# جلسههای هفتگی هندسهی محاسباتی

در جلسههای هفتگی و مطالعات قبل از آنها، سه هدف را دنبال می کنیم: الف) آشنایی بیشتر با الگوریتمها و دادهساختارهای کلاسیک هندسهی محاسباتی، ب) بررسی مسئلههایی که به دنبال بهبود راه حل آنها هستیم و ج) مطالعهی نتایج مرتبط با مسئلههای GIS و استخراج مسئلههای جالب هندسی از آنها.

# مسئلههای داغ

- ناحیههای توقف تقریبی: ورودی یک مسیر (با n رأس) است و هدف یافتن مربعی است که جسم در هیچ بازه ی زمانی با طول حداقل g خارج از آن نبوده است. زمان g و اندازه ی اضلاع مربع s به عنوان ورودی داده می شوند. با گرفتن ثابت g الگوریتمی ارائه می دهیم که، اگر چنین مربعی وجود داشته باشد، حداقل یک مربع با اندازه ی ضلع  $s+\varepsilon s$  بر می گرداند که جسم در هیچ بازه ی زمانی با طول حداقل g خارج از آن نبوده است.
- حالت یک بعدی پرسشهای ناحیههای مشهور با محدودیت مکانی: تعدادی مسیر (با n رأس) داده می شود و هدف پاسخ به تعدادی پرسش است. هر پرسش تعدادی مستطیل (به تعداد k) را به عنوان ناحیه مشهور بالقوه (یا ناحیه k) جالب) مشخص می کند و هدف یافتین ناحیه ای است که بیشتر از بقیه بازدید می شود. بدون پیش پردازش، به هر پرسش با پیچیدگی زمانی O(nk) می توانیم پاسخ دهیم. هدف کاهش این پیچیدگی است.

### جلسهى يازدهم

- خانم ذبیحزاده، برای یافتن موضوع پایاننامهتان، پیشنهاد می کنم در مورد ساده سازی یا فشرده سازی مسیر مطالعه کنید. هدف یافتن مسئله ای است که کاربرد داشته باشد و برای آن راهکاری در ادبیات موجود نباشد. برای مثال می توانید این دو مسئله را از این دو جنبه بررسی کنید: ساده سازی مسیر با حفظ سرعت، یا ساده سازی تدریجی (Progressive) با در نظر گرفتن حالت پیوستهی ساده سازی (تعدادی رأس می توانند اضافه شوند که جزء رأس های مسیر نبوده اند).
- آقای حسنپور، شما در مورد گسستن (Segmentation) مسیر مطالعه کنید. شما هـم باید تعدادی مسئله ی بـا مفهوم و کاربرد بیابید که برای آنها راهکاری موجود نباشد. برای مثال، بررسی کنید گسستن مسیر بـا چند شـیء چگونه میتوانـد تعریف شود.

#### جلسهی دهم

■ خانم ذبیحزاده و آقای حسن پور، در مورد یکی از موضوعاتی که جلسه ی پیش مطرح شدند، مطالعه کنید و آن را ارائه نمایید. به برخی از این موضوعات در ادامه اشاره می کنم. ساده سازی مسیر: فصل چهارم تز کانزاک (پیوند) یا مقاله ی

- فان کرولد و سایرین (پیوند)، گروهبندی مسیرها: مقالهی کاستیتسینا و سایرین (پیوند)، گسستن مسیر: مقالهی آرونوف و سایرین (پیوند)، مسیرهای مرکزی: فصل هفتم تز استالز (پیوند).
- در مورد حالت یک بعدی پرسشهای ناحیههای مشهور با محدودیت مکانی با فرض نبودن محدودیت زمانی بازدیدها، در جلسهی پیش، الگوریتمی مبتنی بر خط جاروب با پیچیدگی زمانی  $O(k \log n)$  برای پاسخ به هر پرسش بررسی شد. آیا میتوان این پیچیدگی را به صورتی بهبود داد که تأثیر k در این پیچیدگی کمتر شود؟
- از ایده ای که برای حالت یک بعدی استفاده شد می توان در حالت دوبعدی نیز بهره برد. پیچیدگی زمانی آن الگوریتم چقدر می شود؟
  - با فرض وجود کمینهی زمان برای هر بازدید، آیا میتوان الگوریتم خوبی ارائه داد؟

