در مورد پایاننامهی دورهی کارشناسی ارشد

قبل از هر چیز، لازم می دانم یادآوری کنم که هر موضوعی که شما برای پایاننامه انتخاب می کنید، برای گرفتن نتیجه ی خوب باید در آن با جدیت تلاش کنید. بنابراین، جدا از اینکه چه موضوعی را انتخاب می کنید، لازم است بخش زیادی از وقتتان در هر روز را به آن اختصاص دهید: آخرین مقالههایی که در آن حوزه یا موضوعهای نزدیک به آن منتشر شده اند را مطالعه کنید، ایده های آنها را دسته بندی کنید و راه های بهبود آنها را بررسی کنید. این کار آسان نیست ولی هدف دوره ی کارشناسی ارشد این است که شما این توانایی را بدست آورید. شما باید بتوانید تلاشهای خود را گزارش دهید و بیان کنید در هر هفته چه مطالعات یا آزمایش هایی انجام داده اید و چه چالش هایی وجود دارند و چگونه به دنبال رفع آنها هستید.

در رابطه با موضوع پایان نامه، هر حوزه ای مقدماتی دارد که برای پژوهش درست در آن، لازم است آنها را بدانید. بسیاری از درسهایی که در دوره ی کارشناسی ارشد نیز با این دید ارائه می شوند که مقدمات آن حوزه در آن مرور شوند. درسهای پردازش موازی ترم قبل و هندسه ی محاسباتی ترم آینده نیز با همین دید ارائه می شوند. اما تفاوتی بین موضوعات تحقیقاتی و مطالبی که در درسها مطالعه می کنید وجود دارد. پس از فراگیری مقدمات برای تحقیقات در هر زمینه ای، لازم است آخرین کارهای انجام شده در ارتباط با موضوع و موضوعات نزدیک به آن را مطالعه و دسته بندی کنید و نقاط ضعف و قوت روشهای به کار رفته در آنها را بیابید. بنابراین، برای تعیین موضوع پایان نامه خواندن یک کتاب که مقدمات را بیان می کند کمک زیادی نمی کند ولی لازم است برای آشنایی با مقدمات، منابعی مثل چنین کتابهایی را نیز مطالعه کنید.

در مورد موضوع سمینار

هدف درس سمینار بررسی یک حوزه ی تحقیقاتی است تا با توجه به مطالعاتی که در این درس انجام می دهید بتوانید موضوعی را برای پایان نامه انتخاب کنید. بنابراین، شما در این درس با مسئلههای مهم یک حوزه ی تحقیقاتی آشنا می شوید، روشهای استفاده شده در حل آنها را دسته بندی می کنید و

چالشهای اصلی این حوزه را شناسایی می کنید. در نهایت بیان می کنید در کدام مسئله و برای حل کدام یک از این چالشها و با چه رویکردی می توانید تلاش کنید.

نکتهی بسیار مهم دیگر، اهمیت ارائهی گزارشهای با کیفیت از مطالعاتی که انجام می دهید در دورههای تحصیلات تکمیلی است. در واقع خروجی شما همین گزارشها هستند. هر مستندی را با این دید آماده کنید که قرار است افراد دیگری آن را مطالعه کنند و شما با آن مستند ارزیابی می شوید. یک واقعیت در تحقیقات این است که افرادی که شما را ارزیابی می کنند، حاضر نیستند یک متن بی کیفیت را مطالعه کنند (چه در ظاهر و چه از دید مفهوم). در واقع یکی از مهارتهای مهمی که در دورهی ارشد کسب می کنید نوشتن گزارش خوب از تحقیقات دیگران یا نتایج خودتان است. در واقع هدف شما در دانشگاه این است که نتایجی را منتشر کنید که توسط بیشترین افراد استفاده شوند و به همین علت به دنبال با کیفیت ترین نتایج و انتشار آنها در معتبر ترین مجلهها و همایشها هستید.

