

# BINV2140B, Algorithmes approfondis

## Algorithme Minimax

Christophe Damas   José Vander Meulen

Avril 2021

# Le jeu des nombres

- Deux joueurs : **joueur bleu** et **joueur orange**
- 10 nombres : 5 9 5 2 1 10 2 2 3 7
- Chaque tour un joueur prend soit le nombre de gauche, soit le nombre de droite
- Le joueur qui a le plus de points gagne

# Une partie du jeu des nombres

- |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|----|---|---|---|---|
| 5 | 9 | 5 | 2 | 1 | 10 | 2 | 2 | 3 | 7 |
| ? | ? | ? | ? | ? | ?  | ? | ? | ? | ? |

- joueur bleu : 0 point

- joueur orange : 0 point

# Une partie du jeu des nombres

- |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|----|---|---|---|---|
| 5 | 9 | 5 | 2 | 1 | 10 | 2 | 2 | 3 | 7 |
| ? | ? | ? | ? | ? | ?  | ? | ? | ? | B |

- joueur bleu : 7 points

- joueur orange : 0 point

# Une partie du jeu des nombres

- |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|----|---|---|---|---|
| 5 | 9 | 5 | 2 | 1 | 10 | 2 | 2 | 3 | 7 |
| ? | ? | ? | ? | ? | ?  | ? | ? | O | B |
- joueur bleu : 7 points
- joueur orange : 3 points

# Une partie du jeu des nombres

- |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|----|---|---|---|---|---|
| 5 | 9 | 5 | 2 | 1 | 10 | 2 | 2 | 2 | 3 | 7 |
| ? | ? | ? | ? | ? | ?  | ? | ? | B | O | B |

- joueur bleu : 9 points

- joueur orange : 3 points

## Une partie du jeu des nombres

- |   |  |   |   |   |   |    |   |  |   |   |   |
|---|--|---|---|---|---|----|---|--|---|---|---|
| 5 |  | 9 | 5 | 2 | 1 | 10 | 2 |  | 2 | 3 | 7 |
| O |  | ? | ? | ? | ? | ?  | ? |  | B | O | B |

- joueur bleu : 9 points

- joueur orange : 8 points

# Une partie du jeu des nombres

- |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|----|---|---|---|---|
| 5 | 9 | 5 | 2 | 1 | 10 | 2 | 2 | 3 | 7 |
| O | B | ? | ? | ? | ?  | ? | B | O | B |
- joueur bleu : 18 points
- joueur orange : 8 points



## Une partie du jeu des nombres

- |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|----|---|---|---|---|
| 5 | 9 | 5 | 2 | 1 | 10 | 2 | 2 | 3 | 7 |
| O | B | O | ? | ? | ?  | ? | B | O | B |
- joueur bleu : 18 points
- joueur orange : 13 points

## Une partie du jeu des nombres

- |   |   |   |   |  |   |    |   |  |   |   |   |
|---|---|---|---|--|---|----|---|--|---|---|---|
| 5 | 9 | 5 | 2 |  | 1 | 10 | 2 |  | 2 | 3 | 7 |
| O | B | O | B |  | ? | ?  | ? |  | B | O | B |
- joueur bleu : 20 points
- joueur orange : 13 points

## Une partie du jeu des nombres

- |   |   |   |   |  |   |    |  |   |   |   |   |
|---|---|---|---|--|---|----|--|---|---|---|---|
| 5 | 9 | 5 | 2 |  | 1 | 10 |  | 2 | 2 | 3 | 7 |
| O | B | O | B |  | ? | ?  |  | O | B | O | B |
- joueur bleu : 20 points
- joueur orange : 15 points

## Une partie du jeu des nombres

- |   |   |   |   |  |   |  |    |   |   |   |   |
|---|---|---|---|--|---|--|----|---|---|---|---|
| 5 | 9 | 5 | 2 |  | 1 |  | 10 | 2 | 2 | 3 | 7 |
| O | B | O | B |  | ? |  | B  | O | B | O | B |

