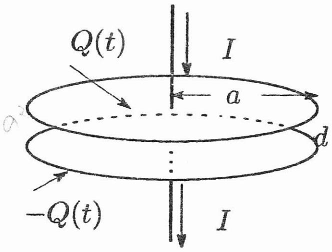
慶應義塾大学試験問題　　物理学D

2008年1月23日(水) 6時限（試験時間50分）　　問題用紙　回収不要

担当者　小原，神成，高野、日向

注意：とくに指示がない場合、答案には結果のみならず、それを導いた過程についても記すこと。
また、万一与えられた条件だけでは解けない場合には、適当な量を定義したり，条件を明記した上で解いてよい。ただし、真空の誘電率 ε_0、透磁率 μ_0、光速 c の記号は断りなしに使ってよい。

問題I　図のように半径 a の円板を極板とするコンデンサーに、一定の電流 I が流れているとする。極板間も外部の空間も真空であるとする。中心軸からの距離を r とし、時刻 t で極板に溜まっている電荷を $Q(t)$ とする。極板間の距離 d は小さく電界の外部への漏れは小さく無視できると仮定する。以下の問に答えなさい。



(1) 時刻 t での極板間の電界の大きさを求めなさい。

(2) 変位電流（密度）の大きさを求めなさい。さらに全変位電流が流入電流 I に等しいことを示しなさい。

(3) 中心軸から距離 r, $(r \leq a)$ だけ離れた場所での磁束密度の大きさを求めなさい。

(4) ポインティングベクトルの大きさを求め、どの方向を向いているか記しなさい。

(5) 単位時間当たりに、$r = a$ の側面で流入、または流出する全電磁エネルギーを求めなさい。

問題II　$z < 0$ の空間が真空であり、$z > 0$ の空間が完全導体で満たされ、$z < 0$ から、この導体表面 $(z = 0)$ に垂直に電磁波が入射する。完全導体では抵抗率が零であるから、導体内部の電界は零となる。以下の解答には座標単位ベクトル $\boldsymbol{e}_x, \boldsymbol{e}_y, \boldsymbol{e}_z$ を用いよ。

(1) 入射波の電界を $\boldsymbol{E}^{\mathrm{i}} = f(z - ct)\boldsymbol{e}_x$ とする。$f(w)$ は2回以上微分可能な関数である。反射波の電界を $\boldsymbol{E}^{\mathrm{r}} = g(z + ct)\boldsymbol{e}_x$ とする。全電界は $\boldsymbol{E}(z,t) = \boldsymbol{E}^{\mathrm{i}}(z,t) + \boldsymbol{E}^{\mathrm{r}}(z,t)$ である。電界の境界条件を記しなさい。この条件を考慮して、$g(z + ct)$ を関数 f を用いて表しなさい。

(2) 磁束密度は、電磁波の進行方向の単位ベクトルを $\hat{k}$ と表すと $\boldsymbol{B} = \dfrac{1}{c}\hat{k} \times \boldsymbol{E}$ となる。これより入射波および反射波の磁束密度 $\boldsymbol{B}^{\mathrm{i}}$、$\boldsymbol{B}^{\mathrm{r}}$ を f と座標単位ベクトルを用いて表しなさい。

問題 III　真空中に電荷密度 $\rho(\boldsymbol{r},t)$ と電流密度 $\boldsymbol{i}(\boldsymbol{r},t)$ がある場合に、電界ベクトル $\boldsymbol{E}$ と磁束密度 $\boldsymbol{B}$ が従うマクスウェル方程式（微分形）をすべて（４個の式）を書き、各々の式が表す法則名を記しなさい。 $\varepsilon_0 \mathrm{div} E = \rho$, $\mathrm{rot} H = i$, $\mathrm{div} B = 0$, $\mathrm{rot} E = -\frac{\partial B}{\partial t}$

問題 VI　平行平板コンデンサーを考える。極板間の距離は d、両極板の面積はおのおの S である。一方の極板からの距離を x とすると、極板間 $0 < x < d$ には誘電率が

$$\varepsilon(x) = \frac{\varepsilon_0}{A + Bx/d}$$

と変化している誘電体が充填されている。ここで A, B は定数である。端からの電界の漏れはないとする。

(1) $x = d$ にある極板に電荷 Q、$x = 0$ にある極板に電荷 $-Q$ を与える。このときの電束密度 D を求めなさい。

$D = \frac{Q}{S(A+\frac{B}{d}x)}$

(2) 電界の強さおよび電位を求め、このコンデンサーの電気容量を決定しなさい。

問題 V　直線状の導線に定常電流 I が　流れている。この導線を中心軸とした磁性体が、内径 a と外径 b の円筒状に図のように分布している。中心軸からの距離を変数 r で表す。磁性体の内側 $(r < a)$ および外側 $(r > b)$ の空間は真空である。真空の透磁率は μ_0 であり、$a < r < b$ の領域にある磁性体の透磁率は r により変化し、$\mu(r)$ であるとする。以下の問に答えなさい。

(1) 各領域 $r \leq a, a \leq r \leq b, b \leq r$ における、磁界の強さ、および磁束密度の大きさを求めなさい。

$H = \frac{I}{2\pi r}$, $B = \frac{\mu I}{2\pi r}$, $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

(2) $r = a$、および $r = b$ での磁性体の境界面に流れる磁化面電流密度の大きさ、および全磁化電流の大きさを求めなさい。さらに $\mu(r) > \mu_0, (a \leq r \leq b)$ とするとき、各々の電流の方向と中心軸の電流の方向の関係を示しなさい。

ただし、磁化面電流密度ベクトル $\boldsymbol{\mathcal{I}}_m$ は、
磁化ベクトル $\boldsymbol{J} = \boldsymbol{B} - \mu_0 \boldsymbol{H}$ を用いると、
$\boldsymbol{n}$ を磁性体表面から磁性体の外部に向かっての
法線ベクトルとして、$\boldsymbol{\mathcal{I}}_m = \boldsymbol{J} \times \boldsymbol{n}/\mu_0$ で与えられる。