قطعا می توانید در انتخاب موضوع از تزهایی که در دانشگاههای خوب جهان تعریف شده اند کمک بگیرید؛ حتی می توانید در سمینار خود ذکر کنید که در کدام دانشگاه، در چه دوره ای و در چه موضوعی تز تعریف شده است و این کار فکر بسیار خوبی است. اما دقت کنید که در درس سمینار باید دامنه ای فراتر از یک مسئله را مطالعه کنید. در پایان این درس می توانید بیان کنید: این حوزه را مطالعه کرده ایم که در این حوزه مسئله هایی که شرح داده ایم مطرح شده اند. در تحقیقات اخیر روی این مسئلهها، اهدافی که ذکر کرده ایم دنبال شده اند، از بین این مسئله ها تمرکز بیشتری روی دو مورد از آنها داشته ایم. رویکردهای حل این مسئلل را ذکر کرده ایم. همچنین، چالشهای اصلی در مسئله را شرح داده ایم. در مورد مسئلهی در مسئله را شرح داده ایم. در مورد مسئلهی داشته که به دنبال ... است و تز دیگری در دانشگاه ... تعریف شده است که به دنبال ... است و تز دیگری در دانشگاه ... تعریف شده است که با رویکرد ... مسئله را حل می کند. در نهایت با توجه به مطالعاتی که انجام داده ایم احتمالا می توانیم با استفاده از ... نتایج را بهبود دهیم.

در خاطر داشته باشید، یافتن مسئلههای تحقیقاتی روز سخت نیست؛ مجلههای زیادی در زمینههای مختلف منتشر می شوند و همایشهای معتبر زیادی برگزار می شوند که به این مسئلهها می پردازند و مسئلههای با اهمیت را در واقع همین مجلهها و همایشها تعیین می کنند. مسئلهی مهم این است که در یکی از این مسئلهها با عمق مطالعه کنید تا بتوانید کارهای گذشته را دسته بندی کنید، مشکلات آنها را بهبود دهید.

فرضهای حل مسئله

گاهی یک مسئله در شرایط و با فرضهای متفاوتی مطالعه می شود؛ برخی از این شرایط در جدول زیر نشان داده شده اند. برای یک مسئله در هر یک از این شرایط، ممکن است الگوریتمهای متفاوتی ارائه شده باشد و وقتی قصد بهبود الگوریتم یک مسئلهای را داشته باشیم، خود را به یکی از آنها محدود می کنیم. بنابراین در هنگام بررسی الگوریتمهای ارائه شده برای یک مسئله، الگوریتمها را با توجه به شرایط آنها ذکر کنید.

توضيح	شرايط مسئله
الگوریتمهای رایج؛ هدف معمولا کاهش پیچیدگی زمانی و حافظه است.	الگوريتم ساده
می تواند برای یک سخت افزار یا مدل موازی یا به صورت تئوری برای مدل PRAM ارائه شود؛ هدف معمولا تسریع خوب و هزینهی کم است.	الگوريتم موازي
امکان نگهداری همهی داده ها در حافظه وجود ندارد؛ هدف معمولا کاهش پیچیدگی زمانی و حافظه و افزایش دقت است.	الگوريتم Streaming
محدودیت حافظه برای نگهداری همهی دادهها وجود دارد، ولی می توان ورودی را چند بـار خواند. هدف معمولا کاهش تعداد دفعات خواندن ورودیها است.	الگوريتم چند گامه (Multi-pass)
پس از پیشپردازش، هدف پاسخ به تعدادی پرسش است؛ زمان پیشپردازش، زمان پاسخ به هر پرسش یا حافظهی مورد نیاز میتواند بهبود داده شود.	الگوريتم بر خط (Online)
همهی پرسشها در دسترس هستند و میتوانند به صورت دستهای پردازش شوند. پردازش دستهای میتواند در برخی از مسئلهها نسبت به الگوریتمهای بر خط بهتر عمل کند.	الگوريتم Offline
دادههای ورودی میتوانند تغییر کنند و پیچیدگی نگهداری ساختمان داده و پاسخ به پرسشها اهمیت دارد.	الگوريتم پويا (Dynamic)
حجم داده های زیاد است و داده ها در حافظه ی ثانویه ذخیره شده اند. در الگوریتم تعداد در خواست از حافظه ی ثانویه نیز تحلیل می شود.	الگوريتم خارجى (External)
پرسشها در یک بازه ی زمانی محدود میشوند (برای مثال نزدیکترین همسایه به نقطه ی پرسش بین نقطههای موجود در زمان t_1 تا t_2).	الگوریتم پنجره ای (Time-windowed)