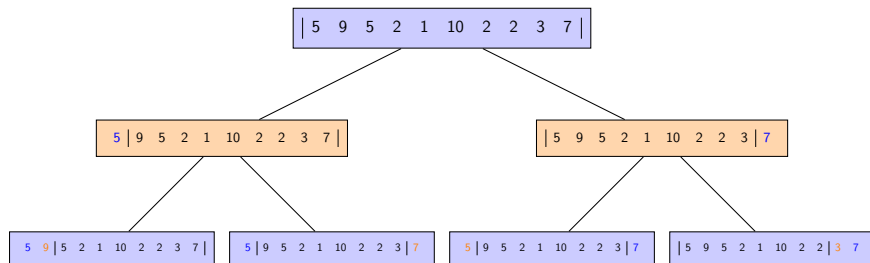
- joueur bleu : 30 points

- joueur orange : 15 points

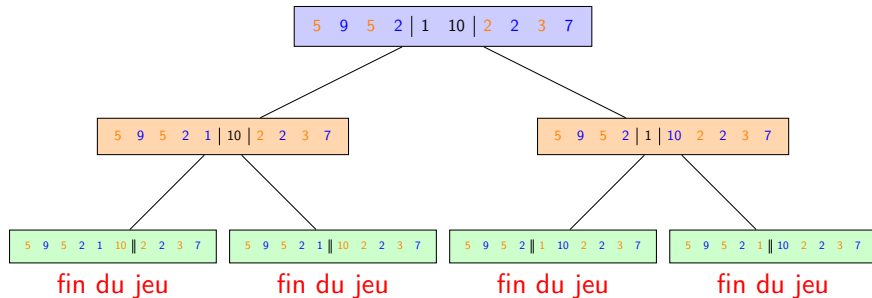
# Une partie du jeu des nombres

- |   |   |   |   |   |  |    |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|--|----|---|---|---|---|
| 5 | 9 | 5 | 2 | 1 |  | 10 | 2 | 2 | 3 | 7 |
| O | B | O | B | O |  | B  | O | B | O | B |
- joueur bleu : 30 points
- joueur orange : 16 points
- Le joueur bleu gagne !

# Du jeu aux arbres

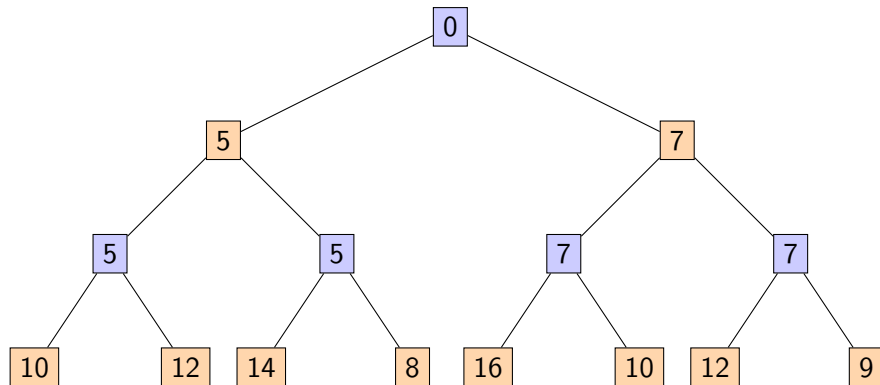


# L'arbre continue



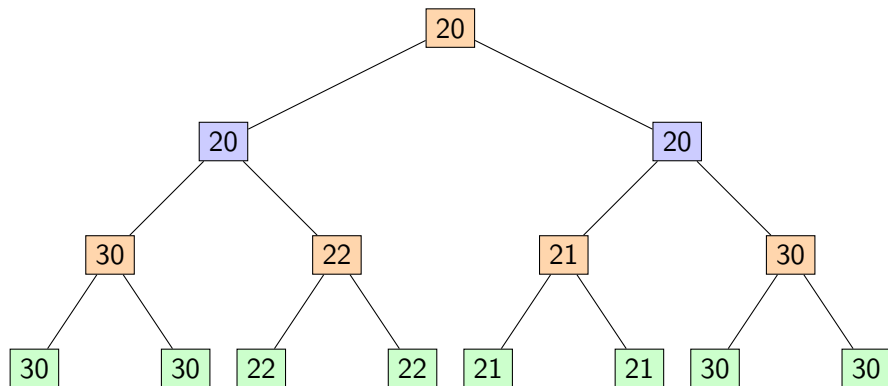
# Ce qui nous intéresse, ce sont les points du joueur bleu

