慶應義塾大学試験問題用紙 (日吉)

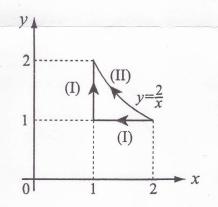
- 解答用紙に学籍番号、氏名を書くこと。特に学籍番号の数字は記入例に従って丁寧に記すこと。
- 結果を導く過程がわかるように解答すること。計算には問題用紙の裏を用いてよい。

問題1. 次の各設問に答えなさい。

- (1) 3次元空間で、質量mの粒子がポテンシャル $U(x,y,z)=Ax^2+Bxy+Cz^2$ の中を運動している。ここで、A, B, C は定数である。粒子の位置ベクトルを(x,y,z) とするとき、粒子にはたらくカF を求めなさい。次に、運動方程式を成分ごとに書きなさい。(運動方程式は解かなくてよい。)
- (2) r = (x, y, z)、r = |r| とする。このとき、 $\operatorname{grad} r^3$ または ∇r^3 を求めなさい。
- (3) 微分方程式 $\ddot{x}+4\dot{x}+5x=0$ の一般解を、実数の形で求めなさい。次に、t=0 で $x(0)=3,\dot{x}(0)=0$ を満たす解を求めなさい。(x の上の点 (ドット) は時間微分を表す。)

問題 2. 2 次元の力の場 $F(r) = F_x(r)i + F_y(r)j = (2x-y)i + A(x-2)j$ を考える。ただし、A は定数とする。

- (1) この力のもとで、図に示す2つの経路 (I) および (II) y=2/x に沿って、点 (2,1) から点 (1,2) まで物体を動かしたとき、力のする仕事 $W_{(I)},W_{(II)}$ をそれぞれ求めなさい。
- (2) 2 次元の力の場が保存力であるための一般的な条件を、 F_x , F_y を用いた式で書きなさい。
- (3) この問題の力F(r)が保存力となるように、Aの値を求めなさい。
- (4) (3) の場合、ポテンシャル U(x,y) を求めなさい。ただし、U(0,0)=0 とする。



問題 3. 1 次元 x 軸上を質量 m の質点が運動している。質点には x 軸に平行な力 $F_1=-m\omega^2x$ と、速度に比例する抵抗力 $F_2=-2m\omega\dot{x}$ がはたらいている。ここで x は質点の位置座標を表し、 ω は正の定数である。

- (1) x 軸方向の運動方程式を書きなさい。
- (2) (1) の運動方程式の一般解を求めなさい。

以下の設問では、初期条件として、時刻 t=0 で x(0)=0、 $\dot{x}(0)=v_0$ である場合を考える。ただし、 $v_0>0$ である。

- (3) 時刻tにおける質点の位置x(t)を求めなさい。
- (4) x(t) が最大となる時刻 t_1 を求めなさい。
- (5) 時刻 t=0 から t_1 までの間に失われる力学的エネルギー ΔE を求めなさい。ただし、力学的エネルギー E は、質点の運動エネルギーと力 F_1 に対するポテンシャルエネルギーの和で与えられる。