

慶應義塾大学試験問題 物理学 B

2010 年 7 月 27 日 (火) 4 時限 (試験時間 50 分) 問題用紙 回収不要

担当者 小原、神成、日向、高野

注意：とくに指示がない場合、答案には結果のみならず、それを導いた過程についても記すこと。
また、万一与えられた条件だけでは解けない場合には、適当な量を定義したり、条件を明記した上で解いてよい。ただし、真空の誘電率 ϵ_0 、透磁率 μ_0 、光速 c の記号は断りなしに使ってよい。

問題 I 位置ベクトル \mathbf{r} の位置における電荷密度 $\rho(\mathbf{r})$ が

$$\rho(\mathbf{r}) = \begin{cases} \rho_0 \frac{r}{a} & \cdots r \leq a, \\ 0 & \cdots r > a \end{cases}$$

で与えられる場合を考える。ここで、 $r = |\mathbf{r}|$ は原点からの距離、 a 、 ρ_0 は定数である。

- (1) 原点を中心とする半径 r の球内の全電荷 $Q(r)$ を求めなさい。
- (2) 位置ベクトル \mathbf{r} の位置における電界 $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ を求めなさい。
- (3) 無限遠点を基準点として、位置ベクトル \mathbf{r} の位置における電位 $\phi(\mathbf{r})$ を求めなさい。
- (4) この系の全静電エネルギー U_E を求めなさい。

問題 II 位置ベクトル $\mathbf{r} = (x, y, z)$ の位置における電位 $\phi(\mathbf{r})$ が

$$\phi(\mathbf{r}) = \phi(x, y, z) = \begin{cases} -\phi_0 \frac{x^2 + y^2}{a^2} & \cdots x^2 + y^2 \leq a^2, \\ -\phi_0 \left[\ln \left(\frac{x^2 + y^2}{a^2} \right) + 1 \right] & \cdots x^2 + y^2 > a^2 \end{cases}$$

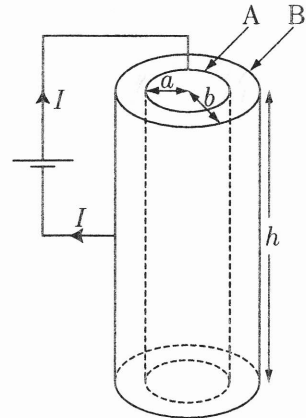
で与えられる場合を考える。ここで、 a 、 ϕ_0 は定数である。

- (1) 位置ベクトル $\mathbf{r} = (x, y, z)$ の位置における電界 $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}(x, y, z)$ を求めなさい。
- (2) 位置ベクトル $\mathbf{r} = (x, y, z)$ の位置における電荷密度 $\rho(\mathbf{r}) = \rho(x, y, z)$ を求めなさい。

問題 III 右の図のように、半径 a 、高さ h の円筒状の電極 A と半径 b 、高さ h の円筒状の電極 B が中心軸を共通にして、高さをそろえて配置してある。 $a < b$ である。A と B の間は、中心軸からの距離が r の位置における電気伝導率 $\sigma(r)$ が

$$\sigma(r) = \sigma_0 \frac{r}{a} \quad \dots \quad a < r < b$$

となるように導体が詰めてある。ここで、 σ_0 は定数である。AB 間の電位差が一定に保たれ、A から B に一定電流 I が流れている場合を考える。

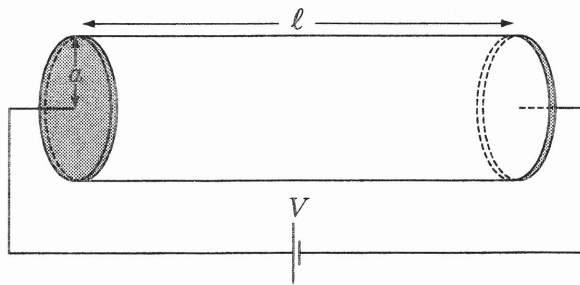


- (1) 中心軸から距離 r の位置における電流密度の大きさ $i(r)$ を求めなさい。
- (2) 中心軸から距離 r の位置における電界の大きさ $E(r)$ を求めなさい。
- (3) AB 間の全抵抗を求めなさい。
- (4) 中心軸からの距離 r が $a < r < \frac{a+b}{2}$ の範囲で単位時間に発生するジュール熱は $\frac{a+b}{2} < r < b$ の範囲で単位時間に発生するジュール熱の何倍か求めなさい。

問題 IV 半径 a 、長さ ℓ の円柱状の導体棒がある。導体棒の中心軸から距離 r の位置における電気伝導率は

$$\sigma(r) = \sigma_0 \left(\frac{r}{a} \right)^2 \quad \dots \quad r < a$$

で与えられる。ここで、 σ_0 は定数である。次の図のように、導体棒の両端に半径 a の円板電極を付け、電極間に一定の電位差 V を与えた場合を考える。 ℓ は a より十分に長く、棒の端の影響は考えなくてよいものとする。



- (1) 中心軸から距離 r の位置における電流密度の大きさ $i(r)$ を求めなさい。
- (2) 中心軸から距離 r の位置における磁束密度の大きさ $B(r)$ を求めなさい。