- In fine, le joueur bleu tente de maximiser ses points
- Et, le joueur orange tente de minimiser les points du joueur bleu





## La fin d'une partie



# Algorithme Minimax

- Supposons que le joueur orange joue les meilleurs coups

# Algorithme Minimax

- Supposons que le joueur orange joue les meilleurs coups
- On veut trouver le meilleur coup pour le joueur bleu
- On veut trouver le coup qui rapporte le plus de points pour le joueur bleu

# Algorithme Minimax

- Supposons que le joueur orange joue les meilleurs coups
- On veut trouver le meilleur coup pour le joueur bleu
- On veut trouver le coup qui rapporte le plus de points pour le joueur bleu
- Si le joueur orange ne joue pas les meilleurs coups, le joueur bleu gagnera encore plus de points

# Algorithme Minimax

- Supposons que le joueur orange joue les meilleurs coups
- On veut trouver le meilleur coup pour le joueur bleu
- On veut trouver le coup qui rapporte le plus de points pour le joueur bleu
- Si le joueur orange ne joue pas les meilleurs coups, le joueur bleu gagnera encore plus de points
- Formellement, on cherche le coup pour le joueur bleu qui lui garanti le plus grand minimum de points

# Notre joueur automatique

- Avant le jeu :
  - On construit complètement l'arbre du jeu
  - On parcourt l'arbre en calculant pour chaque noeud le meilleur coup, cad la **valeur Minimax**
- Pendant le jeu, on parcourt l'arbre et lorsque l'on joue on choisit le meilleur coup

## Calcul de la valeur Minimax pour chaque noeud

On écrit un algorithme récursif (une variante du DFS), il y a trois cas :

- Soit le noeud est une feuille, le jeu est terminé, on connaît donc immédiatement le minimum de point pour le joueur bleu.

## Calcul de la valeur Minimax pour chaque noeud

On écrit un algorithme récursif (une variante du DFS), il y a trois cas :

- Soit le noeud est **une feuille**, le jeu est terminé, on connaît donc immédiatement le minimum de point pour **le joueur bleu**.
- Soit le noeud n'est pas une feuille et c'est **au joueur bleu** de jouer :
  - Pour chaque fils, on calcule récursivement le minimum de point pour **le joueur bleu**.
  - On choisit le fils qui rapporte le **maximum** de points.

