

دفترچه‌ی هندسی دال

سیری در دنیای هندسه‌ی محاسباتی

سکوت را می‌شکنیم و پس از ماه‌ها دوباره قلم را در دست می‌گیریم. حدود یک سال قبل نامه‌ای را دریافت کردیم که ما را در اندوه غرق کرد. نامه‌ی کوتاهی که دنیای هندسی پر امید ما را واژگون ساخت. نامه‌ای از طرف دال: «زمان خداحافظی فرا رسیده است و به ناچار باید شما را ترک کنم».

هر کجا که تصور می‌کردیم دال رفته باشد را جستجو کردیم اما اثری از او نیافتیم. در پایان ماه‌ها تلاش، وقتی که یأس از دست دادن دال در ذهن ما غالب شد، تصمیم گرفتیم شماره‌ی جدیدی از پنج‌شنبه‌های سخت را منتشر نکنیم و آن را کنار بگذاریم. نشریه‌ای که هر برگ آن بوی دال را می‌داد.

ما و سایر علاقمندان نشریه‌ی پنج‌شنبه‌های سخت برای خواندن یادداشت‌های دال، برای هر شماره‌ی این نشریه لحظه‌شماری کرده‌ایم تا روی برگ‌های این یادداشت‌ها اوج بگیریم و افق‌های ناشناخته‌ای از دنیای علم را مشاهده کنیم. پس از زیر و رو کردن کتاب‌های تاریخ، سراغ نداریم خوانندگان هیچ نشریه‌ای چنین احساس نزدیکی و وابستگی به یکی از نویسندگان آن داشته باشند. هنوز هم با افتخار نامه‌های پر مهر خوانندگان این نشریه را دریافت می‌کنیم.

با وجود درد فقدان دال و با توجه به چنین شوق بی‌نظیری از سوی خوانندگان گرامی، تصمیم گرفتیم نشریه‌ی جدیدی را با عنوان «یادداشت‌های هندسی دال» منتشر کنیم. این نشریه که توسط سردبیر نگارش می‌شود، موضوعاتی را مطرح می‌کند که در یکی از دفترچه‌هایی که از دال در دست سردبیر باقی مانده است بیان شده‌اند. یادداشت‌های دال بسیار خلاصه هستند؛ از این رو، در این نشریه آنها را کمی گسترش می‌دهیم و نکته‌هایی را به این یادداشت‌ها اضافه می‌نماییم.

در یکی از صفحه‌های آغازین دفترچه‌اش دال می‌نویسد: من به مطالعه‌ی مسئله‌های محاسباتی هندسی علاقمند هستم که در کاربردهای مختلف ظاهر می‌شوند و سعی می‌کنم برای آنها الگوریتم بیابم. الگوریتم‌هایی را ترجیح می‌دهم که به صورت نظری بتوان برای آن تضمینی اثبات کرد اما به الگوریتم‌های هندسی که به صورت تجربی عملکرد آنها نشان داده می‌شود نیز علاقه دارم. دنیای هندسه‌ی محاسباتی پر است از موضوعات جالب با کاربردهای مهم.

- کشیدن گراف. مسائلی در خصوص نقشه‌ها، نمودارها و بیان رابطه بین مفاهیم به صورت گرافیکی.
 - گرافیک کامپیوتری. مسئله‌هایی در رابطه با موضوعاتی مثل نمایش تصاویر سه بعدی.
 - انطباق الگو. مثل یافتن الگوهای هندسی.
 - سامانه‌های اطلاعات جغرافیایی. موضوعات بسیار زیادی در این کاربرد مطرح هستند، مثل ساده‌سازی خم، یافتن گروه‌های متحرک، دسته‌بندی خم‌ها، یافتن شباهت خم‌ها.
 - برنامه‌ریزی خطی. بسیاری از مسئله‌های بهینه‌سازی با برنامه‌های خطی بیان و حل می‌شوند و برخی از الگوریتم‌های حل این برنامه‌ها هندسی هستند.
 - برنامه‌ریزی حرکت. یافتن مسیری در صفحه یا فضا که ویژگی‌های مشخصی داشته باشد.
 - ابزارهای CAD. ابزارهای طراحی کامپیوتری در رشته‌هایی مثل مهندسی عمران، مکانیک و معماری استفاده می‌شوند و در آنها مسئله‌های هندسی زیادی وجود دارند.
 - مدلسازی هندسی. بیان هندسی شکل‌ها.
- کاربردهایی که اخیراً به آنها پرداخته‌ام موضوعات مطرح شده در GIS، به خصوص در تحلیل مسیر و حرکت هستند. در تحلیل مسیر، موضوعات جالب زیادی مطرح هستند، از جمله گسستن مسیر، ساده‌سازی مسیر، یافتن ناحیه‌های توقف، یافتن مسیرهای مشابه، یافتن گروه‌ها. برای آشنایی با برخی از این موضوعات، فصل مقدمه‌ی رساله‌های دکترای زیر را توصیه می‌کنم.
- استالز (۲۰۱۵؛ پیوند): مسئله‌های زیادی از جمله یافتن ناحیه‌های داغ و گسستن مسیر را بررسی می‌کند.
 - کنزاک (۲۰۱۸؛ پیوند): تمرکز ویژه‌ای بر الگوریتم‌های تحلیل مسیر و کاربردهای نمایشی می‌کند.
 - دریمل (۲۰۱۳؛ پیوند): مخصوصاً به محاسبه‌ی فاصله‌ی فریسه (Fréchet) می‌پردازد.

