

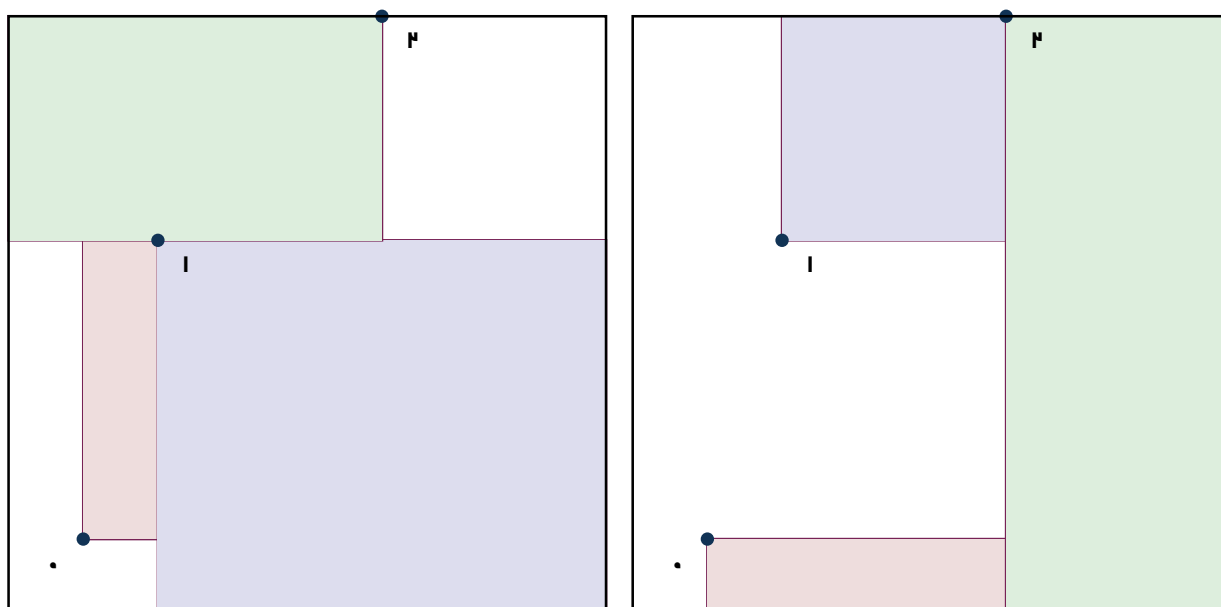
پنج‌شنبه‌ی بیست و دوم

اثبات کنید در جهان بهترین هستید...

با افتخار پنج‌شنبه‌ی سخت دیگری را منتشر می‌کنیم تا باز هم تکاپو برای حل مسئله‌ی جالبی در قالب این رقابت بی‌نظیر آغاز شود. در بین یادداشت‌های هفته‌ی گذشته‌ی دال، با مسئله‌ی جالبی روبرو شدیم که هدف آن تقسیم یک فضای دو بعدی به تعدادی مستطیل است. در کنار این مسئله، دال کمی کم‌رنگ‌تر از همیشه و با خطی آمیخته با تردید می‌نویسد: «اگر چه حل این مسئله بسیار دشوار به نظر می‌رسد، جواب آن می‌تواند تحولی در جهان ایجاد نماید» و چه انگیزه‌ای برای یافتن جواب این مسئله بزرگ‌تر از این جمله‌ی دال است؟ دال آن مسئله را به چند گام شکسته است و اولین گام برای یافتن بهترین جواب آن مسئله، مسئله‌ای است که در این مستند معرفی می‌شود.