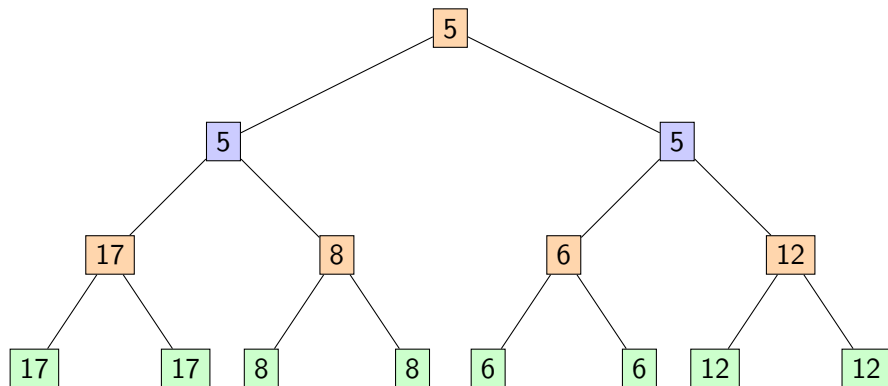


## Calcul de la valeur Minimax pour chaque noeud

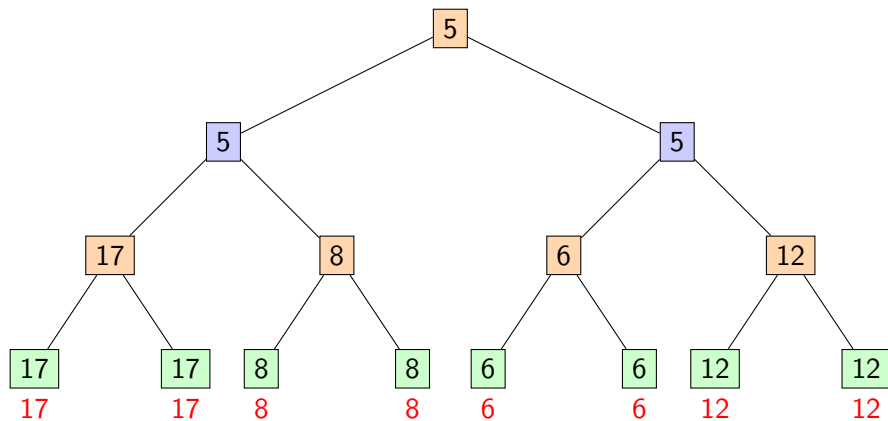
On écrit un algorithme récursif (une variante du DFS), il y a trois cas :

- Soit le noeud est **une feuille**, le jeu est terminé, on connaît donc immédiatement le minimum de point pour **le joueur bleu**.
- Soit le noeud n'est pas une feuille et c'est **au joueur bleu** de jouer :
  - Pour chaque fils, on calcule récursivement le minimum de point pour **le joueur bleu**.
  - On choisit le fils qui rapporte le **maximum** de points.
- Soit le noeud n'est pas une feuille et c'est **au joueur orange** de jouer :
  - Pour chaque fils, on calcule récursivement le minimum de point pour **le joueur bleu**.
  - On choisit le fils qui rapporte le **minimum** de points. En effet, **le joueur orange** ne souhaite pas que **au joueur bleu** gagne.

