

数学 B2・期末試験問題 (平成 19 年)

[問題 1]

連立方程式

$$\begin{cases} x + 2y + 2z = 1 \\ 2x + ay + 10z = 3a - 4 \\ 3x + 7y + (3-a)z = 5 \end{cases}$$

が (1) 唯一の解を持つ, (2) 解を持たない, (3) 解を無限に持つとする. 各場合について, a の満たすべき条件を求めよ.

[問題 2]

以下の行列 A を誘導する線形写像を f_A とする. f_A の像の次元が 2 であるときの b, c を求めよ. さらに, このとき f_A の核の基底を求めよ.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 4 \\ 1 & 4 & 3 & b \\ 2 & c & 5 & 9 \end{pmatrix}$$

[問題 3]

計算せよ. ただし因数分解した形で解答せよ.

$$\det \begin{pmatrix} \alpha & \alpha & \alpha & \alpha + \beta \\ \alpha & \alpha & \alpha + \beta & \alpha \\ \alpha & \alpha + \beta & \alpha & \alpha \\ \alpha + \beta & \alpha & \alpha & \alpha \end{pmatrix}$$

[問題 4]

次の行列の逆行列を求めよ.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 & 2 \\ 2 & 4 & -2 & 3 \\ -2 & -7 & 5 & -4 \\ 5 & -1 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

[問題 5]

次の行列の固有値をすべて求めよ.

$$\begin{pmatrix} 6 & -1 & 5 \\ -3 & 2 & -3 \\ -7 & 1 & -6 \end{pmatrix}$$

[問題 6]

x, y, z ($x, y \in \mathbf{R}, 0 < z < \pi$) の関数 g を以下で定義する.

$$g(x, y, z) = (x^3 - 3xy + y^3 - 1) \sin z$$

このとき, 以下の問いに答えよ.

- (1) 停留点を求めよ.
- (2) 停留点におけるヘッセ行列を求めよ.
- (3) 極値を求めよ.