Diskretes Äußeres Kalkül (DEC) auf Oberflächen ohne Rand

Ingo Nitschke

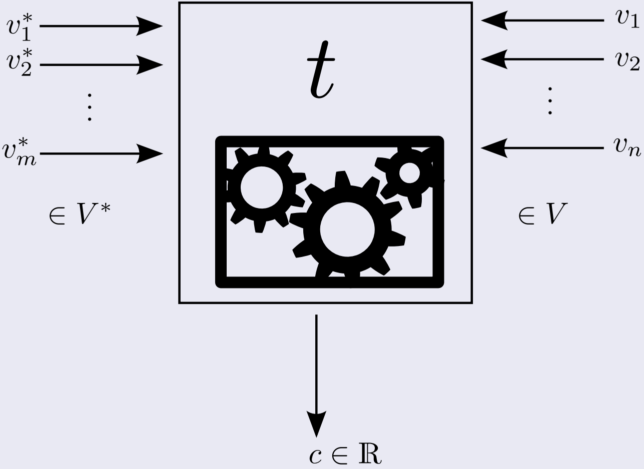
IWR - TU Dresden

13. September 2014

Content

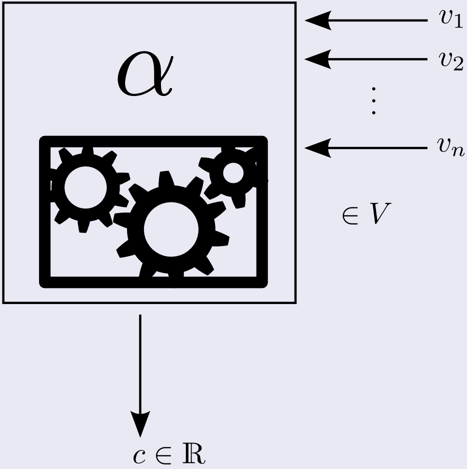
„Tensor-Maschine“

Für einen Vektorraum V nimmt ein (m, n)-Tensor m Kovektoren aus V^* (Dualraum von V) und n Vektoren aus V und gibt einen Wert aus $\mathbb{R}$ zurück.



Differentialform als „Tensor-Maschine“

Eine Differentialform vom Grad n ist ein antisymmetrischer $(0, n)$-Tensor.



Beispiel im $\mathbb{R}^2 \supseteq U$

0-Formen $f : \emptyset \to \mathbb{R}$ sind Skalare bzw. Funktionen.

$$f : U \to \mathbb{R},\ x \mapsto f_x := f(x)\,.$$

1-Formen $\alpha \in \left(\mathbb{R}^2\right)^* \cong \mathbb{R}^2$ können als Zeilenvektoren aufgefasst werden

$$\begin{aligned}\alpha = [\alpha_1, \alpha_2] : \mathbb{R}^2 &\to \mathbb{R}\\ \vec{v} = \begin{bmatrix} v^1 \\ v^2 \end{bmatrix} &\mapsto \alpha(v) = [\alpha_1, \alpha_2] \begin{bmatrix} v^1 \\ v^2 \end{bmatrix} = \alpha_1 v^1 + \alpha_2 v^2\end{aligned}$$

bzw. als Zeilenvektorfeld

$$\alpha : U \times \mathcal{V}(U) \to \mathbb{R},\ (x, \vec{v}) \mapsto \alpha_x(\vec{v}) = \alpha(x)\vec{v}(x)$$

2-Formen können als antisymmetrische Matrizen aufgefasst werden.