הגישה הקלאסית והגישה הקישורית בפתרון משחק האיקס-עיגול

מאת: נתאי יחזקאלי.
מנחה: פרופ' מיכאל ברמן.
המכללה האקדמית הדסה ירושלים.

החוג למדעי המחשב

תוכן העניינים

תקציר

פרויקט הגמר בא לבחון שתי גישות קוגניטיביות, הגישה הקישורית והגישה הקלאסית. שתי הגישות נבחנו באמצעות משחק האיקס-עיגול. הגישה הקישורית הרבה יותר קרובה לחשיבה שלנו מאשר הגישה הקלאסית והפרויקט בא לבחון האם ניתן ליישם אותה כקוד והאם היא חזקה כמו הגישה הקלאסית – כלומר, שהיא לא תפסיד אף פעם באף משחק.

כדי לבדוק זאת, שתי הגישות מומשו כקוד וכל אחת נבחנה מול המשחקים איקס עיגול (3x3) ואיקס עיגול מרובע (4X4X4). התוצאות הראו כי הגישה הקישורית מצליחה לנצח או להשיג תיקו בכ-99% מהמשחקים ששוחקו בכל אחד משני המשחקים (איקס עיגול פשוט ואיקס עיגול קובייה).

<u>מהלך העבודה:</u>

- נבנה משחק האיקס עיגול הפשוט (הקלאסי) ונבחרו עבורו שלושה שחקנים: אנושי, רנדומלי ועץ.
- נלמדה הגישה הקישורית והיא מומשה כקוד.
- המשחקים שמומשו:
  - איקס-עיגול קוביה ואיקס-עיגול אולטימטיבי. לשני המשחקים הללו לא נבנו עצים כיוון שהם דרשו זמן חישוב ארוך מידי.
  - לאחר-מכן נבנו יחידות עיבוד (של הגישה הקישורית) למשחק האיקס-עיגול קוביה (4X4X4) – שהיו כמו היחידות עיבוד של האיקס עיגול הרגיל עם תוספות.
  - לעומת זאת, לאיקס-עיגול אולטימטיבי, לא הספקתי לממש את יחידות העיבוד (של הגישה הקישורית), ולכן מומש רק ממשק גרפי של המשחק.
- בדיקת הגישות. כדי לבחון את המימושים נעשו הדברים הבאים:
  - נבנתה רשימה שהכילה את כל הפרמוטציות האפשריות (כ- 8500 אפשרויות משחק של שחקן ה-x, השחקן הפותח) באיקס-עיגול קלאסי (הסבר מפורט בחלק 4). הגישה הקישורית נבדקה מול כל פרמוטציה אפשרית. נמדדה הצלחתה ע"י ספירת המקרים בהם היא לא הפסידה.
  - לעומת זאת, לאיקס-עיגול קוביה (4X4X4), אי אפשר היה ליצור את כל הפרמוטציות כמו במקרה של איקס-עיגול קלאסי (כי מדובר במבנה נתונים עצום בגודלו), ולכן בחנו את הגישה הקישורית מול השחקן הרדומלי (ניתן לקרוא על כך ביותר פירוט בחלק 4).

1. הבעיה

עד עכשיו הגישה הקישורית בגרסתה הראשונית לא מומשה כקוד, ולכן לא נבדקה מול הגישה הקלאסית, מה שנעשה באופן תיאורטי במאמר של אורון שגריר [1]. לפני תחילת הפרויקט, לא ברור היה האם ניתן לממש את הגישה הקישורית כקוד, ואם אכן ניתן, האם היא חזקה כמו העץ במשחק האיקס-עיגול. "חזקה" פרושה שאינה מפסידה לצד השני אף פעם.

1.1. הנחות המחקר

1. ניתן לממש את הגישה הקישורית כקוד.
2. הגישה הקישורית חזקה. כלומר, לא משנה מי ישחק מולה (באיקס-עיגול) – היא לעולם לא תפסיד.

1.2. מטרות ויעדים

המטרה הייתה לבדוק את הנחות המחקר ולאשש אותן.

