プログラミングII

http://bit.ly/Prog3i

数値計算（1）

前期 第13週

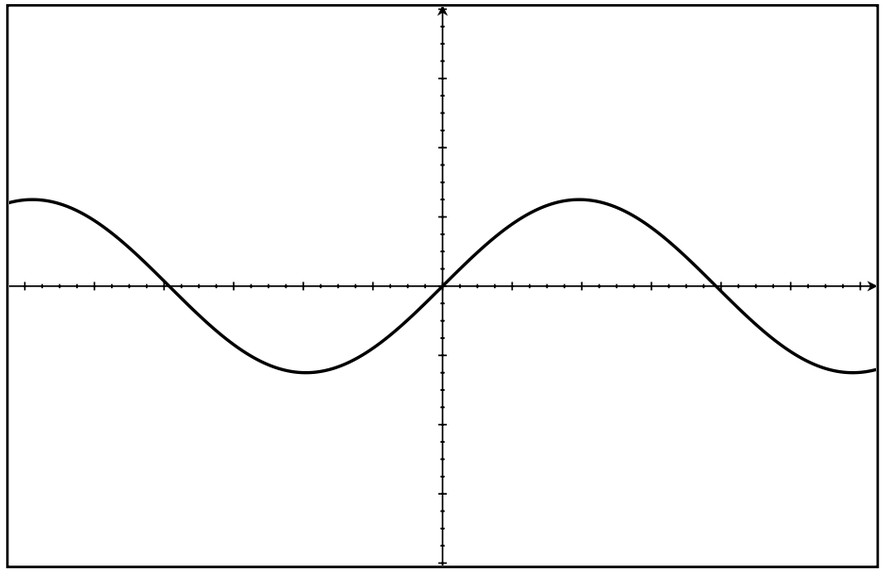
2019/7/16

本日は・・・

近似値を求める数値計算のアルゴリズム
について学びます
例：平方根を求めるアルゴリズム

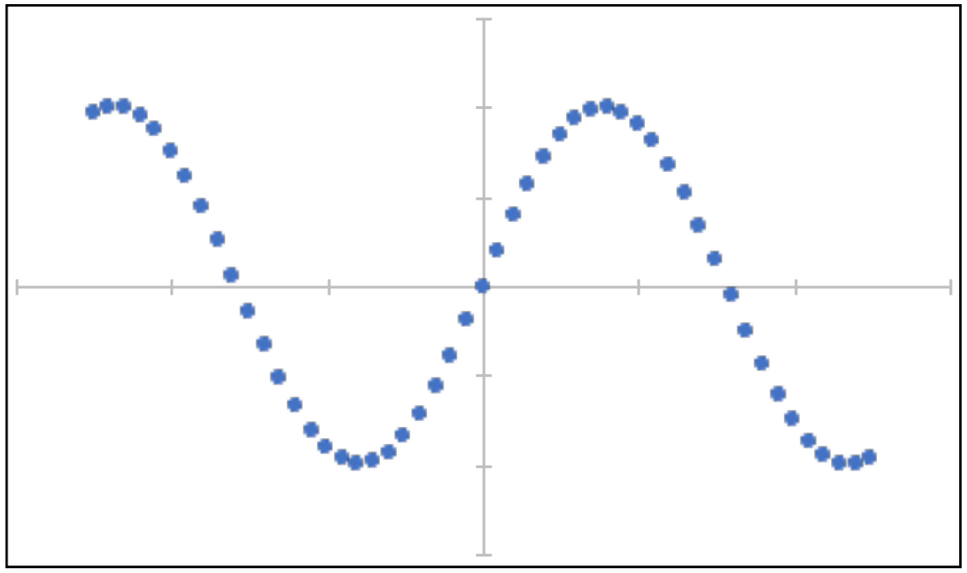
連続的と離散的

現実や数学の世界では
連続的に表現するデータでも・・・



連続的に表現されたsin(x)

