

Proiect Identificare Sistemelor

- Realizat de:
- Nistor Răzvan-Iulian
- Sitea Alexandru-Ionuț
- Pop Mihnea-Daniel

Grupa:
Recontractare

Indice set
date: 5

Scopul proiectului

- Construirea unui model de regresie polinomială pentru a aproxima un set de date.

Descrierea problemei

- **Obiectiv:** Aproximarea relației dintre două variabile de intrare și o variabilă de ieșire utilizând regresia polinomială.
- **Importanță:** Identificarea unui model matematic precis și robust este esențială pentru a înțelege și a prezice comportamentul sistemului.
- **Seturile de date:** Identificare (id) și Validare (val).
- **Scop final:** Minimizarea erorii pătratice medii (MSE) și determinarea gradului optim al polinomului care oferă cea mai bună aproximare.

Structura aproximatorului și procedura de găsim a parametrilor

- **Aproximatorul polinomial:**

- Modelează Y în funcție de variabilele de intrare X_1 și X_2 , utilizând termeni polinomiali de forma $x_1^i * x_2^j$.

- **Construirea matricei de termeni (Φ):**

- Include toate combinațiile puterilor variabilelor X_1 și X_2 până la gradul maxim m .

- **Metoda celor mai mici pătrate:**

- Calculează vectorul parametrilor θ , minimizând diferența pătratică între valorile reale Y și valorile estimate \hat{Y}

Caracteristicile esențiale ale soluției

- **Construcția generalizată a termenilor polinomului**

- Termenii polinomului sunt construiți automat până la un grad maxim specificat, folosind combinații de puteri ale variabilelor de intrare. Aceasta permite adaptarea ușoară la diferite grade ale polinomului, fără modificări adiționale în cod.

Caracteristicile esențiale ale soluției

- **Optimizarea gradului folosind MSE**

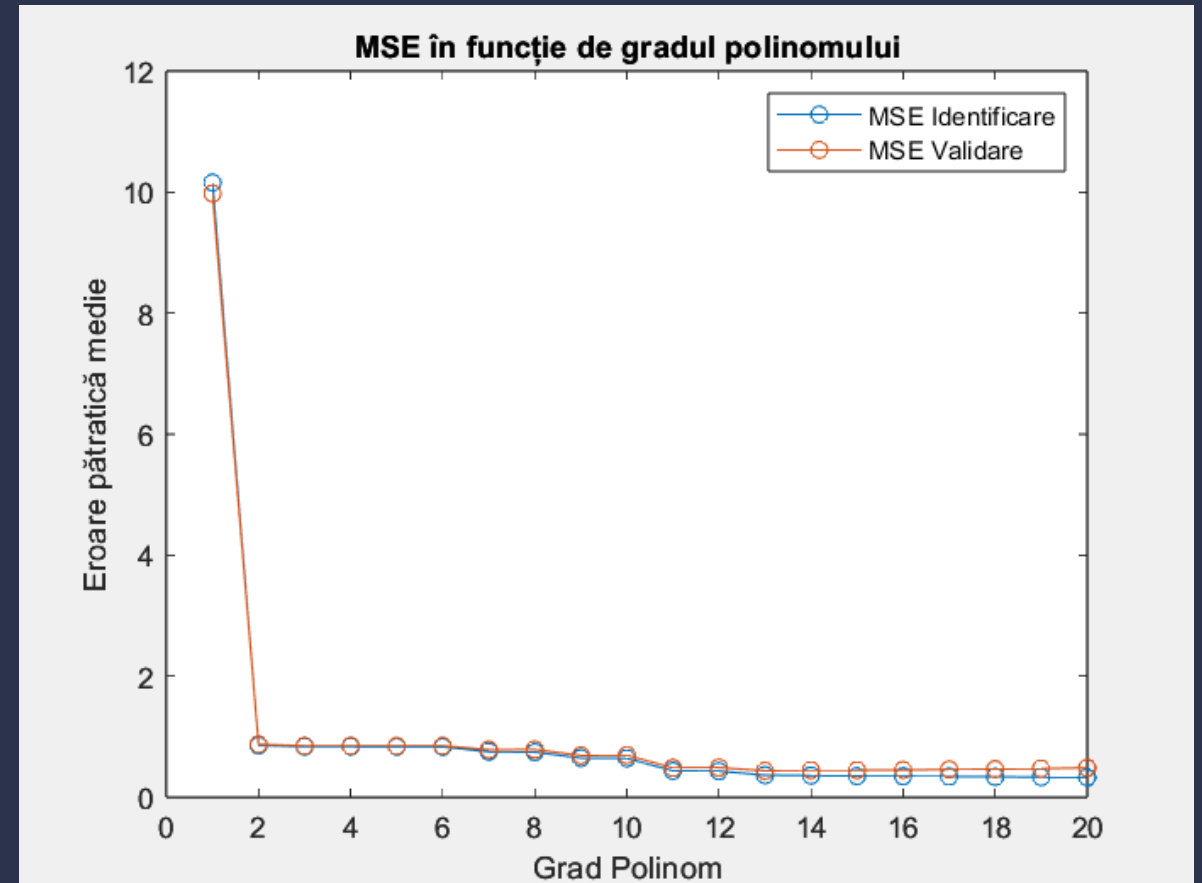
- Gradul optim al polinomului a fost determinat prin analiza erorii pătratice medii (MSE) pentru diferite grade, folosind atât setul de identificare, cât și cel de validare. Gradul 2 a fost ales ca optim pentru echilibrul între acuratețe și generalizare.