#### جلسهی نهم

- چون از بستری برای تغییر همزمان یک فایل استفاده نمی کنیم، بهتر است فعلا مسئولیت هر بخش در اختیار یک نفر باشد. به شکلی این بخشها را نگهداری کنید که آخرین نسخهی آن برای سایرین قابل دسترس باشد. بهتر است برای شروع، مقاله را به صورت زیر سازماندهی کنید. بخش مقدمه (آقای ضیائی): اشاره به تحلیل مسیر، معرفی نقاط توقف، مروری بر کارهای مهم هندسی انجام شده در این زمینه، تفاوت هدف ما با آنها، مروری بر نتایج بدست آمده در این مقاله و در پایان بیان سازماندهی مقاله. بخش تعاریف پایه (خانم ذبیحزاده): معرفی فرضیات، مفاهیم (مثل مسیر و رأسهای آن) و نمادهای استفاده شده در مقاله. در این بخش میتوانید ناحیهی توقف و ناحیهی توقف تقریبی را نیز تعریف کنید. بیان الگوریتم (خانم گلچین): از تعاریف و نمادهای معرفی شده در بخش قبل استفاده نمایید. اثبات درستی الگوریتم و تحلیل آن (خانم گلچین و خانم ذبیحزاده): گزاره ی اصلی را به صورت قضیه بیان کنید. ارزیابی تجربی (آقای حسنپور).
- در خصوص موضوع پایاننامه، خوب است با برخی از موضوعات تحلیل مسیر آشنا شوید. تز دکترای آقای کانزاک (Konzack 2018) دستهبندی جالبی را در مورد برخی از موضوعات مربوط به تحلیل مسیر انجام می دهد. از صفحه مهجدهم این پیوند مطالعه نمایید. همچنین بخش ۱.۴ در صفحه ی ششم را مطالعه کنید. در مورد هر موضوع، او ابتدا توضیح کوتاهی می دهد و سپس به کارهای انجام شده در آن موضوع و مسئلههایی که هنوز جای بررسی دارد اشاره می کند. خانم ذبیحزاده بخشهای ۲.۵.۲ و ۲.۵.۲ و ۲.۶ و آقای حسن پور بخشهای ۲.۵.۳ و ۲.۵.۴ را مطالعه بفرمایید و آنها را در جلسه ی بعد ارائه دهید؛ اگر قسمتی از این بخشها مفهوم نیست مشخص کنید تا در این جلسه بررسی کنیم.

#### جلسهی هشتم

■ موضوع پایاننامهی آقای ضیائی با عنوان «پاسخ به پرسشهای ناحیهی مشهور با مکان محدود» تصویب شده است. موضوع بسیار جالبی است. در این مسئله، تعدادی مسیر به عنوان ورودی داده میشوند. سپس، پس از انجام پیشپردازش روی مسیرها، به پرسشهایی پاسخ داده میشوند: هر پرسش، تعدادی ناحیهی مشهور بالقوه و زمان مجاز هر بازدید را مشخص میکند. به عنوان مثال، فرض کنید مسیر حرکت افرادی به عنوان ورودی داده میشوند. سپس،

برای یافتن یک رستوران پرطرفدار، مکان تعدادی رستوران به الگوریتم داده می شوند و الگوریتم باید از بین این مکانها، رستورانی را بیابد که بیشترین بازدید را دارد. هر بازدید نیز باید حداقل ده دقیقه و حداکثر دو ساعت طول بکشد تا بازدیدهای واقعی شناسایی شوند. چون نرخ پرسشها ممکن است زیاد باشد، هدف این است که پس از پیش پردازش داده ها، به هر پرسش با پیچیدگی زمانی کمی پاسخ داده شود.