コンピュータで表現される
データは**離散的**になる

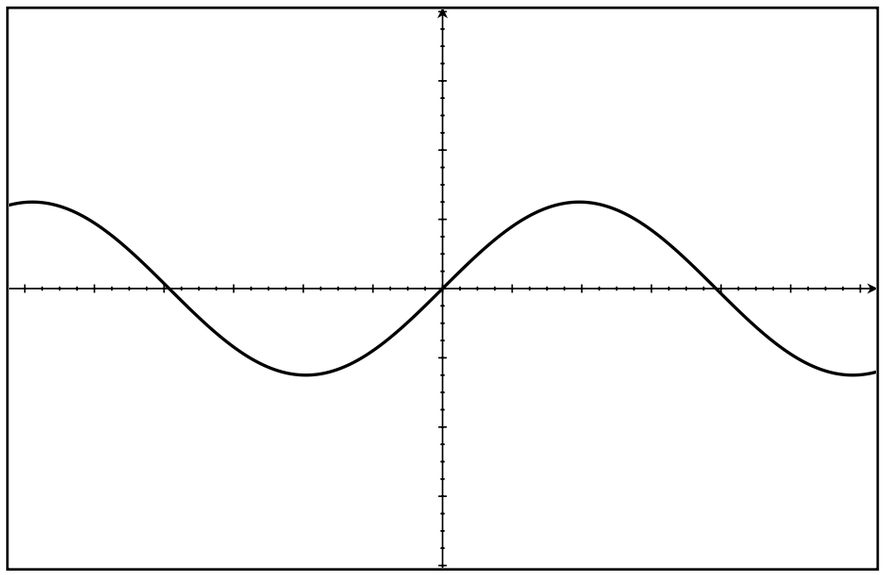


離散的に表現されたsin(x)

