

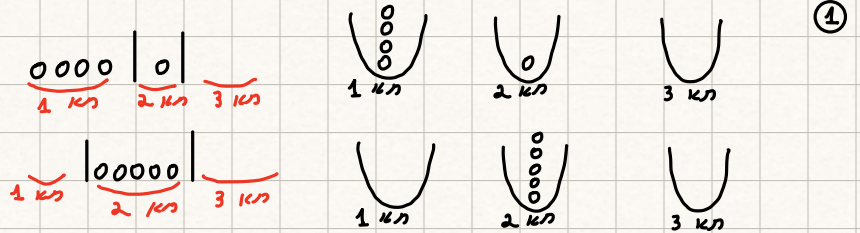
∴ 1750 18 1753

במורה	שם	א	ג'מ"א	ג'מ"א	מחמק	ח
באור	א	יב"א	כ"ה"א	ל"א	ג'מ"א	ח
ו"מ"א	ל"א	ב"מ"א	ג'מ"א	י"מ"א	מ"א	א"מ"א

• ନିର୍ଦ୍ଦେଶ

בכמה אופנים ניתן עמלך 5 כמרים זבים 8-3 מאים ?

פתיונות אכזריות :



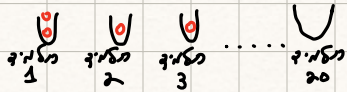
מה שנקרא עשאה: כמה אפשרויות סידור ים דגים של 7 מופים: 2 המנות: 0: ע'פ'ס 7! / (7! * 2!)

$$\frac{7!}{5! \cdot 2!} = \binom{7}{2} \binom{7}{5}$$

$$D(n, k) = \binom{k+n-1}{k} = \binom{k+n-1}{n-1} : \text{manova } p\delta$$

• አጠቃላይ

הנחיה אלוניק נ"ת עמך ע-20 מאלמ"ק 4 כ"ס. השתתפות בלוצקא בארז מל"ק ינ"ז עק"מ ית"ר מבו"ס 1?

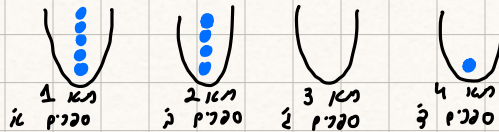


00 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 \Rightarrow 13.77 19
85128 4

$$D(20,4) = \frac{23!}{19! \cdot 4!}$$

מנגינה:

קטנות ספרים יש 4 ספרים (א, ב, ג, ד) פה מלאי מספר מכלול.
בנח אובנים ניתן לקנות 10 ספרים?



$$D(4, 10) = \binom{10+4-1}{10} = \binom{13}{10}$$

צורנית / הכללה

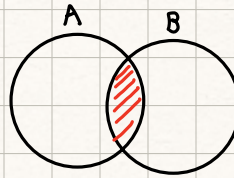
צורנית קומבינטורית שבו נניח שיש קבוצה, אפשר לכתוב את אותה בצורה של 2^n , כלומר כסדר הבינום נספור בצורה זאת (ע"י מיקומים).

צורנית:

מה"נ A, B קבוצות סופיות כלשהן:

מצבנות:

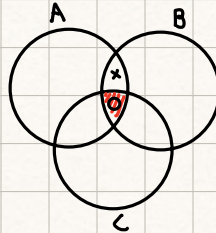
U	: אוניברסל
\cap	: מיתון
$ A $: גודל



$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

לספור האיברים בקבוצה $A \cup B$.

מה"נ A, B, C 3 קבוצות סופיות כלשהן:



$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |B \cap C| - |A \cap C| + |A \cap B \cap C|$$

מה"נ A_1, \dots, A_n קבוצות סופיות:

$$\left| \bigcup_{i=1}^n A_i \right| = \sum_{i=1}^n |A_i| - \sum_{1 \leq i < j \leq n} |A_i \cap A_j| + \sum_{1 \leq i < j < k \leq n} |A_i \cap A_j \cap A_k| - \dots + (-1)^{n-1} |A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n|$$

צורנית: A_1, A_2, A_3, A_4

$$\begin{aligned} \left| \bigcup_{i=1}^4 A_i \right| &= |A_1| + |A_2| + |A_3| + |A_4| - |A_1 \cap A_2| - |A_1 \cap A_3| - |A_1 \cap A_4| - |A_2 \cap A_3| - |A_2 \cap A_4| - |A_3 \cap A_4| + |A_1 \cap A_2 \cap A_3| \\ &\quad + |A_1 \cap A_2 \cap A_4| + |A_1 \cap A_3 \cap A_4| + |A_2 \cap A_3 \cap A_4| - |A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4| \end{aligned}$$

מכאן:

במהלך הסברנו קני 4 ספרות יש צרכות בעצם אותה אות הספרה 2, צרכות בעצם אותה אות הספרה 3 וצרכות בעצם אותה אות הספרה 4?