شیوهی ارائه و ارزیابی الگوریتم

برای مقایسه و ارزیابی یک الگوریتم معمولا چند رویکرد کلی وجود دارد. گاهی الگوریتم به صورت تئوری تحلیل و مقایسه می شود، گاهی به صورت تجربی ارزیابی می گردد و گاهی این دو روش با هم ترکیب می شوند. این مسئله در جدول زیر به صورت خلاصه بیان شده است. اگر مسئلهای به صورت تجربی ارزیابی شده است، در گزارش سمینار به داده های استفاده شده و چگونگی انجام ارزیابی اشاره کنید.

توضيح	روش ارزیابی الگوریتم
مزیت الگوریتم نسبت به سایر الگوریتمها به صورت تئوری اثبات می شود. برای مثال،	تئورى
الگوریتمی ارائه میشود و نشان داده میشود که پیچیدگی محاسباتی آن بهتر از الگوریتمهای	
پیشین است.	
الگوریتم ارائه شده با آزمایش نسبت به الگوریتمها پیشین ارزیابی میشود. برای مثال نشان	تجربى
داده میشود که الگوریتم به صورت متوسط برای دادههای آزمایش شده بهتر یا سریعتر از	
الگوریتمهای مشابه عمل می کند. وجود دادههای آزمایشی مناسب برای ارزیابی تجربی در	
این رویکرد بسیار مهم است.	
درستی و پیچیدگی الگوریتم به صورت تئوری اثبات میشود و عملکرد آن در عمل نیز ارزیابی	ترکیبی
مىشود.	

هندسهی محاسباتی در داده کاوی

در بررسی کاربرد هندسه ی محاسباتی در داده کاوی، به موضوعهای زیر نیز اشاره کنید. در هر یک از این موارد، پس از بیان مسئله و کاربرد، لازم است به کارهای اصلی انجام شده در مورد آن اشاره کنید و بگویید کارهایی که اخیرا در مورد آن انجام می شود چه هدفی را دنبال می کنند. دو مورد آخر، خود مجموعهای از مسئله ها هستند. فقط به مسئله های اصلی این دو اشاره کنید تا در مورد آنها توضیح دهم.

توضیح و کاربرد	مسئلهی هندسی
جدا کردن تعدادی نقطه (یا سایر اشکال هندسی) به کمک تعدادی خط (یا صفحه یا مشابه آن). کاربرد اصلی: دستهبندی اطلاعات. برای جداسازی هندسی تز Seara [۱] یا Vigan را مطالعه کنید.	جداسازی هندسی
یافتن نزدیک ترین نقطه ها به نقطه ی پرسش. کاربرد اصلی: دسته بندی یک نمونه با توجه به نمونه های گذشته. در زمینه ی جستجوی نزدیک ترین همسایه ها مقاله های مروری زیادی وجود دارند. برای شروع فصل کتاب Nearest Neighbors in High-Dimensional Spaces نوشته شده توسط مطالعه کنید [۳].	یافتن نزدیکترین همسایهها
تقسیم تعدادی نقطه به دستههایی که اختالاف فاصلهی بین نقطههای هر دسته (فاصله می تواند به شکلهای متفاوتی تعریف شود) حداقل باشد. در زمینهی خوشهبندی، مقالهی مروری خوبی پیدا نکرده ام ولی می توانید مقدمهی مقالههای جدیدی مثل [۴]، [۵] یا [۶] را مطالعه نمایید.	خوشەبندى ھندسى
یافتن نقطههایی (یا تعداد آنها) که در یک ناحیهی خاص از فضا قرار دارند. کاربرد اصلی: بازیابی اطلاعات. در زمینهی جستجوی بازه ای مقالهی کلاسیک Matousek [۷] یا فصل کتاب [۸] مطالعه نمایید و سپس کارهای جدیدتر را بررسی کنید.	جستجوی بازهای
الگوریتمهای برچسبگذاری نیز در نمایش نتایج داده کاوی کاربرد دارند. فصل پانزدهم از کتاب Tamassia از کتاب از آدرس الکترونیکی این کتاب از آدرس http://cs.brown.edu/~rt/gdhandbook/	برچسبگذاری
در برخی از موضوعات موجود در داده کاوی تصویری و داده کاوی مکانی، مسئلههایی مطرح میشوند که با استفاده از هندسهی محاسباتی میتوان آنها را حل کرد.	ساير

