 4x^3 - 4x^2 - x + 1 = 0}$$

- 予め関数をMファイルに定義
  - f.m というファイル名で作成

```
function y=f(x)
y=4*x.^3-4*x.^2-x+1;
end
```

ニュートン法による解法の手順②

$$\boxed{f'(x) = 12x^2 - 8x - 1}$$

- 微分関数とニュートン法の処理方法をMファイルとして作成
  - fprime.m というファイル名で作成

```
function y=fprime(x)
y=12*x.^2-8*x-1;
end
```

  - newton.m というファイル名で作成

```
k=0;
while abs(x-xprev)>eps*abs(x)
    xprev=x;
    x=x-f(x)/fprime(x);
    k=k+1;
end
```

ニュートン法による解法の手順③

- 初期値を与えて実行すれば解が求まる

```
>> xprev=0; x=2;
>> newton
>> x

x =

    1.0000
```

どの解が求まるかは
初期値次第

$$f(x) = 4x^3 - 4x^2 - x + 1 = 0$$

```
>> roots([4 -4 -1 1])

ans =

   -0.5000
    1.0000
    0.5000
```

- 組み込み関数rootsを使って検算

ニュートン法による解法の手順④

```
>> xprev = 1.0 ; x = 0.6

x =

    0.6000

>> newton
>> x

x =

    0.5000
```

```
>> xprev = -0.1 ; x = -0.2

x =

   -0.2000

>> newton
>> x

x =

   -0.5000
```

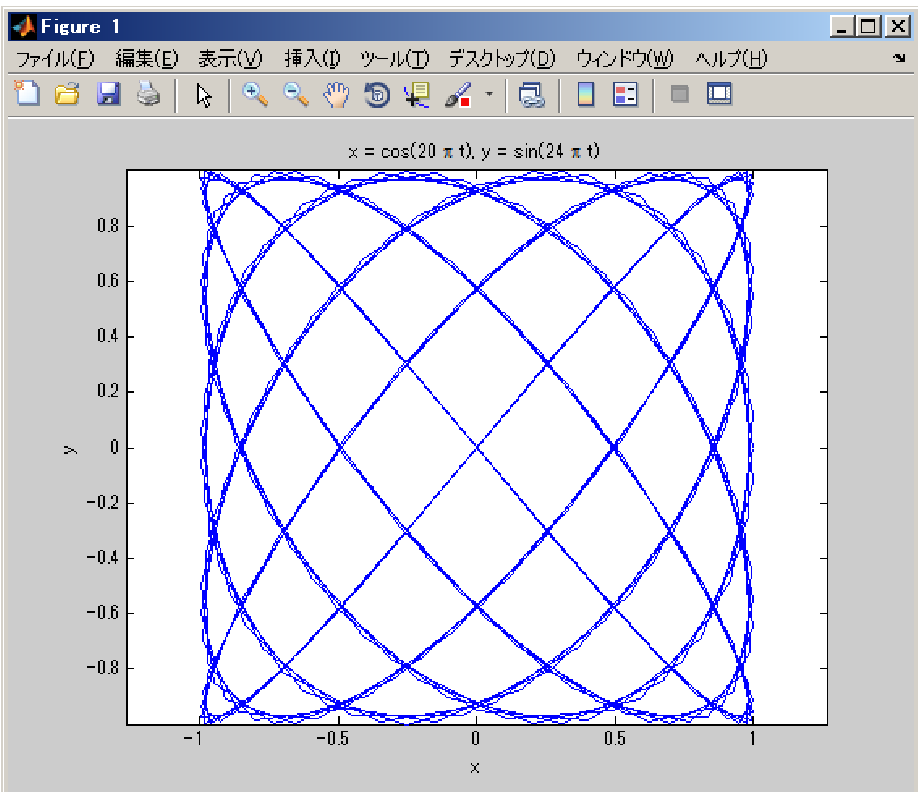
リサージュ図形

$$-1 \le t \le 1$$

$$x = \cos(20\pi t)$$
$$y = \sin(24\pi t)$$

```
>> ezplot('cos(20*pi*t)','sin(24*pi*t)',[-1,1])
```

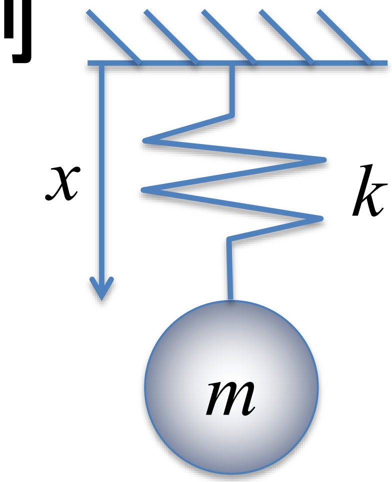
円周率 π
pi



シミュレーション（模擬実験）

- MATLABの真価は，シミュレーションの手軽さ
- Simulinkを使うと，GUIで実験環境を入力し，模擬実験ができる
- Simulinkのライブラリ（ツールボックス）は，様々な実験環境の構築を容易にしてくれる

