

راهنمایی برای تمرین‌های عملی درس طراحی الگوریتم

تصادد بی حسابی

اعداد را با توجه به باقی‌مانده‌ی آنها نسبت به دو، به دو دسته تقسیم کنید. در صورتی که به صورت بازگشتی این دو دسته را طوری بچینید که تصاعد حسابی نداشته باشند، با در کنار هم گذاشتن آنها، دنباله‌ی حاصل نیز تصاعد حسابی ندارد (چرا؟). بنابراین با استفاده از این ایده مسئله را به قسمت‌های کوچک‌تر بشکنید.

در حل زیر مسئله‌ها از این ویژگی استفاده کنید که اگر $\langle a_1, a_2, \dots, a_k \rangle$ یک دنباله‌ی بی‌تصادد برای اعداد فرد $\{1, 3, \dots, 2k-1\}$ باشد، دنباله‌ی $\langle a_1 + 1, a_2 + 1, \dots, a_k + 1 \rangle$ نیز یک دنباله‌ی بی‌تصادد برای اعداد زوج $\{2, 4, \dots, 2k\}$ است. به صورت مشابه، اگر $\langle a_1, a_2, \dots, a_k \rangle$ یک دنباله‌ی بی‌تصادد برای اعداد $\{1, 2, \dots, k\}$ باشد، دنباله‌ی $\langle 2a_1, 2a_2, \dots, 2a_k \rangle$ یک دنباله‌ی بی‌تصادد برای اعداد $\{2, 4, \dots, 2k\}$ است.

ژله‌ی ایرانی

ژله‌ها را با توجه به اندازه‌ی قابلیت تحمل آنها به صورت صعودی مرتب نمایید (چرا می‌توانید این ترتیب از ژله‌ها را در جواب بهینه فرض کنید؟). سپس جواب مسئله را به صورت بازگشتی تعریف نمایید: مقدار $OPT(i, j)$ حداقل وزن j ژله از بین i ژله‌ی اول است که می‌توانند روی هم قرار بگیرند؛ در صورتی که این کار امکان ندارد، مقدار بی‌نهایت را به $OPT(i, j)$ بدهید. با توجه به وضعیت ژله‌ی i -ام، محاسبه‌ی این مقدار را به صورت استقرایی بیان کنید. برای یافتن جواب نهایی، پس از بدست آوردن مقداری $OPT(i, j)$ با استفاده از برنامه‌ریزی پویا، بزرگ‌ترین مقدار j را بیابید که $OPT(n, j)$ مقداری کم‌تر بی‌نهایت داشته باشد.

نکته: با توجه به محدودیت مقادیر مسئله، آیا می‌توانید بگویید چرا $OPT(i, j)$ به صورت تعداد

بیشترین تعداد ژله بین i ژله‌ی اول با وزن j که می‌توانند روی هم قرار داده شوند، تعریف نشد؟