در موضوعهایی که بررسی می کنید یک مصالحه وجود دارد: هر چه موضوع شناخته شده تر باشد،

متنهای مروری بهتری برای آن وجود دارند و بهبود نتایج اهمیت و ارزش بیشتری دارد اما با توجه به اینکه افراد بیشتری این مسئلهها را بررسی می کنند، بهبود نتایج این دسته از مسئلهها معمولا سختتر است.

ساختار سمينار

تا آنجایی که من اطلاع دارم، الگوی خاصی برای شکل گزارش سمینار توسط دانشگاه تعیین نشده است. اما خوب است با تنظیمات پیشنهادی دانشگاه (در مورد فونت و شکل مراجع) برای پایاننامهها شروع کنید؛ آن را میتوانید از قسمت فرمهای دانشگاه پیدا کنید.

در مورد نوع مستند، گزارش سمینار Technical Report یا Vervey محسوب می شود. بنابراین به جای فصل، این مستند معمولا به تعدادی بخش یا Section شکسته می شود. معمولا بخش اول، مقدمه است که در آن، هدف سمینار و ساختار آن شرح داده می شود. بخش دوم، به مفاهیم پایه می پردازد. نام بخش های بعد، با توجه به دسته بندی موضوع سمینار تعیین می شود و بخش پایانی مربوط به نتیجه گیری و کارهای آتی است.

دقت کنید که گزارش سمینار نباید فقط به تعدادی مقاله اشاره کند و روش آنها را شرح دهد. در گزارش سمینار، رویکردهای حل یک مسئله به همراه مقالههای با اهمیت و پر تأثیر آنها دستهبندی میشوند و چالشهای اصلی آن مطرح می گردند. معمولا در قسمتهای پایانی گزارش سمینار، جدول هایی این اطلاعات را به صورت خلاصه نمایش می دهند. الگوی یک سمینار نمونه در جدول زیر نشان داده شده است.

هدف نمونه	عنوان بخش
معرفی و اهمیت مسئله؛ تاریخچهی کوتاه؛ بیان دقیقتر مسئله: فرضیات کلی و دامنه	مقدمه
گزارش؛ بیان هدف هر بخش و سازماندهی گزارش (بخش دوم به میپردازد سپس بخش	
سوم).	
مفاهیمی که در برای درک موضوع و روشهای ارائه شده برای مسئله لازم هستند.	مفاهیم پایه
رویکرد اول حل مسئله؛ ساختار اصلی روشهای ارائه شده در این دسته؛ مقالههای مهم	روشهای مبتنی بر
این دسته، تفاوت آنها و در صورت امکان دستهبندی آنها؛ چالشهای مهم (برای مثال کاهش	
پیچیدگی حافظه با وجود بعدهای زیاد).	
دستهی بعدی؛ مشابه بخش گذشته.	روشهای مبتنی بر
جمعبندی گزارش، خلاصهی دستهها؛ پیشنهاد برای کارهای آتی (از جمله پایاننامه)، روش	جمعبندی
پیشنهادی برای بهبود و ارزیابی.	