シミュレーションの例



- バネで吊り下げた質点の運動
  - バネ定数k
  - バネの長さx
  - バネの自然長x_0
  - 質量m
  - 重力加速度g

$$f = ma = mg - k(x - x_0)$$

$$a = g - \frac{k}{m}(x - x_0)$$

$$v = \int a\,dt + v_0$$

$$x = \int v\,dt + x_0$$

MATLABによるシミュレーション

- MATLAB単体では，離散化し，数値積分に置き換えて，プログラムとして書く必要がある

```
x0=0.1; m=1; k=10; g=9.8;
x=x0; v=0; dt=0.01;
hold on

for t=0:dt:10
    a=g-k*(x-x0)/m;
    v=v+a*dt;
    x=x+v*dt;
    plot(t, x, 'b-', 'LineWidth', 3)
end
```

$$a = g - \frac{k}{m}(x - x_0)$$

$$v = \int a\, dt + v_0$$

$$x = \int v\, dt + x_0$$

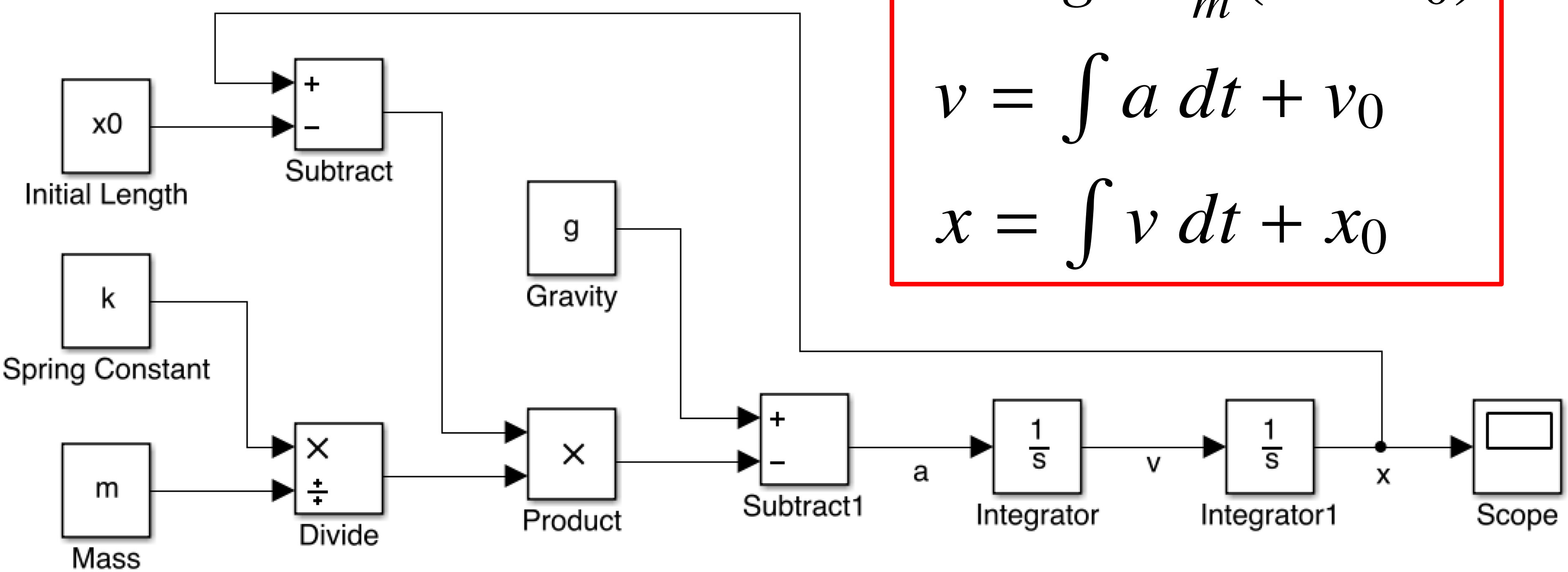
Simulinkによるシミュレーション

- 図形を配置し，結線するだけで実験できる
  - 積分は$1/s$，微分はsでOK

$$a = g - \frac{k}{m}(x - x_0)$$

$$v = \int a\, dt + v_0$$

$$x = \int v\, dt + x_0$$



MATLABに慣れておこう

- 日々使って、慣れておくべき道具です
  - 今後の学習効率が上がること間違いなし

- 実験結果の検証用途で使い始めることを強く勧めます

期末試験に関して

- MathematicaやMATLABの関数名を問うような問題は出題しません

- 試験対策よりも，自分のために使えるようになっておくことが大切です

本日のまとめ

- 数式処理と計算ツール（11章）
  - 数式処理システム（11.1節）
  - 数値計算のツール（11.2節）

- 次週は12章です
- 第五回課題（7/12締切）を忘れずに

次回（7/12）のお知らせ

- 篠沢はお休みします
- 矢向高弘先生（システムデザイン工学科）に代講していただきます