2007年　物理B　定期試験過去問題　解答

問題I

解答

（１）　ガウスの法則を円柱の形で適用する。

円柱内部は

$$\int E_n dS = \iiint \frac{\rho}{\varepsilon_0} dV$$

対称性から、電界は半径方向成分しかないので

$$E(r)2\pi rh = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_0^r \rho 2\pi rhdr$$

$$E(r) = \frac{\lambda r^2}{3\varepsilon_0}$$

同様に円柱外部は右辺の積分区間に注意して

$$E(r)2\pi rh = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_0^a \rho 2\pi rhdr$$

$$E(r) = \frac{\lambda a^3}{3\varepsilon_0 r}$$

（２）　中心から求めたい場所まで電界を積分する。

円柱内では

$$\phi = \int_0^r E(r)ds$$

$$= \frac{\lambda}{3\varepsilon_0}\int_0^r r^2 ds$$

$$= \frac{\lambda r^3}{9\varepsilon_0}$$

円柱外では、内外の電界を使用して、

$$\phi = \int_0^a E(r)ds + \int_a^r E(r)ds$$

$$= \int_0^a \frac{\lambda r^2}{3\varepsilon_0}ds + \int_a^r \frac{\lambda a^3}{3\varepsilon_0 r}ds$$

$$= \frac{\lambda a^3}{9\varepsilon_0} + \frac{\lambda a^3}{3\varepsilon_0}\ln\frac{r}{a}$$

となる。

問題Ⅱ

解答

（１）電界から電位を求める

$\mathbf{E} = -\mathrm{grad}\phi$ より

$\mathbf{E} = (-2\beta x, -2\beta y, -2\beta z - \gamma)$

（２）微分形のガウスの法則より

$$\mathrm{div}\mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} = -6\beta$$

よって電荷密度は $\rho = -6\varepsilon_0\beta$

電界は積分形のガウスの法則より

$$\int E_n dS = \iiint \frac{\rho}{\varepsilon_0} dV$$

$$4\pi r^2 E(r) = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_0^a 4\pi r^2 \cdot (-6\varepsilon_0\beta) dr$$

$$E(r) = -\frac{6\beta a^3}{3r^2}$$

問題Ⅲ

解答

（１）ガウスの法則より

$$\int E_n dS = \iiint \frac{\rho}{\varepsilon_0} dV$$

$$4\pi r^2 E(r) = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$E(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

電位差は、電界を積分して

$$V=\phi_{AB}=\int_a^b \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}ds=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)$$

電気容量は

$Q=CV$ より=

$$C=\frac{Q}{V}=\frac{4\pi\varepsilon_0}{1/a-1/b}$$

（２）

電流密度から電流を求め、その後オームの法則から全抵抗を求める

$$i(r)=\sigma E(r)=\frac{Q\sigma}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$I=4\pi r^2 i(r)=\frac{Q\sigma}{\varepsilon_0}$$

$V=IR$ より $R=\dfrac{V}{I}=\dfrac{1}{4\pi\sigma}\left(\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{b}\right)$

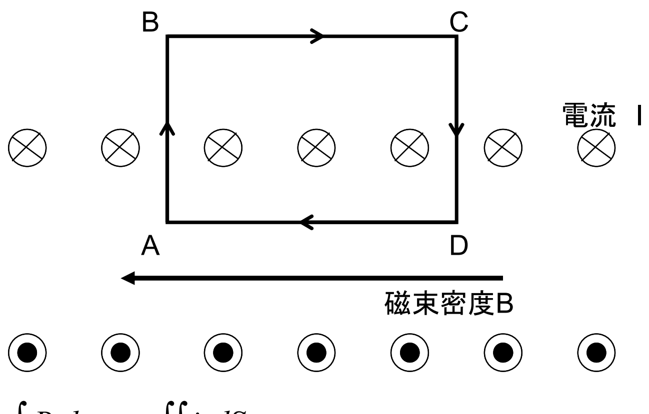
問題Ⅳ

解答

（１）　下図のような四角形 ABCD を考え、アンペールの法則を適用する。

ここで、直線 AB のみ磁束密度の接線成分があり、長方形の横の長さを単位長さとする。

そうすると ABCD 内に入るコイルは n 本となる。



$$\oint B_t ds=\mu_0\iint i_n dS$$

$$B_t\cdot 1=\mu_0 nI$$

$$B=\mu_0 nI$$

（2）それぞれをベクトル表示すると

$$d\mathbf{s} = (0,0,a)$$

$$\mathbf{r}_A = (0,0,a)$$

$$\mathbf{r}_B = (a,0,0)$$

$$\mathbf{r}_C = (-\frac{a}{\sqrt{2}},0,-\frac{a}{\sqrt{2}})$$

それぞれ A,B,C ごとに

$d\mathbf{B} = \dfrac{\mu_0 I d\mathbf{s} \times \mathbf{r}}{4\pi a^3}$ を計算すると（$\mathbf{r} = \mathbf{r}_A$ などを代入して外積をもとめる）

$$\mathbf{B}_A = (0,0,0), \mathbf{B}_B = (0,\frac{I}{4\pi a^2}ds,0), \mathbf{B}_C = (0,-\frac{I}{4\sqrt{2}\pi a^2}ds,0)$$

のようにそれぞれ求めることができる。

アンペールの法則では電流が垂直に貫く面での磁束密度を考えることが多いが、実際は電流素片が 3 次元に磁束密度を形成することをイメージできるとよい。