1/1

# 慶應義塾大学試験問題用紙（日吉）

| 試験時間 | 50分 | 分 |
|---|---|---|

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2012年 6月 6日（水） 6 時限施行 | | 学部　学科　年　組 | 採点欄 ※ |
| 担当者名 | 江藤，大橋，堀田，齋藤 | 学籍番号 | |
| 科目名 | 物理学 A | 氏名 | |

- 答案用紙、問題用紙に学籍番号、氏名を書くこと。特に学籍番号の数字は記入例に従って丁寧に記すこと。
- 結果を導く過程がわかるように解答すること。計算には問題用紙の裏を用いてよい。

$\frac{d}{dx}\left(x\cdot(x^2+y^2+z^2)^{-1/2}\right) = x^{-1/2} + \frac{-x}{2}\cdot(x^2+y^2+z^2)^{-3/2}\cdot 2x$

**問題 1.** 次の各設問に答えなさい。

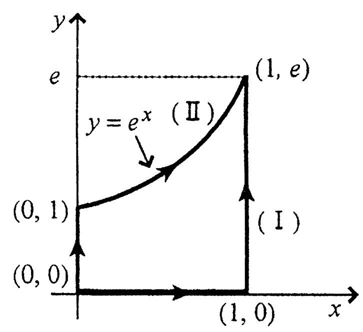
**(1)** 3 次元空間において $r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ とするとき、$\nabla\dfrac{x}{r}$ を計算しなさい。

**(2)** 2 次元 $xy$ 平面において 質量 $m$ の粒子がポテンシャル $U(x,y)=x^2y$ の中を運動している。位置 $(x,y)$ にいる粒子に働く力 $\boldsymbol{F}=(F_x,F_y)$ を求め、成分ごとの運動方程式を書きなさい。

**(3)** 微分方程式 $\ddot{x}-x=-t^2-t$ の一般解を次の手順で求めなさい。($x$ の上の点は時間微分を表す。)
(i) 同次方程式 $\ddot{x}-x=0$ の一般解を求めなさい。
(ii) $x=at^2+bt+c$ の形をした与式の特解を求めなさい。
(iii) 与式の一般解を書きなさい。

$xy$

**問題 2.** 2 次元 $xy$ 平面での力の場 $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r})=F_x(x,y)\boldsymbol{i}+F_y(x,y)\boldsymbol{j}=Ay\boldsymbol{i}-Bx\boldsymbol{j}$ を考える。ただし $A$, $B$ は定数である。




**(1)** この力の下で、点 $(0,0)$ から点 $(1,e)$ まで、右図中の 2 つの経路

(I)　$(0,0)\to(1,0)\to(1,e)$

(II)　$(0,0)\to(0,1)\to(1,e)$

に沿って物体を動かすとき、力 $\boldsymbol{F}$ のする仕事 $W_{(\mathrm{I})}$, $W_{(\mathrm{II})}$ をそれぞれ求めなさい。ただし $e$ は自然対数の底である。必要があれば積分公式 $\displaystyle\int\log s\,ds=s\log s-s$ を用いてもよい。

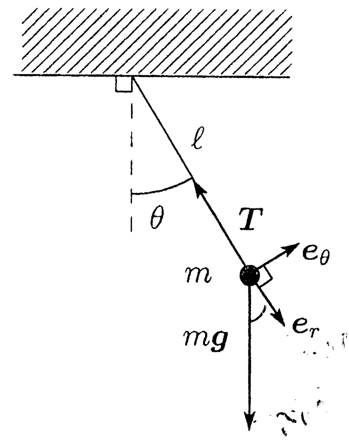
**(2)** 2 次元 $xy$ 平面で力 $\boldsymbol{F}$ が保存力であるための一般的な条件式を書きなさい。

**(3)** この問題の力 $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r})$ が保存力となるように、(2) の条件式から $A$ と $B$ の間の関係を求めなさい。

**(4)** この問題の力 $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r})$ が保存力のとき、点 $(x,y)$ におけるポテンシャル $U(x,y)$ を求めなさい。ただし $U(0,0)=0$ とする。

**問題 3.** 天井から吊るした長さ $\ell$ の軽い糸の端に質量 $m$ の質点をつけ、一様重力場中で鉛直面内で振らせる。重力加速度の大きさを $g$ とする。また、質点には速度に比例する空気抵抗 $-\gamma\dot{\boldsymbol{r}}\,(\gamma>0)$ も働いている。

鉛直下方からの質点の振れ角を $\theta$ として、極座標表示を考え、$r$ 方向、$\theta$ 方向の単位ベクトルをそれぞれ $\boldsymbol{e}_r$ と $\boldsymbol{e}_\theta$ とする。すると $\boldsymbol{r}=\ell\boldsymbol{e}_r$ であり、糸の張力は $\boldsymbol{T}=-T\boldsymbol{e}_r$ である。また、$\dot{\boldsymbol{e}}_r=\dot{\theta}\boldsymbol{e}_\theta$, $\dot{\boldsymbol{e}}_\theta=-\dot{\theta}\boldsymbol{e}_r$ が成り立つ。




**(1)** 重力と空気抵抗力を $\boldsymbol{e}_r$, $\boldsymbol{e}_\theta$ を用いて極座標表示しなさい。

**(2)** 運動方程式を記しなさい。また、極座標で $\boldsymbol{e}_r$ 成分と $\boldsymbol{e}_\theta$ 成分それぞれの運動方程式を記しなさい。

**(3)** 振れ角 $\theta$ が小さいとき、$\sin\theta\simeq\theta$, $\cos\theta\simeq1$ と近似してよい。このとき、運動方程式の $\boldsymbol{e}_\theta$ 成分を求めなさい。

**(4)** 前問で、減衰が小さくて $\gamma^2<4m^2g/\ell$ の場合に、$\theta$ に対する一般解を実数の形で求めなさい。

**(5)** 前問で、時刻 $t=0$ で $\theta=0$ から角速度 $\dot{\theta}=\omega_0$ で運動させた。任意の時刻 $t$ での $\theta$ を求めなさい。