نکتههای زیر شاید به شما در نگارش گزارش کمک کنند:

در هر رویکرد اصلی، مقالههای مهم یا مروری (Survey، در صورت وجود) را بررسی کنید و سپس با دنبال کردن مقالههایی که به آنها ارجاع میدهند (Citing articles) مجموعه ی مقالههایتان را گسترش دهید. مقالههای اصلی بسیار پر اهمیت هستند چون تاریخچه ی مسئله را به خوبی بیان می کنند و روش اصلی حل مسئله را به خوبی شرح میدهند.

بیشتر مقالههایی که در بخشهای اصلی گزارش مطرح میشوند، به صورت خلاصه بیان میشوند. بنابرایی بیشتر مقالههایی را که بررسی می کنید لازم نیست به صورت کامل مطالعه کنید. چکیده ی مقالهها معمولا صورت مسئله و نتیجه را به صورت خلاصه بیان می کند. مطالعه ی چکیده، قسمتهایی از مقدمه و گاهی نتیجه گیری برای بسیاری از مقالهها کافی است. ممکن است در هنگام نوشتن گزارش، قسمتهای بیشتری از مقاله را مطالعه نمایید.

خوب است به ازای هر مقالهای که مطالعه می کنید، فرضیات اصلی، رویکرد حل مسئله و نتیجهی گزارش شده را جایی بنویسید تا در هنگام نگارش گزارش، بتوانید به آن در بخش مناسب گزارش ارجاع دهید و در مورد آن توضیح دهید.

در مورد تحلیل مسیر

تحلیل مسیر (Trajectory Analysis) یکی از موضوعاتی است که اخیرا در زمینه ی داده کاوی مکانی بسیار مورد توجه قرار گرفته است. برای برخی از مسئله های مطرح شده در این موضوع، الگوریتم های هندسی ارائه شده است. برای شروع تز Staals را مطالعه کنید [۱۰]. در مورد تحلیل مسیر در حالت کلی، مقاله ی Zheng را مطالعه کنید [۱۱] (همینطور [۱۲]). به برخی از موضوعات مطرح شده در تحلیل مسیر از دید هندسی در ادامه اشاره می کنم.

عنوان	توضيح
تکه تکه کردن مسیر	در حالت یکنواخت [۱۳] و غیر یکنواخت [۱۴].
یافتن ناحیههای داغ	مثل [۱۵].

در مورد تکه تکه کردن مسیر در حالت غیر یکنواخت، ابتدا به تفاوت مسیرهای گسسته و غیر گسسته توجه کنید [۱۴]. حالت گسسته با استفاده از برنامه ریزی پویا با پیچیدگی زمانی و حافظه ی $O(n^{\tau})$ حل توجه کنید [۱۴]. حالت گسسته با استفاده از برنامه ریزی پویا با پیچیدگی زمانی و حافظه ی آمی می شود. بهتر است تمرکز خود را روی شرط Outlier-Tolerant قرار دهید (حالتی که اختلاف مقدار در هر تکه، کمتر از مقدار h است مگر در ρ درصد مواقع). سپس الگوریتم فصل سوم را مطالعه کنید و پس از آن قسمت اول فصل ششم را مطالعه کنید. در حین مطالعه، به جزئیات الگوریتم فکر کنید: آیا مسئله با فرض متعامد بودن مسیر (مثل پنجشنبه ی بیست و ششم) آسان تر می شود آیا می توان آن را به صورت با فرض متعامد بودن تقریبی یا احتمالی) و مورت تقریبی یا احتمالی) و احتمالی (مان بیشتر یا به صورت تقریبی یا احتمالی) و

اگر نکات مبهم زیادی در الگوریتمهای مطرح شده در [۱۴] برای شما وجود دارد، نگاهی به حالت یکنواخت این مسئله یعنی [۱۳] بیندازید.