היעדים היו:

- תחילה מימוש הגישה הקישורית במשחק באיקס-עיגול קלאסי.
- לאחר מכן לממש את הגישה הקישורית למשחקים מורכבים יותר. הוחלט ששאר המשחקים יהיו וריאציות נוספות של איקס עיגול (אולטימיט איקס-עיגול, איקס-עיגול קובייה וכו'...). [לקריאה על משחקים נוספים - [2]]

2. רקע

כאשר משחקים משחק המכיל מהלכים וחשיבה (תכנון ואסטרטגיה) – כיצד אנחנו חושבים בעת התלבטות בין מהלכים? כיצד מחליטים איזה מהלך לעשות? שאלות אלו הן שאלות בתחום הקוגניציה החוקר את תהליכי החשיבה.

בשנת 1989 פרסם פרופ' אורון שגריר בכתב העת הפילוסופי "עיון" מאמר שכותרתו "הגישה הקלאסית והגישה הקישורית במדעים הקוגניטיביים: בבחינת מודלים חישוביים לתיאור משחק האיקס-עיגול" [1].

פרופ' אורון שגריר מציג במאמר שתי גישות אשר מתארות כיצד מתבצע המהלך הבא במשחק האיקס-עיגול – הגישה הקלאסית והגישה הקישורית.

הגישה הקלאסית היא הגישה הטריוויאלית – עץ חיפוש שבו יש את כל המהלכים האפשריים ובעלים של העץ ישנו ערך אשר יקבע איזה מהלך הכי כדאי לפי מדדים המוגדרים באלגוריתם נתון.

הגישה הקישורית היא גישה מורכבת יותר אשר מנסה לחשב את המהלך הבא ללא עץ החישוב (הגישה הקלאסית). גישה זאת מכונה גם גישת PDP (באנגלית, Parallel Distributed Processing)[1]. ההבדל העיקרי בינה לבין הגישה הקלאסית הוא שהיא אינה מכילה עץ חישוב, אלא אוסף של קשרים מורכבים.

מטרה אחת במאמר [1] הייתה להדגים את השוני במוקדי ההצלחה של כל אחד מן המודלים, בניסיון לתאר את תופעת המשחק. נראה כי קיימת אבחנה מהותית בין שני שלבי חישוב עיקריים במשחקו של השחקן האנושי: תהליכים שהשחקן מודע להם, וכאלה שאינו מודע להם, אבחנה העומדת בבסיסם של שני המודלים עצמם. המודל הקלאסי עומד טוב יותר על חלק מן התהליכים שהשחקן מודע להם ואילו מודל ה- PDP מאפיין בצורה מוצלחת יותר כמה מן התופעות המורכבות המאפיינות את התהליכים התת-אינטנציונליים.

<u>הגישה הקלאסית</u>

מיוצגת ע"י עץ מינימקס, כלומר, עץ הבוחן את כל האפשרויות ומניב את זאת בעלת הערך הגבוה ביותר. הגישה הקלאסית היא גישה חזקה, פרוש הדבר במשחק האיקס עיגול שהיא אינה מפסידה אף פעם. הבעיה היא שהגישה הקלאסית פחות מחקה את החשיבה האנושית בכך שהיא אינה מבדילה בין מצבי הלוח, כלומר, לכל מצב בלוח יש "ציון", והמהלך הבא נקבע ע"י הציון הכי גבוה, או למשל ע"י כך שלוקח לה הרבה יותר זמן לבצע מהלך מאשר לשחקן אנושי. כמו-כן, הגישה, מעצם הגדרתה, עוברת על כל האפשרויות, ובמצבים מורכבים (כמו שחמט למשל) – ברור שהמוח האנושי לא עובר על כל האפשרויות אלא מתמקד בחלק מסוים מהן.

---

[1] ניתן לקרוא בהרחבה על הגישה הזאת – בספר הנ"ל (שני כרכים): [5]

<u>הגישה הקישורית</u>

הינה גישה המיוצגת ע"י רשתות עיבוד אשר מכילות מידע על מצב הלוח, מעבדות אותו וע"פ אלגוריתמים שונים מוצע המהלך הבא. מבחינת צורת החשיבה שלנו, הגישה הקישורית הרבה יותר קרובה אליה, למשל: היא ממוקדת יותר – בשביל לקבוע את המהלך הבא היא מתמקדת במשהו ספציפי (במקרה שלנו – באפשרויות הניצחון), בניגוד לגישה הקלאסית שאינה מתמקדת בשום דבר ספציפי אלא עוברת על כל המצבים אחד אחד, וע"פ אותו מאמר [1] – אופן פעולה זה הרבה יותר קרוב לצורת החשיבה שלנו (במאמר עצמו מדובר על משחק השחמט, אך מדובר שם גם על צורת החשיבה שלנו באופן כללי יותר)

