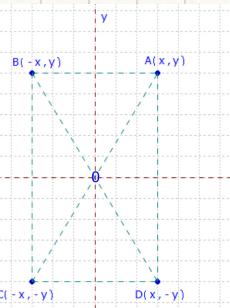


כינוך כירור בפונקציית

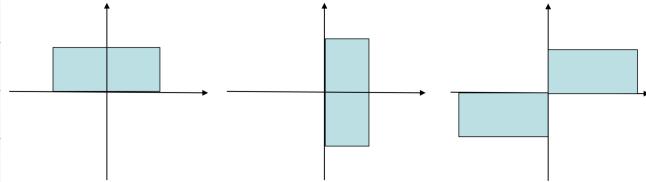


הנימוק: נניח שפונקציית f היא פולינומית. אם $f(x) = 0$, אז $f(-x) = 0$.
 הטענה: $f(-x) = f(x)$ לכל $x \in D$.

בנוסף, נשים $f(x) = x^2$. אז $f(-x) = (-x)^2 = x^2 = f(x)$.

בנוסף, נשים $f(x) = x^3$. אז $f(-x) = (-x)^3 = -x^3 = -f(x)$.

בנוסף, נשים $f(x) = |x|$. אז $f(-x) = |-x| = |x| = f(x)$.



הypothesis: $\forall x \in D \exists f(x) \text{ מתקיים } f(f(x)) = f(x)$.

הypothesis: $\forall x \in D \exists f(x) \text{ מתקיים } f(f(x)) = f(x)$.

הypothesis: $\forall x \in D \exists f(x) \text{ מתקיים } f(f(x)) = f(x)$.

$f(x) = f(-x)$

הypothesis: $\forall x \in D \exists f(x) \text{ מתקיים } f(f(x)) = f(x)$.

הypothesis: $\forall x \in D \exists f(x) \text{ מתקיים } f(f(x)) = f(x)$.

$f(x) = -f(-x)$

הypothesis: $\forall x \in D \exists f(x) \text{ מתקיים } f(f(x)) = f(x)$.

הypothesis:

1. אם $f(x) = x^2$ אז $f(-x) = x^2 = f(x)$.

הypothesis:

2. אם $f(x) = x^3$ אז $f(-x) = -x^3 = -f(x)$.

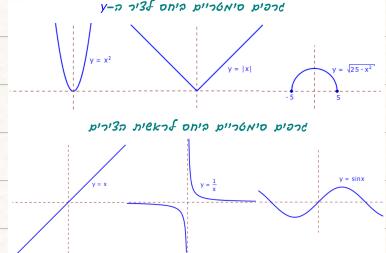
הypothesis:

3. אם $f(x) = |x|$ אז $f(-x) = |x| = f(x)$.

הypothesis:

4. אם $f(x) = x^2$ אז $f(-x) = x^2 = f(x)$.

הypothesis: $\forall x \in D \exists f(x) \text{ מתקיים } f(f(x)) = f(x)$.

