数学 B2・期末試験問題 (平成 18 年)

[問題 1]

f を $m{R}^4$ から $m{R}^3$ への線形写像とする.以下の条件から,f の表現行列を求めよ.また, $f(m{x})=\begin{pmatrix}3\\a\\2\end{pmatrix}$ となるような a を求めよ.

$$f\begin{pmatrix} 1\\1\\0\\0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3\\5\\1 \end{pmatrix} \quad f\begin{pmatrix} 0\\1\\1\\0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5\\13\\4 \end{pmatrix} \quad f\begin{pmatrix} 0\\0\\1\\1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4\\4\\0 \end{pmatrix} \quad f\begin{pmatrix} 1\\1\\1\\0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6\\10\\2 \end{pmatrix}$$

[問題 2]

連立方程式

$$\begin{cases} (3-b)x_1 + x_2 + x_3 = 3\\ x_1 + (3-b)x_2 + x_3 = 2\\ x_1 + x_2 + (3-b)x_3 = -b \end{cases}$$

が解を持たない場合, b の満たすべき条件を求めよ。

[問題 3]

次の行列の逆行列を求めよ.

$$\begin{pmatrix}
1 & -3 & 2 & -2 \\
-1 & 4 & -2 & 3 \\
2 & -7 & 5 & -4 \\
1 & -3 & 2 & -1
\end{pmatrix}$$

[問題 4]

計算せよ.ただし因数分解した形で解答せよ.

$$\det \begin{pmatrix} \alpha & \beta & \alpha & \beta \\ \beta & \alpha & \beta & \alpha \\ \alpha & \beta & \gamma & \delta \\ \beta & \alpha & \delta & \gamma \end{pmatrix}$$

[問題 5]

次の行列が負定値となるためのcの条件を求めよ.

$$\begin{pmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -2 & c & c - 6 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

[問題 6]

 $x, y, z (x, y, z \in \mathbf{R})$ の関数 g を以下で定義する.

$$g(x, y, z) = e^{x} - x + y^{4} - 4yz + 2z^{2}$$

このとき,以下の問いに答えよ.

- (1) 停留点を求めよ.
- (2) 停留点におけるヘッセ行列を求めよ.
- (3) 極値を求めよ.