LAUREA TRIENNALE IN INFORMATICA

A. A. 2018–19

ESERCIZIO PROPOSTO DI CALCOLO NUMERICO

Si vuole risolvere il sistema lineare: $Ax = b$ dove la matrice A è di dimensioni $n \times n$ e il vettore b è di dimensione n.

1. Costruire uno script in MATLAB che risolva il sistema assegnato con gli schemi di Jacobi, Gauss-Seidel e di sovrarilassamento (SOR). Quest'ultimo è dato da:

$$(D - \omega E)x^{(k+1)} = [(1 - \omega)D + \omega F]x^{(k)} + \omega b$$

In particolare, lo script dovrà:

(a) Costruire una matrice di dimensione $n = 400$ con i comandi:

```
>> n=22;    % n. suddivisioni per lato
>> R=numgrid('S',n);  % reticolo alle differenze finite
>> Mat=delsq(R);  % matrice del Laplaciano
```

(b) Costruire il vettore dei termini noti, imponendo che la soluzione vera sia il vettore con tutte le componenti unitarie.

(c) Risolvere il sistema con i tre schemi implementati. Si fissi la tolleranza in uscita ε come segue:

$$\|x^{(k+1)} - x^{(k)}\| < \varepsilon$$

con $\varepsilon \leq 10^{-8}$ e un numero massimo di iterazioni pari a 2000. Per il metodo SOR si calcoli, se possibile, il valore di ω_{opt} calcolando gli autovalori della matrice di iterazione del metodo di Jacobi. Notando che la matrice di Jacobi B_J si può scrivere come:

$$B_J = D^{-1}(E + F) = I - D^{-1}A$$

si può calcolare il valore di ω_{opt} usando le seguenti istruzioni:

```
>> BJ=eye(n)-inv(diag(diag(Mat)))*Mat
>> autval=eig(BJ);
>> rho=max(abs(autval))
>> omega=....
```

(d) Confrontare il valore ottimale così ottenuto con il valore sperimentale ottenuto con il seguente metodo. Partendo da $\omega = 1.6$ e finendo con $\omega = 1.9$ con passo $\Delta\omega = 0.05$ si risolva il sistema per i diversi valori di ω. Riportando in grafico il numero di iterazioni al variare di ω si stimi un valore approssimato di ω_{opt}.

(e) Produrre un grafico con i profili di convergenza dei metodi di Jacobi, Gauss-Seidel e SOR con ω_{opt}. Si usi una finestra grafica diversa dalla precedente (comando **figure**).