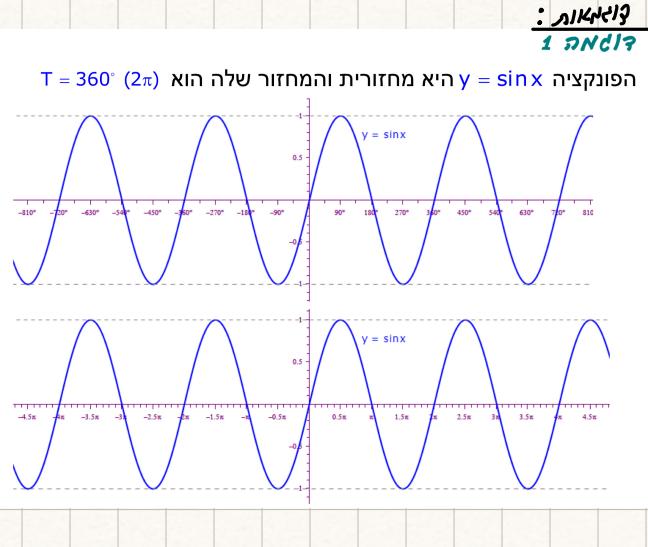
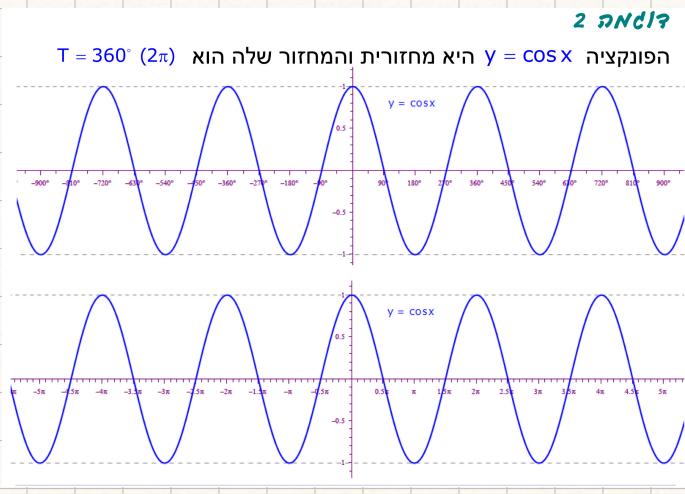


תפקידו: פתרון 3: הנקודות ביחס ל D נקבעות כפונקציית אינטגרל של f .
 $x-T \in D \text{ ו } x+T \in D : x \in D \text{�ן } \textcircled{16}$
 $f(x-T) = f(x+T) = f(x) : x \in D \text{�ן } \textcircled{17}$
 כנעלת T מושך נתקין כפונקציה.

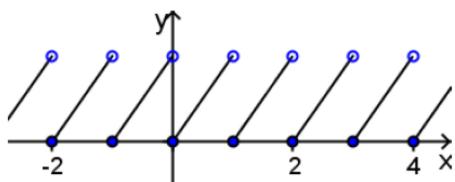
* הערה: f מושך נתקין כפונקציה (במקרה של f מושך נתקין כפונקציה).

הנחה: f מושך נתקין כפונקציה (במקרה של f מושך נתקין כפונקציה).

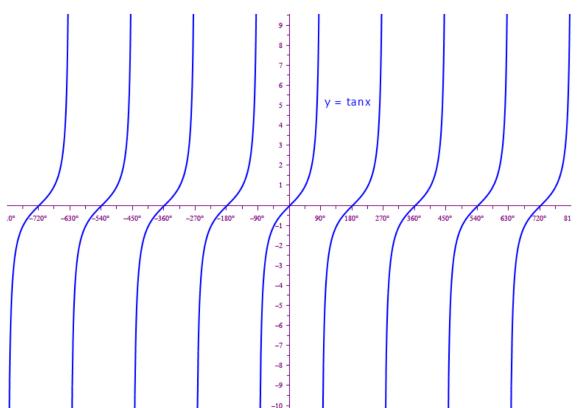
הנחה: f מושך נתקין כפונקציה (במקרה של f מושך נתקין כפונקציה).



הfonקציה $[x]$ החלק השdboר היא מחזורית והמחзор
 $f(x \pm 1) = f(x) : T=1$ שלו הוא



הfonקציות $\tan x, \cot x$ הן מחזוריות והמחזר שלן הוא $T = 180^\circ$ (π)



כלtg. = ערך דב' גל. מ.

השלמה: פולינום $f(x) = y$ הינו פולינום נורמל אם $f(x_1) \neq f(x_2)$ ו- $x_1 \neq x_2$, $x_1, x_2 \in D$ סלאם פולינום נורמל אם $f(x_1) \neq f(x_2)$ ו- $x_1 \neq x_2$.