- برای شروع، حالت یک بعدی از این مسئله را در نظر می گیریم. در این حالت، هر مسیر چگونه بیان می شود و مکان های بالقوه در پرسش ها به شکلی خواهند بود؟
- فرض کنید n تعداد کل رأسهای مسیرها باشد و k تعداد مکانهای بالقوه ی هر پرسش. اگر پیشپردازش انجام ندهید، O(n) به هر پرسش پاسخ دهید؟ آیا می توانید با زمان O(n) به هر پرسش پاسخ دهید؟ آیا می توانید با زمان O(n) به هر پرسش پاسخ دهید؟ O(n) به هر پرسش پاسخ دهید؟
  - اگر پیشپردازش انجام دهید، آیا میتوانید در حالت یک بعدی با پیچیدگی  $O(\log n)$  به هر پرسش پاسخ دهید؟ lacksquare

### جلسهى هفتم

- مقالهی Dodge و سایرین (پیوند) به مسئلههای مربوط به تحلیل حرکت میپردازد. بخش چهارم آن در مورد کارهای آتی جالب است.
- در مدرسهی زمستانی یکی از سال های گذشته، آقای de Berg در قسمت اول ارائهاش درخت Partition و درخت Cutting و درخت Cutting را معرفی می کند (پیوند) و در قسمت دوم، به درختان چند رده ای می پردازد (پیوند).

### جلسهی ششم

■ یکی از گامهای مهم در تحلیل مسیر، ساده سازی مسیرها است. چون مکان یک موجود متحرک در بازههای زمانی کوتاهی گزارش می شود، تعداد رأسهای یک مسیر می تواند بسیار زیاد باشد. از طرف دیگر، پیچیدگی الگوریتمهایی که مسیرها را تحلیل می کنند به تعداد رأسهای آنها وابسته است. در ساده سازی مسیرها، سعی می شود هر مسیر با رأسهای کمتری بیان شود، با این شرط که این ساده سازی شکل مسیر را به اندازه ی جزئی تغییر دهد. مقاله ی امسال Kreveld سایرین (پیوند) الگوریتم جدیدی را برای این کار ارائه می دهند.

#### جلسهى ينجم

■ در جلسهی گذشته، مقالهای که در مورد تعدادی نقطه روی یک خط مطرح شد (پیوند). اگر علاقمند بودید در مورد مسئله مسئله و سوم مطرح شده در این مقاله فکر کنید.

#### جلسهی چهارم

- برای مسئله ی یافتن نواحی توقف با زمان غیبت محدود (توضیح بیشتر مسئله در پیوند)، ایده ای را خانم گلچین ارائه دادند که برای ارزیابی تجربی مناسب به نظر می رسد (البته آقای کرخی از ایده ی نزدیکی در یافتن ناحیه های داغ استفاده می کنند). پیشنهاد می کنم با هم همکاری کنید تا گزارشی فارسی از این روش و عملکرد آن آماده کنید. امیدوارم در آن با گامهای انجام یک پژوهش تجربی، سختی های مقایسه ی نتایج و اصول نوشتن یک گزارش خوب آشنا شوید؛ قطعا این تجربه در آینده برای شما مفید خواهد بود. در جلسه ی چهارم به جزئیات آن خواهیم پرداخت. گامهای اصلی: مطالعات کارهای مرتبط و دریافت داده هایی که آنها برای آزمایش استفاده کرده اند، پیاده سازی الگوریتم و ارزیابی عملی آن روی داده ها، نگارش گزارش (بیان مسئله، بیان کارهای مرتبط، توصیف الگوریتم و تحلیل آن، مقایسه ی نتایج با کارهای مرتبط و تحلیل آنها).
- فکر خوبی است که در هر جلسه، یکی از حاضرین یک کاربرد را که در مورد تحلیل مسیرها یا مسئلههای مکانی-زمانی (Spatio-temporal) هست، معرفی کند. برای یافتن کاربرد می توانید به کنفرانس GIS/SIGSPATIAL (پیوند) یا به برخی از مجلههای مربوط (برخی از موارد این صفحه) مراجعه کنید. لازم نیست روش را بیان کنید؛ فقط مسئله و اهمیت آن را بیان کنید ولی خوب است به رویکرد اصلی آن مقاله نیز اشاره کنید.