Caracteristicile esențiale ale soluției

- **Evitarea supraînvățării (overfitting)**
 - Compararea MSE pentru seturile de identificare și validare a permis detectarea gradului optim, evitând astfel supraînvățarea și asigurând că modelul generalizează bine pe date noi.

Rezultate de acordare - MSE în funcție de gradul polinomului

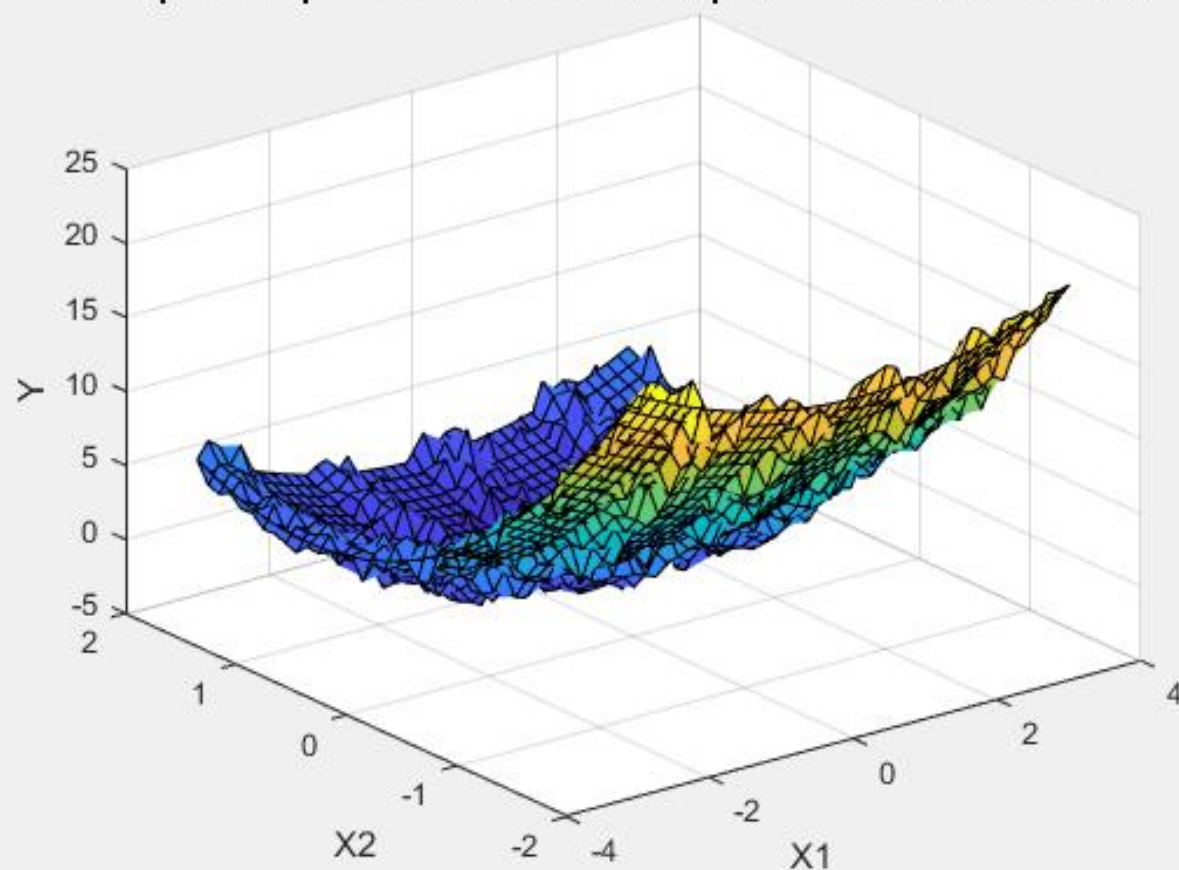
Alegerea gradului optim se face pe baza analizei MSE pentru identificare și validare.



