Q2

En cours, on avais le Hamitonien

$$H = \underbrace{\frac{p^2}{2m} \; q V_{coul}}_{\hat{H}_0} - \underbrace{d \cdot \vec{E}_R(\vec{r}_0, t)}_{\hat{W}}$$

Pour l'interaction lumière-matière en regime perturbatif

$$\hat{W} = \hbar \Omega_R \cos(\omega t + \phi)\, \sigma_x \quad , \text{avec} \quad \hbar \Omega_R(t) = d E_0\, e^{-t^2/\Delta t^2}$$

$$\hat{W} = \begin{bmatrix} 0 & \hbar \Omega(t) \cos(\omega t + \phi) \\ \hbar \Omega(t) \cos(\omega t + \phi) & 0 \end{bmatrix}$$

$$\hat{H}_0 = -\frac{\hbar \omega_0}{2} \sigma_z$$

$$\hat{H}_0 = \begin{bmatrix} -\frac{\hbar \omega_0}{2} & 0 \\ 0 & \frac{\hbar \omega_0}{2} \end{bmatrix}$$

l'état du Qubit sera,

$$|\psi(t)\rangle = \alpha(t)\, e^{\frac{i\omega_0 t}{2}} |0\rangle + \beta(t)\, e^{-\frac{i\omega_0 t}{2}} |1\rangle$$

Eq. de Schrodinger :

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi(t)\rangle = H(t)\, |\psi(t)\rangle$$

1) $$i\hbar \frac{\partial}{\partial t}|\psi(t)\rangle = \Big[\dot{\alpha} e^{\frac{i\omega_0 t}{2}} |0\rangle + \cancel{\left(\frac{i\omega_0 t}{2}\right) \alpha e^{\frac{i\omega_0 t}{2}}} |0\rangle$$

$$+ \dot{\beta} e^{-\frac{i\omega_0 t}{2}} |1\rangle + \cancel{\beta\left(\frac{-i\omega_0 t}{2}\right) e^{-\frac{i\omega_0 t}{2}}} |1\rangle \Big] i\hbar$$

2) $$H(t)|\psi(t)\rangle = \begin{bmatrix} -\frac{\hbar\omega_0}{2} & \hbar\Omega(t)\cos(--) \\ \hbar\Omega(t)\cos(--) & \frac{\hbar\omega_0}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha e^{\frac{i\omega_0 t}{2}} \\ \beta e^{-\frac{i\omega_0 t}{2}} \end{bmatrix}$$

$$= \cancel{-\frac{\hbar\omega_0}{2} \alpha e^{\frac{i\omega_0 t}{2}}} |0\rangle + \hbar\Omega(t)\cos(\omega t+\phi)\beta e^{-i\frac{\omega_0 t}{2}} |1\rangle$$

$$+ \alpha e^{\frac{i\omega_0 t}{2}} \hbar\Omega(t)\cos(\omega t+\phi)|1\rangle + \cancel{\frac{\hbar\omega_0}{2}\beta e^{-i\frac{\omega_0 t}{2}}} |1\rangle$$

On cancelle les termes.

$\Rightarrow$ égalité en $|0\rangle$

$$i\dot{\alpha} = \Omega_R(t)\cos(\omega t+\phi)\, e^{-\frac{i\omega_0 t}{2}} \beta$$

$$= \frac{\Omega_R(t)}{2}\left[e^{i(\omega t+\phi)} + e^{-i(\omega t+\phi)} \right] e^{-i\frac{\omega_0 t}{2}} \beta$$

$$= \frac{\Omega_R(t)}{2}\left[e^{i\delta} e^{i\phi} + \cancel{e^{i(\omega+\omega_0)t}} e^{-i\phi} \right] \beta$$

$\delta = \omega - \omega_0$

On prends un pulse résonant

$\omega = \omega_0$, $\delta = 0$

$$\boxed{i\dot{\alpha} = \frac{\Omega(t)}{2}\beta e^{i\phi}}$$

Approximation RWA

termes oscille très vite

$\Rightarrow$ égalité en $|1\rangle$

$$i\dot{\beta} = \alpha\,\Omega(t)\cos(\omega t+\phi)\,e^{i\omega_0 t}$$

$$= \alpha\frac{\Omega(t)}{2}\left[\underbrace{e^{-i\delta}}_{\delta=0,\ \omega=\omega_0} e^{-i\phi} + \underbrace{\cancel{e^{-i(\omega+\omega_0)t}}}_{\text{RWA},\ =0}\, e^{i\phi}\right]$$

$$\boxed{i\dot{\beta} = \frac{\Omega(t)}{2}\,\alpha\, e^{-i\phi}}$$

Ensuite, on résout numériquement,

$$\left.\begin{aligned} i\dot{\alpha} &= \frac{\Omega(t)}{2}\,\beta\, e^{i\phi} \\ i\dot{\beta} &= \frac{\Omega(t)}{2}\,\alpha\, e^{-i\phi} \end{aligned}\right\} \quad \hbar\,\Omega(t) = d\,E_0\, e^{-\frac{t^2}{\Delta^2}}$$