

(2)  $I$  の値を求めよ.

4.  $B_1 = \{(x, y) \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$ ,  $f(x, y) = \frac{1}{4}(x^2 + y^2 - \log(x^2 + y^2))$  とする.  $xyz$  空間内における関数  $z = f(x, y)$  の  $B_1$  上のグラフを  $A_1$  とする. 即ち,  $A_1 = \{(x, y, z) \mid z = f(x, y), 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$  である. このとき,  $A_1$  の曲面積  $S$  を求めよ.

5.  $B_2 = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 2, y \geq 0\}$  とする.  $xyz$  空間内における関数  $z = 3 - x^2 - y^2$  の  $B_2$  上のグラフを  $A_2$  とする. 即ち,  $A_2 = \{(x, y, z) \mid z = 3 - x^2 - y^2, x^2 + y^2 \leq 2, y \geq 0\}$  である. さらに,  $z$  成分が正であるような  $A_2$  の 単位法線ベクトルを  $\mathbf{n}$  とする. このとき, ベクトル場  $\mathbf{f}(x, y, z) = \left(\frac{x}{z}, \frac{y}{z}, 1\right)$  の  $A_2$  上の面積分  $\iint_{A_2} \mathbf{f} \cdot \mathbf{n} dS \left(= \iint_{A_2} \mathbf{f} \cdot d\mathbf{S}\right)$  の値を求めよ.

6.  $xy$  平面において,  $(0, 0)$  から  $(1, 0)$  に至る線分を  $\Gamma_1$ ,  $(1, 0)$  から  $(1, 1)$  に至る線分を  $\Gamma_2$ ,  $(1, 1)$  から  $(0, 1)$  に至る線分を  $\Gamma_3$ ,  $(0, 1)$  から  $(0, 0)$  に至る線分を  $\Gamma_4$  とし,  $\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3 + \Gamma_4$  とする. このとき,  $\Gamma$  に沿ったベクトル場の線積分  $I = \int_{\Gamma} \left(e^{x^2-y^2} \sin(2xy) - y\right) dx + \left(e^{x^2-y^2} \cos(2xy) + x\right) dy$  の値をグリーンの定理を用いて求めよ.