مجموعهى مسيرها

مجموعههای داده ای در اینترنت وجود دارند که مسیر حرکت موجوداتی را بیان می کنند. برخی از این مجموعههای داده (و مجموعهها در جدول زیر نمایش داده می شوند. لازم است در مورد هر یک از این مجموعههای داده (و مجموعههای مشابه) اطلاعاتی مثل حجم، تعداد مسیرها، متوسط تعداد نقطههای مسیرها، کوچکترین مستطیلی که همه ی مسیرها در آن قرار می گیرند، نوع مؤلفههای نقطهها (عدد صحیح یا اعشاری ممیز ثابت یا شناور) استخراج شوند.

توضيح	مجموعهی داده
مسیر حرکت تاکسیهای در برخی از شهرهای آسیا.	مجموعهی T-Drive
اطلاعات GPS حدود سه سال مربوط به ۱۸۲ نفر.	مجموعهی GeoLife
شامل دادههایی از جمله تاکسیهای شهر نیویورک.	Open Data مجموعهی
اطلاعات مسير حركت تاكسيها.	Taxi Service Trajectories مجموعهی

در مورد تکهتکه کردن مسیر

در مورد الگوریتههایی که از فصل سوم تز Staals مطالعه کرده اید فکر کنید [۱۰]. به خصوص، در مورد نکتههای زیر با تمرکز و صبر فکر کنید. به صورت خلاصه در مورد آنچه فکر می کنید یادداشت بردارید و اگر مشکلی پیش رو می بینید آن را هم بنویسید؛ برای مثال، «برای پاسخ به این سؤال باید مقالهی ... را مطالعه کنم»، «به نظر می رسد یافتن الگوریتم کارایی برای ... سخت باشد چون ...»، «اگر بتوانم قسمت ... الگوریتمم را به صورت کارا انجام دهم (یا ساختمان داده ی مناسبی برای آن پیدا کنم)، می توانم این مسئله را حل کنم» یا «اطلاعات من برای پاسخ به این سؤال کافی نیست و نمی دانم برای پاسخ به آن چه منبعی را مطالعه کنم».

برای هر دو حالت گسسته و غیر گسسته، با فرض متعامد بودن مسیر (همواره موازی با یکی از دو محور مختصات)، آیا می توانید الگوریتم را ساده تر کنید؟ اگر خیر، در حالت یک بعدی چه طور (جسم فقط در روی یک محور مختصات حرکت کند)؟ آیا الگوریتم ساده ی دیگری را برای این حالتها می توانید طراحی کنید.

آیا مسئله ی جالبی در گسترش الگوریتم به فضای سه بعدی به وجود می آید؟ به نظر می رسد این کار بدون تغییر الگوریتم ارائه شده ممکن باشد که خیلی جالب نیست.

اگر شرط مسئله این باشد چه طور: مسیر باید به تکههایی شکسته شود که هر تکه، در یک مربع با اندازه ی داده شده قرار داشته باشد (مشابه ناحیههای داغ) به غیر از درصدی از مواقع. این درصد و اندازه ی مربع به عنوان ورودی داده می شوند. آیا این فرض در شرایطی که مقاله برای حالت کارا عنوان می کند می گنجد؟

زمان یا حافظه ی $\Theta(n^{\mathsf{T}})$ در عمل بسیار زیاد است. آیا با به کار گیری ایده های استفاده شده در حالت یکنواخت و تغییر آن، می توان الگوریتمی ارائه داد که در O(n) و با حافظه ی کمتر برای این مسئله راه حل قابل قبولی ارائه دهد؟ مثلا تضمین کند که جواب هیچ گاه بدتر از ضریبی از جواب بهینه نیست یه به صورت احتمالی جواب خوبی را بر می گرداند. فکر می کنم برای این کار لازم است کمی مطالعه کنید و

ببینید چگونه این کار انجام می شود. برای نمونه شروع این الگوریتم پنج شنبه ی بیست و ششم را مطالعه https://arxiv.org/pdf/1710.05185.

اگر مکان یکی از نقطههای ورودی تغییر کند یا یک نقطه به انتهای مسیر اضافه شود، چقدر پردازش لازم است تا جواب برای حالت جدید به روز شود؟ این مسئله مهم است چون اطلاعات مسیر به تدریج به روز می شوند.