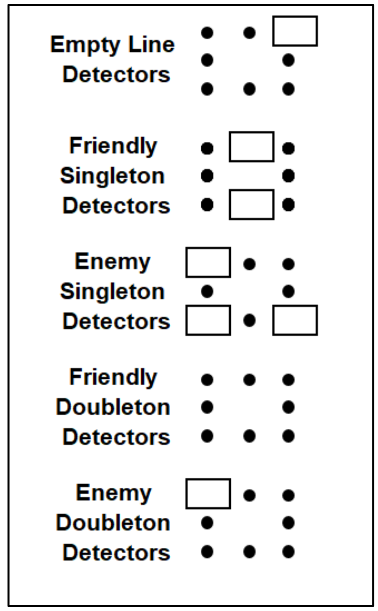
כדי להבין את הגישה הקישורית בהקשר הזה (של משחק האיקס-עיגול) צריך לזכור שיש שמונה אפשרויות לניצחון: שלוש שורות, שלוש עמודות ושני אלכסונים ובכל אחד מאלו ישנן חמש אפשרויות:

1. ישנו כלי אחד שלי.
2. ישנו כלי אחד של היריב.
3. ישנם שני כלים שלי.
4. ישנם שני כלים של היריב.
5. ריק.

כמובן שיכול להיות שילוב של כמה, למשל 1+2.
מוגדרות ארבעים יחידות עיבוד המחולקות באופן הבא (חלוקה שרירותית):
חמש יחידות ראשיות כחמשת הסעיפים שלמעלה ובכל אחת יש שמונה תת-יחידות אשר מסמלות את אפשרויות הניצחון:
ראשית נראה איך שמונת היחידות שמראות אפשרויות הניצחון נראות:

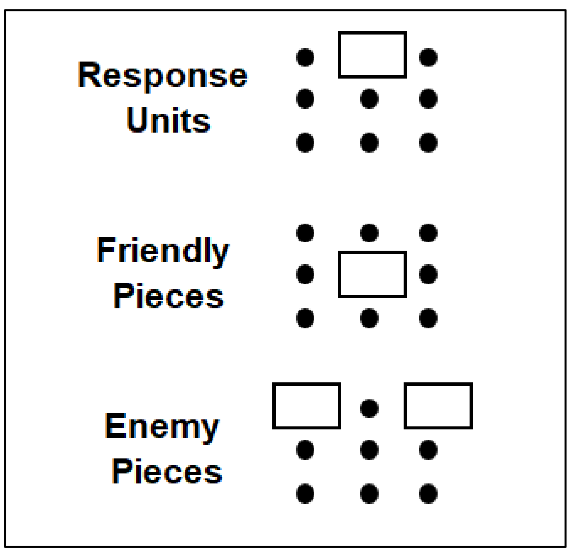
שורה תחתונה	**שורה אמצעית**	**שורה עליונה**
אלכסון /		**אלכסון **
עמודה ימנית	**עמודה אמצעית**	**עמודה שמאלית**

כעת נוכל להסתכל על המבנה הכללי של חמשת היחידות שכל אחת מהן מכילה שמונה יחידות כאלו:



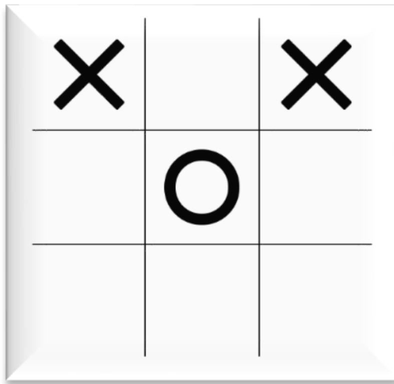
בתמונה מימין ניתן לראות את יחידות העיבוד השונות:
ישנן חמש קבוצות (התוויות באנגלית) שבכל אחת מהן יש שמונה יחידות המסמלות את שמונת אפשרויות הניצחון, כאשר נקודה שחורה מסמלת יחידה כבויה ומלבן מסמן יחידה דולקת (יחידות העיבוד יכולות להיות או דלוקות או כבויות).
במקרה שמימין למשל ניתן לראות כי השורה השלישית (התחתונה) היא ריקה (כי הנורית השלישית משמאל למעלה דולקת).
או למשל, בחלק הכי תחתון ניתן לראות כי יש ליריב שני כלים בשורה הראשונה.