הנחתה: רצוי גורם נורמל בפונקציית $y = f(x)$ הוא: פולינום נורמל $\Leftrightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$ ו- $x_1 \neq x_2$.

השאלה:

$$f(a) = f(b)$$

$$f(x) = \frac{1}{2}x - 1$$

השאלה: רצוי נורמל פולינום נורמל $\Leftrightarrow a, b$ שונים ב- $\frac{1}{2}$ מ- a מ- b .

השאלה:

$$\frac{1}{2}a - 1 = \frac{1}{2}b - 1$$

$$\frac{1}{2}a = \frac{1}{2}b + 1$$

$$a = b$$

השאלה: מ- $a = b$ מובן $a \neq b$ ו- $a = b$ מ- $a \neq b$.

השאלה: פולינום נורמל $\Leftrightarrow f(x) = \frac{x-1}{x+1}$

. $f(a) = f(b)$ מ- a, b שונים ב- $\frac{1}{x+1}$ מ- a מ- b .

$$\frac{a-1}{a+1} = \frac{b-1}{b+1}$$

$$(a-1)(b+1) = (a+1)(b-1)$$

$$ab + a - b - 1 = ab - a + b - 1$$

$$a - b = -a + b \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} a = b$$

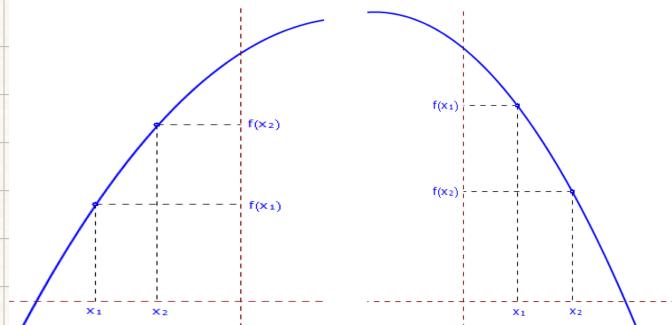
$$2a = 2b \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \text{זהות}$$

השאלה: מ- $a = b$ מובן $f(a) = f(b)$.

השאלה: $f(a) = f(b)$ מ- a, b שונים ב- x^2 מ- a מ- b ? מ- $a = b$ מ- $f(a) = f(b)$?

$$f(-1) = (-1)^2 = 1 \quad \text{ו-} \quad f(1) = 1^2 = 1$$

השאלה: פולינום נורמל $\Leftrightarrow f: D \rightarrow E$ פולינום נורמל.



בפונקציית $f(x) = y$ פונקציית מילוי היא הפונקציה ההפוכה $f^{-1}(x)$.

בפונקציית $f(x) = y$ פונקציית מילוי היא הפונקציה ההפוכה $f^{-1}(x)$.
 בפונקציית $f(x) = y$ פונקציית מילוי היא הפונקציה ההפוכה $f^{-1}(x)$.

בפונקציית $f(x) = y$ פונקציית מילוי היא הפונקציה ההפוכה $f^{-1}(x)$.
 בפונקציית $f(x) = y$ פונקציית מילוי היא הפונקציה ההפוכה $f^{-1}(x)$.

פתרון:

① נוכיח $y = \frac{1}{2}x - 1$ הפונקציה $y = x - 2$

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}x - 1 \\ 2y &= x - 2 \\ x &= 2y + 2 \\ y &= 2x + 2 \end{aligned}$$

נוכיח $y = \frac{1}{2}x - 1$ הפונקציה $y = x - 2$

② נוכיח $y = \frac{x-1}{x+1}$ הפונקציה $y = x - 2$

$$\begin{aligned} y(x+1) &= x-1 \\ yx+y &= x-1 \\ yx-x &= -y-1 \\ x(y-1) &= -y-1 \\ x &= \frac{-y-1}{y-1} \\ y &= \frac{-x-1}{x-1} \end{aligned}$$

③ נוכיח $y = x^2$ הפונקציה $y = \sqrt{x}$

גרפים של פונקציות ההפוכות.

