

学籍番号 61408641

佐々木 捷

情報学基礎 第2回課題

1.

(a) 以下の表の空欄を埋めよ

$$C = A \cdot B, S = (A \cdot \bar{B}) + (\bar{A} \cdot B)$$

入力A	入力B	出力C	出力S
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

(b) 入力A,Bと2桁の2進数“CS”間に成り立つ関係をこたえよ

$$A + B = CS$$

2. 100 万件のデータを $O(n \log n)$ のアルゴリズムで並べ替える場合と $O(n^2)$ のアルゴリズムで並べ替える場合で、どちらが何倍程度早い見積もれ

$$n = 1000,000 = 10^6$$

$$\begin{aligned} n \log n &= 10^6 \log_2 10^6 = 6 \times 10^6 \log_2 10 = 6 \times 10^6 \times \frac{\log_{10} 10}{\log_{10} 2} = \frac{6}{\log_{10} 2} \times 10^6 \\ &= 1.99 \times 10^7 \end{aligned}$$

$$n^2 = (10^6)^2 = 10^{12}$$

よって、計算回数の比は

$$\frac{n^2}{n \log n} = \frac{10^{12}}{1.99 \times 10^7} = 5.04 \times 10^4$$

よって $O(n \log n)$ の時のほうが $O(n^2)$ の時に比べて 5.04×10^4 倍速い

3. 行列A,Bがn行n列であるとき、積 $A \times B$ を計算する計算量を求めよ

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & \cdots & b_{nn} \end{pmatrix}$$

とすると、積 $A \times B$ については

$$\begin{cases} i = 1, 2, 3 \dots n \\ j = 1, 2, 3 \dots n \end{cases}$$

と置いて

$$A \times B = a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} + \cdots + a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{in}b_{nj} = \sum_{k=1}^n a_{ik}b_{kj}$$

と表せる。これは (i, j) 成分に対してn回掛け算を行うことを意味する。またその i と j の組み合わせは $n \times n = n^2$ 通りである。よって掛け算の回数は n^3 となる。

$$\therefore n^3$$