Graficele reprezentative pentru valoarea optimă a lui m

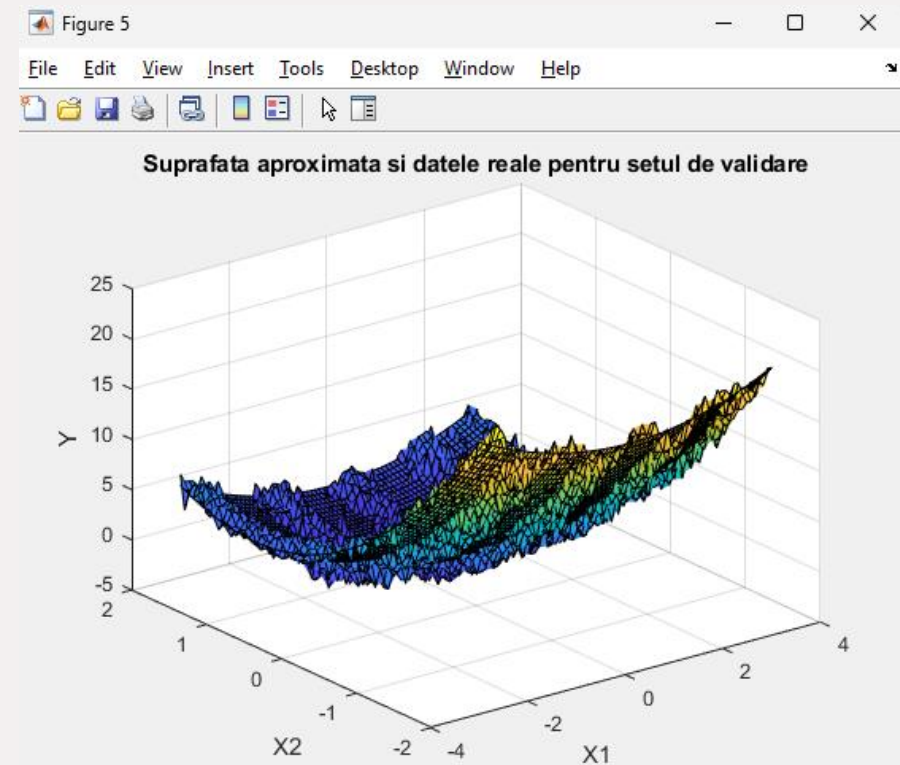
- **Graficul pentru setul de identificare:**
- Compară suprafața aproximată de model cu datele reale din setul de identificare.

Suprafata aproximata si datele reale pentru setul de identificare



Graficele reprezentative pentru valoarea optimă a lui m

- **Graficul pentru setul de validare:**
- Compară suprafața aproximată cu datele reale din setul de validare.



Concluzie

Proiectul a arătat că un model de regresie polinomială bine calibrat poate aproxima cu precizie relația dintre variabile, evitând supraînvățarea. Am obținut un echilibru între acuratețe și capacitatea de generalizare, subliniind importanța ajustării gradului modelului pentru o performanță robustă.

Anexă - Codul Dezvoltat

```
xid_1 = id.X{1};
```

```
xid_2 = id.X{2};
```

```
yid = id.Y;
```

```
xval_1 = val.X{1};
```

```
xval_2 = val.X{2};
```

```
yval = val.Y;
```

```
[X1_id, X2_id] = meshgrid(xid_1, xid_2);
```

```
[X1_val, X2_val] = meshgrid(xval_1, xval_2);
```

```
% Afisam seturile de date de identificare si validare
```

```
figure;
```

```
surf(X1_id, X2_id, yid);
```

```
xlabel('X1');
```

```
ylabel('X2');
```

```
zlabel('Y');
```

```
title('Set de Identificare');
```

```
figure;
```

```
surf(X1_val, X2_val, yval);
```

```
xlabel('X1');
```

```
ylabel('X2');
```

```
zlabel('Y');
```

```
title('Set de Validare');
```