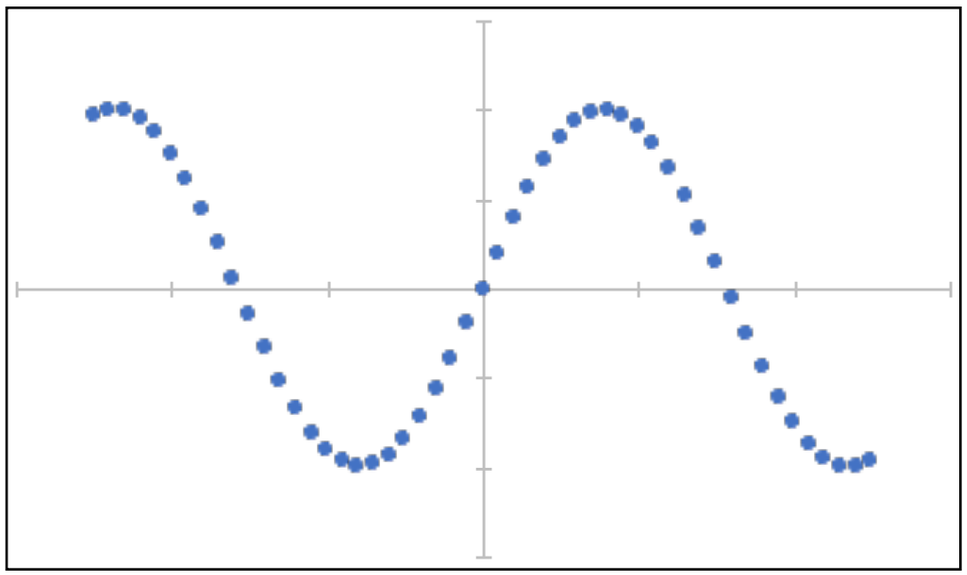
連続的と離散的

連続的に表現されたデータは、

離散的に表現されたデータに近似される



近似



連続的に表現されたsin(x)　　**離散的に表現されたsin(x)**

近似のアルゴリズム例

今回は近似のアルゴリズムの例として、

平方根の近似値を求めるアルゴリズムを考えます

$\sqrt{2}$ → 近似 → **1.414213…**

2の平方根を求めるには

次のようなxを求めたいので式を変形

$$x = \sqrt{2}$$

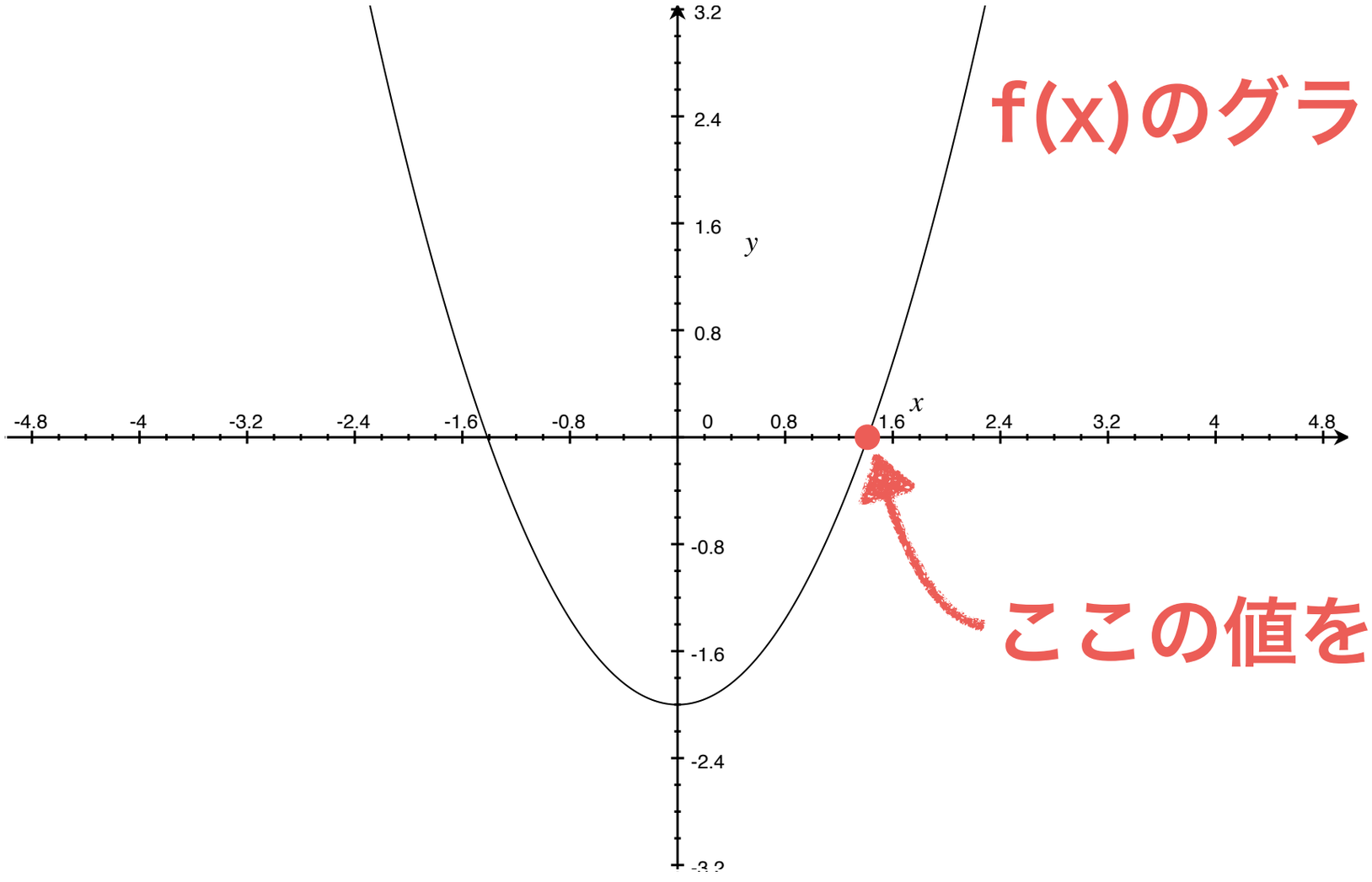
$$x^2 = 2$$

$$x^2 - 2 = 0$$

2の平方根を求めるには

$f(x) = x^2 - 2$ **とすると**

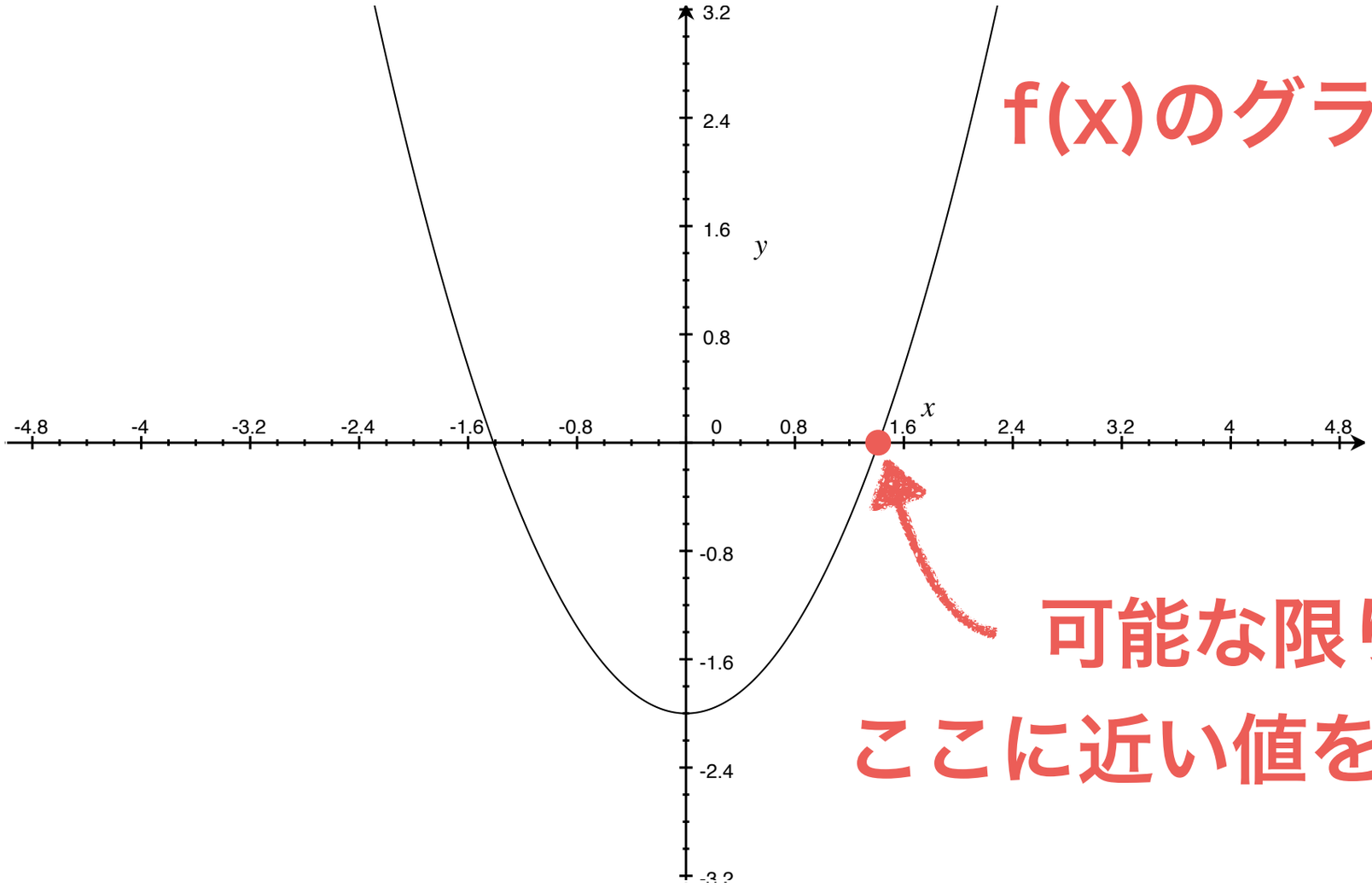
$f(x) = 0$ **となる箇所が2の平方根**



