

تمرین‌های درس هندسه‌ی محاسباتی

دوره‌ی صفرم

- ۱ برای تعیین ترتیب نقطه‌های پوش محدب در الگوریتمی که نقطه‌های مرزی (Extremal) را پیدا می‌کرد، الگوریتمی ارائه دهید.
- ۲ همین کار را برای الگوریتمی که یال‌های پوش را پیدا می‌کرد انجام دهید.
- ۳ الگوریتمی با پیچیدگی زمانی $O(n)$ ارائه دهید که با گرفتن تعدادی نقطه، خطی را پیدا کند که از دو عدد از این نقطه‌ها می‌گذرد و سایر نقطه‌ها در یک سمت این خط قرار دارند.

دوره‌ی اول

به سه عدد از پرسش‌های زیر پاسخ دهید.

- ۱ مساحت یک چندضلعی (که شاید محدب نباشد) را با استفاده از ضرب خارجی بدست آورید.
- ۲ تقاطع دو پاره خط را با استفاده از ضرب خارجی تشخیص دهید.
- ۳ چینی از نقطه‌ها را بیابید که در آن الگوریتم QuickHull بدترین عملکرد را داشته باشد.
- ۴ دو چینی از نقطه‌ها را بیابید که در آن الگوریتم Incremental بهترین و بدترین عملکرد را در آنها از خود نشان می‌دهد.
- ۵ چرا در الگوریتم تقسیم و غلبه برای یافتن پوش محدب، در مرحله‌ی ترکیب، بالاترین و پایین‌ترین نقطه‌ی هر بخش را در نظر نمی‌گیریم؟
- ۶ در الگوریتم Incremental برای یافتن پوش محدب در صورتی که سه نقطه یا بیشتر بتوانند روی یک خط ظاهر شوند، چه تغییری لازم است؟
- ۷ به سؤال قبل در حالت سه بعدی پاسخ دهید. فرض کنید چهار نقطه یا بیشتر بتوانند روی یک صفحه ظاهر شوند.
- ۸ اگر مختصات همه‌ی نقطه‌های روی پوش محدب داده شده باشند، نشان دهید پیچیدگی بهترین الگوریتمی که می‌توان برای پیدا کردن پوش (ترتیب نقطه‌های پوش) ارائه داد چیست؟

سری دوم

به سه عدد از پرسش‌های زیر پاسخ دهید.

- ۱ دوگان ناحیه‌ی داخل یک مثلث چه می‌شود؟ برای یک مثلث نمونه، دوگان آن را بکشید.
- ۲ دوگان یک پاره خط، شکل دو گوهی (Double Wedge) افقی می‌شود. دوگان چه شکل (یا مجموعه‌ای از شکل‌ها) دو گوهی عمودی می‌شود؟

- ۳ فرض کنید تعدادی خط داده شده اند و قصد داریم بررسی کنیم که یک نقطه‌ی ورودی روی یکی از این خط‌ها قرار دارد یا خیر. این مسئله را در حالت دوگان بیان کنید.
- ۴ به تعداد n نقطه داده می‌شوند. الگوریتمی با پیچیدگی زمانی $O(n^2)$ ارائه دهید که خطی را پیدا کند که از بیشترین تعداد این نقطه‌ها عبور می‌کند.
- ۵ به تعداد n پاره خط داده می‌شوند. الگوریتمی با پیچیدگی زمانی $O(n^2)$ ارائه دهید که خطی را پیدا کند که از همه‌ی این پاره خط‌ها می‌گذرد.
- ۶ اگر دوگان نقطه‌ی (a, b) ، خط $y = ax + b$ تعریف شده باشد و دوگان خط $y = ax + b$ ، نقطه‌ی (a, b) ، نشان دهید این تعریف رابطه‌ی مجاورت و ترتیب را بین خط‌ها و نقطه‌ها حفظ می‌کند یا خیر.
- ۷ به تعدادی n نقطه داده می‌شوند. الگوریتمی با پیچیدگی زمانی $O(n)$ ارائه دهید که برای هر یک از این نقطه‌ها تشخیص دهد که آیا روی پوش محدب آنها قرار دارد یا خیر.