慶應義塾大学試験問題用紙（日吉）

試験時間	50 分	分

平成 22 年 7 月 17 日(土) 5 時限施行		学部　学科　年　組	
担当者名	齋藤、泰岡、大橋、江藤	学籍番号	
科目名	物理学A	氏名	

採点欄	※

- 解答用紙に学籍番号、氏名を書くこと。特に学籍番号の数字は記入例に従って丁寧に記すこと。
- 結果を導く過程がわかるように解答すること。計算には問題用紙の裏を用いてよい。

問題 1. 次の各設問に答えなさい。

(1) 2 次元 xy 平面内で、質量 m の粒子がポテンシャル $U(x,y)=\frac{1}{2}k(x^2+y^2)$ の中を運動している。粒子の位置ベクトルを (x,y) とする。粒子にはたらく力 $\boldsymbol{F}=(F_x,F_y)$ を求め、運動方程式を成分ごとに書きなさい。(運動方程式は解かなくてよい。)

(2) 3 次元空間において $r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ とするとき、$\boldsymbol{\nabla}\frac{1}{r}$ を計算しなさい。

(3) 微分方程式 $\ddot{x}+2\dot{x}-3x=0$ の一般解を求めなさい。次に、$t=0$ で $x(0)=0,\ \dot{x}(0)=4$ を満たす解を求めなさい。(x の上の点 (ドット) は時間微分を表す。)

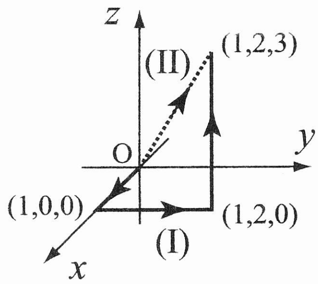
問題 2. 3 次元空間での力の場 $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r})=(F_x(\boldsymbol{r}),F_y(\boldsymbol{r}),F_z(\boldsymbol{r}))=(Ay,x^n,z)$ を考える。ただし A と n は定数で、$n\geq 0$ である。

(1) 点 $(0,0,0)$ から点 $(1,2,3)$ まで、図中の 2 つの経路

(I) $(0,0,0)\to(1,0,0)\to(1,2,0)\to(1,2,3)$

(II) 直線 $x=t,\ y=2t,\ z=3t\ \ (0\leq t\leq 1)$

に沿って、この力の下で物体を動かす。力 $\boldsymbol{F}$ のおこなう仕事 $W_{(\mathrm{I})}, W_{(\mathrm{II})}$ をそれぞれ求めなさい。



(2) 3 次元空間で力 $\boldsymbol{F}$ が保存力であるための一般的な条件式を書きなさい。

(3) この問題の力 $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r})$ が保存力となるように A と n の値を決めなさい。

(4) この問題の力 $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r})$ が保存力のとき、$(0,0,0)\to(x,0,0)\to(x,y,0)\to(x,y,z)$ の経路で積分することにより、ポテンシャル $U(x,y,z)$ を求めなさい。ただし $U(0,0,0)=0$ とする。

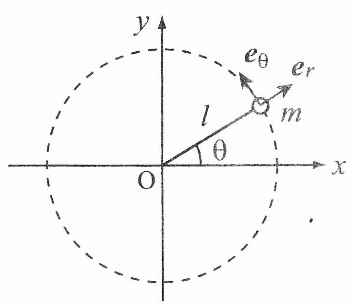
問題 3. 水平で滑らかな xy 平面上で、原点に一端を固定された長さ l の軽い糸の他端に質量 m の質点がつけられている。質点の初期位置は $(x,y)=(l,0)$ であり、時刻 $t=0$ で $+y$ 方向に撃力を加えたところ、初期の速さ v_0 で半径 l の円に沿って運動を始めた。質点には速度に比例する空気抵抗 $-\gamma\dot{\boldsymbol{r}}\ (\gamma>0)$ がはたらく。(z 方向は重力と垂直抗力がつりあっているので考えなくてよい。)

(1) 極座標表示を考え、r 方向、θ 方向の単位ベクトルをそれぞれ $\boldsymbol{e}_r, \boldsymbol{e}_\theta$ とする。位置ベクトル $\boldsymbol{r}=l\boldsymbol{e}_r$ (常に $r=l$) を時間で微分することにより、速度ベクトル $\dot{\boldsymbol{r}}$, および加速度ベクトル $\ddot{\boldsymbol{r}}$ を $\boldsymbol{e}_r, \boldsymbol{e}_\theta$ を用いて表しなさい。ただし、$\dot{\boldsymbol{e}}_r=\dot{\theta}\boldsymbol{e}_\theta,\ \dot{\boldsymbol{e}}_\theta=-\dot{\theta}\boldsymbol{e}_r$ を用いてよい。

(2) 糸の張力の大きさを T とする。糸の張力と空気抵抗の合力 $\boldsymbol{F}$ を $\boldsymbol{e}_r, \boldsymbol{e}_\theta$ を用いて表しなさい。

(3) r 方向、θ 方向の運動方程式をそれぞれ書きなさい。

(4) $\dot{\theta}=\omega$ とおき、θ 方向の運動方程式を ω についての微分方程式に書き直しなさい。それを解き、ω の一般解を求めなさい。



(5) $\dot{\theta}$ の初期条件を書きなさい。それを用いて **(4)** の一般解の積分定数を決めなさい。

(6) 時刻 t での糸の張力の大きさ T を求めなさい。横軸を時刻 t として T のグラフの概略を描きなさい。