慶應義塾大学試験問題　物理学C（一斉）

2015年11月18日（水）1時限（試験時間50分）　問題用紙 回収不要

担当者　神成、木下、佐々田、高野

注意：とくに指示がない場合、答案には結果のみならず、それを導いた過程についても記すこと。また、万一与えられた条件だけでは解けない場合には、適当な量を定義したり，条件を明記した上で解いてよい。電気定数 ε_0、磁気定数 μ_0、真空中の光速 c の記号は断りなしに使ってよい。

問題 I 図 I のように、真空中に固定された高さ h の円錐台の側面上に一定の面電荷密度 ω で電荷が分布している。円錐台の軸を z 軸とし、円錐の頂点が原点になるようにデカルト座標系 (x, y, z) をとる。このとき、円錐台側面は $0 < z_1 \leq z \leq z_1 + h$ の領域に入り、z 座標が z の面と円錐台側面との交線が半径 αz の円になっている。即ち、円錐台側面は $0 < z_1 \leq z \leq z_1 + h$、$\sqrt{x^2 + y^2} = \alpha z$ で定義される。ここで、h、z_1、α は正の定数である。x, y, z 軸の正の方向の単位ベクトルを、それぞれ、$\boldsymbol{e}_x$, $\boldsymbol{e}_y$, $\boldsymbol{e}_z$ とし、ベクトル量は $\boldsymbol{e}_x$, $\boldsymbol{e}_y$, $\boldsymbol{e}_z$ を用いて表しなさい。

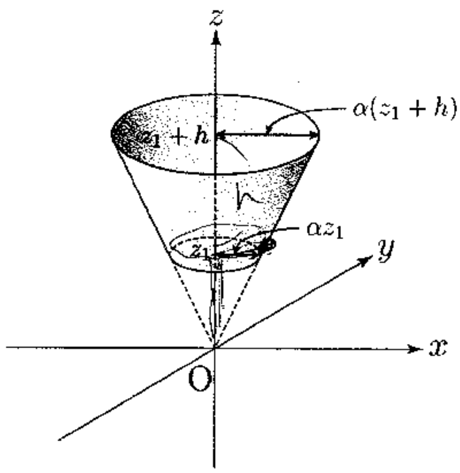

図 I

(1) 円錐台側面の z 座標が $z \sim z + \mathrm{d}z$ の微小部分の面積は $2\pi\alpha z\sqrt{1+\alpha^2}\mathrm{d}z$ で与えられる。この部分にある電荷が原点 O(0, 0, 0) に作る電界 $\mathrm{d}\boldsymbol{E}$ を求めなさい。

(2) 円錐台側面上の全電荷が原点 O(0, 0, 0) に作る電界 $\boldsymbol{E}$ を求めなさい。

(3) $z < 0$ の部分を導体で満たしたとき、原点 O(0, 0, 0) の直下の導体表面上の面電荷密度 ω' を求めなさい。

問題 II 真空中に半径 a の球状の絶縁体があり、その中に電荷が分布している。球の中心を位置ベクトル $\boldsymbol{r}$ の原点とする。位置ベクトル $\boldsymbol{r}$ の位置における電荷密度 $\rho(\boldsymbol{r})$ は

$$\rho(\boldsymbol{r}) = \begin{cases} \rho_0 \left(\dfrac{r}{a}\right)^3 & \cdots \quad r \leq a \quad (\text{絶縁体中}) \\ 0 & \cdots \quad a < r \quad (\text{真空中}) \end{cases}$$

で与えられている。ここで、$r = |\boldsymbol{r}|$ は原点からの距離、$a\ (> 0)$、ρ_0 は定数である。

(1) 位置ベクトル $\boldsymbol{r}$ の位置における電界 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$ を求めなさい。

(2) 無限遠点を基準点として、位置ベクトル $\boldsymbol{r}$ の位置における電位 $\phi(\boldsymbol{r})$ を求めなさい。

(3) この系の全静電エネルギー U_{E} を求めなさい。