عنوان مسئله	مستطیل‌های گوشه‌ای
شناسه‌ی مسئله	ct22
سختی مسئله	۴ از ۹
زمان شروع	ساعت ۱۶ ۱۳۹۶/۳/۴
زمان پایان	ساعت ۱۶ ۱۳۹۶/۳/۱۸

تعدادی نقطه را در یک مستطیل در نظر بگیرید. یک «مستطیل گوشه‌ای» مستطیلی است که حداقل یکی از گوشه‌های آن، یکی از نقطه‌های ورودی باشد و نقطه یا مستطیل گوشه‌ای دیگری را در بر نداشته باشد. «نگاشت گوشه‌ای» اختصاص یک مستطیل گوشه‌ای به هر نقطه است. هدف در این مسئله یافتن یک نگاشت گوشه‌ای با مساحت بیشینه است. در شکل‌های زیر سه نقطه موجود هستند. هر شکل یک نگاشت گوشه‌ای را نشان می‌دهد. در این شکل‌ها مستطیل گوشه‌ای نقطه‌های صفر، یک و دو به ترتیب با رنگ‌های قرمز، آبی و سبز نشان داده شده‌اند. نگاشت گوشه‌ای شکل سمت چپ جواب بهتری نسبت به شکل سمت راست است، چون مجموع مساحت مستطیل‌های گوشه‌ای آن بیشتر است.

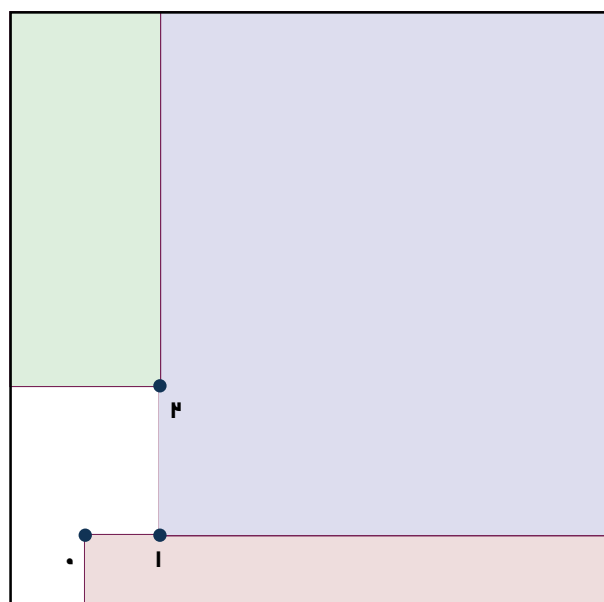


نمونه‌های ورودی

ورودی با سه عدد شروع می‌شود که تعداد نقطه‌ها (حداکثر شش) و طول و عرض مستطیل اصلی (حداکثر هزار) را نشان می‌دهند. سپس به تعداد نقطه‌ها خط در ادامه ظاهر می‌شوند که هر یک مختصات یکی از نقطه‌ها را بیان می‌کند. خروجی یک نگاشت گوشه‌ای را بیان می‌کند. خروجی به تعداد نقطه‌ها خط دارد که هر یک از آنها مختصات نقطه‌ی مقابل مستطیل گوشه‌ای هر نقطه‌ی ورودی را نشان می‌دهد. برای مثال، اگر گوشه‌های دیگر مستطیل گوشه‌ای نقطه‌ی $(2, 3)$ برابر $(8, 3)$ ، $(8, 4)$ و $(2, 4)$ باشند، گوشه‌ی مقابل نقطه‌ی $(2, 3)$ ، نقطه‌ی $(8, 4)$ است.

در نمونه‌ی زیر سه نقطه موجود هستند. در نگاشت گوشه‌ای جواب، نقطه‌ی مقابل نقطه‌های ورودی به ترتیب نقطه‌های $(0, 8)$ ، $(8, 8)$ و $(0, 8)$ هستند. دقت کنید که هر یک از این نقطه‌ها یک مستطیل را مشخص می‌کند. برای مثال گوشه‌های مستطیل گوشه‌ای نقطه‌ی دو نقطه‌های $(2, 3)$ ، $(2, 8)$ ، $(0, 8)$ و $(0, 3)$ هستند.

ورودی	خروجی
$\begin{matrix} 3 & 8 & 8 \\ 1 & 1 & \\ 2 & 1 & \\ 2 & 3 & \end{matrix}$	$\begin{matrix} 8 & 0 \\ 8 & 8 \\ 0 & 8 \end{matrix}$



نگاشت گوشه‌ای این جواب در شکل روبرو نمایش داده شده است.