כל המידע הנ"ל מתקבל מיחידות הקלט/פלט. אלו שלוש יחידות אשר בכל אחת מהן ישנן תשע נוריות המסמלות את מצב הלוח.
יחידה אחת היא הכלים שלנו, יחידה שניה היא הכלים של היריב, והיחידה השלישית היא יחידת הפלט.
זה נראה כך:



היחידה העליונה היא יחידת הפלט – היא מורכבת מתשע יחידות (נורות) אשר רק אחת יכולה לדלוק – וזה יהיה המהלך הבא שלנו.
שתי היחידות התחתונות הן יחידות הקלט – אחת שלנו ואחת של היריב, כל נורית שדולקת בה (מלבן) מסמלת כלי שלנו או של היריב.

במקרה הנ"ל, אנחנו העיגול והיריב הוא האיקס וזה מצב הלוח:



רשת העיבוד מקבלת את המידע מיחידות הקלט המעבדות אותו, ונדלקת נורה ביחידת הפלט -וכך נבחר המהלך הבא – במקרה המוצג למעלה הוא יהיה במשבצת האמצעית של השורה העליונה.

3. ניתוח הבעיה

הבעיה היא תכנותית-אלגוריתמית. ראשית, לא בטוח היה כי ניתן לממש את הגישה הקישורית ובהנחה שכן, לא היה ברור האם היא חזקה או לא. כלומר, מספיק שהיא מפסידה במשחק אחד – היא כבר לא חזקה.
כעת נבין מהו "משחק" – כאשר כתוב שהגישה הקישורית תפסיד במשחק, הכוונה לסדרה של מהלכים מול היריב (כאשר זה יכול להיות אדם או אלגוריתם כלשהו). אם אחרי אותה סדרת מהלכים הגישה הקישורית הפסידה – אזי זה אומר שהיא אינה גישה חזקה.

4. מבנה הפתרון ודרישות

4.1. דרישות

הדרישות היו:

- מחשב עם כלי עבודה שיאפשרו מימוש יעיל של שתי הגישות ובדיקתן.
- הבנה כיצד האלגוריתמים השונים מקבלים את ההחלטות למהלך הבא.
- נדרוש להגדיר מה תיחשב הצלחה בפרויקט: היות ואנחנו מתכנתים את שני הגישות, תידרש הגדרה ומדד למתי גישה נחשבת מוצלחת, ובאופן כללי יותר – אילו מבחנים נעשה כדי לבחון את יעילות הגישות.

4.2. מבנה הפתרון ומה נעשה בפרויקט

כל הקוד נכתב בשפת פייתון ומבנה הפתרון היה כזה:

נבנו שלושה משחקים:

משחק איקס-עיגול רגיל – שבו נבחנו שתי הגישות: העץ והקישורית. הגישות לא נבחנו זו מול זו, מכיוון שלא היה בכך טעם: מדובר בשתי גישות שפועלות ע"פ אלגוריתם דטרמיניסטי, כלומר, לא משנה כמה משחקים היינו עושים בין שתי הגישות – זה תמיד יהיה אותו משחק. לכן נעשה משחק אחד והוא נגמר בתיקו (נעשו עוד מספר משחקים, אך הם היו זהים לראשון). בנוסף, מטרת הפרויקט הייתה לבחון את יעילות הגישה הקישורית – לכן נבנה מערך ובו כל הפרמוטציות הבאות: חמישה איברים ללא חזרות מהקבוצה: $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$, סה"כ הביטוי:

$$\binom{9}{5}\cdot 5! = 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5 = 15{,}120$$

כל פרמוטציה כזאת מציינת מהלך של השחקן הראשון (מסומן כ-x) ומולו המסע של הגישה הקישורית ה-o – ככה ניתן היה לראות מול איזו פרמוטציה (סדרת מהלכים) הגישה הקישורית מפסידה/מנצחת/עושה תיקו.

נציין שחלק מהפרמוטציות לא רלוונטיות. לדוגמא, יכול להיות שבאחת המשבצות היריב כבר שיחק, כלומר היא תפוסה, ולכן כל סדרת המהלכים (הפרמוטציה) אינה תורמת לניתוח הסטטיסטי.