графים של פונקציות ההפוכות זו לו הם סימטריים ביחס לישר $x=y$

הסבר:

אם $(x,y) \in f$ אז $(y,x) \in f^{-1}$ שמייצת ההפוכות זו לו הנקודות (y,x) ו- (x,y) הן סימטריות ביחס לישר $x=y$.

אך לכל (y,x) נמצאת על הגרף של הפונקציה $(y,x) \in f$ קיימת הנקודה על הגרף של הפונקציה (x,y) .

לכן, הגרפים של הפונקציות ההפוכות זו לו סימטריים ביחס לישר $x=y$.

פונקציית גלגול כור:

וכיוון, הטענהrica נסבכז איננה בוגר גלגול כור:

- $x \in D_1 \cap D_2$ ו- $f(x) \in \mathbb{R}$ ו- $g(x) \in \mathbb{R}$ ו- $f(x) = g(x)$ ו- $f(x) \neq g(x)$ ו- $f(x) \cdot g(x) \neq g(x) \cdot f(x)$ ו- $f(x) + g(x) \neq g(x) + f(x)$
- $x \in D_1 \cap D_2$ ו- $f(x) \neq g(x)$ ו- $f(x) \cdot g(x) \neq g(x) \cdot f(x)$ ו- $f(x) + g(x) \neq g(x) + f(x)$ ו- $f(x) \neq g(x)$

פונקציה וען גלגול כור:

$$h(x) = f \circ g = f(g(x)) \quad \text{ו-} \quad h: T \rightarrow E \quad \text{ו-} \quad f: D \rightarrow E, \quad g: T \rightarrow D$$

הכלוגה וען גלגול כור: $f(x) = \frac{x+1}{x-1}, \quad g(x) = 5^x$

$$f \circ g = f(g(x)) = \frac{5^x + 1}{5^x - 1}$$

פונקציה אלמנטרית

הפעולות: סכום, הפרש, כפל, חילוק והרכבה בין פונקציות נקראות הפעולות האלמנטריות.

כל פונקציה שמתתקבלת מן הפונקציות:

$$y = c, \quad y = x, \quad y = \sin x, \quad y = e^x, \quad y = \arcsin x, \quad y = \log_a x \quad (a > 0, a \neq 1)$$

ע"י סדרה סופית של הפעולות האלמנטריות נקראת פונקציה אלמנטרית

? פונקציות של גלגול כור איאזרולוין?

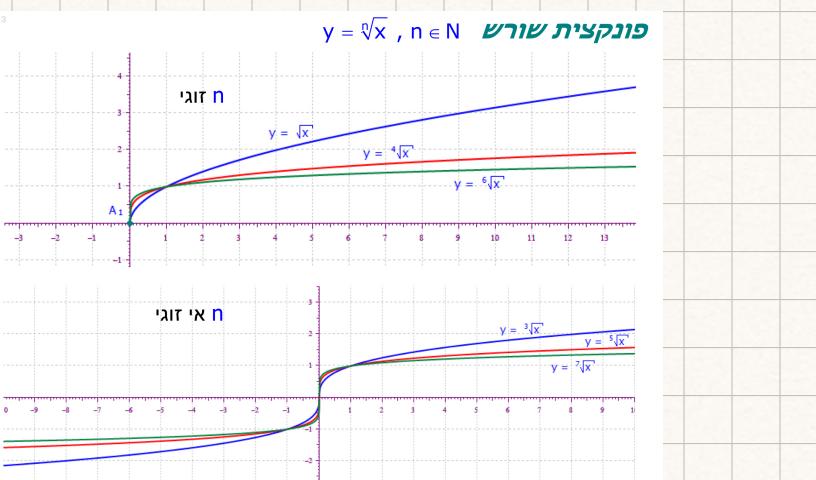
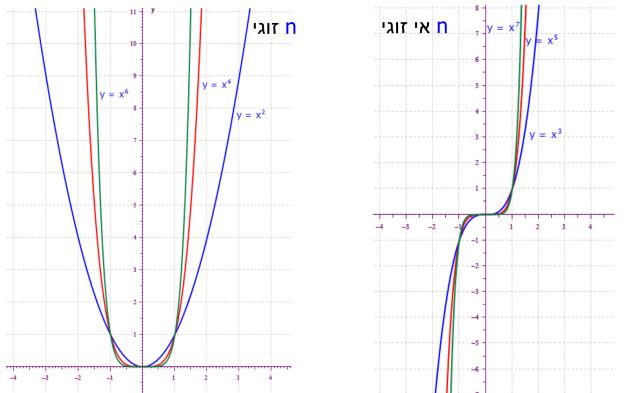
$$f(x) = \begin{cases} \cos x, & x < 0 \\ x^2, & x \geq 0 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} x - 5, & x < 5 \\ 1 - x^2, & x \geq 5 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 2^x, & x < 0 \\ 4, & x = 0 \\ x, & x > 0 \end{cases}$$

