

## برچسب‌گذاری فاصله در گراف

در بسیاری از کاربردهای مبتنی بر گراف لازم است فاصله‌ی هر دو رأس از گراف محاسبه شود. در صورتی که وزن هر یال حداکثر  $w$  و  $n$  تعداد رأس‌های گراف باشد، فاصله‌ی دو رأس حداکثر  $w(n-1)$  خواهد بود و نگهداری آن به  $O(\log(wn))$  بیت احتیاج خواهد داشت. بنابراین برای نگهداری فاصله‌ی هر رأس از هر رأس دیگر  $O(n^2 \log(wn))$  بیت لازم است (برای گراف‌های غیر وزن‌دار  $w$  برابر یک است و نگهداری همه‌ی فاصله‌ها به  $O(n^2 \log n)$  بیت احتیاج دارد). در صورتی تعداد رأس‌های گراف بسیار زیاد باشد، گاهی اختصاص این مقدار حافظه برای نگهداری فاصله‌ی هر دو رأس امکان ندارد.

یک راه برای کاهش این مقدار حافظه، اختصاص برچسب‌هایی به رأس‌ها است (Graph distance labeling) که با داشتن فقط برچسب هر دو رأس بتوان فاصله‌ی آن دو رأس را محاسبه کرد (برچسب‌گذاری فاصله مزیت‌های دیگری نیز، مخصوصاً هنگامی که گراف توزیع شده باشد، دارد). اگر برچسب اختصاص داده شده به رأس  $u$  با  $l(u)$  نمایش داده شود، الگوریتم محاسبه‌ی فاصله با گرفتن برچسب‌های  $l(u)$  و  $l(v)$  می‌تواند فاصله‌ی دو رأس  $u$  و  $v$  را محاسبه کند. برای ارزیابی روش‌های مختلف برچسب‌گذاری فاصله گراف، دو مسئله اهمیت زیادی دارند: طول برچسب و پیچیدگی زمانی الگوریتمی که با گرفتن برچسب دو رأس، فاصله‌ی آنها را محاسبه می‌کند. در ساده‌ترین حالت، برچسب یک رأس می‌تواند فاصله‌ی آن رأس تا هر رأس دیگر باشد که در آن صورت طول هر برچسب  $O(n \log(nw))$  خواهد بود و فاصله‌ی دو رأس با توجه به برچسب آنها با پیچیدگی زمانی  $O(1)$  قابل محاسبه خواهد بود. اما این برچسب‌ها را می‌توان با الگوریتم‌هایی بهبود داد. در این پروژه برخی از این الگوریتم‌ها مطالعه، پیاده‌سازی و عملکرد آنها روی گراف‌های بزرگ ارزیابی می‌شوند.

### گام‌های اصلی پروژه:

تمرکز اصلی این پروژه مقاله‌ی منتشر شده توسط Alstrup و همکارانش [۱] (۲۰۱۶) می‌باشد (قابل دسترس از آدرس «<http://arxiv.org/pdf/1504.04498v1>»).

- ۱ مطالعه‌ی چند روش برچسب‌گذاری فاصله در گراف‌ها
- ۲ پیاده‌سازی برخی از روش‌های مطالعه شده
- ۳ ارزیابی روش‌های پیاده‌سازی شده

## سازماندهی گزارش پروژه:

فصل اول: مقدمه و بیان مسئله؛ دلایل برچسب‌گذاری فاصله؛ کاربردها.

فصل دوم: مفاهیم پایه؛ مفاهیم اولیه‌ی گراف؛ الگوریتم‌های محاسبه‌ی فاصله؛ برچسب‌گذاری فاصله.

فصل سوم: کارهای پیشین؛ تاریخچه‌ی خلاصه‌ای از نتایج منتشر شده در مورد برچسب‌گذاری فاصله.

فصل چهارم: الگوریتم‌های برچسب‌گذاری فاصله؛ الگوریتم ساده و تحلیل آن؛ الگوریتم ارائه شده توسط Alstrup و همکارانش (۲۰۱۶)؛ گام‌های اصلی این الگوریتم و داده‌ساختارهای مورد نیاز.

فصل پنجم: ارزیابی الگوریتم‌ها؛ داده‌های مورد استفاده؛ شیوه‌ی ارزیابی؛ نتایج ارزیابی.

فصل ششم: نتیجه‌گیری.

## مراجع

1. S. Alstrup, C. Gavoille, E.B. Halvorsen, H. Petersen, "Simpler, faster and shorter labels for distances in graphs," pp. 338–350 in *ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms*, ACM (2016). <http://arxiv.org/pdf/1504.04498>