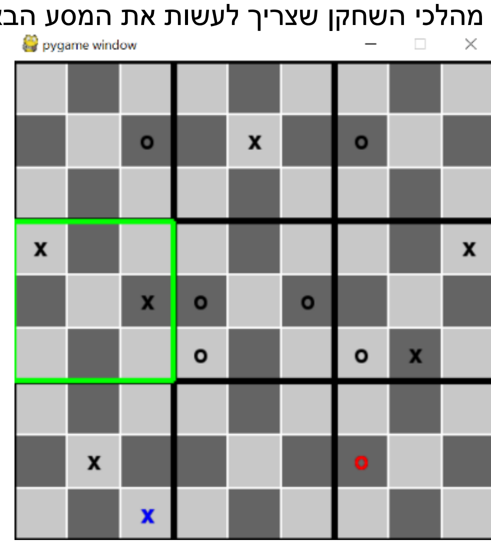
- משחק איקס-עיגול תלת-מימדי של 4 על 4 על 4 – במשחק זה הבדיקה בעץ לא מעשית, מכיוון שכל מהלך לוקח זמן רב (אפילו מספר ימים לא הספיקו עבור מהלך אחד). מעבר לכך, גם בניית הפרמוטציות היא בלתי אפשרית כי מדובר בסדר גודל של 10^{45} אפשרויות. לכן, שוחקו מאה מליון משחקים של השחקן הרנדומלי (x) בו כל מהלך נבחר באופן אקראי, מול הגישה הקישורית (o). בקוד למשחק זה נעשה שימוש בכלי פייתון שונים, כגון כלים של רשימות. להלן דוגמא לקוד שנותן לנו את רצפי הניצחון. הפונקציה המסומנת באדום, מראה את האלגנטיות והקומפקטיות של פייתון - שפה אחרת הייתה דורשת קוד של מספר שורות.

```
size=4
def jmp(f,j,s=size): return [x*j+f for x in range(s)]
# f - The first element in the list.
# j - The number to add for each jump.
# s - How many times to jump.
```

מעבר לכך, שליפה של נתונים מתוך רשימות, אף היא מאוד קומפקטית בפייתון. השורות למטה המסומנות באדום ממחישות זאת ביישום שליפת נתונים מהפונקציה הנ"ל.

```
def get_lines(l,j1,j2):
    lines=[]
    if len(l)!= size: return None
    else:
        for a in l:
            l1=jmp(a,j1)
            for b in l1:
                lines.append(jmp(b,j2))
    return lines
```

- נבנה גם משחק UXO (נספח ראשון מסביר את רעיון המשחק) – אבל בו היה קשה לממש גם את העץ (הגישה הקלאסית) וגם את הגישה הקישורית ולכן נבנה לו ממשק גרפי בלבד וכל המשחק מתנהל בצורה אקראית. להלן דוגמא לממשק הגרפי ובו מימוש אלגנטי של חוקי המשחק המורכב הזה. למשל, הריבוע הירוק תוחם את אפשרויות מהלכי השחקן שצריך לעשות את המסע הבא.



בבנית המשחק נעשה שימוש בטכנולוגיות שונות, למשל בתהליכונים (Threades):
דוגמא לקוד אשר מתאר שימוש בתהליכונים –

```
import threading
from multiprocessing import Queue
import randomgame

queue = Queue()
t_gui = threading.Thread(target=GUI.run_gui,args=("Gui", queue))
t_gui.start()
t_dumgame = threading.Thread(target=randomgame.run_randomgame,args=("Game",
queue))
t_dumgame.start()
```

5. תוצאות

מלבד ה-UXO שעליו לא הצלחנו לבדוק את הגישה הקישורית, ניתן לומר כי הגישה הקישורית ניצחה או עשתה תיקו ברוב מוחץ (98% ומעלה) של שני המשחקים שתוארו למעלה (איקס עיגול פשוט ואיקס עיגול קוביה 4X4X4).

וכמובן – הגישה הקישורית מומשה כקוד כפי שהיא כתובה במאמר [1].

5.1. הצגת התוצאות

משחק האיקס-עיגול הרגיל:
האיקס כאן הוא כל הפרמוטציות האפשריות של משחק (כפי שתואר בעמוד הקודם), והעיגול זאת הגישה הקישורית.

