以下の設問 **1** から **5** に答えよ．

1.　**(1)**　$\dfrac{\log(1+x+y)}{1+x}$ の $(0,0)$ におけるテイラー展開の，x^2y の項を決定せよ．

(2)　x^2+4xy を，$(-2,1)$ においてテイラー展開せよ．

2.　1 変数関数 $\varphi(x)$ は，

$$\begin{cases} \sin(2\varphi(x)+x-1)+3\sin(\varphi(x))-2\tan(\varphi(x))=0 \\ 0<\varphi(1)<\pi \end{cases}$$

を満たす C^1 級関数とする．このとき，$\varphi(1)$ と $\varphi'(1)$ の値をそれぞれ求めよ．

3.　（基本問題が出題されます．）

4.　$f(x,y)=(e^{x^2}-e^4)(xy+2)$ とする．

(1)　$f(x,y)$ の停留点 $\mathbf{a}=(a,b)$ で，$a>0$ を満たすものを求め，極小点，極大点，鞍点，それらのどれでもない，のいずれであるかを判定せよ．

(2)　点 $\mathbf{a}$ を **(1)** で求めた点とする．$\mathbf{h}=(1,1)$ 及び $\mathbf{k}=(1,-1)$ とし，

$$P(t)=f(\mathbf{a}+t\mathbf{h}),\qquad Q(t)=f(\mathbf{a}+t\mathbf{k})$$

によって 1 変数関数 $P(t),Q(t)$ を定める．このとき，$t=0$ が極小点，極大点，それらのどれでもない，のいずれであるかを P と Q のそれぞれに対して判定せよ．

5.　$\varphi(x,y)=x^2-6xy+13y^2-2=0$ を満たしながら (x,y) が動くとき，$f(x,y)=x^2+7y^2$ の最大値と最小値を ラグランジュの乗数法を用いて求めよ．

（**注.** 過去問と異なり，最大値，最小値を与える (x,y) を求める必要はない．）

略解

1.　(1)　$3x^2y$.　　(2)　$-4-8(y-1)+(x+2)^2+4(x+2)(y-1)$.
2.　(1)　$\varphi(1)=\dfrac{\pi}{3}$.　　(2)　$\varphi'(1)=-\dfrac{1}{15}$.　　4.　(1)　$\mathbf{a}=(2,-1)$ は f の鞍点．(2)　$t=0$ は P の極小点，$t=0$ は Q の極大点．　　5.　$A=\{(x,y)\mid\varphi(x,y)=0\}$ が **有界閉集合** であることを示さなければならない．最大値は $5+3\sqrt{2}$，最小値は $5-3\sqrt{2}$.