

以下の設問 1 から 5 に答えよ. 解答は 解答用紙の所定の欄に記入すること.

1.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\cos x}{1+x^2} + a + bx^2}{x^4}$$

が有限の極限值をもつように定数 a, b を定め, そのときの極限値を求めよ.

2. $\sin(x-y) - (x+y)\cos(x-y)$ の $(0,0)$ におけるテイラー展開において, y^3 の項および x^5 の項を決定せよ.

3. (1) $f(x, y) = \frac{1}{\pi}(x^2 - 3xy) - x + 2y + \sin x - \cos y - (\frac{5}{3}\pi + \frac{\sqrt{3}}{2}) = 0$ により定まる陰関数 $y = \varphi(x)$ で $x = 0$ のとき $y = \frac{5}{6}\pi$ を満たすものがただ一つ存在することを示し, $\frac{d\varphi}{dx}(0)$ を求めよ.

(2) さらに $\frac{d^2\varphi}{dx^2}(0)$ を求めよ.

4. 2 変数関数 $g(x, y) = 3x^2y + y^3 - 12x^2 - 75y$ を考える.

(1) $g(x, y)$ の停留点をすべて求めよ.

(2) (1) で求めた停留点の各点について, 極大点, 極小点, 鞍点, あるいはいずれでもないか, を判定せよ.

5. $\varphi(x, y) = 6x^4 + x^2 + y^2 - 1 = 0$ を満たしながら (x, y) が動くとき, $f(x, y) = x^2 + y^2$ の最大値, 最小値とそれらを与える (x, y) を ラグランジュの乗数法を用いてすべて求めよ.