## دو پرسش پژوهشی

- در راستای مقالهی Buchin و سایرین که در جلسه یقبل به آن اشاره شد، آیا میتوان با توجه به الگوریتم آنها الگوریتمی کارا ارائه داد که با گرفتن تعداد زیادی مسیر، نزدیکترین مسیرها از بین آنها را به یک مسیر پرسش پیدا کند؟ برای نمونه، این مقاله ی نسبتا کند (پیوند) و این مقاله ی تقریبی سریعتر (پیوند) را برای فاصله ی Fréchet در نظر بگیرید.
- این پیشنویس (پیوند) برای مسئلهای مشابه پنجشنبهی سیام راه حلی ساده ارائه میدهد. آیا میتوان یک حد پایین برای پیچیدگی هر الگوریتم بهینهی حالت دو بعدی (نه فقط الگوریتمهای افزایشی) اثبات کرد؟ آیا الگوریتم سریعی برای یافتن جواب دقیق در حالت دو بعدی وجود دارد؟

### جلسهی سوم

- خوب است تا صفحهی سوم این فایل را نیز مطالعه کنید که مسئلهی کوله پشتی را تقریب میزند.
- قسمت پنجم ارائهی آقای Gudmundsson (پیوند) به چند مسئله در مورد تحلیل مسیر از جمله تشخیص ناحیههای مشهور و گسستن مسیر می پردازد.
- در مقالهی Buchin و سایرین (پیوند)، یک مقیاس فاصله برای دو مسیر معرفی می شود که در جلسهی این هفته معرفی شد. سعی کنید حداقل تا قسمتهای ابتدایی بخش سوم را مطالعه کنید.
- گاهی مشتاق هستیم بدانیم چه افرادی از نتایج یک مقاله استفاده کردهاند یا چگونه نتایج آن را بهبود دادهاند. خوب است خدمات سایتهای scholar.google.com و scholar.org را برای یافتن مقالههای ارجاع دهنده به یک

مقاله آزمایش کنید. نام مقالهی قبل را در سایت /https://www.semanticscholar.org جستجو کنید و به صفحهی آن بروید. سپس به بخش Cited By بروید؛ در این صفحه، مقالههای ارجاع دهنده به این مقاله نشان داده می شوند. یکی از امکانات خوب این سایت این است که جملهای که ارجاع داده است را نیز نشان می دهد (پیوند Excerpts).

#### جلسەي دوم

- این اسلایدها (پیوند) را مطالعه کنید؛ در آن روش سادهای برای تقریب هندسی بیان میشود.
- از این پس، هر هفته یک ویدئو معرفی می کنم که در آن در مورد موضوعات کلاسیک مهم یا تحقیقاتی هندسه ی محاسباتی صحبت می شود. در مدرسه ی زمستانی هندسه ی محاسباتی سه سال پیش، آقای Gudmundsson از دانشگاه سیدنی در پنج جلسه در مورد تحلیل مسیر صحبت کرده است. اولین جلسه ی آن را ببینید (پیوند).

## جلسهی اول

- برای جلسهی اول کمی در مورد جستجوی بازه ای مطالعه کنید. سعی کنید این اسلایدها (پیوند) را مطالعه کنید.
- یکی از کنفرانسهای خوبی که در زمینه ی تحلیل دادههای مکانی برگزار می شود کنفرانس GIS/SIGSPATIAL هست. برای شروع عنوان و هدف مقالههای سال گذشته ی این کنفرانس را مطالعه کنید (پیوند). در جلسههای بعد، تعدادی از این مقالهها را به صورت دقیق تر بررسی خواهیم کرد. دقت کنید که هدف ما از مطالعه ی این مقالهها، یافتن مسئله ی با کاربرد است که بتوانیم از آن، معمولا با کمی تغییر یک مسئله ی هندسی دقیق است خراج کنیم تا آن را با الگوریتمهای هندسی بهبود دهیم. این هدف را به تدریج بیشتر توضیح خواهم داد.