ニュートン法

$f(x) = 0$ となるような

xの近似値を求めるアルゴリズム



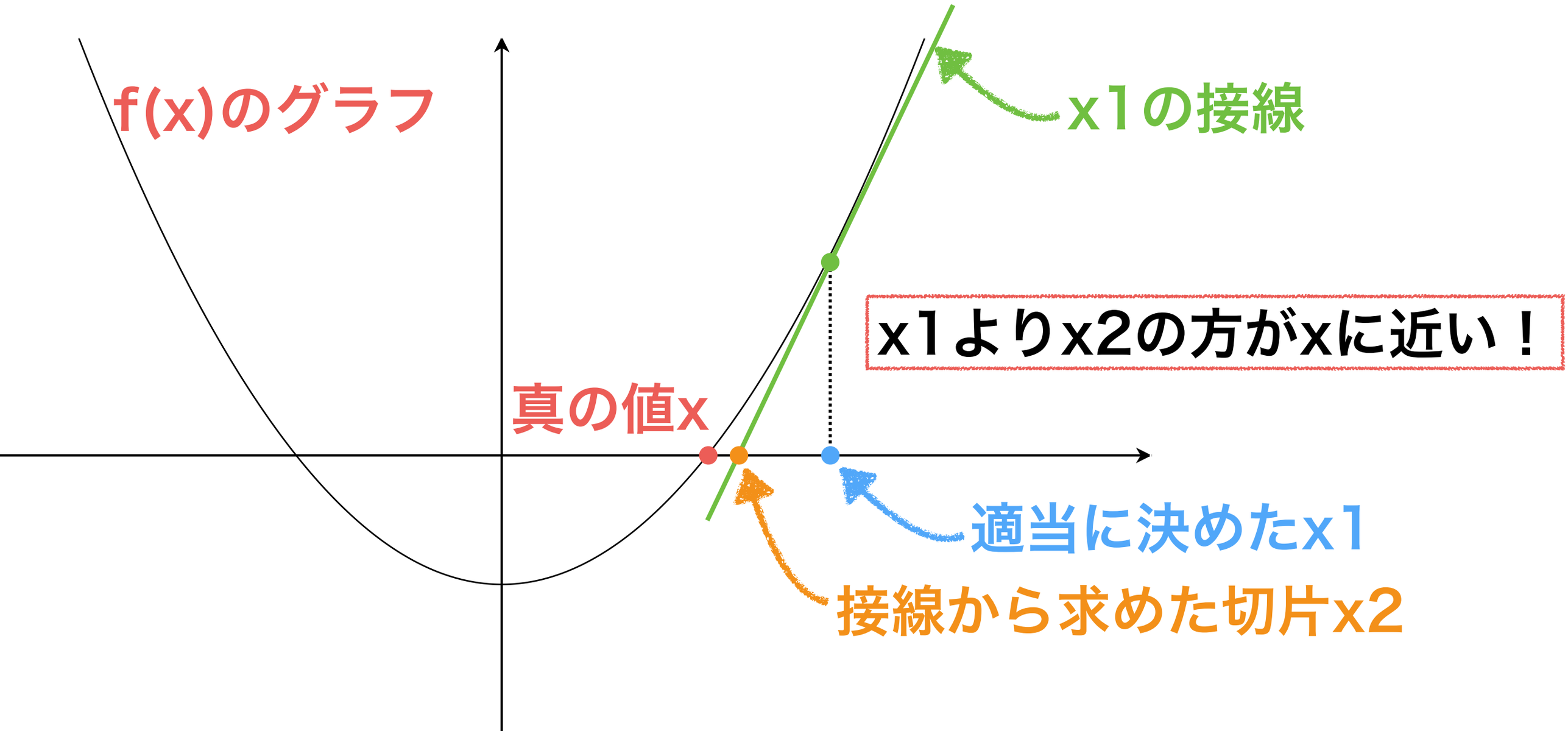
f(x)のグラフ

可能な限り

ここに近い値を求める

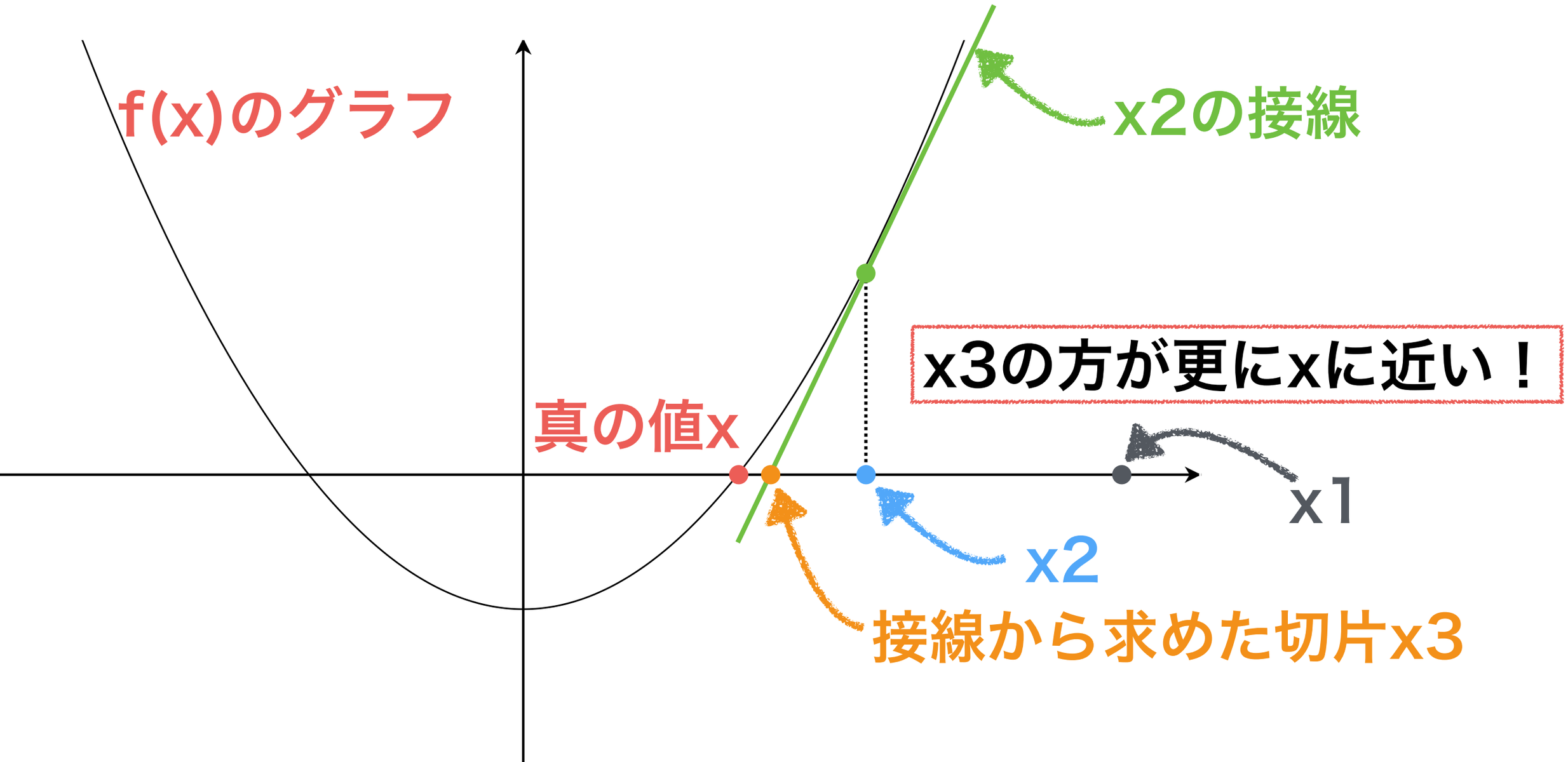
ニュートン法

f(x)=0となるようなxを探す場合、
ある値x1における接線の切片x2は、
x1より真の値xに近くなる



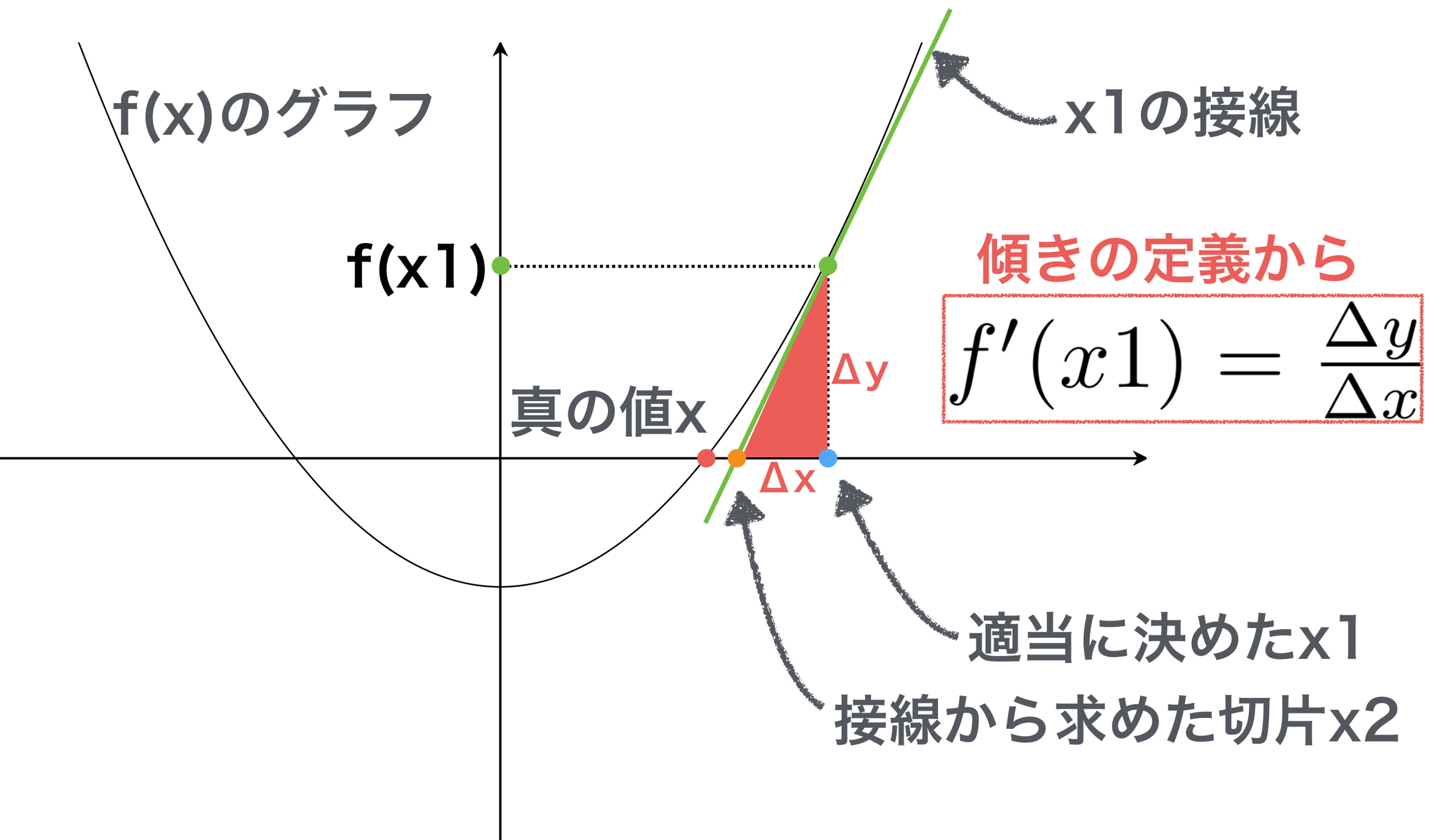
ニュートン法

x2に対して、同様に接線からx3を求めれば、
さらに真の値xに近くなるので繰り返せば、
近似値の精度が上がっていく



x1からx2を求める

Δxと Δyからなる直角三角形に注目



x1からx2を求める

ΔxとΔyからなる直角三角形に注目