משחק איקס-עיגול		
	תוצאות	באחוזים
נצחונות של x (permutations)	44	0.5%
נצחונות של o (pdp)	7,970	99%
תיקו	67	0.5%
סה"כ משחקים	8,081	100%

משחק איקס-עיגול מסדר 4 (QXO)		
	תוצאות	באחוזים
נצחונות של x (random)	2,137	~0%
נצחונות של o (pdp)	99,997,855	~100%
תיקו	8	~0%
סה"כ משחקים	100,000,000	100%

5.2. בדיקות שנעשו ועמידה בדרישות

הפרויקט מומש בשפת פייתון בסביבת חלונות, בהתאם לדרישות.
כמו-כן האלגוריתמים השונים נלמדו ובהתאם לכך נכתב הקוד (השחקנים).
הבדיקות שנעשו, כפי שתואר למעלה, היו במשחקי האיקס-עיגול הקלאסי והאיקס-עיגול מסדר 4X4X4 – עבור שני המשחקים הללו נבדקה הגישה הקישורית: בראשון מול כל הפרמוטציות האפשריות ובשני מול שחקן רנדומלי.

בשני המקרים הגישה הקישורית ניצחה או השיגה תיקו בלמעלה מ-99% מהמשחקים – כלומר, אכן הגישה הזאת הוכיחה את עצמה במשחקים אלה.

5.3. השוואת הפתרון המוצע לקיים היום והדגשת יתרונותיו

הגישה הקישורית לא מומשה כקוד בעבר, ולכן כדי לממש שחקן בעל אחוזי הצלחה גבוהים באמצעות קוד פשוט היה צורך לכתוב קוד לעץ מינמקס. הפתרון שהפרויקט הציע הוא פתרון יותר פשוט מבחינת הקוד. הוא גם הרבה יותר מהיר מאלגוריתם עץ חיפוש. מעבר לכך, הוא קרוב יותר לחשיבה האנושית כפי שניתן לקרוא במאמר [1].

6. סיכום, מסקנות והצעות להמשך

לסיכום, ניתן לראות כי ניתן לממש את אלגוריתם הגישה הקישורית כקוד, לפחות כפי שהגישה מופיעה במאמר [1] וניתן לגרום לה לנצח ב-99% מהמשחקים באיקס-עיגול רגיל ובאיקס-עיגול מסדר גודל 4X4X4. כלומר, ניתן לחזות את המהלך הבא במשחק האיקס-עיגול באופן דומה לחשיבה האנושית.

6.1. הצלחת הפרויקט

כזכור הנחת המחקר העיקרית בפרויקט הייתה שניתן לממש את הגישה הקישורית כקוד – דבר שלא נעשה עד כה. אכן, משימה זו מומשה. מעבר לכך הנחתי שהגישה הקישורית היא חזקה, כלומר אינה מפסידה. התוצאות מאשרות הנחה זו.

6.2. רעיונות להמשך

לממש את הגישה הקישורית כך שהנורות לא יהיו רק בשני מצבים (דולקות/כבויות) אלא להוסיף מצבי ביניים.

1. לבדוק את הגישה הקישורית על משחקים נוספים.

2. בדיקת יורסיטיקות נוספות על שני המשחקים שעליהם מומשה הגישה הקישורית. (ניתן לקרוא על זה כאן: [2])
3. בדיקת גישות נוספות מלבד הגישה הקישורית [3].
4. המחשה גרפית של יחידות הגישה הקישורית.

בנוסף, הגישה הקישורית פותחה מאוד מאז המאמר של אורון מ-1989. ניתן לקרוא על ההתפתחויות שלה כאן במאמר הבא - [4]

7. בבליוגרפיה

[1] O. Shagrir, “The Classical vs. the PDP Model in Describing the Tic-Tac-Toe Game ”,*The Jerusalem Philosophical Quarterly, Published by: S. H. Bergman Center for Philosophical Studies* ,pp. 265-286, 1989 .

[2] J. Beck, Combinatorial games tic-tac-toe theory, Cambridge University Press , 2008 .

[3] T. Wai-Tat Fu, “Central Role of Heuristic Search in Cognitive Computation Systems ”,*Minds & Machines* ,*(26)* pp. 103-123, 2016 .

[4] T. T. R. J. L. McClelland, “Parallel Distributed Processing at 25: Further Explorations in the Microstructure of Cognition ”,*Cognitive Science* , pp. 1024-1077, 2014 .