ساده‌سازی مسیر

در یکی از صفحه‌های دفترچه‌ی دال به مسئله‌ی ساده‌سازی خم اشاره شده است. حرکت یک اتومبیل، پرنده یا انسان توسط یک مسیر که از تعدادی رأس تشکیل می‌شود بیان می‌شود. دلایل مهمی وجود دارند که تعداد رأس‌های این مسیرها کاهش یابند و الگوریتم‌های متفاوتی برای این کار ارائه شده‌اند. دال می‌پرسد که آیا برای حالت محدود به یال در این مسئله (رأس‌های مسیر ساده شده می‌توانند با حفظ ترتیب روی هر نقطه از یال‌های مسیر ورودی قرار گیرند) الگوریتم تقریبی یا دقیق کارایی وجود دارد؟ در گزارشی ([پیوند](#)) الگوریتمی برای ساده‌سازی محدود به یال ارائه داده‌ام (سردبیر) که تعداد رأس‌های مسیری حاصل حداکثر دو برابر تعداد رأس‌های مسیر ساده شده با کمترین تعداد رأس است.

- آیا می‌توان پیچیدگی زمانی این الگوریتم را که از برنامه‌ریزی پویا استفاده می‌کند، بهبود داد؟
- آیا می‌توان یک الگوریتم قطعی کارا برای ساده‌سازی محدود به یال مسیر ارائه داد؟
- آیا الگوریتم بر خط سریعی برای این مسئله وجود دارد؟

یافتن گروه‌ها

در صفحه‌ای از دفترچه‌ی هندسی دال، او به مقاله‌ای اشاره می‌کند (پیوند) که در آن اشیاء متحرکی که به صورت گروهی حرکت می‌کنند شناسایی می‌شوند. آنها الگوریتمی برای این کار با پیچیدگی زمانی $O(\tau^2 n^5 \log n)$ ارائه می‌دهند که در آن n تعداد اشیاء و τ تعداد رأس‌های هر مسیر است. بدیهی است که چنین الگوریتمی در عمل بسیار کند است.

- آیا می‌توان پیچیدگی این الگوریتم را بهبود داد؟
- آیا الگوریتم تقریبی خوبی برای این مسئله وجود دارد؟
- آیا الگوریتم خوبی وجود دارد که پس از پیش‌پردازش، بتواند گروه‌ها را با مقدارهای متفاوت ε بیابد.

لانه‌ی پرنده

در یکی از صفحه‌های قدیمی دفترچه‌ی دال مسئله‌ای مطرح شده است که در گذشته در مورد آن نوشته‌ایم. خوانندگان گرامی نشریه‌ی پنج‌شنبه‌های سخت به خاطر دارند که در پنجشنبه‌ی سخت سی‌ام (پیوند) به یافتن مکان احتمالی لانه‌ی یک پرنده پرداختیم. در گزارشی (پیوند) روشی تقریبی برای یافتن مکان‌های ممکن لانه ارائه داده‌ام (سردبیر).

■ آیا می‌توان الگوریتم دقیق یا سریع‌تری برای این مسئله یافت؟

■ چگونه می‌توان الگوریتم را تغییر داد تا لانه‌ای را بیابد که چند پرنده به آن سر می‌زنند؟

بازدید از دیسک‌ها

دو پاره خط ab و cd را در صفحه در نظر بگیرید به طوری که رابطه‌ی $a_y \leq b_y \leq c_y \leq d_y$ برقرار باشد (a_y مؤلفه‌ی y نقطه‌ی a است). همچنین، n دیسک (ناحیه‌ی محصور در یک دایره با شعاع واحد) داده می‌شوند که مؤلفه‌ی y مرکز هر یک از آنها بین b_y و c_y است. نقطه‌ی x روی پاره خط ab و y روی پاره خط cd نیز به شکلی مشخص شده‌اند که خطی که از این دو نقطه می‌گذرد، از همه‌ی دیسک‌ها عبور می‌کند، اما ممکن است پاره خط xy همه‌ی این دیسک‌ها عبور نکند. آیا الگوریتمی با پیچیدگی زمانی $O(n)$ وجود دارد که در صورت وجود پاره خطی را از نقطه‌ای روی ab به نقطه‌ای روی cd بیابد که از همه‌ی دیسک‌ها عبور کند؟