$$f'(x1) = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$f'(x1) = \frac{f(x1)}{x1 - x2}$$

グラフから求まる

$$x1 - x2 = \frac{f(x1)}{f'(x1)}$$

$$x2 = x1 - \frac{f(x1)}{f'(x1)}$$

x1からx2を求める

2の平方根に当てはめると…

$$x2 = x1 - \frac{x1^2 - 2}{2 * x1}$$

cの平方根を求めるには…

$$x2 = x1 - \frac{x1^2 - c}{2 * x1}$$

この式の計算を繰り返してx2, x3, x4…と求めていけばよい

【課題の準備】

演習室で作業する前に、以下のコマンドを
入れるだけで準備が完了する

```
$   mygitclone   「自分のGitHubユーザ名」
$   cd prog3i-(ユーザ名)
$   ./myconf
```

※本体をシャットダウンするまでは、
上記「mygitclone」と「myconf」の設定は有効です

【課題の準備】

以下の流れで、課題のプログラムを作るためのフォルダを準備しましょう。

1. 端末を起動して、以下のコマンドを実行して前期第13週のフォルダを作る

```
$ cd prog3i-(ユーザ名)        (←既に移動しているなら不要)
$ mkdir week113
$ cd week113
```

【課題13-1】

ニュートン法を使って引数cの平方根を求める関数mysqrt()を作成して下さい。

[この関数のプロトタイプ宣言]

```
double mysqrt(double c);

/*  ニュートン法を使って、x1からx2を求める処理を繰り返す  */
```

- 変数x1, x2はdouble型で宣言する
- x1の初期値は十分大きい値にしておく（今回は100）
- x1からx2を求める計算を20回繰り返す
- 繰り返し処理で、x2を求めたら、次のx1になるように代入する

【課題13-1】

[mainの処理]

```
  printf("%lf\n", mysqrt(2));
  printf("%lf\n", mysqrt(3));
  printf("%lf\n", mysqrt(4));
  printf("%lf\n", mysqrt(5));
```

[実行結果]

```
1.414214
1.732051
2.000000
2.236068
```

【課題の提出】

以下の流れで、作ったCプログラムをGitHubにプッシュして、Webサイトで確認してみましょう。

1. 端末内で、以下のコマンドで課題を提出

```
$ git add -A
$ git commit -m “課題13-1提出”
$ git push origin master
```

2. 自分のリポジトリを開いて、提出したファイルがプッシュされているか確認する

https://github.com/nit-ibaraki-prog3i/prog3i-(ユーザ名)