מקור: 2 7 3 4

מקור: 2 3 8 8

$$\text{בתחילת} = \begin{pmatrix} \text{ספרות} \\ \text{המספרים} \\ \text{קני 4} \\ \text{ספרות} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \text{ספרות} \\ \text{קני 4} \\ \text{ספרות} \\ \text{אשר צרכות} \\ \text{אותה אות הספרות} \\ \text{מספרות} \end{pmatrix} = 9 \cdot 10^3 - (3(8 \cdot 9^3) - 3(7 \cdot 8^3) + 6 \cdot 7^3)$$

בתחילת:

אנחנו צריכים 9 אנשים או 10 אנשים או 10 אנשים או 10 אנשים

2	אסס	ספרות	4	בני	שם	המספרים	A קבוצה	נסמן
3	אסס	ספרות	4	בני	שם	המספרים	B קבוצה	
4	אסס	ספרות	4	בני	שם	המספרים	C קבוצה	

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |B \cap C| - |A \cap C| + |A \cap B \cap C|$$

$$|A|: \begin{array}{cccc} 8 & 9 & 9 & 9 \end{array} = 8 \cdot 9^3 = |B| = |C|$$

2 אסס ✓
0 אסס

$$|A \cap B|: \begin{array}{cccc} 7 & 8 & 8 & 8 \end{array} = 7 \cdot 8^3 = |B \cap C| = |A \cap C|$$

3 אסס 2 אסס ✓
0 אסס

$$|A \cap B \cap C|: \begin{array}{cccc} 6 & 7 & 7 & 7 \end{array} = 6 \cdot 7^3$$

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |B \cap C| - |A \cap C| + |A \cap B \cap C|$$

$$|A \cup B \cup C| = 8 \cdot 9^3 + 8 \cdot 9^3 + 8 \cdot 9^3 - 7 \cdot 8^3 - 7 \cdot 8^3 - 7 \cdot 8^3 + 6 \cdot 7^3$$

$$|A \cup B \cup C| = 3(8 \cdot 9^3) - 3(7 \cdot 8^3) + 6 \cdot 7^3$$

תרגיל :

כמה מספרים בני 6 ספרות המורכבים מהספרות 2, 3, 6 מתחלקים ב-2 או ב-3 ?

$$A = \left\{ \begin{array}{c} 6 \text{ ספרות} \\ 2, 3, 6 \\ \text{אסס אסס} \end{array} \right\} \quad \frac{\begin{array}{cccccc} 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \end{array}}{\begin{array}{c} \text{אסס} \\ \text{אסס} \\ \text{אסס} \\ \text{אסס} \\ \text{אסס} \\ \text{אסס} \end{array}} = 3^6$$

$$A_1 = \left\{ \begin{array}{c} \text{מתחלק ב-2} \\ \text{אסס} \end{array} \right\}$$

$$A_2 = \left\{ \begin{array}{c} \text{מתחלק ב-3} \\ \text{אסס} \end{array} \right\}$$

$$|A_1 \cup A_2| = ?$$

אנו רוצים למצוא ←

אבחנה :

- ⊛ מספר מתחלק ב-2 אם ורק אם ספרת האחדות שלו היא זוגית.
- ⊛ מספר מתחלק ב-3 אם ורק אם סכום הספרות שלו מתחלק ב-3.

מישור A_1 :

נקבע את ספרת האחדות - 2 אפשרויות
נקבע סכום באופן 3 של הספרות 2, 3, 6.

$$\frac{\begin{array}{cccccc} 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \end{array}}{\begin{array}{c} \text{אסס} \\ \text{אסס} \\ \text{אסס} \\ \text{אסס} \\ \text{אסס} \\ \text{אסס} \end{array}} \cdot \frac{2}{2} = |A_1| = 2 \cdot 3^5$$

חישון A_2

אין 2 סא לופיז :

$$\frac{2}{2} \frac{2}{2} \frac{2}{2} \frac{2}{2} \frac{2}{2} \frac{2}{2} = 2^6$$

אופציה אופציה אופציה אופציה אופציה אופציה

אין 2 לופיז 3 פאליז :

$$\binom{6}{3} \cdot 2^3$$

מיקום 2
סא לופיז
אין 2

אין 2 לופיז 6 פאליז - אופציה 1.

$$|A_2| = 2^6 + \binom{6}{3} \cdot 2^3 + 1$$

חישון סא - $|A_1 \cap A_2|$

$A_1 \cap A_2$ מתחלקים ב-2 וגם ב-3 כלומר מתחלקים ב-6.

← סכמת האחרות היא 2 :

אין 2 לופיז 3 פאליז סך הכל : נבחר 2 מיקומים למספרים 2 כלומר $\binom{5}{2}$ אנכיים במספר המקומות נתיים : $\binom{5}{2} \cdot 2^3$
אין 2 לופיז 6 פאליז 5 אופציה 1.

← סכמת האחרות היא 6 :

$$\binom{5}{3} \cdot 2^2$$

מיקום 2-5
סא לופיז
סכמת האחרות

אין 2 סא לופיז : 6 בסוג, ושארם 5 סכמה באורך 5 והמספרים הם 3 ו-6. סכין : 2^5 .

⇓

$$|A_1 \cap A_2| = \underbrace{\left(\binom{5}{2} \cdot 2^3 + 1 \right)}_{\substack{\text{סכמת אחרות} \\ \text{היא 2}}} + \underbrace{\left(\binom{5}{3} \cdot 2^2 + 2^5 \right)}_{\substack{\text{סכמת אחרות} \\ \text{היא 6}}}$$

במחלקת הפזין כפינו לחשב את :

$$|A_1 \cup A_2| = ?$$

$$|A_1 \cup A_2| = \underbrace{|A_1|}_{\substack{\text{מתחלקת} \\ \text{ב-2}}} + \underbrace{|A_2|}_{\substack{\text{מתחלקת} \\ \text{ב-3}}} - |A_1 \cap A_2| = 2 \cdot 3^5 + 2^6 + \binom{6}{3} \cdot 2^3 + 1 - \left(\left(\binom{5}{2} \cdot 2^3 + 1 \right) - \left(\binom{5}{3} \cdot 2^2 + 2^5 \right) \right)$$