[5] D. E. Rumelhart, J. L. McClelland ו a. t. P. R. Group, PARALLEL DISTRIBUTED PROCESSING (Vol. 1+2), Massachusetts: MIT press, 1986 .

[6] O. Shagrir, “Why we view the brain as a computer ”,*Synthese* ,*(153)* p. 393–416, 2006 .

[7] J. R. Anderson, The architecture of cognition, Harvard University Press, Cambridge, 1983 .

[8] J. R. Anderson, The Adaptive Character of Thought, London: LAWRENCE ERLBAUM ASSOCIATES, 1990 .

[9] K. Aizawa, THE SYSTEMATICITY ARGUMENTS, New York: Springer, 2003 .

[10] T. T. R. James L Mcclelland, “The Parallel Distributed Processing Approach to ”,*Nature reviews Neuroscience* .2003 ,

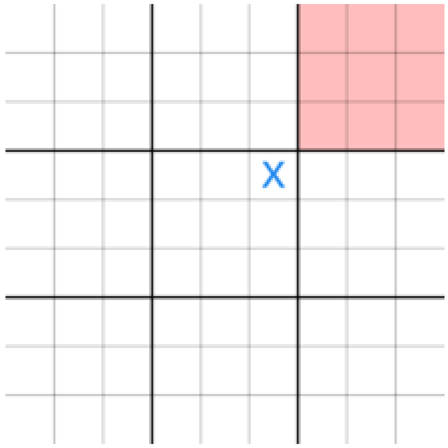
[11] O. Shagrir, “Productivity and the Classical–Connectionist Debate ”,*Conceptus-Studien, 14* ,pp. 37-50, 2000 .

[12] A. Cleeremans, “Connecting Conscious and Unconscious Processing ”,*Cognitive Science, 38* ,p. 1286–1315, 2014 .

8. נספחים

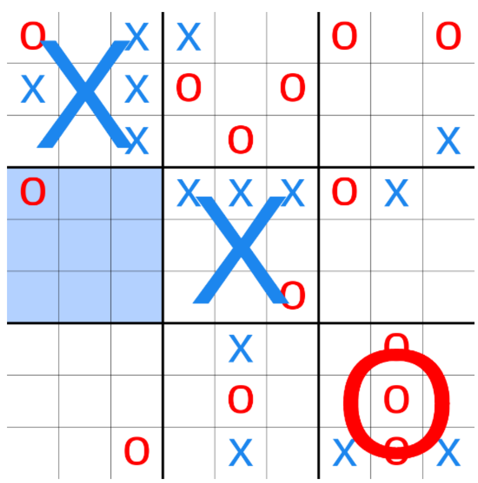
8.1. משחק איקס-עיגול אולטימטיבי

משחק אע"א (איקס-עיגול אולטימטיבי) הוא משחק המשוחק באופן הבא:
ישנו לוח איקס- עיגול רגיל, אשר בתוך כל משבצת שלו יש לוח איקס-עיגול:



את המהלכים מבצעים בתוך המשבצות הפנימיות (כמו באיור שלמעלה).
הרעיון המרכזי במשחק הוא שכל מהלך מורה על הלוח שבו חייב להתבצע המהלך הבא. למשל, באיור שלמעלה: ה-x ביצע את המהלך הראשון (כל הלוח היה חופשי), אבל אחרי שהוא סימן את המשבצת הפינה הימנית העליונה ל-o אין ברירה והוא חייב לשחק בלוח שנמצא בפינה הימנית העליונה ולסמן משבצת פנויה שם. היכן שהוא יסמן, בתת-לוח הזה יצטרך לשחק האיקס.

ברגע שיש ניצחון באחד מתתי הלוחות – אזי הוא מסומן ב-x או ב-o (בהתאם למי שניצח) או נמחק אם ישנו תיקו, והמהלך הבא יכול להיות בכל המשבצות הפנויות בלוח ואז ממשיכים לפי המשחק שתואר למעלה. (אותו הדבר לגבי המקרה שבו אחד השחקנים מסמן משבצת באחד מתתי הלוח שבלוח הכללי, ואז התת-לוח הזה כבר "לא פעיל").
לבסוף, מי שמנצח בלוח הכללי הוא זה שזוכה במשחק.



דוגמא למצב לוח באע"א שבו עוד אין ניצחון במשחק אך יש לוחות שכבר לא פעילים.