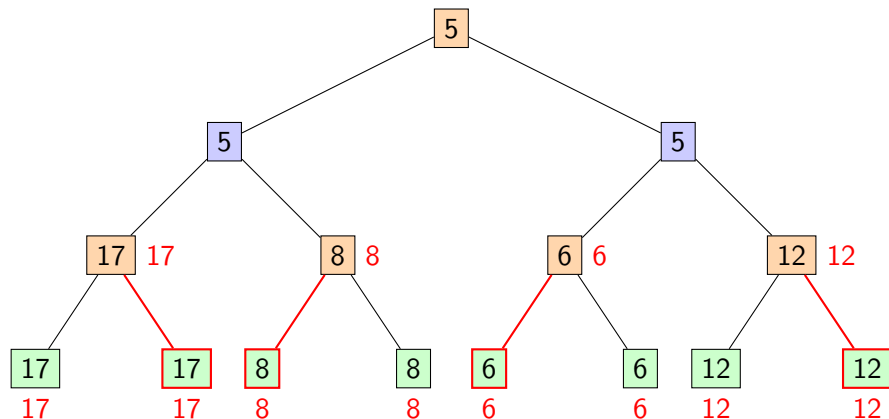
## La fin d'une partie



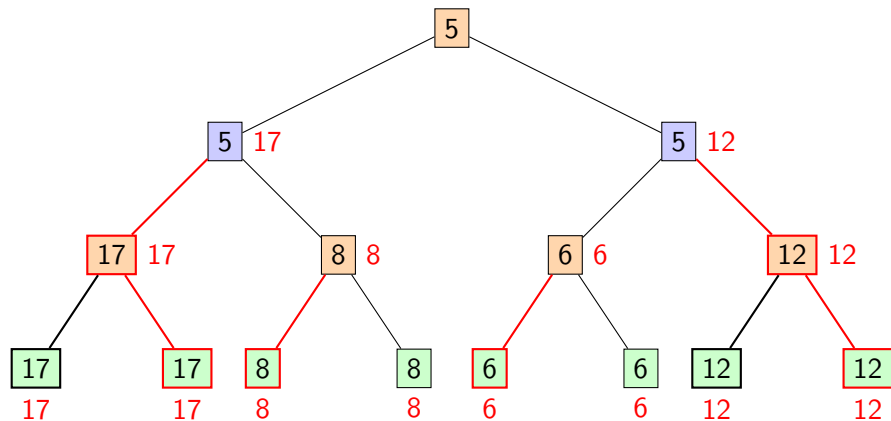
## La fin d'une partie



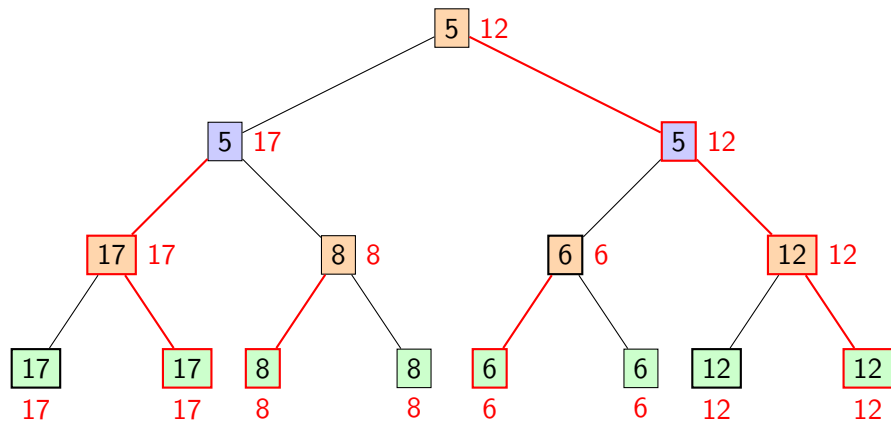
## La fin d'une partie



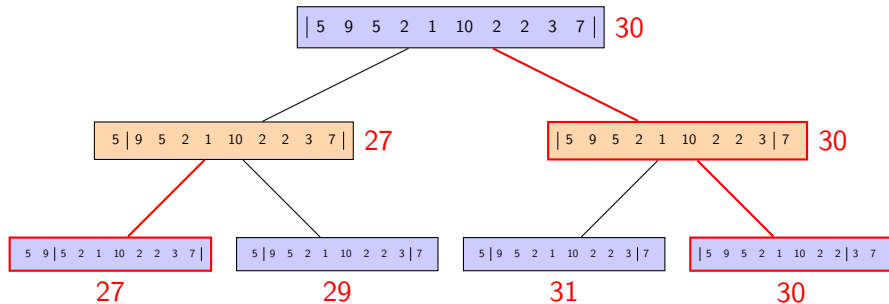
## La fin d'une partie



## La fin d'une partie



## Notre début de partie



## % de victoires sur 20000 parties

- aut : Minimax joueur
- rand : joueur qui joue de manière aléatoire
- max : joueur qui prend tjr le nombre le plus grand des 2 nbr
- pour chaque partie, on choisit aléatoirement qui commence

joueur 1/ joueur 2	joueur 1 gagne	égalité	joueur 2 gagne
aut/rand	0.88 %	0.02 %	0.10 %
aut/max	0.60 %	0.03 %	0.36 %
max/rand	0.89 %	0.02 %	0.09 %



## Quid des jeux plus compliqués ?

- Dames, Échecs, Puissance 4, Go ...
- On ne sait pas explorer tout l'arbre. En effet, il est généralement beaucoup trop grand
- On ne visite qu'une partie de l'arbre
- On approxime la valeur des noeuds
- On combine le Minimax avec d'autres techniques (ex machine learning)