פונקציית חזקה

לכל מספר טבעי $n \in \mathbb{N}$ הפונקציה $y = x^n$ היא נקראת **פונקציית חזקה**.



היביטוי מהצורה : $P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0$ ($a_n \neq 0$)

כאשר x הוא מספר טבעי $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ מספרים ממשיים נקרא פולינום ממעלה n .

תחום ההגדרה כל המספרים ממשיים \mathbb{R}

?

$$n=1 \Rightarrow f(x) = a_1 x^1 + a_0 = a_1 x + a_0$$

$$n=2 \Rightarrow f(x) = a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

$$n=3 \Rightarrow f(x) = a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

פונקציה רציונאלית

פונקציה נקראת פונקציה רציונאלית אם היא מנתה של פולינומים :

$$f(x) = \frac{P_n(x)}{Q_k(x)}$$

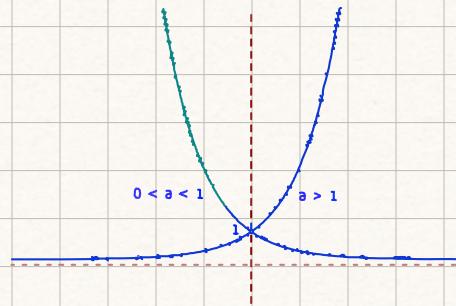
תחום הגדרה של פונקציה זאת כל המספרים ממשיים פרט לנקודות כאשר $(x), Q_k(x), P_n(x)$ הם פולינומים.

שבהן המכנה $(x), Q_k$ מתאפס.

פונקציה מריצית

פונקציה $f(x)$ מן הצורה : $x \neq a, 0 > a, x = a$ נקראת פונקציה מריצית הפונקציה זאת מוגדרת לכל x ממשי.

ב נקרא בסיס החזקה, ו- x נקרא מעריך.



לוגריתמים וחוקי לוגריתמים

הגדרה:

$$a^b = c \Leftrightarrow b = \log_a c \quad \text{אך} \quad a > 0, a \neq 1, c > 0$$

מכאן נקבל

חוקי הלוגריתמים

אם $a > 0, a \neq 1, b > 0, c > 0$ אז מתקיימים:

- (1) $\log_a 1 = 0, \log_a a = 1$
- (2) $\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$
- (3) $\log_a \left(\frac{b}{c} \right) = \log_a b - \log_a c$
- (4) $\log_a b^k = k \cdot \log_a b$
- (5) $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}, c > 0, c \neq 1$

פונקציה לוגריתמית

פונקציה $f(x) = \log_a x$ מן הצורה :

נארת פונקציה לוגריתמית . תחום ההגדרה $x > 0$