Anexă - Codul Dezvoltat

```
% Parametru maxim pentru gradul polinomului
gradPolinomMax = 20;

% Calculam termenii pentru grade diferite si erorile MSE
for gradPolinom = 1:gradPolinomMax

    % Numarul total de termeni pentru gradul curent
    numTermeni = (gradPolinom + 1) * (gradPolinom + 2) / 2;

    phi_id = zeros(numel(X1_id), numTermeni);
    phi_val = zeros(numel(X1_val), numTermeni);

    % Construim termenii polinomului intr-un mod generalizat
    h = 1;

    for n = 0:gradPolinom
```

```
        for i = 0:n
            j = n - i;

            % Termenul  $x_1^i * x_2^j$  pentru identificare si validare
            phi_id(:, h) = (X1_id(:).^i) .* (X2_id(:).^j);
            phi_val(:, h) = (X1_val(:).^i) .* (X2_val(:).^j);

            h = h + 1;
        end
    end

    % Calculam theta si MSE pentru identificare si validare
    theta = phi_id \ yid(:);
    yhat_id = phi_id * theta;
    MSEid(gradPolinom) = sum((yid(:) - yhat_id).^2) / numel(yid(:));

    yhat_val = phi_val * theta;
    MSEval(gradPolinom) = sum((yval(:) - yhat_val).^2) / numel(yval(:));
end
```

Anexă - Codul Dezvoltat

```
% Graficul MSE pentru a observa minimul
```

```
figure;
```

```
plot(1:gradPolinomMax, MSEid, '-o', 'DisplayName', 'MSE Identificare');
```

```
hold on;
```

```
plot(1:gradPolinomMax, MSEval, '-o', 'DisplayName', 'MSE Validare');
```

```
xlabel('Grad Polinom');
```

```
ylabel('Eroare patrata medie');
```

```
legend;
```

```
title('MSE in functie de gradul polinomului');
```

```
% Stabilim gradul optim manual dupa analiza graficului
```

```
gradOptim = 2;
```

```
disp(['Gradul optim stabilit manual este: ', num2str(gradOptim)]);
```

Anexă - Codul Dezvoltat

```
% Calculam modelul doar pentru gradul optim
```

```
numTermeniOpt = (gradOptim + 1) * (gradOptim + 2) / 2;
```

```
phi_id_opt = zeros(numel(X1_id), numTermeniOpt);
```

```
phi_val_opt = zeros(numel(X1_val), numTermeniOpt);
```

```
% Construim `phi_id_opt` si `phi_val_opt` pentru gradul optim
```

```
h = 1;
```

```
for n = 0:gradOptim
```

```
    for i = 0:n
```

```
        j = n - i;
```

```
        phi_id_opt(:, h) = (X1_id(:).^i) .* (X2_id(:).^j);
```

```
        phi_val_opt(:, h) = (X1_val(:).^i) .* (X2_val(:).^j);
```

```
        h = h + 1;
```

```
    end
```

```
end
```

```
% Calculam theta, MSE pentru identificare si validare cu gradul optim
```

```
theta_opt = phi_id_opt \ yid(:);
```

```
yhat_id_opt = phi_id_opt * theta_opt;
```

```
MSEid_opt = sum((yid(:) - yhat_id_opt).^2) / numel(yid(:));
```

```
yhat_val_opt = phi_val_opt * theta_opt;
```

```
MSEval_opt = sum((yval(:) - yhat_val_opt).^2) / numel(yval(:));
```

```
disp(['MSE pentru identificare la gradul optim: ', num2str(MSEid_opt)]);
```

```
disp(['MSE pentru validare la gradul optim: ', num2str(MSEval_opt)]);
```

Anexă - Codul Dezvoltat

```
% Afisam suprafata aproximata pentru identificare cu grad optim

figure;

surf(X1_id, X2_id, yid);

hold on;

surf(X1_id, X2_id, reshape(yhat_id_opt, size(X1_id)));

xlabel('X1');

ylabel('X2');

zlabel('Y');

title('Suprafata aproximata si datele reale pentru setul de identificare');
```

```
% Afisam suprafata aproximata pentru validare cu grad optim

figure;

surf(X1_val, X2_val, yval);

hold on;

surf(X1_val, X2_val, reshape(yhat_val_opt, size(X1_val)));

xlabel('X1');

ylabel('X2');

zlabel('Y');

title('Suprafata aproximata si datele reale pentru setul de validare');
```