【課題13-2】

課題13-1のmysqrt()に対して、繰り返し処理でx2が変化する様子が分かるように出力を追加してください。

[この関数のプロトタイプ宣言]

```
double mysqrt(double c);

/*  課題13-1で作った繰り返し処理の中でx2の出力を追加する  */
```

繰り返す度に、x2が真の値xに近づいていくのを見ることができるようになります

【課題13-2】

[実行結果]（mainは課題13-1と同じ）

```
0: 50.010000
```
(←2の平方根を求める繰り返し処理の0回目の出力)

```
1: 25.024996
```
(←2の平方根を求める繰り返し処理の1回目の出力)

```
2: 12.552458
```
(←2の平方根を求める繰り返し処理の2回目の出力)

```
3: 6.355895
```
(←2の平方根を求める繰り返し処理の3回目の出力)

```
4: 3.335282
5: 1.967466
6: 1.492001
7: 1.416241
8: 1.414215
9: 1.414214
```
(←2の平方根の真の値に近似していく様子がわかる)

（途中省略）

```
19: 1.414214
1.414214
```

（3以降の平方根の出力も同様に続く）

【課題の提出】

以下の流れで、作ったCプログラムをGitHubにプッシュして、Webサイトで確認してみましょう。

1. 端末内で、以下のコマンドで課題を提出

```
$ git add -A
$ git commit -m “課題13-2提出”
$ git push origin master
```

2. 自分のリポジトリを開いて、提出したファイルがプッシュされているか確認する

https://github.com/nit-ibaraki-prog3i/prog3i-(ユーザ名)

【課題13-3】

課題13-2の関数mysqrt()に対して、繰り返し処理を
「x1とx2の差分が0.0001未満になったら終了する」
ように改良した関数mysqrt2を作成してください。

[この関数のプロトタイプ宣言]

```
double mysqrt2(double c);

   /* 繰り返す回数を20回ではなく、差分の値で終了するようにする */
```

- **繰り返し処理の条件は無条件（無限ループ）となるように変更する**
- **繰り返し処理で、x1とx2の差が0.0001未満なら抜け出すようにする**

【課題13-3】

[mainの処理]

```
  printf("%lf\n", mysqrt2(2));
  printf("%lf\n", mysqrt2(3));
  printf("%lf\n", mysqrt2(4));
  printf("%lf\n", mysqrt2(5));
```

[実行結果]

```
0: 50.010000
1: 25.024996
2: 12.552458
3: 6.355895
```
（途中省略）

```
8: 1.414215
9: 1.414214
```
(←この場合は9回目で繰り返し処理を終了した)

```
1.414214
```
（3以降の平方根の出力も同様に続く）

【課題の提出】

以下の流れで、作ったCプログラムをGitHubにプッシュして、Webサイトで確認してみましょう。

1. 端末内で、以下のコマンドで課題を提出

```
$ git add -A
$ git commit -m “課題13-3提出”
$ git push origin master
```

2. 自分のリポジトリを開いて、提出したファイルがプッシュされているか確認する

https://github.com/nit-ibaraki-prog3i/prog3i-(ユーザ名)

まだ余裕のある人は… 【課題13-4】

前回作成した配列処理のプログラムに「配列のi番目の値の平方根を出力する」コマンドsqrtを追加して下さい。

- array.lexに、コマンド「sqrt」と識別子SQRTの字句定義を追記する
- array.yaccに、このコマンドに関する構文を追加する
  コマンドの後に、NUMBERが1個続く
- myproc.hにこの演算で呼び出す関数のプロトタイプ宣言を追加する

```
int mysqrt3(int i);
```

- myproc.cに関数mysqrt3の定義を追加する
  配列aのi番目に、前の課題で作成したmysqrt2を呼び出して、
  求めた平方根を出力する（つまり、mysqrt2の定義も必要）
  最後に0を戻す

※動作確認をするためには、コマンドclear, set, exitも少なくとも必要になります。

【課題の提出】

以下の流れで、作ったCプログラムをGitHubにプッシュして、Webサイトで確認してみましょう。

1. 端末内で、以下のコマンドで課題を提出

```
$ git add -A
$ git commit -m “課題13-4提出”
$ git push origin master
```

2. 自分のリポジトリを開いて、提出したファイルがプッシュされているか確認する

https://github.com/nit-ibaraki-prog3i/prog3i-(ユーザ名)