آیا می توان قسمتی از الگوریتم را به خوبی به صورت موازی اجرا کرد؟ توازی الگوریتمهای برنامهریزی پویا ساده است و کمتر اهمیت دارد؛ روی سایر قسمتها تمرکز کنید.

سعی کنید با فکر کردن به سؤالهای بالا، به دانش خود در مورد این الگوریتم عمق ببخشید و در فکر کردن عجله نکنید و چالشها را شناسایی کنید. همچنین، شاید مفید باشد فکر کنید اگر قرار باشد مسئلهای برای پنجشنبههای سخت در مورد این کاربرد انتخاب شود که پیاده سازی آن سخت نباشد، چه مسئلهای را انتخاب می کنید. تجربه نشان داده است که وقتی از دید پیاده سازی به یک مسئله فکر می کنید، جزئیاتی بیشتری از آن را کشف خواهید کرد.

پژوهش اغلب قابل پیشبینی نیست و معمولا تعداد بسیار کمی از مسئلههایی که در مورد آنها مطالعه می کنید به نتیجه ی جالبی ختم می شوند. این مورد حتی در مورد مطالعات تجربی (پیاده سازی، مقایسه و بهبود الگوریتمها) هم معمولا صدق می کند. باید با شکیبایی و تمرکز مطالعه کنید و در مورد مسئلهها فکر کنید.

- 1. C. Seara, *On Geometric Separability*, PhD Thesis, Universitat Politècnica De Catalunya (2002).
- 2. I. Vigan, Study on Two Optimization Problems: Line Cover and Maximum Genus Embedding, PhD Thesis, The City University of New York (2015).
- 3. P. Indyk, "Nearest Neighbors in High-Dimensional Spaces," pp. 877–892 in *Handbook of Discrete and Computational Geometry, 2nd Edition* (2004).
- 4. B. Armaselu, O. Daescu, "Maximum Area Rectangle Separating Red and Blue Points," pp. 244–251 in *The Canadian Conference on Computational Geometry* (2016).
- 5. S. Bandyapadhyay, A. Banik, "Polynomial Time Algorithms for Bichromatic Problems," pp. 12–23 in *CALDAM* (2017).
- 6. S. Har-Peled, M. Jones, "On Separating Points by Lines," in *CoRR* (2017).
- 7. J. Matousek, "Geometric Range Searching," *ACM Computing Surveys* **26**(4), pp. 421–461 (1994).
- 8. P. K. Agarwal, "Range Searching," pp. 809–837 in *Handbook of Discrete and Computational Geometry, 2nd Edition* (2004).
- 9. R. Tamassia, Handbook on Graph Drawing and Visualization, 2013.
- 10. F. Staals, *Geometric Algorithms for Trajectory Analysis*, PhD Thesis, Utrecht University (2015).
- 11. Y. Zheng, "Trajectory Data Mining An Overview," *ACM Transactions on Intelligent Systems and Technology* **6**(3), pp. 29:1–29:41 (2015).
- 12. J. D. Mazimpaka, S. Timpf, "Trajectory Data Mining A Review of Methods and Applications," *Journal of Spatial Information Science* **13**(1), pp. 61–99 (2016).
- 13. M. Buchin, A. Driemel, M. J. van Kreveld, V. Sacristán, "Segmenting trajectories A framework and algorithms using spatiotemporal criteria," *Journal of Spatial Information Science* **3**(1), pp. 33–63 (2011).
- 14. B. Aronov, A. Driemel, M. J. van Kreveld, M. Löffler, F. Staals, "Segmentation of Trajectories on Nonmonotone Criteria," *ACM Transactions on Algorithms* **12**(2), pp. 26:1–26:28 (2016).

15. J. Gudmundsson, M. J. van Kreveld, F. Staals, "Algorithms for hotspot computation on trajectory data," pp. 134–143 in SIGSPATIAL/GIS (2013).